CH3. 자동제어계의 과도응답

1. 응답(출력)

· 어떤 요소 또는 제어계에 가해진 입력에 대한 출력의 변화를 응답이라 하며, 제어계의 정확도의 지표

1. 응답의 종류

1) 임펄스 응답 : 기준입력이 단위 임펄스 함수 $r(t) = \delta(t)$인 경우의 출력

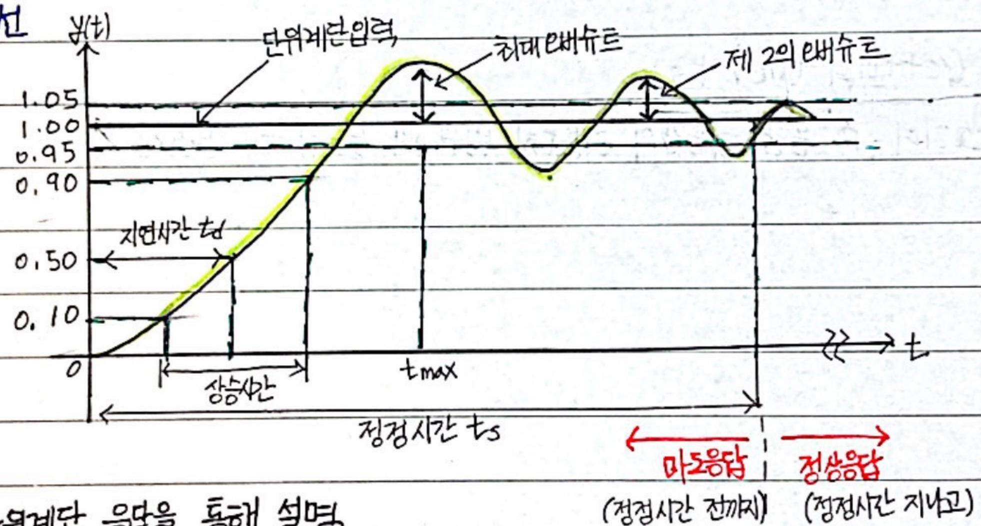
2) 단위인디셜응답 : 기준입력이 단위계단함수 $r(t) = u(t) = 1$인 경우의 출력

3) 단위 램프(경사)응답 : 기준입력이 단위램프 (경사) 함수 $r(t) = t$인 경우의 출력

2. 응답(출력)의 계산

· $c(t) = \mathcal{L}^{-1} G(s) R(s)$ (단, $G(s)$: 전달함수 / $R(s)$: 입력 라플라스 변환)

2. 시간응답 (출력) 특성곡선



* 선형계통의 대표적인 단위계단 응답을 통해 설명

1. 오버슈트 (over shoot)

. 응답이 목표값 (최종값)을 넘어가는 양

1) 자동제어계의 안정성 척도

2) 백분율 최대 오버슈트 = $\dfrac{\text{최대오버슈트}}{\text{최대목표값}} \times 100\,[\%]$
　　　 ∥
　　　상대

NO. DATE.

2. 감쇠비

· 과도응답이 소멸되는 정도

· 감쇠비 = $\dfrac{\text{제 2의 오버슈트}}{\text{최대오버슈트}}$

3. 지연시간 (delay time) t_d

· 계단응답이 최종값 (목표값)의 50%에 도달하는데 필요한 시간

4. 상승시간 (rise time) t_r

· 계단응답이 최종값 (목표값)의 10% 서 90%에 도달하는데 필요한 시간으로서 자동제어계의 속응성과 관계있다

5. 정정 시간 (settling time) t_s

· 계단응답이 감소하여 그 응답 최종값의 허용오차 범위 내 들어가는데 필요한 시간.

morning glory

NO. DATE.

3. 2차계의 전달함수

제동비(감쇠비) 고유진동 각 주파수

$$\cdot\ G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}$$

2차 앞에는 1이 기준, 만약 앞에 1이 아니라면 1로 만들어 줘야함.

1. 특성 방정식

· 종합전달함수의 분모가 0이 되는 방정식

$\cdot\ s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$

2. 특성방정식의 근

$\cdot\ s_1, s_2 = -\delta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\delta^2} = -\sigma \pm j\omega$

3. 고유진동 각 주파수

$\cdot\ \omega_n$ [rad/sec]

4. 제동비 (감쇠비)

$\cdot\ \delta = \zeta = \xi$ (크사이)

morning glory

5. 제동비 (ζ)에 따른 제동조건

1) $\zeta>1$ 인 경우 : 과제동 (over damped)

· $s_1, s_2 = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2-1}$: 서로 다른 2개의 실근을 가지므로 비진동이다.

2) $\zeta=1$ 인 경우 : 임계진동 (critical damped)

· $s_1, s_2 = -\omega_n$: 중근(실근)을 가지므로 진동에서 비진동으로 옮겨가는 임계상태이다.

3) $\zeta<1$ 인 경우 : 부족제동 (under damped)

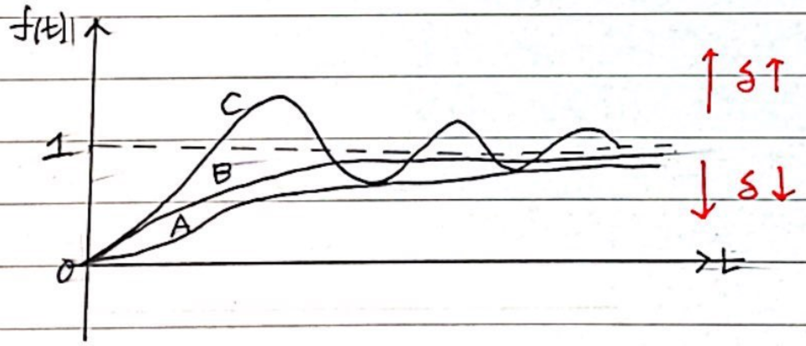
· $s_1, s_2 = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$: 공액 복소수근을 가지므로 감쇠 진동을 한다.

4) $\zeta=0$ 인 경우 : 무제동 (undamped)

sin wave가 나옴

· $s_1, s_2 = \pm j\omega_n$: 순공액 허근을 가지므로 일정한 폭으로 무한히 진동한다.

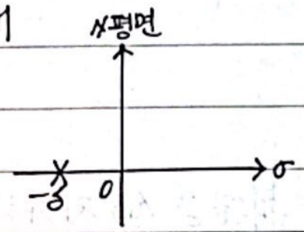
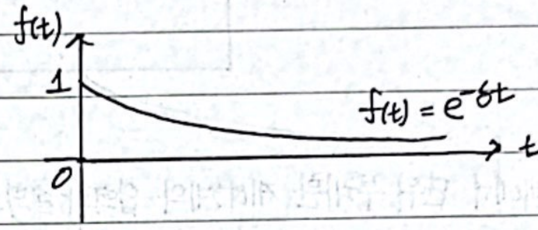
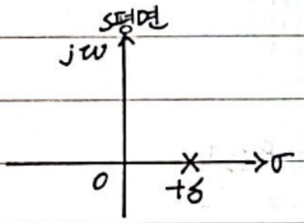
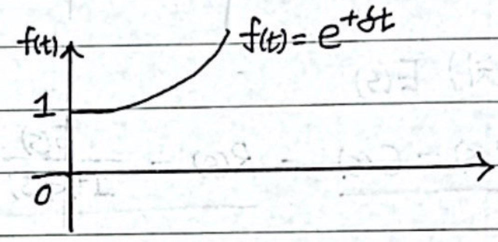
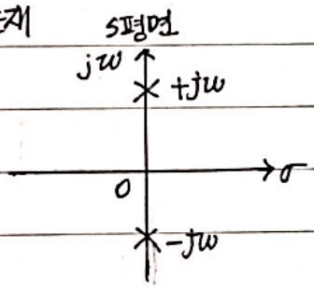
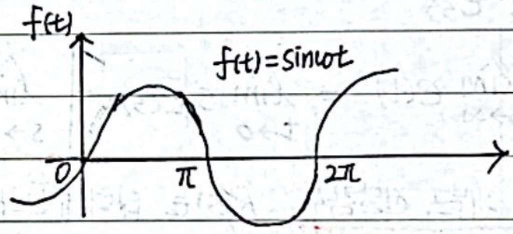
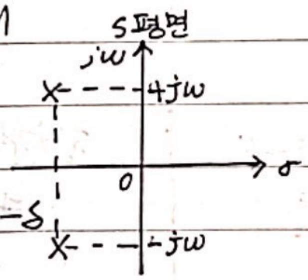
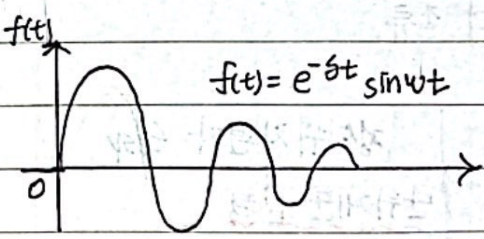
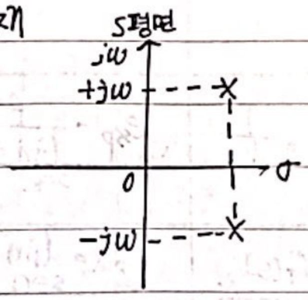
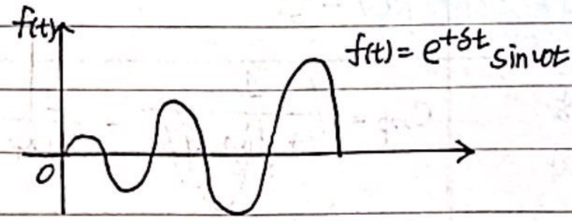
6. 제동비 (ζ)에 따른 시간응답특성곡선



1) A : $\zeta > 1$ ➡ 과제동 (비진동)
2) B : $\zeta = 1$ ➡ 임계제동 (임계제동)
3) C : $\zeta < 1$ ➡ 부족제동 (감쇠진동)

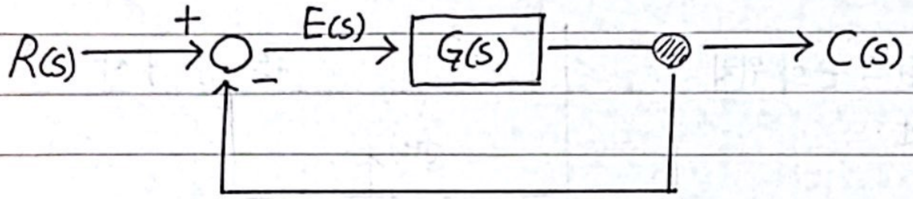
· ζ가 작을수록 overshoot는 커진다 → 불안정해진다.

4. 특성방정식 근의 위치에 따른 응답곡선

특성방정식 근의 위치	응답곡선
1. 실수축 상에존재 	
	
2. 허수축상에 존재 	
3. 좌반부에 복소근이 존재 	 감폭 진동하므로 안정하다.
4. 우반부에 복소근이 존재 	 진동이 점점 커지므로 불안정하다.

5. 특성방정식의 근이 좌반부에 존재 시 안정하며 우반부에 존재 시 불안정하다.

5. 정상편차 e_{ss}



· 정상상태에서 단위 부궤환 제어계의 입력과 출력의 편차(오차) e(t)의 최종값을 정상편차라 한다.

1. 편차 (오차) E(s)

· $E(s) = R(s) - C(s) = R(s) - \dfrac{G(s)}{1+G(s)} R(s) = \dfrac{1}{1+G(s)} R(s)$

2. 정상편차 e_{ss}

· $e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \dfrac{sR(s)}{1+G(s)}$

단. G(s)는 개루프 전달함수, R(s)는 입력 라플라스 변환.

3. 정상편차의 종류

	정상위치편차 e_{ssp}	정상속도편차 e_{ssv}	정상가속도편차 e_{ssa}
기준 입력	단위계단 입력 $r(t) = u(t) = 1$ $R(s) = \frac{1}{s}$	단위램프(속도) 입력 $r(t) = t$ $R(s) = \frac{1}{s^2}$	포물선 (가속도) 입력 $r(t) = \frac{1}{2}t^2$ $R(s) = \frac{1}{s^3}$
정상 편차	$e_{ssp} = \dfrac{1}{1+\lim_{s=0} G(s)} = \dfrac{1}{1+k_p}$	$e_{ssv} = \dfrac{1}{\lim_{s=0} sG(s)} = \dfrac{1}{K_v}$	$e_{ssa} = \dfrac{1}{\lim_{s=0} s^2G(s)} = \dfrac{1}{K_a}$
편차 상수	$k_p = \lim_{s=0} G(s)$ (위치편차 상수)	$K_v = \lim_{s=0} sG(s)$ (속도편차 상수)	$K_a = \lim_{s=0} s^2G(s)$ (가속도 편차상수)

6. 자동제어계의 형의 분류

· 제어계의 형의 분류는 개루프전달함수 GH의 원점 ($s=0$)에 있는 극점의 수로 분류

$$GH = \frac{(s+b_1)(s+b_2)(s+b_3)\cdots}{s^N(s+a_1)(s+a_2)(s+a_3)\cdots}$$

- $N=0$ ➡ 0형 제어계
- $N=1$ ➡ 1형 제어계
- $N=2$ ➡ 2형 제어계

  ⋮

7. 형의 분류에 의한 정상편차 및 편차상수

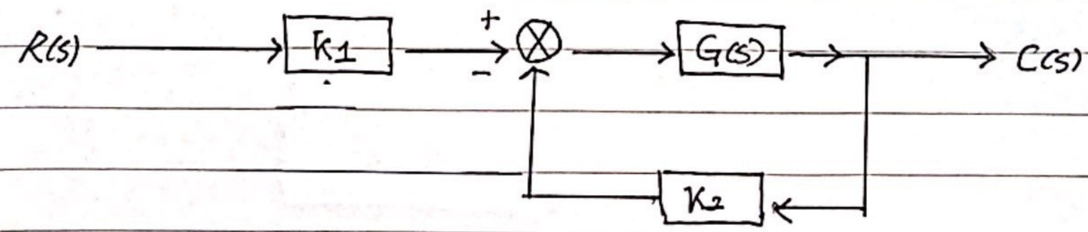
계통의 형	편차(오차) 상수			정상편차 (오차)		
	K_p	K_v	K_a	e_{ssp}	e_{ssv}	e_{ssa}
0형	k	0	0	$\frac{1}{1+k}$	∞	∞
1형	∞	k	0	0	$\frac{1}{k}$	∞
2형	∞	∞	k	0	0	$\frac{1}{k}$

8. 감도

폐루프 전달함수 $T = \frac{C(s)}{R(s)}$ 일 때, 주어진 K요소에 의한 계통의 폐루프 전달함수 T의 미분감도는

$S_K^T = \frac{K}{T} \cdot \frac{dT}{dK}$에 의해서 구한다.

ex)



NO. DATE.

위 블럭도에서 K_1에 대한 전달함수 $T=\frac{C}{R}$의 감도 $S^T_{K_1}$는 ?

1) 먼저 전달함수 T를 구하면.

$$T=\frac{C}{R}=\frac{\Sigma \text{ 전향경로이득}}{1-\Sigma \text{ 루프이득}}=\frac{K_1 G(s)}{1+G(s)K_2}$$

2) 감도 공식에 대입하면 .

$$S^T_{K_1}=\frac{K_1}{T}\cdot\frac{dT}{dK_1}=\frac{K_1}{\frac{K_1G(s)}{1+G(s)K_2}}\cdot\frac{d}{dK_1}\left(\frac{K_1G(s)}{1+G(s)K_2}\right)$$

$$=\frac{1+G(s)K_2}{G(s)}\cdot\frac{G(s)}{1+G(s)K_2}$$

$$=1$$

$\therefore S^T_{K_1}=1$