

Stochastik

Serie 6

Aufgabe 6.1

Das Pharmaunternehmen Life Co. hat ein neues Medikament zur Bekämpfung von ADHS entwickelt. Um die Wirksamkeit festzustellen, wurde das Medikament mit $n = 10$ Patienten getestet. Die derzeitige Standardmethode zeigt bei 30 % der behandelten Patienten eine Wirkung.

- Angenommen, das neue Medikament ist genauso wirksam wie die Standardmethode, wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Behandlung bei genau 2 Patienten eine Wirkung zeigt? Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie bei höchstens 2 Patienten eine Wirkung zeigt?
- Die Behandlung mit dem neuen Medikament war bei 4 Patienten erfolgreich. Führen Sie einen einseitigen Hypothesentest durch, um festzustellen, ob das neue Medikament wirksamer ist als die Standardmethode (auf dem Signifikanzniveau von 5 %). Geben Sie explizit alle Schritte an.

Aufgabe 6.2

In einer medizinischen Pilotstudie sprachen 5 von 16 Patienten auf eine *neue* Behandlung an. Die Ansprechwahrscheinlichkeit auf die *Standardbehandlung* wird mit 15 % angegeben. Ist die neue Behandlung der Standardbehandlung überlegen?

- Formulieren Sie die Null- und die Alternativhypothese und führen Sie den Test auf dem 5 %-Niveau durch.
- Betrachten Sie den Test von Aufgabe a). Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Nullhypothese verworfen wird, wenn die Ansprechwahrscheinlichkeit auf die neue Behandlung 30 % ist?

Aufgabe 6.3

(„Qualitätskontrolle von Schrauben“) Ein Hersteller von Schrauben garantiert seinen Kunden, dass der Anteil minderwertiger Schrauben signifikant kleiner als 10 % ist. Zwecks Qualitätssicherung entnimmt er einer grossen Lieferung eine zufällige Stichprobe im Umfang von fünfzig Schrauben. Es stellt sich heraus, dass von diesen fünfzig Schrauben 3 minderwertig sind. Für den Hersteller ergibt sich nun das Problem:

Kann er aufgrund der gezogenen Stichprobe tatsächlich beruhigt davon ausgehen, dass der Anteil minderwertiger Schrauben in der ganzen Lieferung wirklich signifikant kleiner als 10 % ist (bei einem Anteil von 10 % minderwertiger Schrauben sind die Qualitätsstandards nicht mehr erfüllt). Führen Sie einen Hypothesentest auf dem Signifikanzniveau 5 % durch. Lösen Sie damit das Problem des Herstellers.

Aufgabe 6.4

Die low-cost Fluggesellschaft „Air-Patatrack“ verkauft (wie auch viele andere Fluggesellschaften) mehr Flugtickets pro Flug als Sitze im betreffenden Flugzeug vorhanden sind (so genanntes „overbooking“). Grund für dieses Vorgehen ist, dass Kunden oft kurzfristig auf die Reise verzichten. Air-Patatrack schätzt, dass 90 % der gebuchten Tickets benutzt werden.

- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass von vier Personen, genau eine die Reise nicht antritt?

Für den Flug Zürich-Agno benutzt die Gesellschaft ein „Beechcraft C12-J“ mit 26 Passagierplätzen. Für den nächsten Flug sind 28 Plätze gebucht.

- b) Welche Verteilung besitzt die Anzahl der Personen, die den Flug antreten möchten? Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz dieser Verteilung.
- c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass nicht alle Passagiere Platz im Flugzeug finden?

Für die Flüge Zürich-Johannesburg benutzt die Air-Patatrack einen Airbus A380 mit 853 Sitzplätze. Für solche Flüge werden 890 Tickets verkauft. Von 890 Personen, die den Flug am 05.08 reserviert haben, sind nur 875 am Flughafen erschienen. Ist die Annahme, dass 90 % der gebuchten Tickets benutzt werden angesichts dieser Daten plausibel?

- d) Führen Sie einen zweiseitigen Test auf dem 5 % Niveau durch. Geben Sie die Null- und die Alternativhypothese, die Teststatistik sowie den Testentscheid an.

Aufgabe 6.5

Das Format eines Fernsehquiz sieht vor, dass ein Kandidat 50 kurz aufeinanderfolgende (und ganz verschiedene) Fragen gestellt bekommt und bei jeder Frage 4 Antworten zur Auswahl stehen, von denen genau eine richtig ist. Uns interessiert die Anzahl richtig beantworteter Fragen. Wir nehmen zunächst an, dass der Kandidat die Antworten zu diesen Fragen gar nicht kennt und zufällig antwortet, sowie, dass seine Antworten zu verschiedenen Fragen unabhängig voneinander sind.

- a) Mit welcher Verteilung kann man dann die Anzahl richtiger Antworten beschreiben? (Verteilungsfamilie und Parameter angeben)
- b) Welches sind in diesem Fall Erwartungswert und Varianz der Anzahl richtiger Antworten?
- c) Der Kandidat beantwortet genau 15 der 50 Fragen richtig. Kann man auf dem 5 %-Signifikanzniveau ausschliessen (verwerfen), dass er geraten hat, anstatt tatsächlich etwas zu wissen? Schreiben Sie dazu in Formeln Null- und Alternativhypothese, die Teststatistik und den Verwerfungsbereich auf, und geben Sie die Entscheidung des Tests an.

Kurzlösungen einzelner Aufgaben

A 6.1:

a) 0.23 und 0.38

b) $K = [6, 10]$

A 6.2:

a) $K = [6, 16]$

b) 0.340

A 6.3: $K = \{0, 1\}$

A 6.4:

a) 0.2916

c) 0.215154

b) $E[X] = 25.2$, $\text{Var}(X) = 2.52$

d) $K = [0, 782] \cup [819, 890]$

A 6.5:

b) $E(X) = 12.5$ und $\text{Var}(X) = 9.375$.

c) $K = [19, 50]$