☆CH5. 안정도 판별법

NO. DATE.

1. 안정 필요조건

특성방정식이 다음 조건을 만족할 경우 안정할 수도 있으며 이 조건을 만족하는 경우에 안정도 판별법을 적용하여 안정·불안정 여부를 결정해준다.

1. 특성방정식의 모든 차수가 존재하여야 한다.

2. 특성방정식의 부호변화가 없어야 한다.

ex) 불안정 (부호 변화)

· $s^3+2s^2-5s-6=0$

· $s^3+2s+5=0$

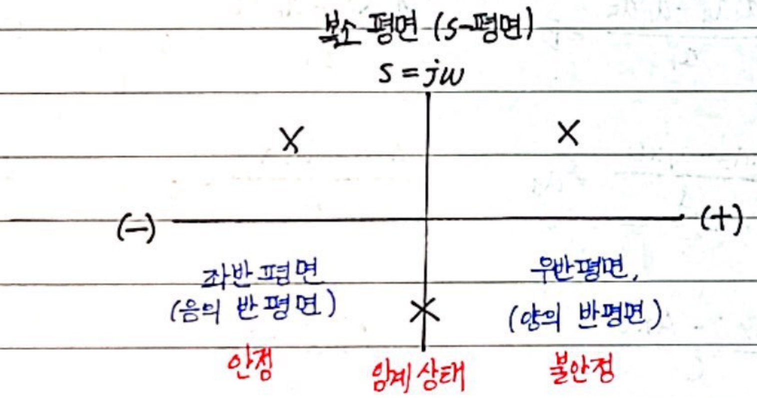
불안정 (모든 차수 ×)

· $s^3+2s^2+5s+2=0$

→ 필요조건을 갖춤

2. 복소평면 (s-평면)에 의한 안정판별

복소평면 좌반평면(음의 반평면)에 특성방정식의 근(극점)이 존재 시 제어계는 안정하고 우반평면(양의 반평면)에 특성방정식의 근(극점)이 존재하면 불안정하게 되며 허수축에 존재 시 임계상태가 된다.



NO. DATE.

3. Routh 수열에 의한 안정판별

특성방정식 $= a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s^1 + a_5 = 0$

1. Routh 수열 작성법

1) 1단계 : 특성방정식의 계수를 다음과 같이 두 줄로 나열한다.

$$\begin{matrix} a_0 & a_2 & a_4 & 0 & 0 & \cdots & \cdots \\ a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 & \cdots & \cdots \end{matrix}$$

2) 2단계 : 다음 표와 같은 Routh 수열을 계산하여 만든다.

	1열			
s^5	a_0	a_2	a_4	0
s^4	a_1	a_3	a_5	0
s^3	$\frac{a_1a_2-a_0a_3}{a_1}=A$	$\frac{a_1a_4-a_0a_5}{a_1}=B$	$\frac{a_1\times0-a_0\times0}{a_1}=0$	0
s^2	$\frac{Aa_3-a_1B}{A}=C$	$\frac{Aa_5-a_1\times0}{A}=a_5$	$\frac{A\times0-a_1\times0}{A}=0$	0
s^1	$\frac{BC-Aa_5}{C}=D$	$\frac{C\times0-A\times0}{C}=0$	$\frac{C\times0-A\times0}{C}=0$	0
s^0	$\frac{Da_5-C\times0}{D}=a_5$	0	0	0

☆* Routh 수열 변형

특성방정식 $= as^3 + bs^2 + cs + d = 0$, 특성방정식이 3차로 주어질 경우

- $bc > ad$ 인 경우 : 안정
- $bc < ad$ 인 경우 : 불안정
- $bc = ad$ 인 경우 : 임계상태

2. 안정판별

1) 제 1열의 부호변화가 없다 : 안정

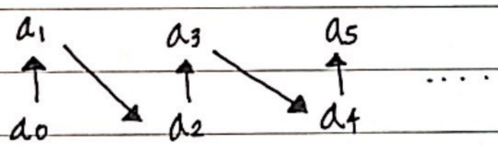
2) 제 1열의 부호변화가 있다 : 불안정

3) 제 1열의 부호변화의 수 : 불안정한 근의 수 또는 복소평면 (s-평면) 우반평면 (양의 반평면) 에 존재하는 근의 수

4. Hurwitz 안정판별법

이 방법은 특성방정식의 계수로 만들어지는 행렬식에 의하여 판별한다. 모든 근이 좌반평면에 존재하려면 Hurwitz 행렬식 D_k $(k=1, 2, \cdots, n)$ 가 모든 k에 대하여 정(+)의 값을 가져야하며 제어계는 안정하다.

1). 계수를 다음과 같이 두줄로 나열한다.



2) 하부에서 상부로 계수가 $a_0 \to a_1 \to a_2 \to a_3 \cdots$ 의 순서가 되도록 나열한다.

3). 행렬식에서 n보다 크거나 0보다 작은 인덱스는 0으로 대치한다.

특성방정식 $= a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s^1 + a_4 = 0$

$D_1 = a_1$ $\qquad$ $D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}$

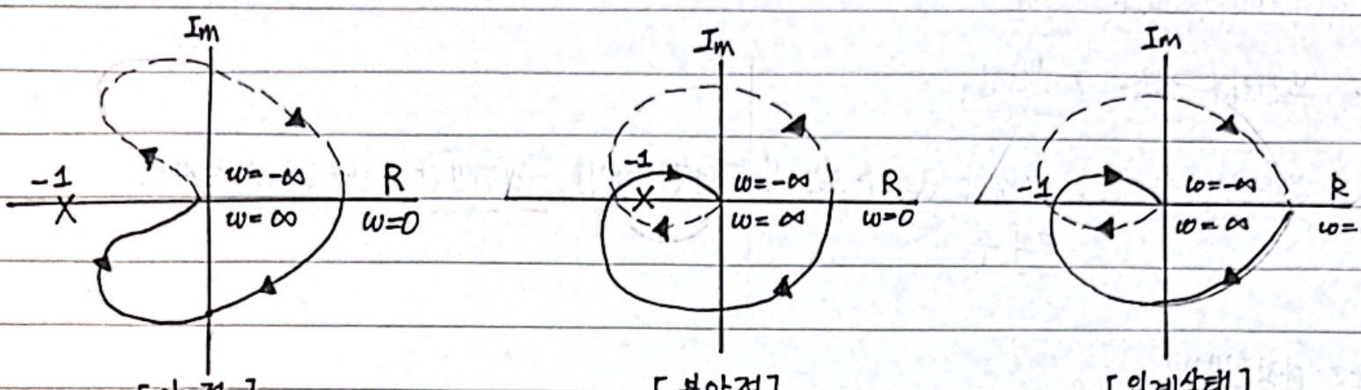
$D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}$ $\qquad$ $D_4 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & a_4 \end{vmatrix}$

D_1, D_2, D_3, D_4 값이 모두 정(+) 일 때 제어계는 안정하다.

NO. DATE.

5. Nyquist 선도 안정 판별

1. 안정 판별법

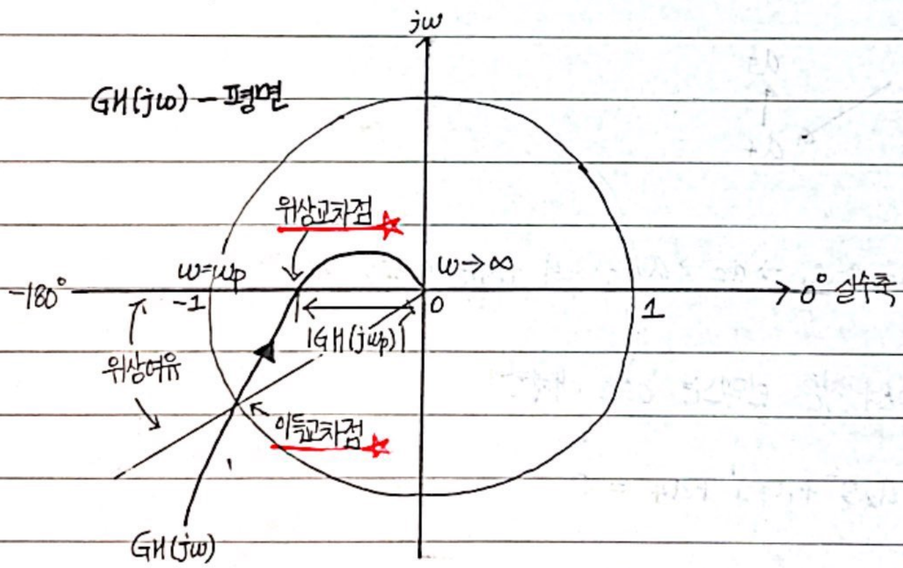


[안 정] [불안정] [임계상태]

반시계 방향은 반대

자동제어계의 개루프 전달함수 $G(s)H(s)$의 나이퀴스트 선도가 시계방향으로 ω가 증가하는 방향으로 따라갈 때 $(-1, j0)$점이 나이퀴스트 선도 왼쪽에 있으면 안정하고 오른쪽에 있으면 불안정하다.

2. 이득여유 G.M [dB] 및 위상여유 P.M



[극좌표계에서 이득여유 및 위상여유]

위 그림은 Nyquist 선도가 부의 실수축을 자르는 $GH(j\omega)$의 크기를 $|GH(j\omega)|$ 일 때 부의 실수축 $(-180°)$과의 교차점을 위상교차점이라 하며 Nyquist 선도가 $(-1, j0)$점을 지나는 단위원과의 교차점을 이득교차점 이라 한다.

NO. DATE.

1) 이득 여유

개루프 전달함수 GH가 2차 방정식으로 주어질 때 $\omega_p = \omega = 0$

- $G.M = 20\log_{10} \frac{1}{|GH(j\omega)|}\Big|_{\omega=\omega_p}$ [dB], 여기서 ω_p는 허수부가 0이되는 ω값

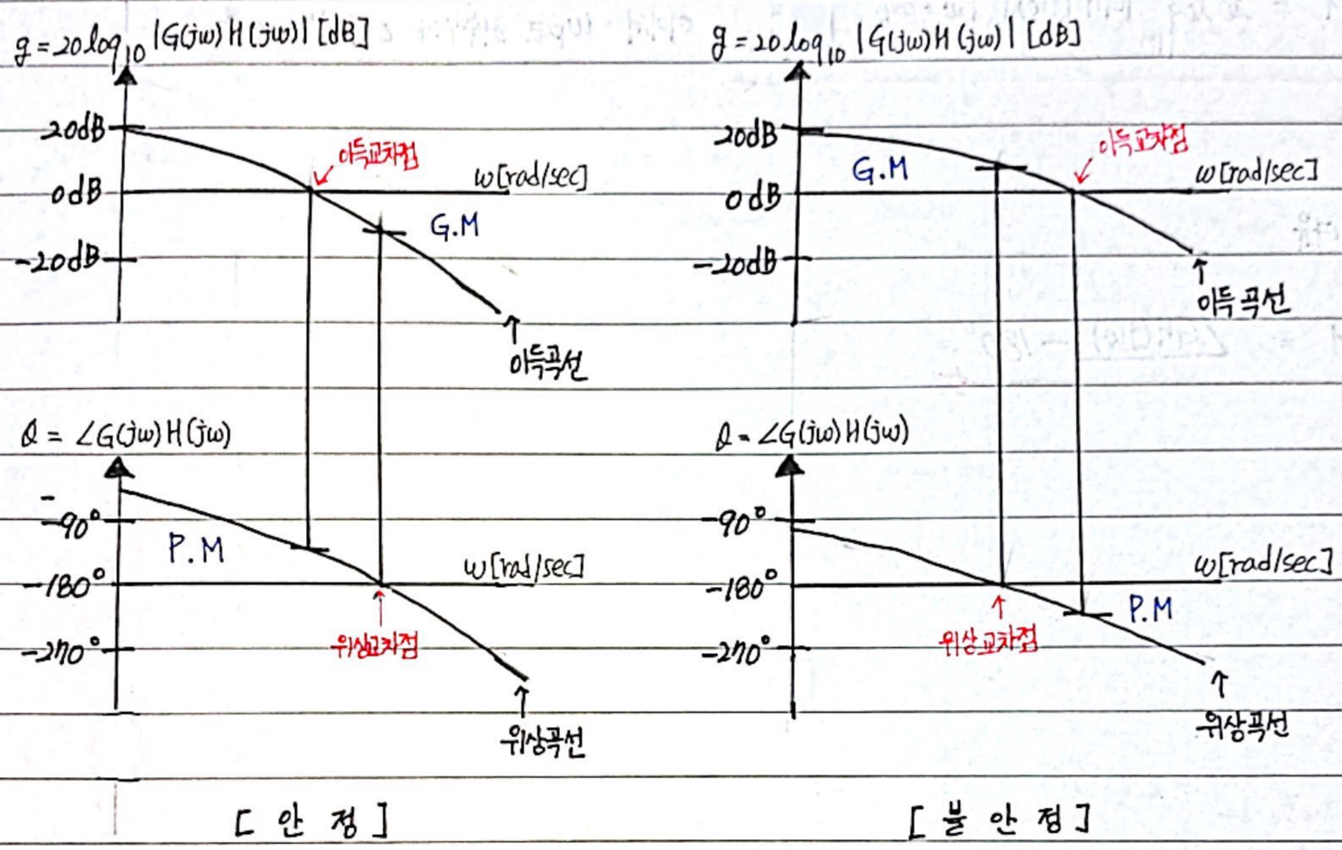
2) 위상 여유

- $P.M = \angle GH(j\omega) - 180^\circ$

morning glory

NO. DATE.

3. 보드 도면에서의 안정판별



1) 위상교차점 (-180°) 에서의 GH(jω)의 이득값을 이득여유라 하며 크기가 이득 g[dB]이 음수이면 이득 여유 G.M[dB]는 양수이고, 계는 안정하다. 즉 이득여유는 0[dB]축 아래쪽에서 측정된다.
이득여유를 0[dB]축 위쪽에서 읽게되면 이득 g[dB]이 양수이며 이득여유 G.M[dB]는 음수가 되고 계는 불안정 하다.

2) 이득교차점 (0[dB]) 에서 GH(jω)의 위상을 위상여유라 하며 -180°보다 위쪽에서 측정되면 위상여유가 양수이고 계는 안정하다. -180° 아래에서 위상 여유가 구해지면 위상여유는 음수이고 계는 불안정하다.

* 정리

✻ 이득 g < 0 이득여유 G.M > 0 위상여유 P.M > 0 } 안정	g ↑ 불안정해진다. G.M ↑ P.M ↑ 안정해진다.	✻ 이득 g > 0 이득 여유 G.M < 0 위상 여유 P.M < 0 } 불안정