CH7. 상태방정식 및 Z-변환

NO. DATE.

1. 상태방정식

1. 상태방정식

· 계통 방정식이 n차 미분방정식일 때 이것을 n개의 1차 미분방정식으로 바꾸어서 행렬을 이용하여 표현한 것을 상태방정식이라 한다.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

A : 계수 행렬, 시스템 행렬 (n×n) 행렬
B : 제어행렬 (n×1) 행렬
x(t) : 상태변수
u(t) : 입력 벡터

(n×n) 행렬

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix}$$

(n×1) 행렬

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

여기서. x(t) : 상태벡터 , u(t) : 입력벡터 , A : 시스템(계수) 행렬 , B : 제어행렬

2. 특성방정식

1) 특성방정식 $= |sI - A| = 0$ 단, A : 계수행렬 , $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$: 단위행렬

2) 특성방정식의 근 : 고유값

3. 상태 천이 행렬

$$\phi(t) = \mathcal{L}^{-1}[(sI - A)^{-1}] = e^{At}$$

여행렬

morning glory

NO. DATE.

4. 상태천이 행렬의 성질

1) $\phi(t) = e^{At}$

2) $\phi(0) = I$ (단. I는 단위행렬)

3) $\phi^{-1}(t) = \phi(-t) = e^{-At}$

4) $\phi(t_2-t_1)\phi(t_1-t_0) = \phi(t_2-t_0)$

5) $[\phi(t)]^k = \phi(kt)$

NO. DATE.

2. Z - 변환

라플라스 변환은 연속시스템을 해석하고 불연속 시스템을 나타내는 차분 방정식이나 이산 시스템인 경우에 Z 변환을 이용하여 해석한다.

이것으로 Z 변환 정의식 이해.

1. Z 변환의 정의식 $= \sum_{K=0}^{\infty} f(KT) Z^{-K}$ 단, T: 샘플주기 , K: 샘플링 횟수

· $F(z) = z[f(t)] = \sum_{t=0}^{\infty} f(t) Z^{-1}$ 단, $t = 0, 1, 2 \cdots$

2. $f(t)$, $F(s)$, $F(z)$의 비교

시간함수 $f(t)$	라플라스변환 $F(s)$	Z변환 $F(z)$
$\delta(t)$	1	1
$u(t) = 1$	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$

3. Z 변환의 초기값 정리

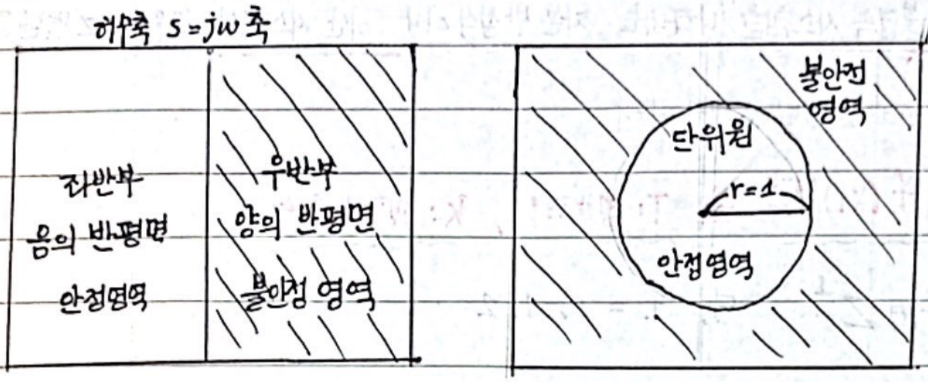
· $\lim_{t=0} f(t) = \lim_{z=\infty} F(z)$

4. Z 변환의 최종값 정리

· $\lim_{t=\infty} f(t) = \lim_{z=1} (1-z^{-1}) F(z)$

NO. DATE.

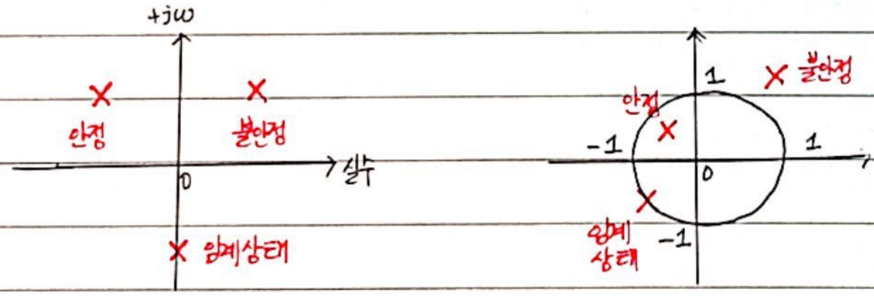
5. 복소평면 (s-평면)과 z-평면의 안정판별 비교



[s-평면]   [z-평면] ⟶ z 평면은 단위원을 가지고 안정판별을 수행

구간 \ 구분	s-평면	z-평면
안정	좌반 평면 (음의 반평면)	단위원 내부, $\lvert z\rvert < 1$
임계 안정	허수축	단위 원주상 (단위원에 걸쳐있는 것) $\lvert z\rvert = 1$
불안정	우반평면 (양의 반평면)	단위원 외부, $\lvert z\rvert > 1$

ex)



morning glory