

1. Решение дискретной задачи как вычисление набора булевых функций. Схемы из функциональных элементов (алгоритм \rightarrow последовательность схем). Базисы B_0 и B_2 . Эквивалентность базисов с точки зрения порядка роста размера и глубины схем. Меры сложности схем: размер и глубина, связь глубины и времени вычисления ответа схемой. Оценки глубины схем, построенных по формулам, через их размер. Классы NC и AC.
2. Сложность «самых сложных функций» от n аргументов. Верхняя оценка числа схем с данным числом входов и данной сложностью. Нижняя асимптотическая оценка $\frac{2^n}{n}$ (мощностной метод — если сложность маленькая, то схем не хватит). Эффект Шеннона: почти все функции сложны. Замечание о гигантской разнице между известными оценками для почти всех функций и нижними оценками для конкретных функций.
3. Асимптотически оптимальная схема для дешифратора (индукция \rightarrow трюк meet-in-the-middle). Оптимальная схема для универсального многополюсника (произвольная схема \rightarrow топологическая сортировка \rightarrow устранение дублирования). Формула разложения булевой функции по нескольким переменным. Верхняя оценка сложности самой сложной функции $10 \cdot \frac{2^n}{n}$.
4. Параллельное вычисление префиксов «произведения» n элементов для ассоциативной операции. Применения: построение схем логарифмической глубины для сравнения и сложения чисел.
5. Вычитание (дополнительный код), умножение (3-2 трюк), деление (метод Ньютона).
6. Вычисление определителя и обращение матриц в классе NC: алгоритм Чанского.
7. Схема субквадратичного размера для умножения чисел: алгоритм Карацубы—Оффмана. Аналогичное применение подхода «разделяй и властвуй» в умножении матриц: алгоритм Штрассена.
8. Теорема Липтона—ДеМилло—Шварца—Зиппеля (лемма Шварца—Зиппеля).
9. Лемма об изолировании (теорема Малмали—Вазирани—Вазирани).
10. Классы RP, co-RP и ZPP. Равенство $RP \cap co-RP = ZPP$. Применение леммы Шварца—Зиппеля в задаче о существовании совершенного паросочетания (вычисление определителя матрицы смежности двудольного графа).
11. Вероятностный параллельный алгоритм нахождения совершенного паросочетания в двудольном графе.
12. Дискретное преобразование Фурье. Связь с задачей умножения многочленов. Замечание о применении в обработке сигналов. Алгоритм быстрого преобразования Фурье.
13. Одно применение систем линейных уравнений: визуализация графов с помощью теоремы Татта о «пружинной укладке».
14. Применение линейного программирования в задаче о покрытии. Простое округление в задаче о взвешенном вершинном покрытии графа.
15. Граница Плоткина. Матрицы Адамара (+ набросок доказательства теоремы Адамара). Использование матриц Адамара для построения кодов, на которых достигается граница Плоткина.
16. Применение теории групп в информатике. Теорема Баррингтона о построении BDD константной ширины по булевой формуле с полиномиальным ростом сложности.