CH4. 주파수응답

NO. DATE.

1. 주파수응답 (출력)

· 전달함수 $G(s)$인 요소에 주파수 $j\omega$의 정현파 입력 $x(t)$을 가했을 때 제어계의 정상상태 응답을 주파수응답이라 한다.

1. 주파수 전달함수

전달함수 $G(s)$에서 s대신 $j\omega$로 바꾸어 놓은 함수 $G(j\omega)$를 주파수 전달 함수라고 한다.

1) 주파수 전달함수

· $G(j\omega) = a + jb =$ 실수부 + 허수부 → 복소수 형태

2) 주파수 전달함수의 크기 (진폭비)

· $|G(j\omega)| = \sqrt{(\text{실수부})^2 + (\text{허수부})^2} = \sqrt{a^2+b^2}$

3) 주파수 전달함수의 위상차

· $\theta = \angle G(j\omega) = \tan^{-1}\frac{\text{허수}}{\text{실수}} = \tan^{-1}\frac{b}{a}$

4) $j = 90°$, $\frac{1}{j} = -j = -90°$

ex) $G(s) = \frac{1}{Ts+1}$ (1차지연요소에 대한전달함수)

분모는 실수 + 허수 형태이므로 복소수

분자는 실수부 하나 밖에 없으므로 그자체가 크기

→ $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T}$

① 크기 : $|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1^2+(\omega T)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}$

② θ : $\theta = -\tan^{-1}\frac{\omega T}{1} = -\tan^{-1}\omega T$

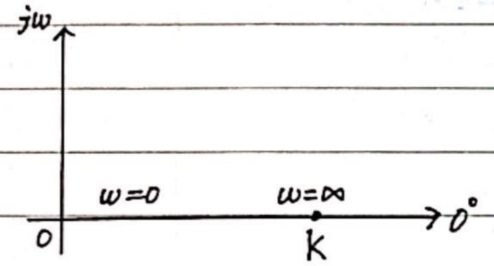
$\frac{1}{j} = -j = -90°$ 이므로 j가 분모에 있으므로 항상 부호 고려

morning glory

2. 벡터궤적 : (나이퀴스트 선도)

· 주파수 ω를 0에서 ∞까지 변화시킬 때 주파수 전달함수 $G(j\omega)$의 크기 $|G(j\omega)|$의 변화와 위상각 θ의 변화를 극좌표에 그린 것을 벡터궤적 (나이퀴스트 선도)라 한다.

1. 비례요소 전달함수 벡터궤적 그리는 법



비례요소전달함수, s가 안붙어 있음.

· $G(s) = K$에서 $s = j\omega$를 대입하면 $G(j\omega) = K$

1) $\omega = 0$:

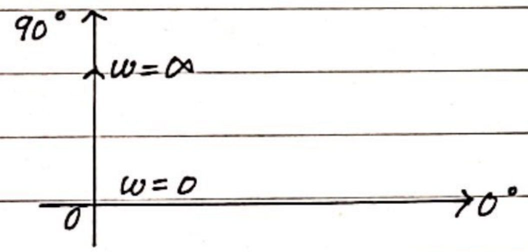
$|G(j0)| = K$, $\theta = 0°$

2) $\omega = \infty$:

$|G(j\infty)| = K$, $\theta = 0°$

→ ω에 영향을 받지 않음

2. 미분요소전달함수 벡터궤적 그리는 법



미분요소전달함수, s가 하나만 붙어있음

· $G(s) = Ts$에서 $s = j\omega$를 대입하면 $G(j\omega) = j\omega T$

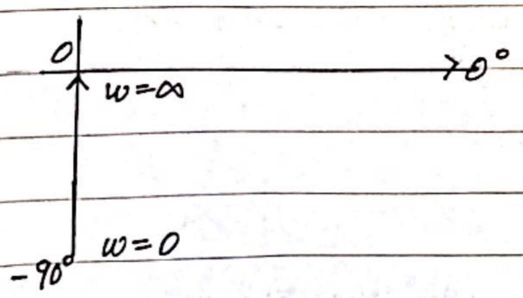
1) $\omega = 0$:

$|G(j0)| = 0$, $\theta = 0°$

2) $\omega = \infty$:

$|G(j\infty)| = \infty$, $\theta = 90°$

3. 적분요소전달함수 벡터궤적 그리는 법



적분요소전달함수, s가 분모에 하나만 붙어있음.

· $G(s) = \dfrac{1}{Ts}$에서 $s = j\omega$를 대입하면 $G(j\omega) = \dfrac{1}{j\omega T}$

1) $\omega = 0$:

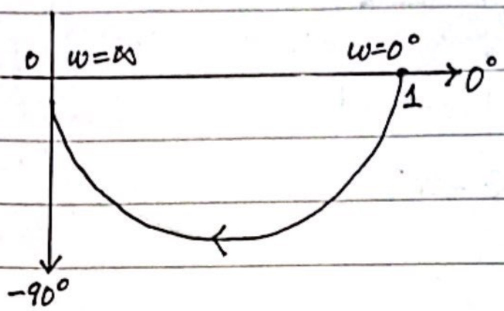
$|G(j0)| = \infty$, $\theta = -90°$

2) $\omega = \infty$:

$|G(j\infty)| = 0$, $\theta = 0°$

NO. DATE.

4. 1차 지연요소의 전달함수 벡터궤적 그리는 법



1차 지연요소의 전달함수, 분모에 1차 방정식이 들어 있음

· $G(s) = \dfrac{1}{1+Ts}$ 에서 $s = j\omega$를 대입하면 $G(j\omega) = \dfrac{1}{1+j\omega T}$

1) $\omega = 0$:

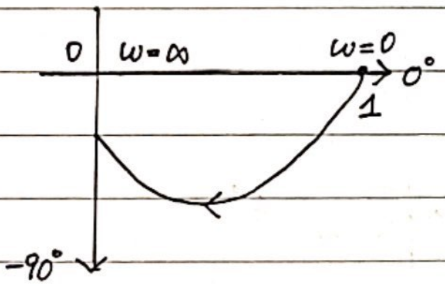
$|G(j0)| = 1, \ \theta = 0^\circ$

2) $\omega = \infty$:

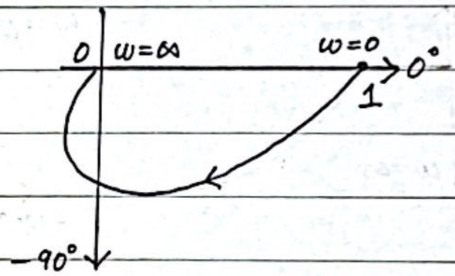
$|G(j\omega)| = 0, \ \theta = -90^\circ$

5. 형에 따른 벡터궤적

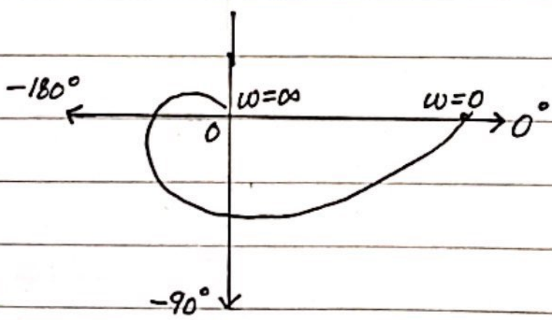
1) 0형 제어계



$G(s) = \dfrac{1}{1+T_1 s}$



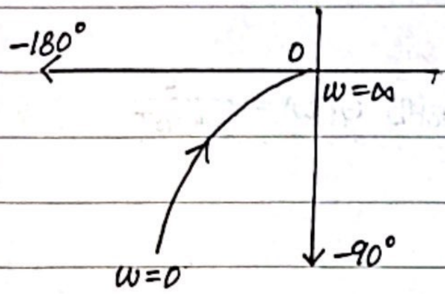
$G(s) = \dfrac{1}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$



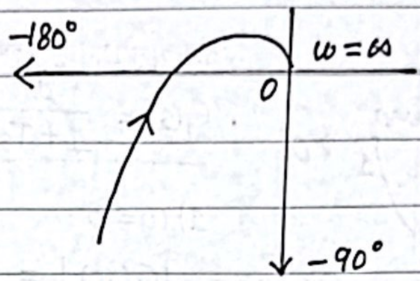
$G'(s) = \dfrac{1}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)(1+T_3 s)}$

morning glory

2) 1형 제어계

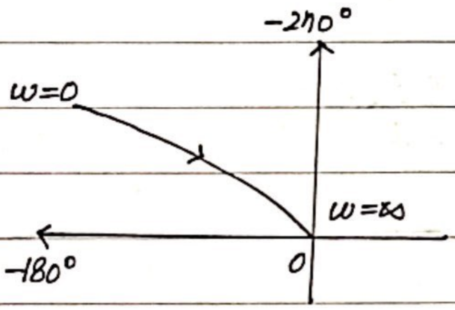


$$G(s) = \frac{1}{s(1+T_1 s)}$$

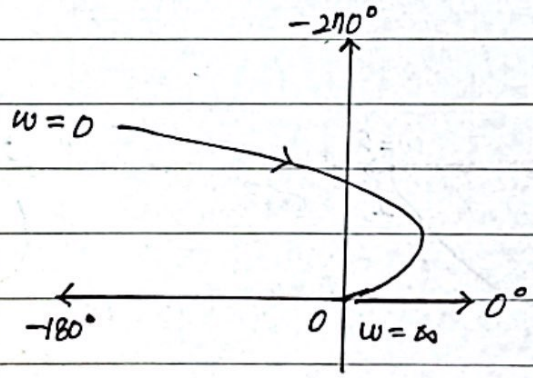


$$G(s) = \frac{1}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$$

3) 2형 제어계



$$G(s) = \frac{1}{s^2(1+T_1 s)}$$



$$G(s) = \frac{1}{s^2(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$$

NO. DATE.

3. 보드선도

· 보드선도는 이득 $|G(j\omega)|$와 위상각 $\angle G(j\omega)$로 나누어 각각 주파수 ω의 함수로 표현한 것.

즉 횡축에 주파수 ω를 대수 눈금으로 취하고. 종축에 이득 $|G(j\omega)|$의 데시벨 [dB] 값, 혹은 위상각을 취하여 표시한 이득곡선과 위상곡선으로 구성된다.

1. 이득 및 위상

1) 전달함수 $G(s) = G(j\omega)$

2) 이득 $g = 20\log_{10}|G(j\omega)|$ [dB]

3) 위상 $\theta = \angle G(j\omega)$

2. 이득 변화 및 위상변화

· 이득 공식 $g = 20\log_{10}|G(j\omega)|$ [dB]을 이용하여 이득을 구한 후 ω값은 0, 1, 1, 10 …의 10배수 값을 대입하여 나온 식을 통해 기울기 (변화)를 구하면 된다.

1) $G(s) = s^n = (j\omega)^n$

① 이득변화 $g = 20n$ [dB/dec]

② 위상변화 $\theta = 90°n$

2) $G(s) = \frac{1}{s^n} = s^{-n} = (j\omega)^{-n}$

① 이득변화 $g = -20n$ [dB/dec]

② 위상변화 $\theta = -90°n$

NO. DATE.

3. 절점주파수

· 전달함수의 실수부와 허수부가 같아지는 ω [rad/sec]를 구한다.

ex) $G(j\omega) = \frac{1}{1+2j\omega}$ 의 절점주파수

$1 = 2\omega$ 이므로 $\omega = \frac{1}{2} = 0.5$ rad/sec