## Введение в дискретную оптимизацию. Осень 2010. Экзаменационные вопросы.

- 1. Сформулируйте общую постановку задачи оптимизации. Сформулируйте задачу о назначениях.
- 2. Дайте определение гамильтонова цикла в графе. Сформулируйте задачу коммивояжёра.
- 3. Приведите схему алгоритма локального поиска.
- 4. Докажите что алгоритм локального поиска при использовании 2-окрестностей в задаче коммивояжёра не гарантирует нахождение глобального минимума.
- 5. Сформулируйте задачу об остовном дереве минимального веса. Приведите алгоритм, решающий эту задачу.
- 6. Дайте определение матроида. Приведите хотя бы три примера матроидов. Сформулируйте теорему об оптимальности жадного алгоритма на матроиде.
- 7. Докажите теорему об оптимальности жадного алгоритма на матроиде.
- 8. Докажите лемму об изолировании.
- 9. Дайте определения классов RP, со-RP, ZPP, BPP. Докажите вложенность класса ZPP в RP и в со-RP.
- 10. Приведите вероятностный алгоритм проверки совпадения n-битовых строк с помощью пересылки  $O(\log n)$  битов.
- 11. Докажите лемму Шварца—Зиппеля.
- 12. Приведите алгоритм проверки существования совершенного паросочетания в двудольном графе. Докажите его корректность.
- 13. Приведите параллельный вероятностный алгоритм нахождения совершенного паросочетания в графе. Докажите его корректность.
- 14. Что такое приближающий алгоритм?
- 15. Сформулируйте метрическую задачу коммивояжёра и алгоритм Кристофидеса для приближённого решения этой задачи.
- 16. Докажите, что алгоритм Кристофидеса для метрической задачи коммивояжёра даёт решение не более чем в полтора раза превосходящее по весу оптимальное.
- 17. Сформулируйте евклидову задачу коммивояжёра. С какой точностью решение этой задачи можно приблизить полиномиальным алгоритмом?
- 18. Почему при построении приближающего алгоритма для евклидовой задачи коммивояжёра можно рассматривать только целочисленные координаты точек в квадрате со стороной  $n^2$ ?
- 19. Алгоритм для евклидовой задачи коммивояжёра: что такое «портал», почему достаточно рассматривать гамильтоновы циклы, пересекающие каждый портал не более двух раз?
- 20. Приведите приближающий алгоритм для евклидовой задачи коммивояжёра. (Доказывать корректность работы алгоритма не требуется.)
- 21. Дайте определение симметрических элементарных и ньютоновых многочленов. Чему равно их произведение в терминах функций  $f_k^m$ ?

- 22. Как быстро решать систему уравнений с верхнетреугольной матрицей?
- 23. Приведите алгоритм Чанского вычисления определителя матрицы.
- 24. Докажите корректность алгоритма Чанского.
- 25. Приведите способ построения схем полилогарифмической глубины для выполнения сложения.
- 26. Приведите способ построения схем полилогарифмической глубины для выполнения умножения.
- 27. Приведите общую схему генетического алгоритма.
- 28. Приведите общую схему «муравьиного» алгоритма.
- 29. Сформулируйте задачу целочисленного линейного программирования. Докажите корректность ограничений Таккера для формулировки задачи коммивояжёра в терминах ЦЛП.
- 30. В чём состоят методы отсекающей гиперплоскости, и ветвей и границ для решения задач ЦЛП?
- 31. Приведите онлайновый алгоритм GREEDY для задачи построения многопроцессорного расписания. Докажите, что общая длительность расписания, выдаваемого алгоритмом, не более, чем в два раза превосходит минимально возможную.
- 32. Что такое онлайновый алгоритм? Сформулируйте задачи построения расписания и балансировки нагрузки, а также алгоритмы IMBALANCE и ROBIN HOOD для их решения.