



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΕΣ #1,#2,#3,#4

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

7^ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Όνομα: Αφορόζη Θωμάς
Α.Ε.Μ.: 9291
taforozi@ece.auth.gr

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2020

Περιεχόμενα

1	Εργασία #1: Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων	3
1.1	Αναλυτική Σχεδίαση φίλτρου	3
1.1.1	Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς	3
1.1.2	Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς	5
1.1.3	Ρύθμιση Κέρδους	7
1.2	Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB	9
1.3	Υλοποίηση του κυκλώματος του φίλτρου στο MULTISIM	13
2	Εργασία #2: Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων	20
2.1	Αναλυτική Σχεδίαση φίλτρου	20
2.1.1	Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς	20
2.1.2	Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς	23
2.1.3	Ρύθμιση Κέρδους	25
2.2	Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB	28
2.3	Υλοποίηση του κυκλώματος του φίλτρου στο MULTISIM	32
3	Εργασία #3: Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων	40
3.1	Αναλυτική Σχεδίαση φίλτρου	40
3.1.1	Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς	40
3.1.2	Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς	44
3.1.3	Ρύθμιση Κέρδους	48
3.2	Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB	50
3.3	Υλοποίηση του κυκλώματος του φίλτρου στο MULTISIM	54
4	Εργασία #4: Σχεδίαση Ανωδιαβατών φίλτρων	62
4.1	Αναλυτική Σχεδίαση φίλτρου	62
4.1.1	Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς	62
4.1.2	Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς	63
4.1.3	Ρύθμιση Κέρδους	65
4.2	Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB	67
4.3	Υλοποίηση του κυκλώματος του φίλτρου στο MULTISIM	72

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ

1 Εργασία #1: Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων

ΚΑΤΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV

Να σχεδιαστεί ένα κατωδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev, το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης:

$$f_p = 1.1 \cdot (3 + m) = 4400 \text{ Hz} \rightarrow \omega_p = 2.7646 \cdot 10^4 \text{ rad/sec}$$
$$f_s = 1.7 \cdot f_p = 7480 \text{ Hz} \rightarrow \omega_s = 4.6998 \cdot 10^4 \text{ rad/sec}$$

και

$$a_{max} = 0.25 \text{ dB}, \quad a_{min} = 28 \text{ dB}$$

1.1 Αναλυτική Σχεδίαση φίλτρου

1.1.1 Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό χρησιμοποιούμε τον τύπο (9-137):

$$n = \frac{\cosh^{-1} [(10^{a_{min}/10} - 1)/(10^{a_{max}/10} - 1)]^{1/2}}{\cosh^{-1}(\frac{1}{\Omega_p})}$$

Θα κανονικοποιήσουμε τώρα τις συχνότητες σε σχέση με την ω_s ($\Omega_s = 1$), άρα θα έχουμε:

$$\Omega_p = \frac{\omega_p}{\omega_s} = \frac{27646}{46998} = 0.5882 \text{ rad/s}$$
$$\Omega_s = 1 \text{ rad/s}$$

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας στον τύπο προκύπτει $n = 4.7443$. Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος, στρογγυλοποιούμε στον αμέσως επόμενο ακέραιο. Δηλαδή:

$$\underline{\mathbf{n = 5}}$$

Θα υπολογίσουμε τώρα τη συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο (9-139):

$$\omega_{hp} = \omega_0 = \frac{1}{\cosh \left[\frac{1}{n} \cosh^{-1} \left(\frac{1}{\epsilon} \right) \right]}$$

όπου:

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{a_{min}} - 1}} = 0.0398$$

Με τον τύπο του ϵ που επιλέξαμε για τον υπολογισμό της συχνότητας ημίσειας ισχύος θα έχουμε την προδιαγραφή απόσβεσης (a_{min}) να καλύπτεται οριακά στη συχνότητα αποκοπής, ενώ η προδιαγραφή απόσβεσης (a_{max}) θα υπερκαλύπτεται στη συχνότητα διόδου.

Έτσι λοιπόν έπειτα από αντικατάσταση θα έχουμε ότι η συχνότητα ημίσειας ισχύος ω_0 είναι:

$$\omega_0 = \omega_{hp} = 0.7561 \text{ rad/s} < 1$$

Η συχνότητα αυτή είναι κανονικοποιημένη ως προς τη συχνότητα ω_p . Επομένως, η πραγματική συχνότητα ημίσειας ισχύος είναι:

$$\Omega_{hp} = \omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_{hp} = 2 \cdot \pi \cdot \Omega_{hp} \cdot f_p = 3.3267 \cdot 10^3 \text{ rad/sec}$$

Στη συνέχεια με βάση την τάξη θα υπολογίσουμε τους πόλους του φίλτρου. Για $n = 5$ οι γωνίες Butterworth είναι: $\psi_k = 0^0, \pm 36^0, \pm 72^0$. Προτού υπολογίσουμε τους πόλους του φίλτρου Chebyshev με τη βοήθεια των τύπων (9-102), (9-103), υπολογίζουμε τον συντελεστή α από τον (9-149):

$$\alpha = \frac{1}{n} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon}\right) = 0.7833$$

Άρα βρίσκουμε:

$$p_1 = -\sinh(0.7833) \cdot \cos(0) + \cosh(0.7833) \cdot \sin(0) = -0.8659$$

$$p_{2,3} = -\sinh(0.7833) \cdot \cos(36) \pm \cosh(0.7833) \cdot \sin(36) = -0.7005 \pm 0.7775i$$

$$p_{4,5} = -\sinh(0.7833) \cdot \cos(72) \pm \cosh(0.7833) \cdot \sin(72) = -0.2676 \pm 1.2580i$$

Έπειτα, αντιστρέφουμε τους πόλους του φίλτρου Chebyshev και παίρνουμε τους πόλους του IC που μας ενδιαφέρουν. Συγκεκριμένα αξιοποιώντας τον τύπο (9-146) έχουμε:

$$\bar{p}_1 = \frac{1}{|p_1|} \arg(\pm \theta_1) = -1.1549$$

$$\bar{p}_{2,3} = \frac{1}{|p_{2,3}|} \arg(\pm \theta_2) = -0.6396 \pm 0.7099i$$

$$\bar{p}_{4,5} = \frac{1}{|p_{4,5}|} \arg(\pm \theta_4) = -0.1617 \pm 0.7605i$$

Για τους αντίστροφους πόλους υπολογίζουμε τα $\Omega_{0k} = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2}$ (9-150) και $Q_k = \frac{1}{2\cos(\tan^{-1}(\frac{\omega_k}{\sigma_k}))}$ (9-151), όπου σ_k, ω_k είναι το πραγματικό και το φαντάστικο μέρος των πόλων αντίστοιχα.

$$\Omega_{01} = \sqrt{1.1549^2} = 1.1549, \quad Q_1 = \frac{1}{2\cos(\tan^{-1}(\frac{0}{-1.1549}))} = 0.5$$

$$\Omega_{02,3} = \sqrt{0.6396^2 + 0.7099^2} = 0.9555, \quad Q_{2,3} = \frac{1}{2\cos(\tan^{-1}(\frac{0.7099}{-0.6396}))} = 0.7470$$

$$\Omega_{04,5} = \sqrt{0.1617^2 + 0.7605^2} = 0.7775, \quad Q_{4,5} = \frac{1}{2\cos(\tan^{-1}(\frac{0.7605}{-0.1617}))} = 2.4035$$

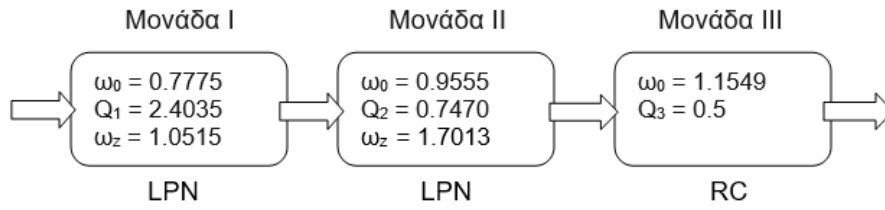
Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς, οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα Q και Ω_{0k} των ριζών όπως προέκυψαν φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

ψ_k	Q	Ω_{0k}	p_k
0	0.5	1.1549	-1.1549
$\pm 36^0$	0.7470	0.9555	$-0.6396 \pm 0.7099i$
$\pm 72^0$	2.4035	0.7775	$-0.1617 \pm 0.7605i$

Αφού έχουμε προσδιορίσει τους πόλους, υπολογίζουμε και τα μηδενικά της ΣΜ με τη βοήθεια του τύπου (9-143), τα οποία φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

k	ω_{z_k}
1	1.0515
3	1.7013
5	∞

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί αποτελείται από τρεις μονάδες, οι οποίες φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή. Η ομαδοποίηση των πόλων και μηδενικών έχει γίνει έτσι ώστε να προκύψουν φίλτρα Low-pass Notch, στα οποία η σχετική θέση των ω_z, ω_0 ικανοποιεί τη σχέση $\frac{\omega_z}{\omega_0} > 1$.



1.1.2 Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Σύμφωνα με το AEM ($\alpha_3 = 9$) για την υλοποίηση των κυκλωμάτων τύπου LPN θα χρησιμοποιηθεί το ζωνοφρακτικό κύκλωμα κύκλωμα Fried του Σχ. 7.23.

Θα θεωρούμε προσωρινά την κανονικοποιημένη συχνότητα $\omega_0 = 1$ ώστε να υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες και στη συνέχεια θα γίνεται η απαραίτητη κλιμακοποίηση για να βρεθούν τα πραγματικά στοιχεία των μονάδων.

ΜΟΝΑΔΑ (I)

Η πρώτη μονάδα υλοποιείται με ένα κατωδιαβατό φίλτρο Notch και αντιστοιχεί στο ζεύγος μιγαδικών πόλων ($\Omega_{04,5}, Q_{4,5}$).

Έχουμε $\omega_0 = 0.7775$, $\omega_z = 1.0515$, $Q = 2.4035$ και ισχύει $\omega_z > \omega_0$. Κανονικοποιούμε τις συχνότητες έτσι ώστε:

$$\Omega_0 = 1 \text{ rad/s}, \quad \Omega_z = \frac{\omega_z}{\omega_0} = 1.3524 \text{ rad/s} > 1$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τα στοιχεία του κυκλώματος ως εξής:

$$C = \frac{1}{2Q} = 0.2080, \quad R_2 = 4Q^2 = 23.1056, \quad R_5 = \frac{4Q^2}{\Omega_z^2 - 1} = 27.8774$$

$$R_3 = \frac{\Omega_z^2}{2Q^2} = 0.1583, \quad R_1 = R_4 = 1$$

Τα κέρδη στις υψηλές και στις χαμηλές συχνότητες είναι αντίστοιχα:

$$k_{high} = \frac{1}{1 + R_3} = 0.8633, \quad k_{low} = k_{high} \times \left(\frac{\omega_z}{\omega_0}\right)^2 = 1.5789$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_s = 46998$ αντί 1 και επειδή το κύκλωμα του Σχ. 7.23 υλοποιεί $\Omega_0 = 1$ αντί $\omega_0 = 0.7775$ έχουμε $k_f = \omega_s \times \omega_0 = 36541$.

Με βάση το AEM θα πρέπει να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή $0.1\mu F$, δηλαδή:

$$\frac{1}{k_f \cdot k_m} \cdot C = 10^{-7} \rightarrow k_m = 56.9309$$

Επομένως, τα στοιχεία της πρώτης μονάδας είναι:

$$C = 0.1 \mu F, \quad R_1 = R_4 = 56.9309 \Omega, \quad R_2 = 1.3155 k\Omega, \quad R_3 = 9.0121 \Omega, \quad R_5 = 1.5871 k\Omega$$

Προκειμένου να βρεθούμε πάλι στις συχνότητες του κατωδιαβατού φίλτρου, θα πολλαπλασιάσουμε τις συχνότητες ω_0 και ω_z με την ω_s και θα έχουμε:

$$\omega_0 = 3.6541 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$$

$$\omega_z = 4.9417 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$$

ΜΟΝΑΔΑ (II)

Η δεύτερη μονάδα υλοποιείται με ένα κατωδιαβατό φίλτρο Notch και αντιστοιχεί στο ζεύγος μιγαδικών πόλων $(\Omega_{0,3}, Q_{2,3})$.

Έχουμε $\omega_0 = 0.9555$, $\omega_z = 1.7013$, $Q = 0.7470$ και ισχύει $\omega_z > \omega_0$. Κανονικοποιούμε τις συχνότητες έτσι ώστε:

$$\Omega_0 = 1 \text{ rad/s}, \quad \Omega_z = \frac{\omega_z}{\omega_0} = 1.7804 \text{ rad/s} > 1$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τα στοιχεία του κυκλώματος ως εξής:

$$C = \frac{1}{2Q} = 0.6694, \quad R_2 = 4Q^2 = 2.2320, \quad R_5 = \frac{4Q^2}{\Omega_z^2 - 1} = 1.0286$$

$$R_3 = \frac{\Omega_z^2}{2Q^2} = 2.8406, \quad R_1 = R_4 = 1$$

Τα κέρδη στις υψηλές και στις χαμηλές συχνότητες είναι αντίστοιχα:

$$k_{high} = \frac{1}{1 + R_3} = 0.2604, \quad k_{low} = k_{high} \times \left(\frac{\omega_z}{\omega_0}\right)^2 = 0.8254$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_s = 46998$ αντί 1 και επειδή το κύκλωμα του Σχ. 2.23 υλοποιεί $\Omega_0 = 1$ αντί $\omega_0 = 0.9555$ έχουμε $k_f = \omega_s \times \omega_0 = 44909$.

Με βάση το AEM θα πρέπει να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή $0.1\mu F$, δηλαδή:

$$\frac{1}{k_f \cdot k_m} \cdot C = 10^{-7} \rightarrow k_m = 149.0471$$

Επομένως, τα στοιχεία της πρώτης μονάδας είναι:

$$C = 0.1 \mu F, \quad R_1 = R_4 = 149.0471 \Omega, \quad R_2 = 332.6661 \Omega, \quad R_3 = 423.3757 \Omega, \quad R_5 = 153.3032 \Omega$$

Προκειμένου να βρεθούμε πάλι στις συχνότητες του κατωδιαβατού φίλτρου, θα πολλαπλασιάσουμε τις συχνότητες ω_0 και ω_z με την ω_s και θα έχουμε:

$$\omega_0 = 4.4909 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$$

$$\omega_z = 7.9958 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$$

ΜΟΝΑΔΑ (III)

Η τρίτη μονάδα υλοποιείται με ένα κατωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης και αντιστοιχεί στον πραγματικό πόλο. Έχουμε λοιπόν:

$$\omega_0 = 1.1549$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}, \quad C = 1, \quad R = \frac{1}{1.1549} = 0.8659$$

Κλιμακοποίηση

$$k_f = \omega_s = 46998, \quad k_m = \frac{C}{k_f \cdot 10^{-7}} = 212.774$$

Άρα:

$$C = 0.1 \mu F, \quad R = 184.2323 \Omega$$

1.1.3 Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες να είναι $0dB$ ή 1.

Το συνολικό κέρδος στο dc της διάταξης είναι $k = k_{low}^1 \times k_{low}^2 \times 1 = 1.3032$. Δηλαδή για να φτάσουμε στο επιθυμητό κέρδος θα πρέπει να γίνει ρύθμιση κέρδους.

$$20 \log \alpha k = 0 \rightarrow \alpha = \frac{1}{1.3032} = 0.7673$$

Επειδή ο λόγος εξασθένησης είναι μικρότερος της μονάδας, θα πρέπει να γίνει απόσβεση κέρδους στο τέλος με μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος α :

$$\alpha = -\frac{r_2}{r_1} = 0.7673$$

Επιλέγουμε $r_1 = 10 \text{ k}\Omega$, άρα $r_2 = 7.6730 \text{ k}\Omega$.

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι μια ζωνοφρακτική συνάρτηση μεταφοράς, η οποία δίνεται από τον τύπο (7-121):

$$T_1(s) = H_1 \cdot \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = \frac{0.8633s^2 + 2.108 \cdot 10^9}{s^2 + 1.52 \cdot 10^4 + 1.335 \cdot 10^9}$$

Το ίδιο αποτέλεσμα θα παίρναμε και αν χρησιμοποιούσαμε τους αναλυτικούς τύπους (7-147),(7-148) που βασίζονται στα στοιχεία του κυκλώματος.

2. Ομοίως για τη δεύτερη μονάδα έχουμε αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς:

$$T_2(s) = H_2 \cdot \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = \frac{0.2604s^2 + 1.665 \cdot 10^9}{s^2 + 6.012 \cdot 10^4 + 2.017 \cdot 10^9}$$

3. Για την τρίτη μονάδα όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς κατωδιαβατού φίλτρου πρώτης τάξης δίνεται από τον τύπο (2-9):

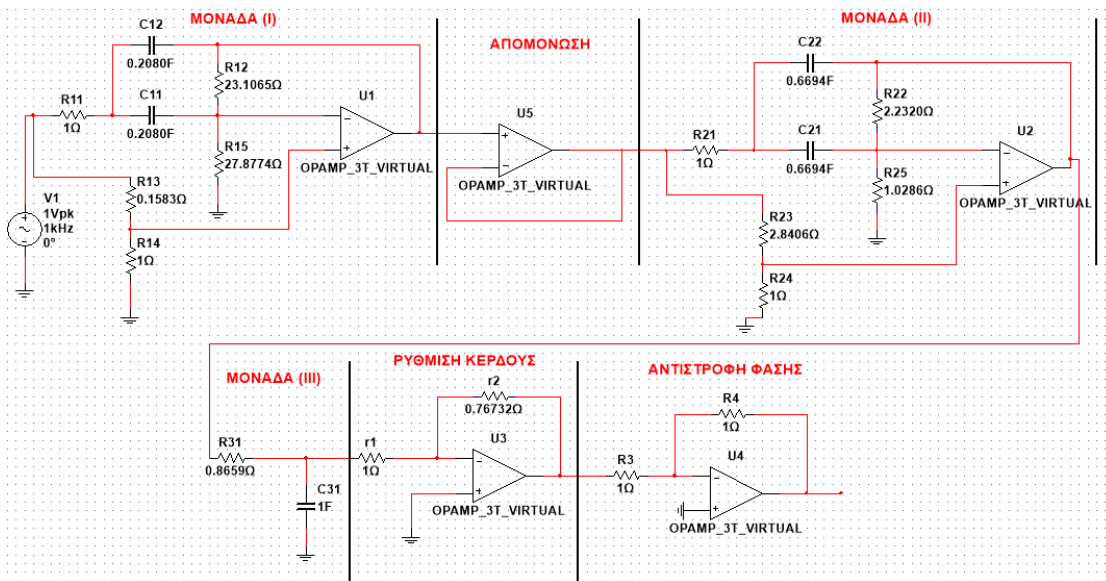
$$T_3(s) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0} = \frac{5.428 \cdot 10^4}{s + 5.428 \cdot 10^4}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του κατωδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev προκύπτει:

$$T_{LP}(s) = K \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s)$$

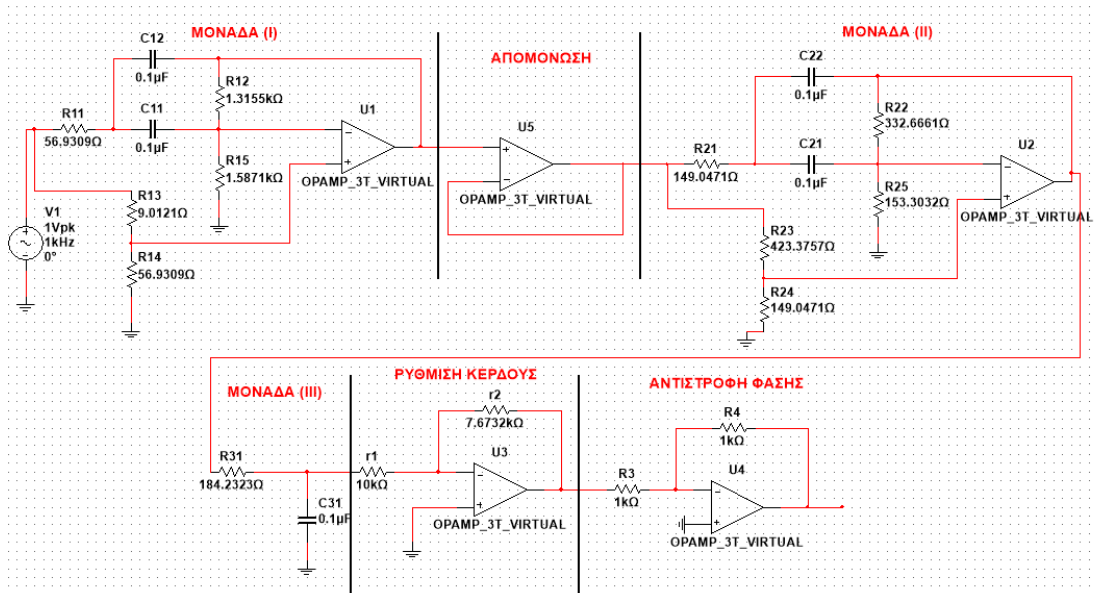
$$T_{LP}(s) = \frac{9363s^4 + 8.272 \cdot 10^{13}s^2 + 1.462 \cdot 10^{23}}{s^5 + 1.296 \cdot 10^5s^4 + 8.355 \cdot 10^9s^3 + 3.425 \cdot 10^{14}s^2 + 8.715 \cdot 10^{18}s + 1.462 \cdot 10^{23}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες αλλά και η απομόνωση μεταξύ 1ης και 2ης μονάδας προκειμένου να μην αλληλοεπιδρούν η μια στην άλλη. Επιπλέον, φαίνεται η αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους, η οποία όπως γνωρίζουμε από τη θεωρία εισάγει αλλαγή φάσης. Για αυτόν το λόγο χρησιμοποιούμε στο τέλος του κυκλώματος μια διάταξη αντιστροφής φάσης με μοναδιαίο κέρδος, ώστε να πάρουμε το επιθυμητό σήμα στην έξοδο.



Σχήμα 1: Κανονικοποιημένο κύκλωμα του κατωδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev

Στην επόμενη σελίδα βλέπουμε το επιθυμητό κύκλωμα του κατωδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev, στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες και η αναστρέφουσα συνδεσμολογία στο τέλος για τη ρύθμιση κέρδους, με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.

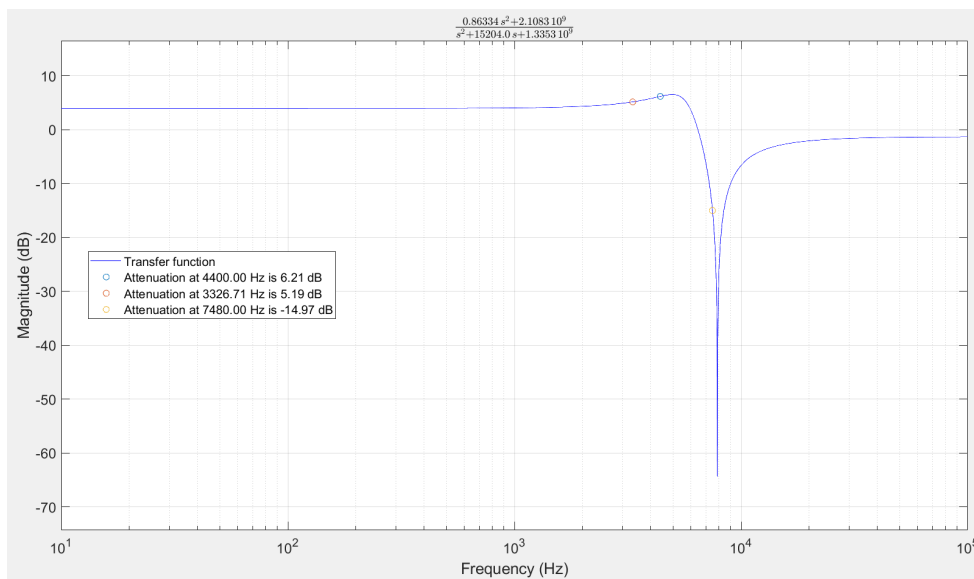


Σχήμα 2: Τελικό κύκλωμα του κατωδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev

1.2 Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

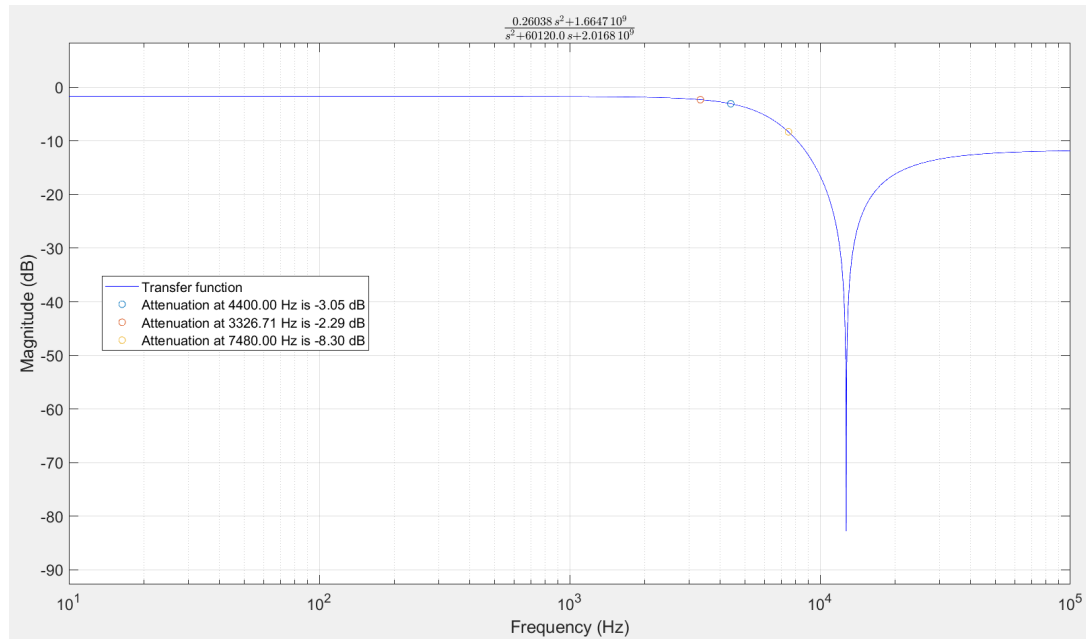
Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο MATLAB χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών. Πιο συγκεκριμένα οι συχνότητες που παρατηρούμε στα διαγράμματα είναι η συχνότητα αποκοπής, ημίσειας ισχύος και διόδου.

1^η Μονάδα: Κατωδιαβατό φίλτρο Notch (Low-pass Notch, LPN)



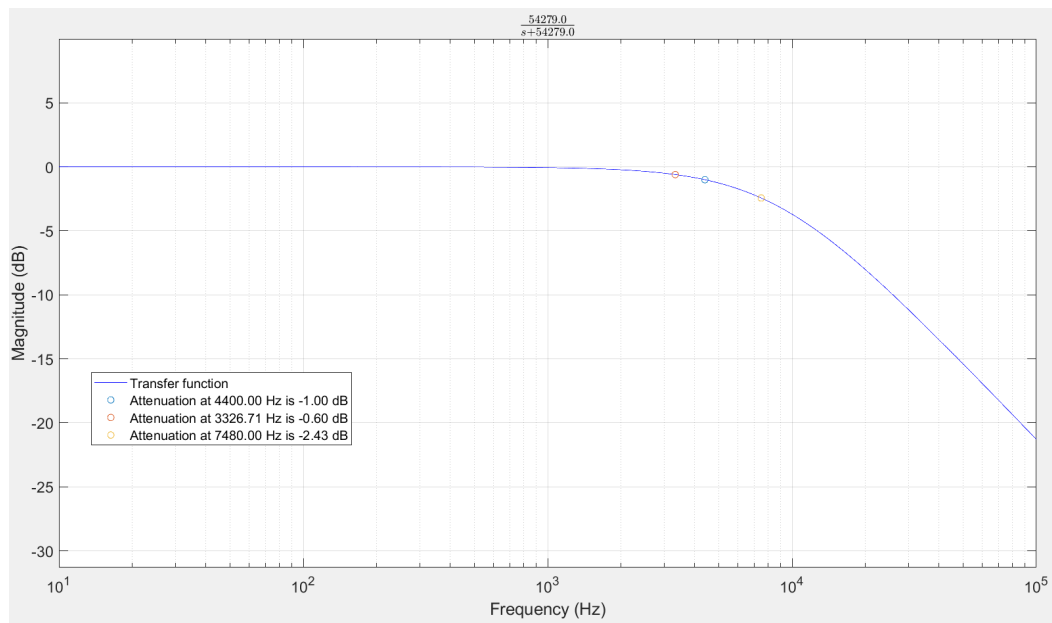
Σχήμα 3: Απόκριση πλάτους σε dB της συνάρτησης μεταφοράς της πρώτης μονάδας

2^η Μονάδα: Κατωδιαβατό φίλτρο Notch (Low-pass Notch, LPN)



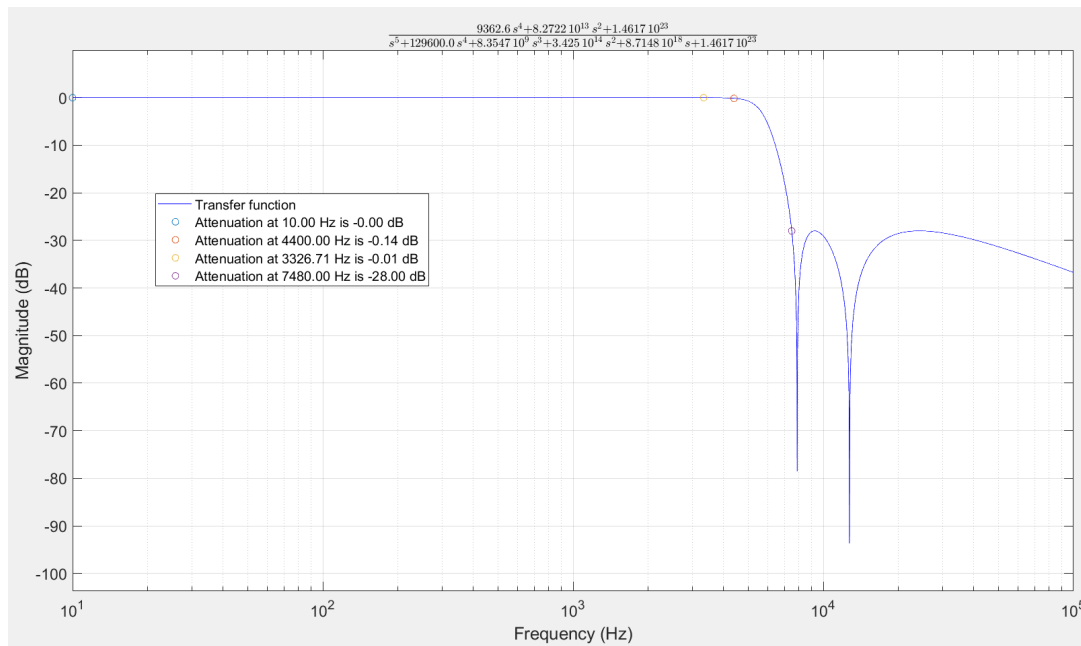
Σχήμα 4: Απόκριση πλάτους σε dB της συνάρτησης μεταφοράς της δεύτερης μονάδας

3^η Μονάδα: Κατωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης



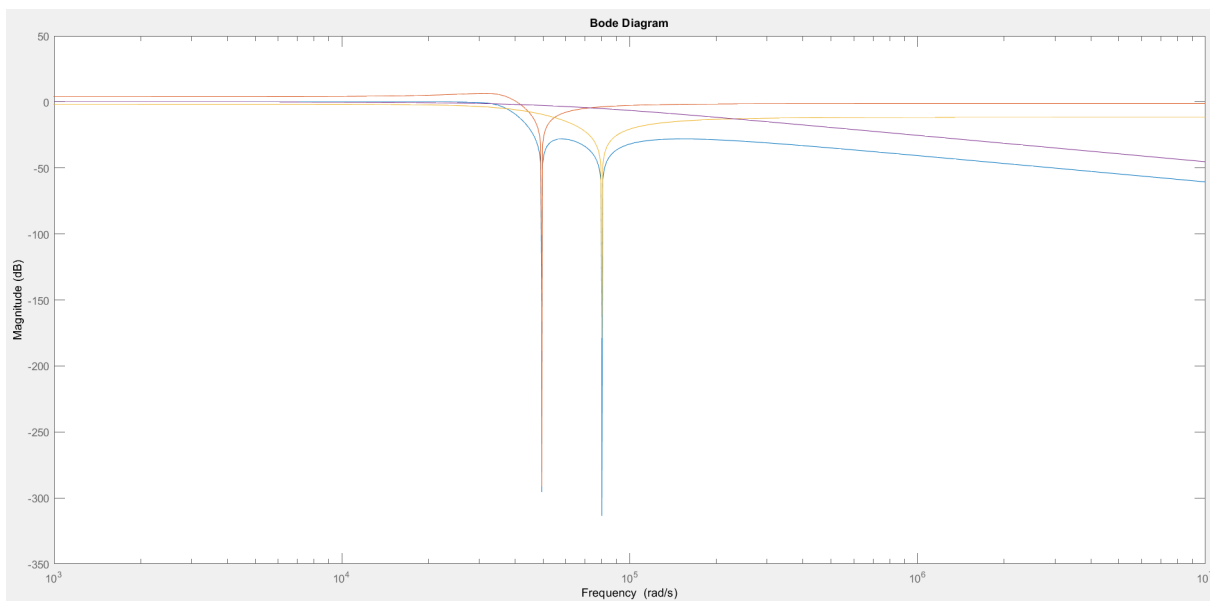
Σχήμα 5: Απόκριση πλάτους σε dB της συνάρτησης μεταφοράς της τρίτης μονάδας

Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης `plot_transfer_function.m`.



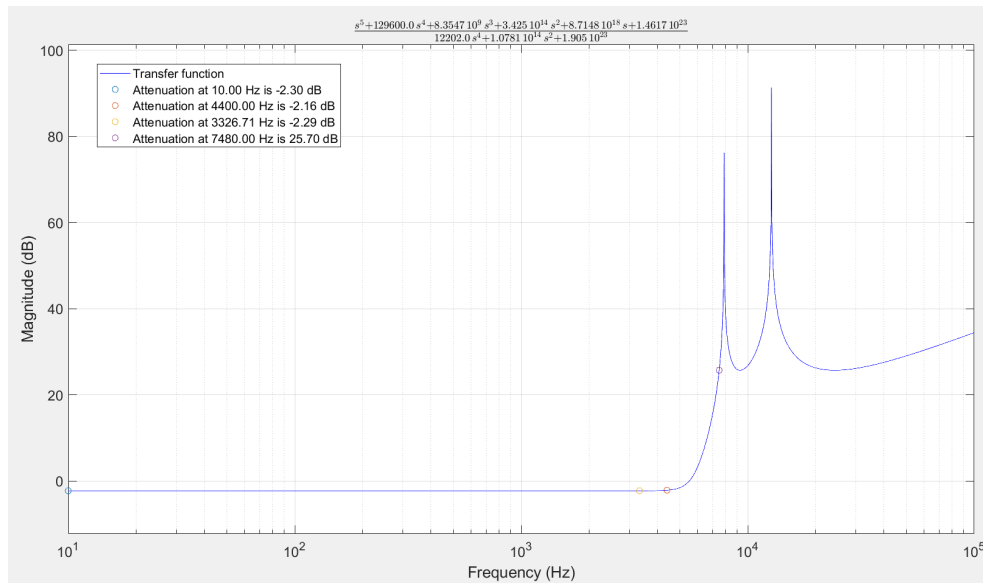
Σχήμα 6: Απόκριση πλάτους σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς μετά τη ρύθμιση κέρδους

Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



Σχήμα 7: Όλες οι αποκρίσεις σε κοινό διάγραμμα

Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας πριν και μετά τη ρύθμιση κέρδους.

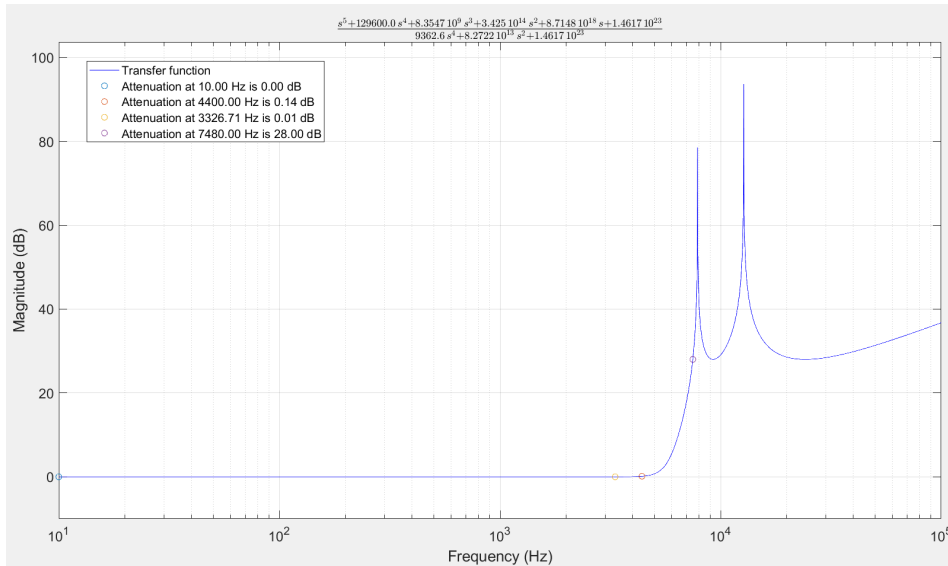


Σχήμα 8: Συνάρτηση απόσβεσης συνολικής συνάρτησης μεταφοράς πριν τη ρύθμιση κέρδους

Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την $f_p = 4400 \text{ Hz}$ και την $f_s = 7480 \text{ Hz}$, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Σημειώνουμε επίσης και μια χαμηλή συχνότητα προκειμένου να αξιοποιήσουμε το κέρδος που έχει το φίλτρο πριν τη ρύθμιση. Παρατηρούμε ότι η απόκριση πληροί τις προδιαγραφές που έχουν τεθεί ($a_{min} = 28 \text{ dB}$, $a_{max} = 0.25$).

Κατά συνέπεια για την συχνότητα $f_p = 4.4 \text{ kHz}$ η απόσβεση είναι $2.3 - |-2.16| = 0.14 \text{ dB}$. Επειδή όμως το αποτέλεσμα είναι σχετικό, εξαρτάται δηλαδή και από την ρύθμιση του κέρδους που έχουμε κάνει είναι φανερό ότι η προδιαγραφή $a_{max} = 0.25 \text{ dB}$ υπερκαλύπτεται. Επιπλέον για τη συχνότητα $f_s = 7480 \text{ Hz}$ η απόσβεση είναι $25.7 - (-2.3) = 28$ και είναι φανερό ότι η προδιαγραφή a_{min} πληρείται οριακά. Αυτό συμβαίνει διότι στον τύπο του ϵ χρησιμοποιήθηκε το a_{min} (9-123) όπως αναφέρθηκε και στη θεωρητική ανάλυση που έχει προηγηθεί.

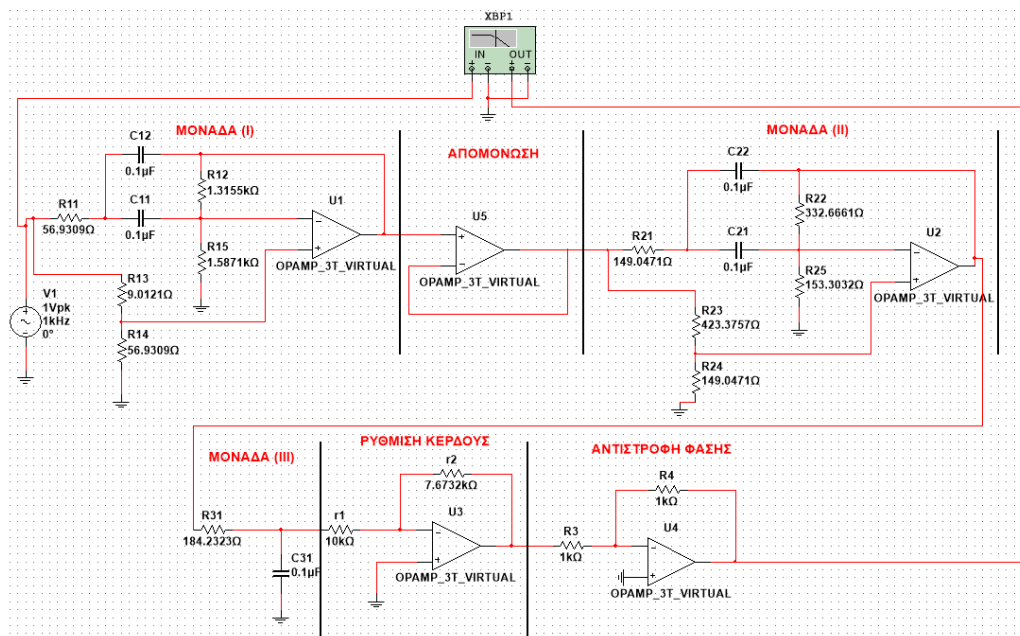
Με ρύθμιση κέρδους στα 0 dB η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα όπου φαίνεται πιο καθαρά ότι καλύπτονται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί, καθώς $a = 0.14 \text{ dB} < 0.25 = a_{max}$ και $a = 28 \text{ dB} = a_{min}$.



Σχήμα 9: Συνάρτηση απόσβεσης συνολικής συνάρτησης μεταφοράς μετά τη ρύθμιση κέρδους

1.3 Υλοποίηση του κυκλώματος του φίλτρου στο MULTISIM

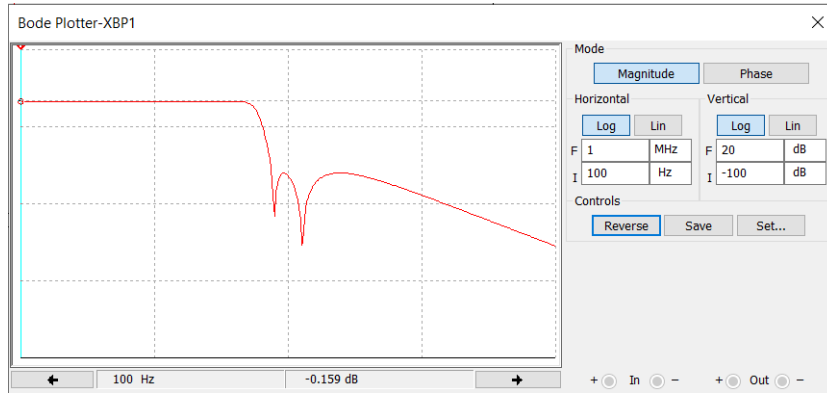
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα. Εισάγουμε λοιπόν τις τρεις μονάδες του φίλτρου καθώς και τη μονάδα ρύθμισης κέρδους που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



Σχήμα 10: Κύκλωμα του κατωδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev στο MULTISIM

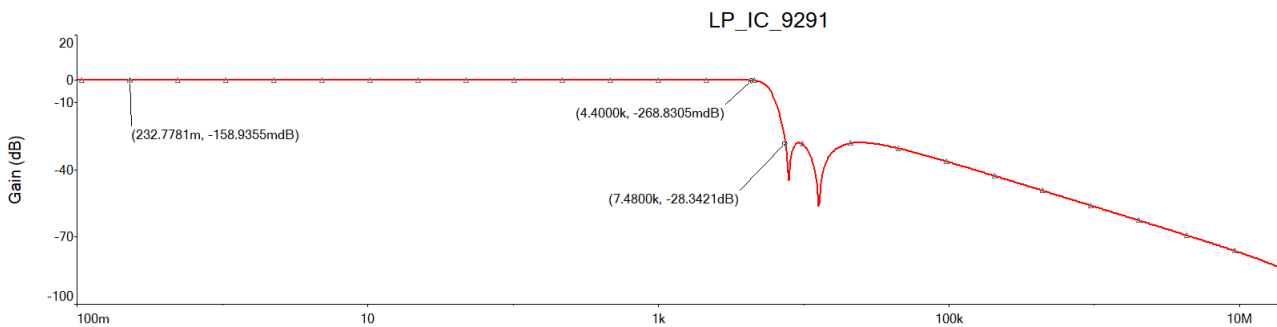
Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω και παρατηρούμε πως η μορφή που προκύπτει είναι η αναμενόμενη για ένα κατωδιαβατό φίλτρο IC και ταυτόχρονα

ταιριάζει με αυτήν που προέκυψε στη θεωρητική ανάλυση που έχει προηγηθεί στο MATLAB.



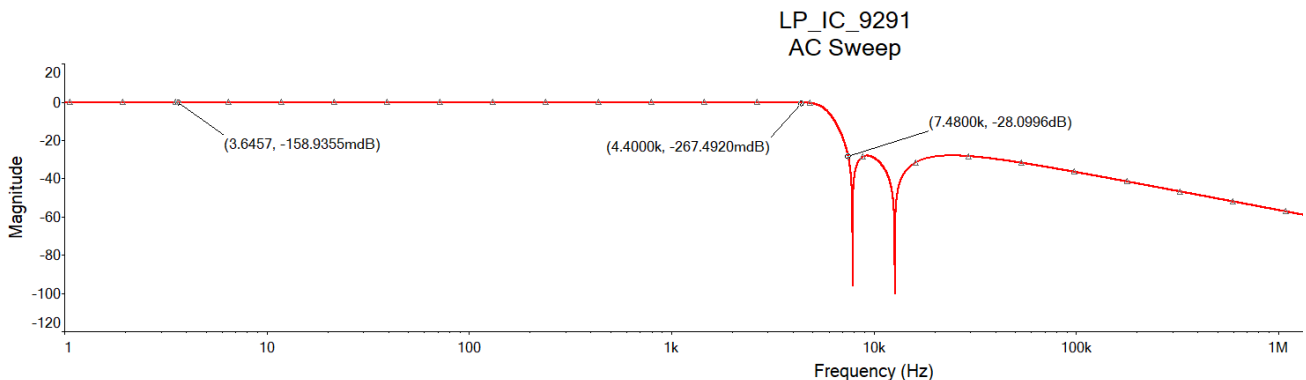
Σχήμα 11: Απόκριση συχνότητας του φίλτρου με χρήση του Bode-Plotter στο Multisim

Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο (ξανά δηλαδή το διάγραμμα του Bode-Plotter αλλά στον Gapher του Multisim) με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών. Συγκεκριμένα έχουν προστεθεί τρία labels, ένα στις χαμηλές συχνότητες και από ένα σε κάθε κρίσιμη συχνότητα (αποκοπής και διόδου) ώστε τα αποτελέσματα να είναι ευκολότερο να παρατηρηθούν και να σχολιαστούν.



Σχήμα 12: Απόκριση συχνότητας του φίλτρου με χρήση του Bode-Plotter με δυνατότητα ανάγνωσης τιμών

Παραθέτουμε στη συνέχεια το αντίστοιχο figure χρησιμοποιώντας AC Sweep.



Σχήμα 13: Απόκριση συχνότητας του φίλτρου - (AC Sweep)

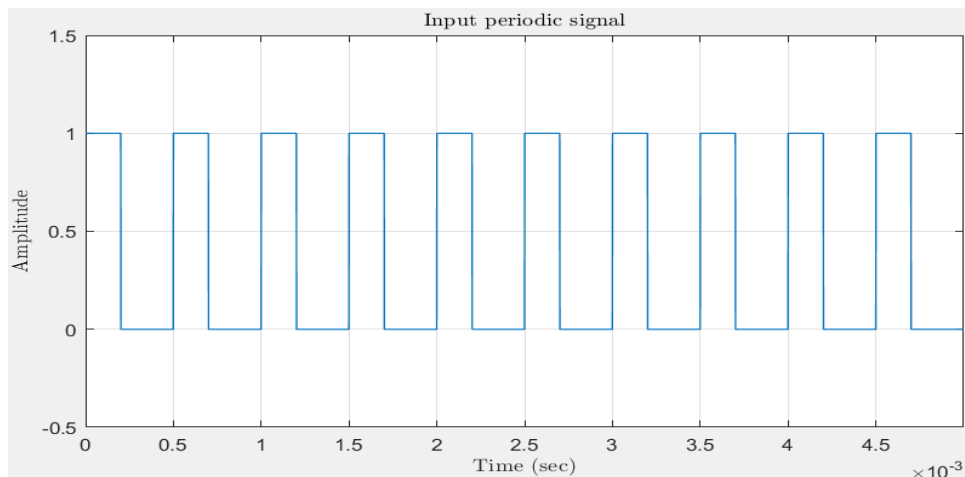
Από αυτά τα διαγράμματα στα οποία απεικονίζονται οι κρίσιμες συχνότητες και η απόκριση του φίλτρου σε αυτές γίνεται αρχικά φανερό ότι το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες είναι $-0.158dB$,

δηλαδή σχεδόν $0dB$, ενώ στις κρίσιμες συχνότητες τα σχετικά αποτελέσματα που προκύπτουν (με βάση αυτήν την μικρή απόκλιση από το 0 στις χαμηλές συχνότητες) είναι $a = 0.109dB < 0.25dB$ στη συχνότητα διόδου και $a \simeq 28dB$ στη συχνότητα αποκοπής και άρα ικανοποιούν τις προδιαγραφές απόσβεσης που έχουν τεθεί εξ αρχής.

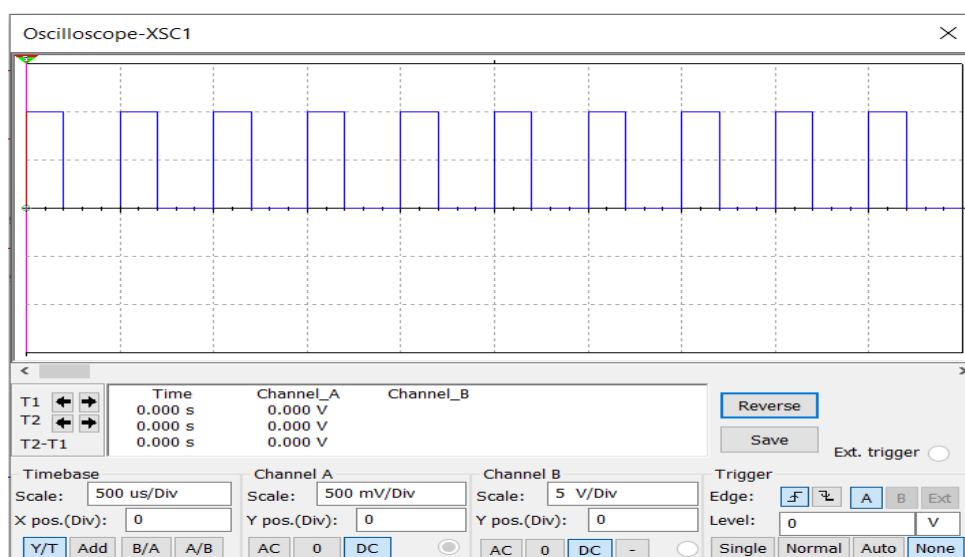
Πιο συγκεκριμένα, ελέγχοντας κατάλληλα τις κλίμακες συχνότητας, και απόσβεσης διαπιστώνουμε ότι το φίλτρο ικανοποιεί τις προδιαγραφές απόσβεσης και παρουσιάζει την επιθυμητή συμπεριφορά στις ζώνες διόδου και αποκοπής αντίστοιχα, το οποίο συμφωνεί με τα προηγούμενα διαγράμματα/σχολιασμούς και με τη θεωρητική ανάλυση που έχει προηγηθεί.

- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια πηγή διέγερσης ένα τετραγωνικό περιοδικό σήμα με θεμελιώδη συχνότητα 2 kHz. Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα από όπου προκύπτουν τα εξής:

Σήμα εισόδου:



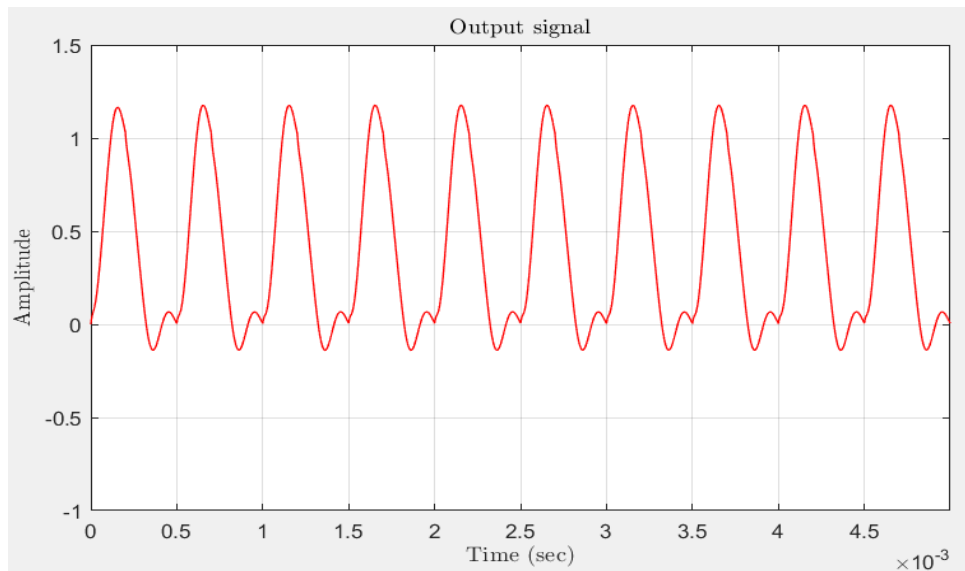
Σχήμα 14: Σήμα εισόδου - MATLAB



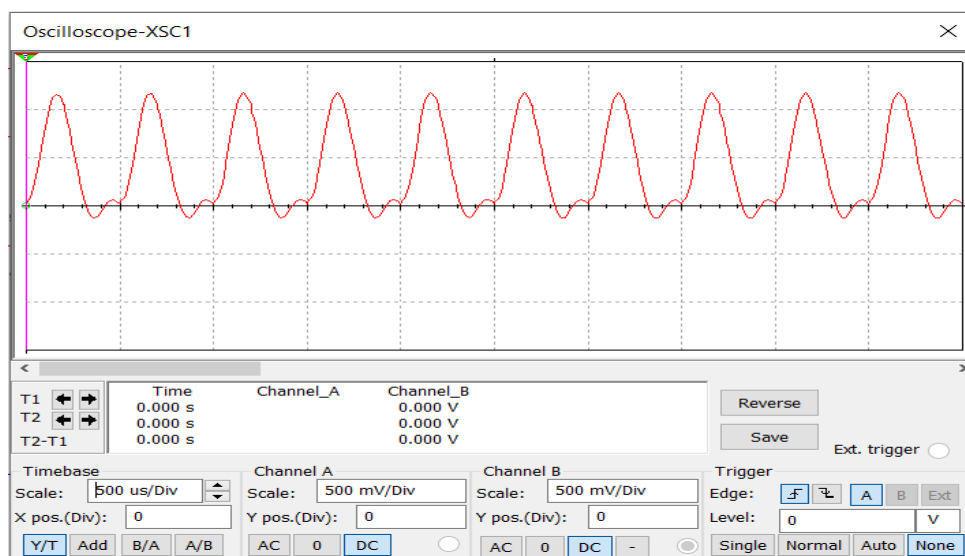
Σχήμα 15: Σήμα εισόδου - MULTISIM

Το σήμα εισόδου είναι ένας τετραγωνικός παλμός μοναδιαίου πλάτους όπως φαίνεται και στον κα-
τακόρυφο άξονα στο διάγραμμα του Matlab. Για το Multisim αν και δεν είναι εκ πρώτης όψεως το
ίδιο εμφανές, αν παρατηρήσουμε τις ρυθμίσεις του παλμογράφου βλέπουμε πως ο παλμός έχει πλάτος
 $500\text{mV}/\text{Div} \times 2$ κουτάκια δηλαδή 1Volt .

Σήμα εξόδου:

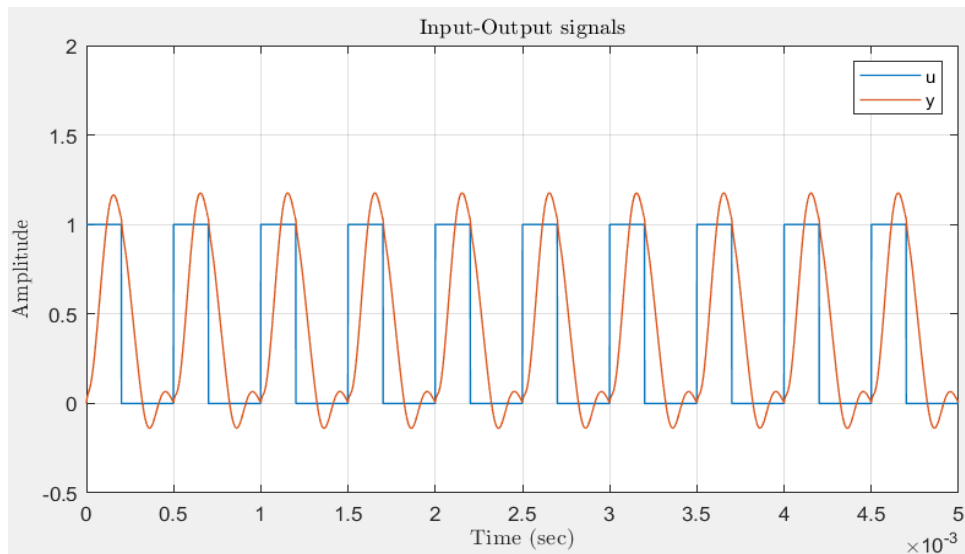


Σχήμα 16: Σήμα εξόδου - MATLAB

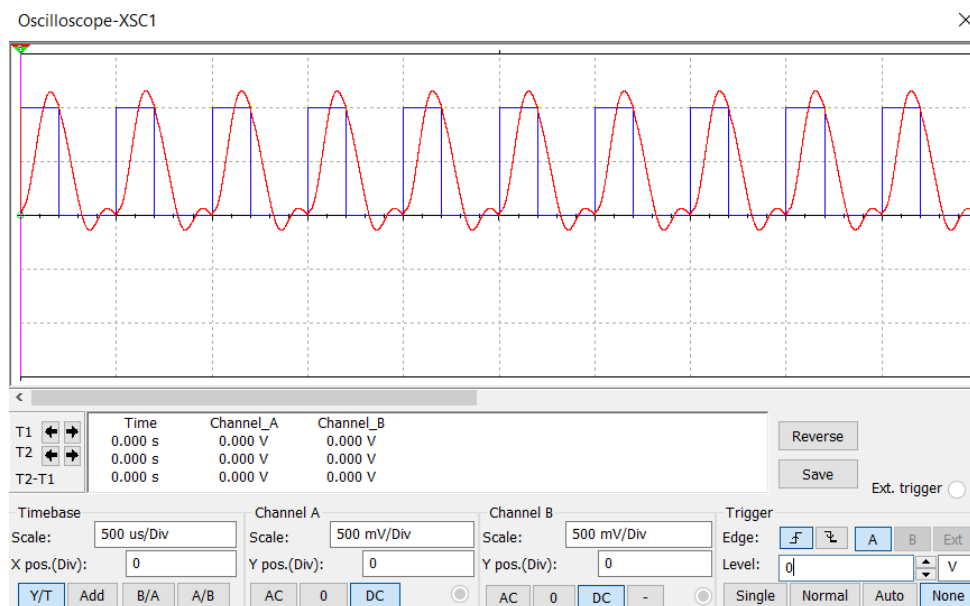


Σχήμα 17: Σήμα εξόδου - MULTISIM

Σήματα Εισόδου-Εξόδου σε κοινό διάγραμμα:



Σχήμα 18: Σήματα Εισόδου-Εξόδου σε κοινό διάγραμμα - MATLAB



Σχήμα 19: Σήματα Εισόδου-Εξόδου σε κοινό διάγραμμα - MULTISIM

Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου στο Matlab και στο Multisim σε ξεχωριστά και κοινά διαγράμματα. Είναι φανερό πως υπάρχει συμφωνία μεταξύ των διαγραμμάτων και είναι λογικό καθώς πρόκειται για τα ίδια σήματα. Σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις και ιδιαίτερα στο κοινό διάγραμμα οι ρυθμίσεις είναι ίδιες και για τα δύο κανάλια ώστε να είναι πιο εύκολη η σύγκριση των δύο σημάτων (500mV/Div, 500 μ sec/Div).

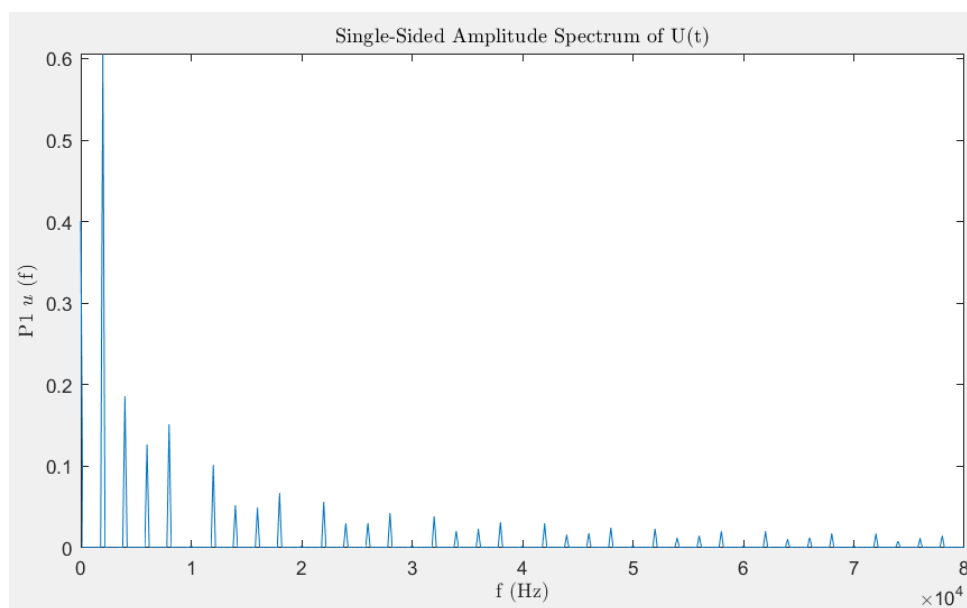
Πιο αναλυτικά, αν παρατηρήσουμε τα κοινά διαγράμματα θα δούμε ότι το σήμα εξόδου είναι παραμορφωμένο σε σχέση με το σήμα εισόδου. Αυτό συμβαίνει διότι το φίλτρο που έχουμε κατασκευάσει διατηρεί τις χαμηλές συχνότητες και αποκόπτει τις υψηλές, δηλαδή δεν περνά ολόκληρο το

σήμα εισόδου στην έξοδο. Επιπλέον, το σήμα εξόδου εμφανίζεται με μια καθυστέρηση σε σχέση με το σήμα εισόδου, γεγονός που οφείλεται στον χρόνο απόκρισης του κυκλώματος. Το κέρδος του φίλτρου, που είναι όπως δείξαμε $0dB$ ή 1, γίνεται φανερό κυρίως από το κοινό διάγραμμα, όπου τα δύο σήματα έχουν σχεδόν ίδιο πλάτος, δηλαδή το φίλτρο διατηρεί το πλάτος του σήματος εισόδου. Αυτό θα γίνει φανερό και παρακάτω, στα φάσματα εισόδου και εξόδου που ακολουθούν.

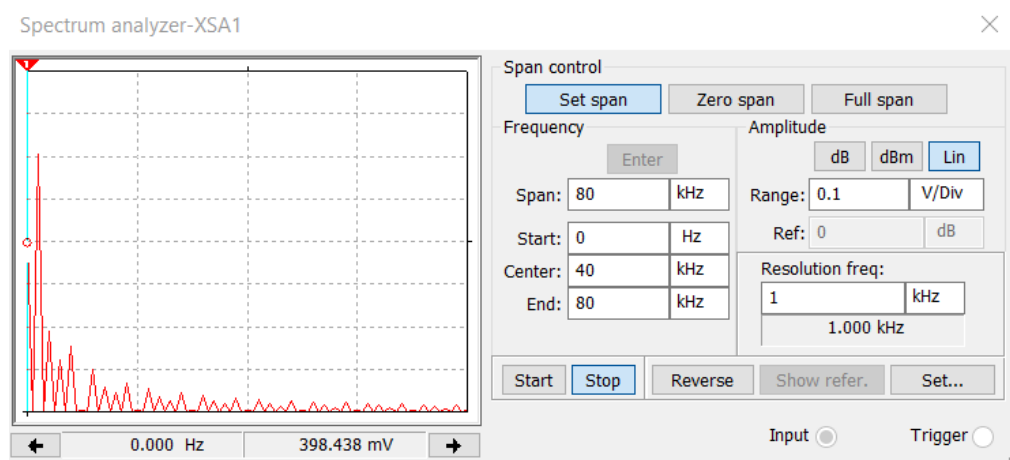
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου, προκειμένου να επαληθεύσουμε τα παραπάνω συμπεράσματα. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, παρουσιάζουμε παρακάτω τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

Φάσμα Σήματος Εισόδου:

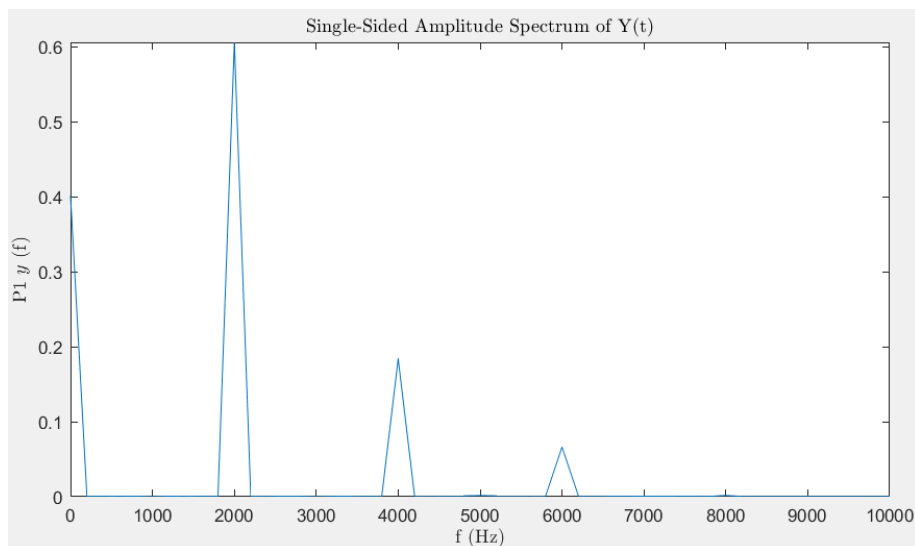


Σχήμα 20: Φάσμα Σήματος Εισόδου - MATLAB

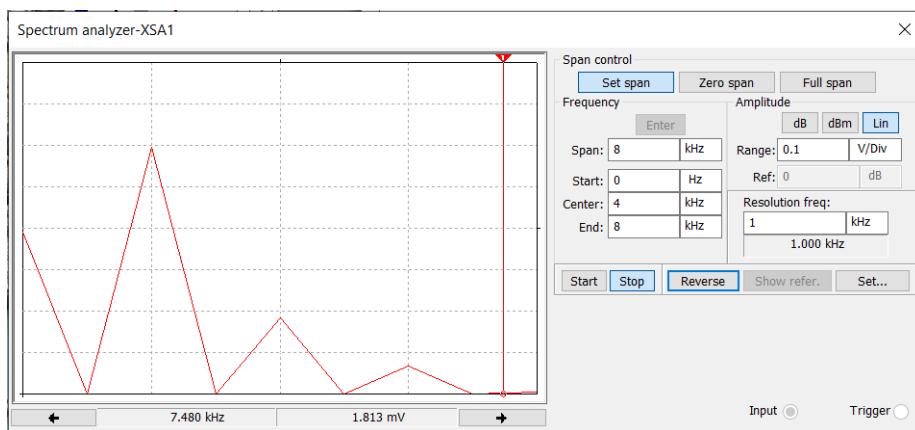


Σχήμα 21: Φάσμα Σήματος Εισόδου - MULTISIM

Φάσμα Σήματος Εξόδου:



Σχήμα 22: Φάσμα Σήματος Εξόδου - MATLAB



Σχήμα 23: Φάσμα Σήματος Εξόδου - MULTISIM

Αρχικά μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι τα αντίστοιχα διαγράμματα του Matlab και του Multisim συμφωνούν μεταξύ τους και φαίνεται πράγματι ότι το κύκλωμα μας είναι ένα κατωδιαβατό φίλτρο. Οι κρίσιμες συχνότητες για το συγκεκριμένο φίλτρο είναι $f_p = 4400\text{Hz}$ (διόδου) και $f_s = 7480\text{Hz}$ (αποκοπής). Το φίλτρο διατηρεί τις χαμηλές συχνότητες μέχρι τα 4400Hz και αποκόπτει τις υψηλές μετά τα 7480Hz . Αν προσέξουμε για παράδειγμα την αρμονική στη συχνότητα 2000Hz στο φάσμα εισόδου (του Matlab και του Multisim) θα δούμε ότι το ύψος της φτάνει μέχρι τα 0.6 και η αντίστοιχη αρμονική στο φάσμα εξόδου αγγίζει επίσης το 0.6, γεγονός που επαληθεύει το κέρδος του φίλτρου (0dB). Στη ζώνη μεταξύ $4400 - 7480\text{Hz}$ οι αρμονικές έχουν εξασθενιστεί αλλά δεν έχουν μηδενιστεί, το οποίο είναι αναμενόμενο καθώς πρόκειται για τη ζώνη μετάβασης του φίλτρου. Όπως φαίνεται και από τα δύο διαγράμματα του φάσματος εξόδου μετά την συχνότητα αποκοπής (7480Hz) το σήμα έχει εξασθενιστεί τελείως.

Έτσι συνάγεται το συμπέρασμα ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς η θεωρητική ανάλυση και η κυκλωματική λειτουργία του συμφωνούν και παρουσιάζει την επιθυμητή συμπεριφορά στις ζώνες διόδου και αποκοπής.

2 Εργασία #2: Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων

ΖΩΝΟΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ BUTTERWORTH

Να σχεδιαστεί ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Butterworth, το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης:

$$f_0 = 1.3 \text{ kHz}, \quad f_1 = 775 \text{ Hz}$$
$$f_2 = 2.1806 \text{ kHz}, \quad f_3 = 402.5889 \text{ Hz}, \quad f_4 = 4.1978 \text{ kHz}$$

και

$$a_{max} = 0.5278 \text{ dB}, \quad a_{min} = 30 \text{ dB}$$

2.1 Αναλυτική Σχεδίαση φίλτρου

2.1.1 Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε τις προδιαγραφές του πρωτότυπου κατωδιαβατού φίλτρου από τις προδιαγραφές του ζωνοδιαβατού φίλτρου:

$$\Omega_p = 1, \quad \Omega_s = \frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} = 2.7 \text{ rad/sec}$$

όπου:

$$\omega_1 = 4.8695 \cdot 10^3 \text{ rad/s}, \quad \omega_2 = 1.3701 \cdot 10^4 \text{ rad/s}, \quad \omega_3 = 2.5295 \cdot 10^3 \text{ rad/s}, \quad \omega_4 = 2.6376 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$$

Η ζώνη διόδου και η κεντρική συχνότητα του φίλτρου είναι αντίστοιχα:

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 8831.9 \text{ rad/sec}, \quad \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2} = 8168.1 \text{ rad/sec}$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό χρησιμοποιούμε τον τύπο (9-52) για $W_p = 1$ και έχουμε:

$$n = \frac{\log [(a_{min}/10 - 1)/(10^{a_{max}/10} - 1)]}{2 \log(\frac{\Omega_s}{\Omega_p})}$$

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας από τον τύπο προκύπτει η τιμή $n = 4.5069$. Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος στρογγυλοποιούμε στον αμέσως επόμενο ακέραιο αριθμό, δηλαδή:

$$\mathbf{n = 5}$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο (9-48) για $W_p = 1, \alpha = a_{max}, \omega = \omega_p$:

$$\Omega_0 = \frac{\Omega_p}{[10^{a_{max}/10} - 1]^{1/2n}}$$

Με τον τύπο που επιλέξαμε για τον υπολογισμό της συχνότητας ημίσειας ισχύος θα έχουμε $\alpha > a_{min}$ για $\omega = \omega_s$, δηλαδή υπερκαλύπτονται οι προδιαγραφές στην συχνότητα αποκοπής.

Έτσι λοιπόν έπειτα από αντικατάσταση θα έχουμε ότι η συχνότητα ημίσειας ισχύος ω_0 είναι:

$$\Omega_0 = 1.2271 \text{ rad/sec}$$

Οι γωνίες Butterworth για $n = 5$ είναι $\psi_k = 0^\circ, \pm 36^\circ, \pm 72^\circ$ και οι πόλοι της απόκρισης Butterworth προκύπτουν:

$$\begin{aligned}s_1 &= \Omega_0 \cdot (-\cos(0) + j \cdot \sin(0)) = -1.2271 \\s_{2,3} &= \Omega_0 \cdot (-\cos(36) \pm j \cdot \sin(36)) = -0.9927 \pm j0.7213 \\s_{4,5} &= \Omega_0 \cdot (-\cos(72) \pm j \cdot \sin(72)) = -0.3792 \pm j1.1670\end{aligned}$$

Έχοντας υπολογίσει τους πόλους της κατωδιαβατής πρωτότυπης απόκρισης θα τους μετασχηματίσουμε ακολουθώντας τον αλγόριθμο Geffe.

Μετασχηματισμός πραγματικού πόλου: $s_1 = -1.2271$

$$\begin{aligned}qc &= \frac{\omega_0}{bw} = \frac{8168.1}{8831.9} = 0.9248 \\ \Sigma_1 &= 1.2271, \quad \omega_0 = 8168.1\end{aligned}$$

Επομένως, έχουμε:

$$\begin{aligned}Q &= \frac{qc}{\Sigma_1} = 0.7537 \\ \psi &= \cos^{-1}\left(\frac{1}{2Q}\right) = 48.4409^\circ\end{aligned}$$

Από τον μετασχηματισμό του πραγματικού πόλου προκύπτει ένα ζεύγος πόλων στο ω_0 και ένα μηδενικό στο μηδέν. Οι πόλοι αυτοί κείνται πάνω σε έναν κύκλο με ακτίνα $\omega_0 = 8168.1 \text{ rad/s}$.

Αν θέλαμε να υπολογίσουμε αναλυτικά τους μετασχηματισμένους πόλους θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση:

$$p = \omega_0 \cdot (-\cos(\psi) \pm j \sin(\psi))$$

Μετασχηματισμός ζεύγους πόλων: $s_{2,3} = -0.9927 \pm j0.7213$

$$\Sigma_2 = 0.9927, \quad \Omega_2 = 0.7213$$

Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο Geffe.

$$\begin{aligned}C &= \Sigma_2^2 + \Omega_2^2 = 1.5057 \\ D &= \frac{2\Sigma_2}{qc} = 2.1468 \\ E &= 4 + \frac{C}{qc^2} = 5.7604 \\ G &= \sqrt{E^2 - 4 \cdot D^2} = 3.8402 \\ Q &= \frac{1}{D} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(E + G)} = 1.0206 \\ K &= \frac{\Sigma_2 \cdot Q}{qc} = 1.0955 \\ W &= K + \sqrt{K^2 - 1} = 1.5428 \\ \omega_{02} &= W \cdot \omega_0 = 12602 \text{ rad/s}, \quad \omega_{01} = \frac{1}{W} \cdot \omega_0 = 5294.5 \text{ rad/s}\end{aligned}$$

$$\psi = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2Q}\right) = 60.6647^\circ$$

Από τη διαδικασία μετασχηματισμού προκύπτει ότι το ζεύγος πόλων $s_{2,3}$ της συνάρτησης μεταφοράς μετασχηματίζεται σε δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων, ω_{01} και ω_{02} , καθώς και σε δύο μηδενικά στο μηδέν ($s = 0$). Οι πόλοι που προκύπτουν έχουν το ίδιο Q και άρα κείνται πάνω στην ίδια ευθεία. Η θέση των δύο ζεύγων πόλων βρίσκεται από τους κύκλους με ακτίνες ω_{01} , ω_{02} και την ευθεία.

Ακολουθώντας τις σημειώσεις του μαθήματος, αν θέλαμε να υπολογίσουμε αναλυτικά τα ζεύγη πόλων που προκύπτουν, θεωρώντας τη μορφή $\sigma_k + j\omega_k$, τότε τα πραγματικά και τα φανταστικά μέρη αυτών δίνονται από τους τύπους (11-36),(11-37):

$$\sigma_{ki} = \frac{\omega_{0i}}{2Q}$$

$$\omega_{ki} = \omega_{0i} \cdot \sin(\psi)$$

Μετασχηματισμός ζεύγους πόλων: $s_{4,5} = -0.3792 \pm j1.1670$

$$\Sigma_2 = 0.3792, \quad \Omega_2 = 1.1670$$

Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο Geffe.

$$C = \Sigma_2^2 + \Omega_2^2 = 1.5057$$

$$D = \frac{2\Sigma_2}{qc} = 0.82$$

$$E = 4 + \frac{C}{qc^2} = 5.7604$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4 \cdot D^2} = 5.522$$

$$Q = \frac{1}{D} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(E + G)} = 2.8965$$

$$K = \frac{\Sigma_2 \cdot Q}{qc} = 1.1876$$

$$W = K + \sqrt{K^2 - 1} = 1.8281$$

$$\omega_{02} = W \cdot \omega_0 = 14932 \text{ rad/s}, \quad \omega_{01} = \frac{1}{W} \cdot \omega_0 = 4468.1 \text{ rad/s}$$

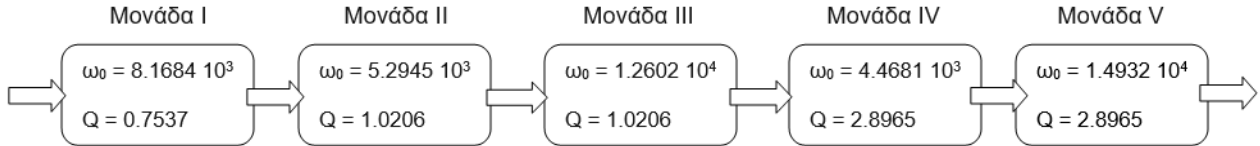
$$\psi = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2Q}\right) = 80.0596^\circ$$

Ομοίως με πριν, το ζεύγος πόλων $s_{4,5}$ της συνάρτησης μεταφοράς μετασχηματίζεται σε δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων, ω_{01} και ω_{02} , καθώς και σε δύο μηδενικά στο μηδέν ($s = 0$). Οι πόλοι που προκύπτουν έχουν το ίδιο Q και άρα κείνται πάνω στην ίδια ευθεία. Η θέση των δύο ζεύγων πόλων βρίσκεται από τους κύκλους με ακτίνες ω_{01} , ω_{02} και την ευθεία. Αναλυτικά οι πόλοι μπορούν να υπολογιστούν από τις σχέσεις (11-36),(11-37), όπως προηγουμένως.

Οι μετασχηματισμένοι πόλοι, τα αντίστοιχα Q των ριζών και οι γωνίες που προκύπτουν φαίνονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα:

ω_0	Q	ψ_k
$8.1681 \cdot 10^3$	0.7537	48.4409°
$5.2945 \cdot 10^3$	1.0206	60.6647°
$1.2602 \cdot 10^4$	1.0206	60.6647°
$4.4681 \cdot 10^3$	2.8965	80.0596°
$1.4932 \cdot 10^4$	2.8965	80.0596°

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από πέντε μονάδες, οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



2.1.2 Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Σύμφωνα με το AEM ($\alpha_3 = 9$) για την υλοποίηση της συνάρτησης μεταφοράς θα χρησιμοποιηθούν τα κυκλώματα Delyiannis-Fried με την στρατηγική σχεδίασης (2).

Θα θεωρούμε προσωρινά την κανονικοποιημένη συχνότητα $\omega_0 = 1$ ώστε να υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες και στη συνέχεια θα γίνονται οι απαραίτητες κλιμακοποιήσεις για να βρεθούν τα πραγματικά στοιχεία των μονάδων.

ΜΟΝΑΔΑ (I)

Η πρώτη μονάδα υλοποιείται από ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Delyiannis-Fried και αντιστοιχεί στο ζεύγος πόλων που προέκυψε από τον μετασχηματισμό του πραγματικού πόλου. Έχουμε:

$$C_1 = C_2 = C = 1, \quad \omega_0 = 1$$

$$R_1 = \frac{1}{2Q} = 0.6634, \quad R_2 = 2Q = 1.5074$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 8.1681 \cdot 10^3$ αντί 1, έχουμε $k_f = \omega_0 = 8.1681 \cdot 10^3$. Επιπλέον, προκειμένου να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή $1.0 \mu F$ ($a_2 = 2$) θα πρέπει:

$$k_m = \frac{C}{k_f \cdot 10^{-6}} = 122.4269$$

Επομένως τα πραγματικά στοιχεία της πρώτης μονάδας προκύπτουν:

$$R_1 = 81.217 \, \Omega, \quad R_2 = 184.5469 \, \Omega$$

$$C_1 = C_2 = 1 \mu F$$

ΜΟΝΑΔΑ (II)

Η δεύτερη μονάδα υλοποιείται ομοίως με πριν από ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Delyiannis-Fried και αντιστοιχεί στο πρώτο ζεύγος πόλων που προέκυψε από τον μετασχηματισμό του ζεύγους πόλων 2,3. Έχουμε:

$$C_1 = C_2 = C = 1, \quad \omega_0 = 1$$
$$R_1 = \frac{1}{2Q} = 0.4899, \quad R_2 = 2Q = 2.0412$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 5.2945 \cdot 10^3$ αντί 1, έχουμε $k_f = \omega_0 = 5.2945 \cdot 10^3$. Επιπλέον, προκειμένου να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή $1.0\mu F$ ($a_2 = 2$) θα πρέπει:

$$k_m = \frac{C}{k_f \cdot 10^{-6}} = 188.8759$$

Επομένως τα πραγματικά στοιχεία της πρώτης μονάδας προκύπτουν:

$$R_1 = 92.534 \, \Omega, \quad R_2 = 385.5241 \, \Omega$$

$$C_1 = C_2 = 1\mu F$$

ΜΟΝΑΔΑ (III)

Η τρίτη μονάδα υλοποιείται ομοίως με πριν από ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Delyiannis-Fried και αντιστοιχεί στο δεύτερο ζεύγος πόλων που προέκυψε από τον μετασχηματισμό του ζεύγους πόλων 2,3. Έχουμε:

$$C_1 = C_2 = C = 1, \quad \omega_0 = 1$$
$$R_1 = \frac{1}{2Q} = 0.4899, \quad R_2 = 2Q = 2.0412$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 1.2602 \cdot 10^4$ αντί 1, έχουμε $k_f = \omega_0 = 1.2602 \cdot 10^4$. Επιπλέον, προκειμένου να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή $1.0\mu F$ ($a_2 = 2$) θα πρέπει:

$$k_m = \frac{C}{k_f \cdot 10^{-6}} = 79.3555$$

Επομένως τα πραγματικά στοιχεία της πρώτης μονάδας προκύπτουν:

$$R_1 = 38.8778 \, \Omega, \quad R_2 = 161.9766 \, \Omega$$

$$C_1 = C_2 = 1\mu F$$

ΜΟΝΑΔΑ (IV)

Η τέταρτη μονάδα υλοποιείται ομοίως με πριν από ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Delyiannis-Fried και αντιστοιχεί στο πρώτο ζεύγος πόλων που προέκυψε από τον μετασχηματισμό του ζεύγους πόλων 4,5. Έχουμε:

$$C_1 = C_2 = C = 1, \quad \omega_0 = 1$$
$$R_1 = \frac{1}{2Q} = 0.1726, \quad R_2 = 2Q = 5.7930$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 4.4681 \cdot 10^3$ αντί 1, έχουμε $k_f = \omega_0 = 4.4681 \cdot 10^3$. Επιπλέον, προκειμένου να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή $1.0\mu F$ ($a_2 = 2$) θα πρέπει:

$$k_m = \frac{C}{k_f \cdot 10^{-6}} = 223.8080$$

Επομένως τα πραγματικά στοιχεία της πρώτης μονάδας προκύπτουν:

$$R_1 = 38.6344 \Omega, \quad R_2 = 1.2965 k\Omega$$

$$C_1 = C_2 = 1\mu F$$

ΜΟΝΑΔΑ (V)

Η πέμπτη και τελευταία μονάδα υλοποιείται ομοίως με πριν από ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Delyiannis-Fried και αντιστοιχεί στο δεύτερο ζεύγος πόλων που προέκυψε από τον μετασχηματισμό του ζεύγους πόλων 4,5. Έχουμε:

$$C_1 = C_2 = C = 1, \quad \omega_0 = 1$$
$$R_1 = \frac{1}{2Q} = 0.1726, \quad R_2 = 2Q = 5.7930$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 1.4932 \cdot 10^4$ αντί 1, έχουμε $k_f = \omega_0 = 1.4932 \cdot 10^4$. Επιπλέον, προκειμένου να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή $1.0\mu F$ ($a_2 = 2$) θα πρέπει:

$$k_m = \frac{C}{k_f \cdot 10^{-6}} = 66.9696$$

Επομένως τα πραγματικά στοιχεία της πρώτης μονάδας προκύπτουν:

$$R_1 = 11.5605 \Omega, \quad R_2 = 387.9536 \Omega$$

$$C_1 = C_2 = 1\mu F$$

2.1.3 Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στη ζώνη διέλευσης να είναι $10dB$. Είναι γνωστό ότι η απόκριση συχνότητας έχει το μέγιστό της στην κεντρική συχνότητα $\omega_0 = 8.1681 \cdot 10^3$ (rad/sec). Σε αυτήν τη συχνότητα θέλουμε το φίλτρο να έχει κέρδος $10dB \rightarrow 10^{\frac{1}{2}}$. Βρίσκουμε το κέρδος της συνολικής απόκρισης στην κεντρική συχνότητα αξιοποιώντας τον τύπο (11-58) για κάθε μονάδα ξεχωριστά, οπότε προκύπτει:

$$k_{total} = |T_1(j\omega_0)| \times |T_2(j\omega_0)| \times |T_3(j\omega_0)| \times |T_4(j\omega_0)| \times |T_5(j\omega_0)|$$
$$= 1.1361 \times 1.5384 \times 1.5384 \times 4.3662 \times 4.3662 = 51.2606$$

Υπολογίζουμε τον συντελεστή:

$$a = \frac{10^{\frac{1}{2}}}{51.2606} = 0.0617$$

Επειδή προκύπτει μικρότερος της μονάδας χρειάζεται να γίνει εξασθένηση κέρδους. Επιλέγουμε να κάνουμε συνολική ρύθμιση κέρδους στην αρχή του κυκλώματος, οπότε διαιρούμε την αντίσταση της μονάδας (I) ως εξής:

$$Z_2 = \frac{R_1}{a} = 1.3165 k\Omega, \quad Z_3 = \frac{R_1}{1-a} = 86.5567 \Omega$$

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

Η συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους μονάδων δίνεται από τον τύπο (7-81):

$$T(s) = \frac{-2Q\omega_0 s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

1. Πιο συγκεκριμένα η συνάρτηση μεταφοράς της πρώτης μονάδας είναι:

$$T_1(s) = \frac{-1.231 \cdot 10^4 s}{s^2 + 1.084 \cdot 10^4 s + 6.672 \cdot 10^7}$$

2. Ομοίως, η συνάρτηση μεταφοράς της δεύτερης μονάδας είναι:

$$T_2(s) = \frac{-1.081 \cdot 10^4 s}{s^2 + 5188s + 2.803 \cdot 10^7}$$

3. Ομοίως, η συνάρτηση μεταφοράς της τρίτης μονάδας είναι:

$$T_3(s) = \frac{-2.572 \cdot 10^4 s}{s^2 + 1.235 \cdot 10^4 s + 1.588 \cdot 10^8}$$

4. Ομοίως, η συνάρτηση μεταφοράς της τέταρτης μονάδας είναι:

$$T_4(s) = \frac{-2.588 \cdot 10^4 s}{s^2 + 1543s + 1.996 \cdot 10^7}$$

5. Ομοίως, η συνάρτηση μεταφοράς της πέμπτης μονάδας είναι:

$$T_5(s) = \frac{-8.65 \cdot 10^4 s}{s^2 + 5155s + 2.23 \cdot 10^8}$$

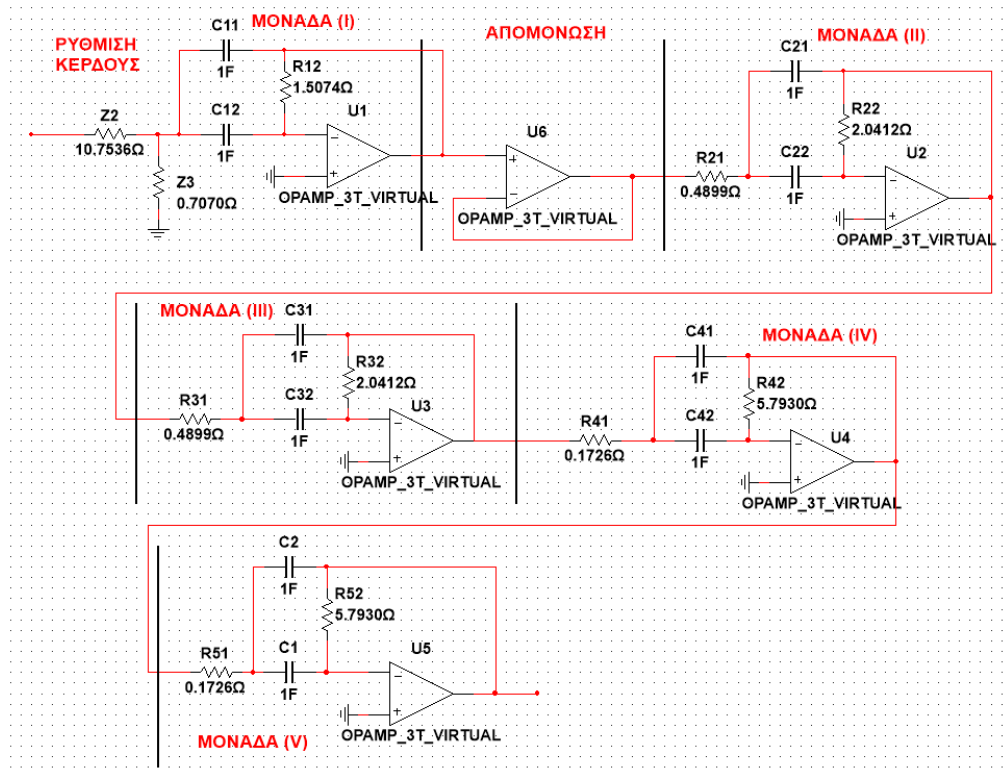
Άρα η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοδιαβατού φίλτρου προκύπτει:

$$T_{BPF}(s) = a \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \cdot T_4(s) \cdot T_5(s)$$

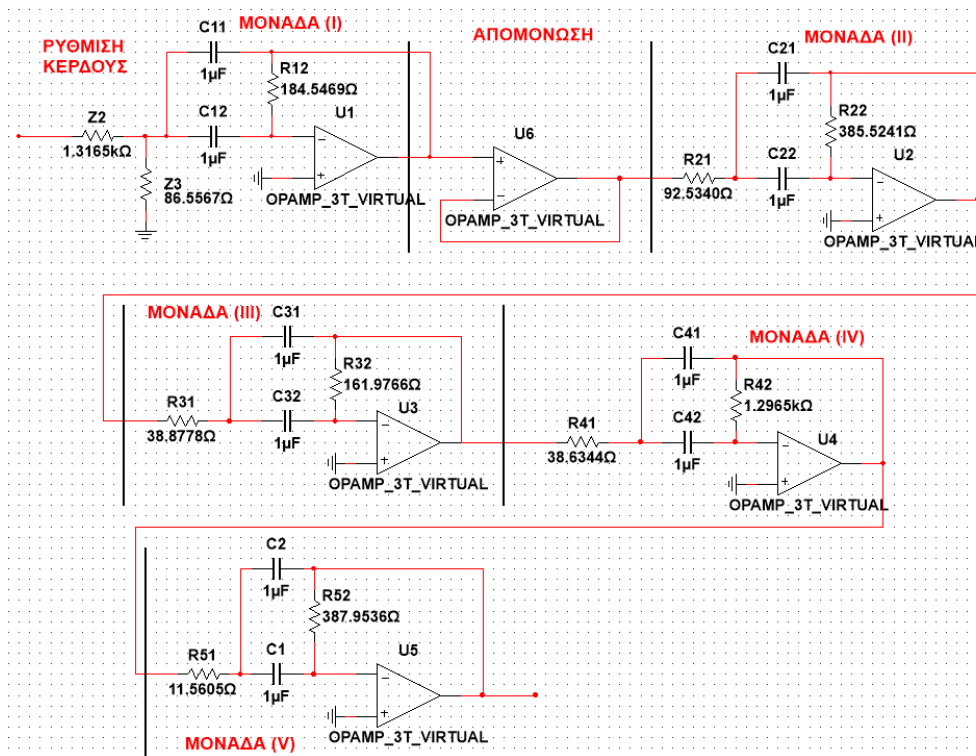
$$T_{BPF}(s) = \frac{-4.727 \cdot 10^{20} s^5}{s^{10} + 3.507 \cdot 10^4 s^9 + 9.486 \cdot 10^8 s^8 + 1.602 \cdot 10^{13} s^7 + 2.122 \cdot 10^{17} s^6 + 1.975 \cdot 10^{21} s^5 + 1.416 \cdot 10^{25} s^4 + 7.133 \cdot 10^{28} s^3 + 2.817 \cdot 10^{32} s^2 + 6.949 \cdot 10^{35} s + 1.322 \cdot 10^{39}}$$

Στο παρακάτω σχήμα παρατίθεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα, στο οποίο φαίνονται οι πέντε μονάδες αλλά και η απομόνωση μεταξύ 1ης και 2ης μονάδας προκειμένου να μην αλληλοεπιδρούν η μια στην άλλη. Επιπλέον, υπάρχει μια διάταξη στην αρχή του κυκλώματος για τη ρύθμιση κέρδους.

Στη συνέχεια φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοδιαβατό φίλτρο Butterworth, με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



Σχήμα 24: Κανονικοποιημένο κύκλωμα του ζωνοδιαβατού φίλτρου Butterworth

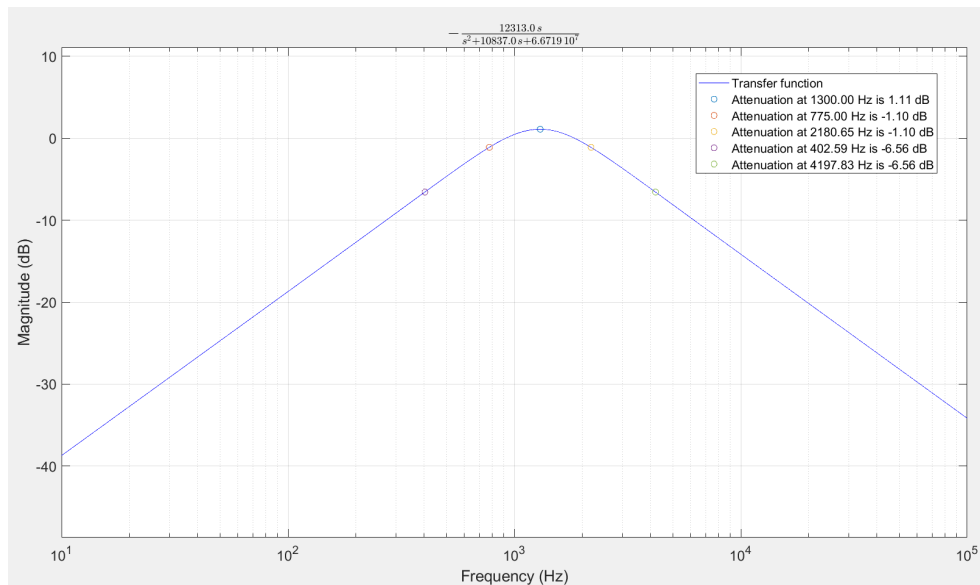


Σχήμα 25: Τελικό κύκλωμα του ζωνοδιαβατού φίλτρου Butterworth

2.2 Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

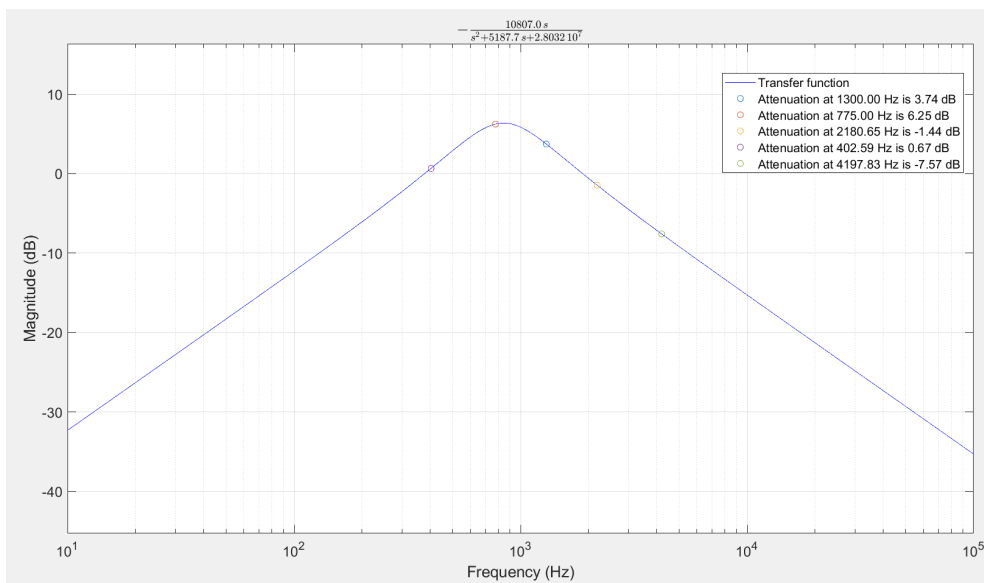
Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των πέντε μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για εκάστοτε μονάδα (1^η, 2^η, 3^η, 4^η, 5^η) φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο MATLAB χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση *plot_transfer_function.m* με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών ($f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5$).

1^η Μονάδα: Ζωνοδιαβατό φίλτρο Delyiannis-Fried (Στρατηγική 2)



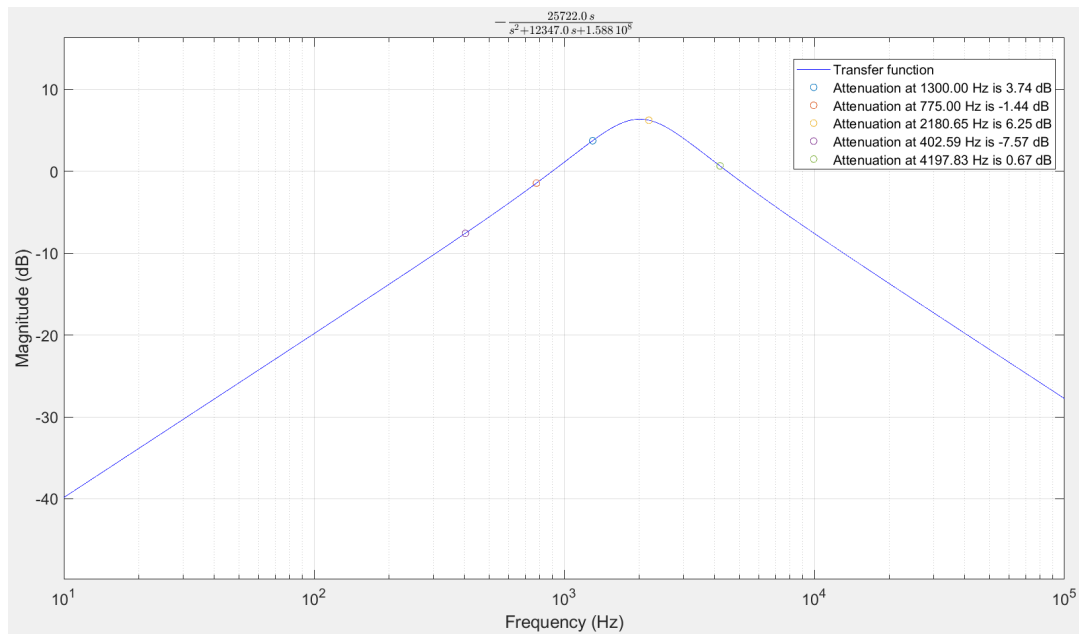
Σχήμα 26: Απόκριση πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς της πρώτης μονάδας

2^η Μονάδα: Ζωνοδιαβατό φίλτρο Delyiannis-Fried (Στρατηγική 2)



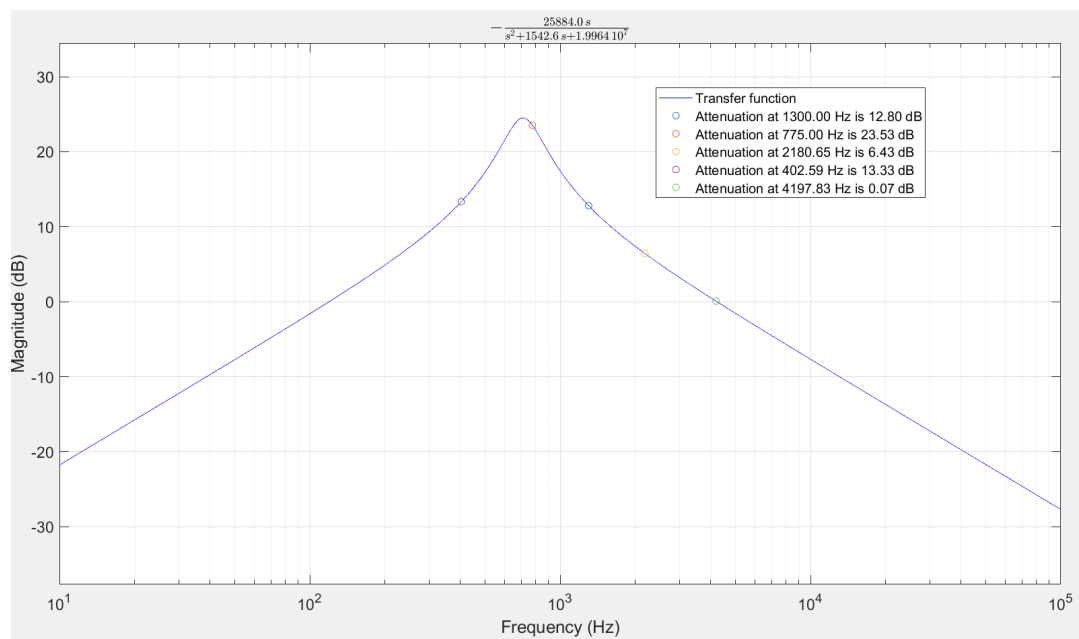
Σχήμα 27: Απόκριση πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς της δεύτερης μονάδας

3^η Μονάδα: Ζωνοδιαβατό φίλτρο Delyiannis-Fried (Στρατηγική 2)



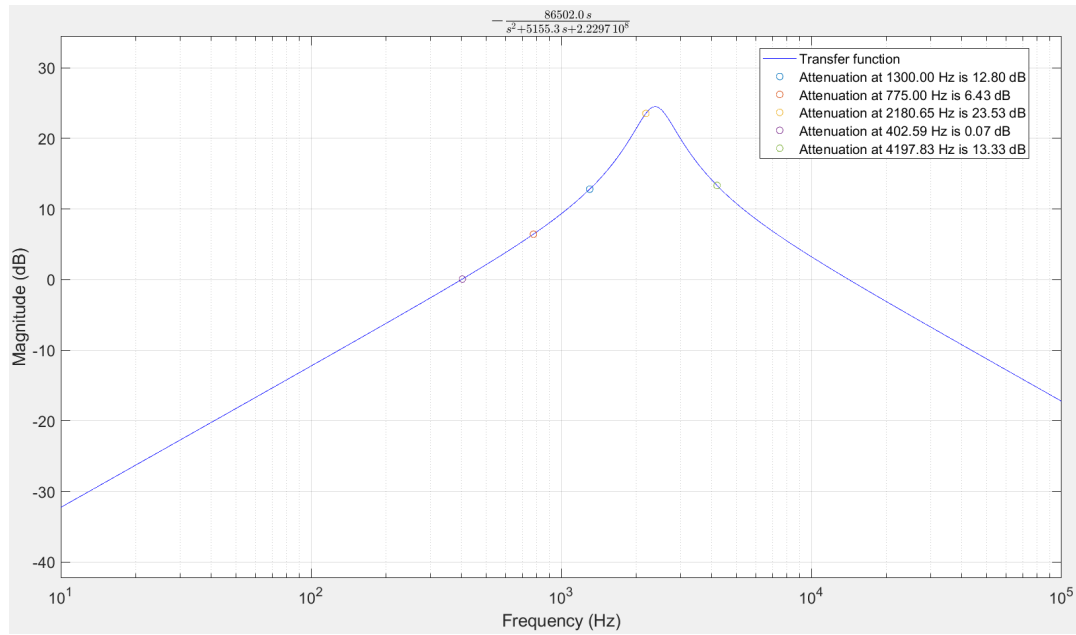
Σχήμα 28: Απόκριση πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς της τρίτης μονάδας

4^η Μονάδα: Ζωνοδιαβατό φίλτρο Delyiannis-Fried (Στρατηγική 2)



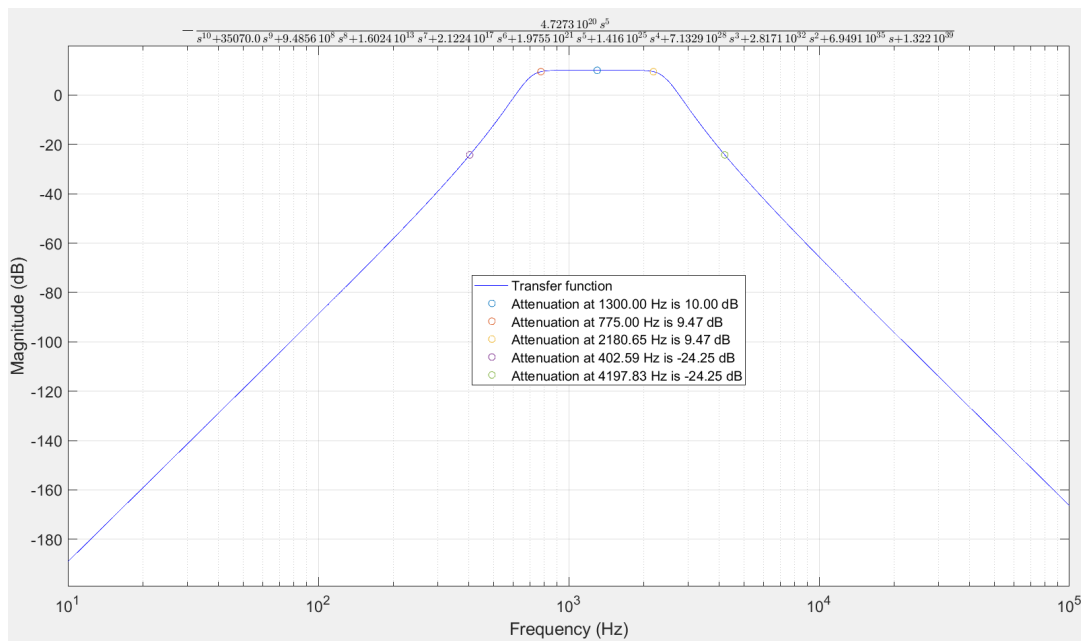
Σχήμα 29: Απόκριση πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς της τέταρτης μονάδας

5^η Μονάδα: Ζωνοδιαβατό φίλτρο Delyiannis-Fried (Στρατηγική 2)



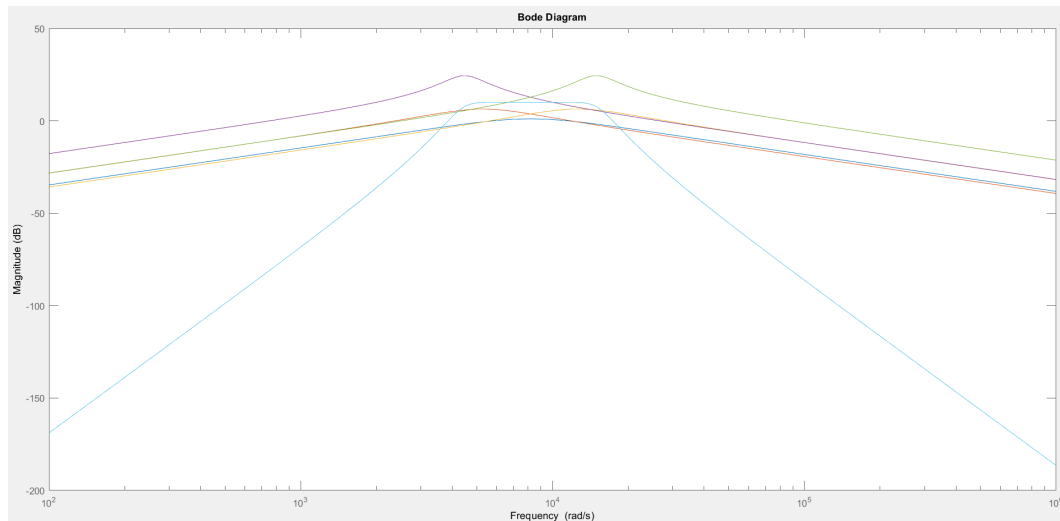
Σχήμα 30: Απόκριση πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς της πέμπτης μονάδας

Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου, μετά την ρύθμιση κέρδους, συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης *plot_transfer_function.m*.



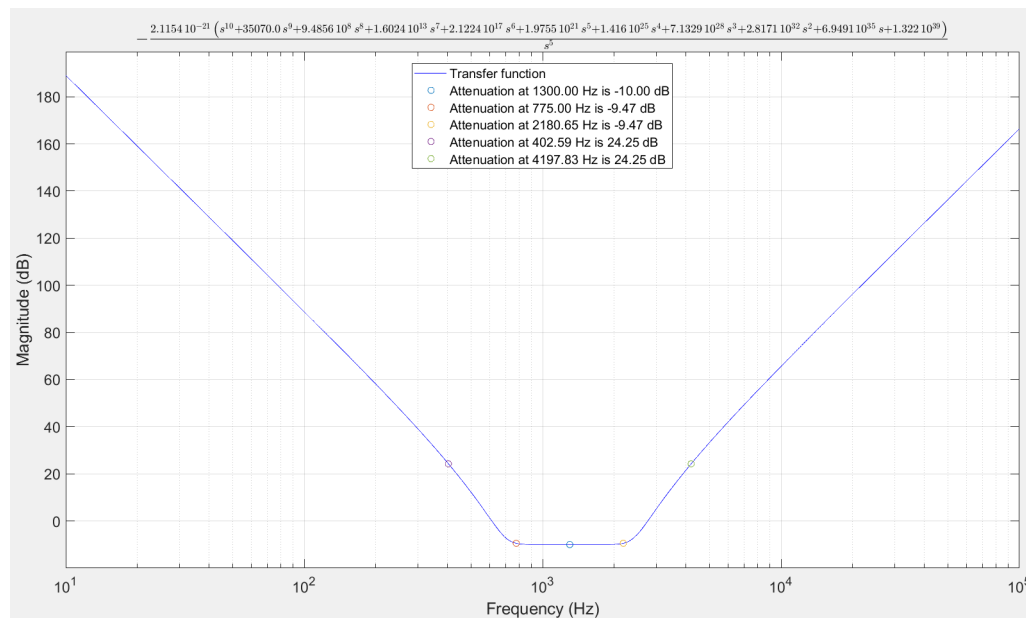
Σχήμα 31: Απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς

Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



Σχήμα 32: Απόκρισεις σε κοινό διάγραμμα Bode

Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης.

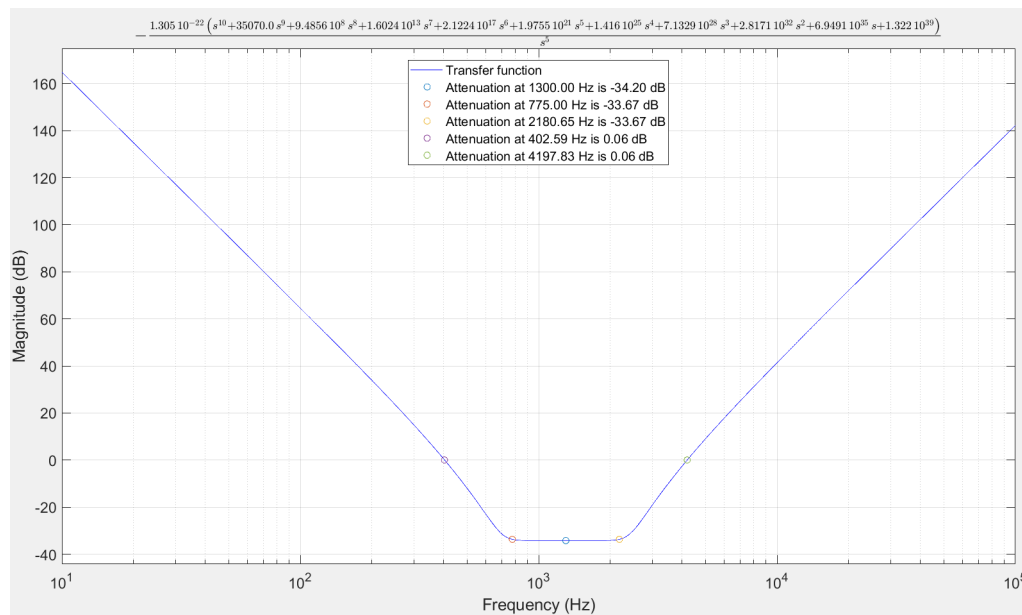


Σχήμα 33: Συνάρτηση απόσβεσης της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς μετά τη ρύθμιση κέρδους

Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή τις $f_1 = 775 \text{ Hz}$, $f_2 = 2.1806 \text{ kHz}$, $f_3 = 402.5889 \text{ Hz}$, $f_4 = 4.1978 \text{ kHz}$, καθώς και την κεντρική συχνότητα $f_0 = 1300 \text{ Hz}$ και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε ότι η απόκριση πληροί τις προδιαγραφές που τέθηκαν εξ αρχής, $a_{min} = 30 \text{ dB}$, $a_{max} = 0.5278 \text{ dB}$.

Κατά συνέπεια για τις συχνότητες f_1, f_2 η απόσβεση είναι $10 - |-9.47| = 0.53 \text{ dB}$. Επειδή όμως το αποτέλεσμα είναι σχετικό, εξαρτάται δηλαδή και από την ρύθμιση του κέρδους που έχουμε κάνει είναι φανερό ότι η προδιαγραφή $a_{max} = 0.5278 \text{ dB}$ πληρείται οριακά. Επίσης στις συχνότητες f_3, f_4 η απόσβεση είναι $10 - (-24.25) = 34.25 \text{ dB}$, δηλαδή είναι προφανές ότι η προδιαγραφή $a_{min} = 30 \text{ dB}$ υπερκαλύπτεται.

Πριν τη ρύθμιση κέρδους η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα, από το οποίο με την ίδια λογική συμπεραίνουμε πως πληρούνται οι προδιαγραφές.

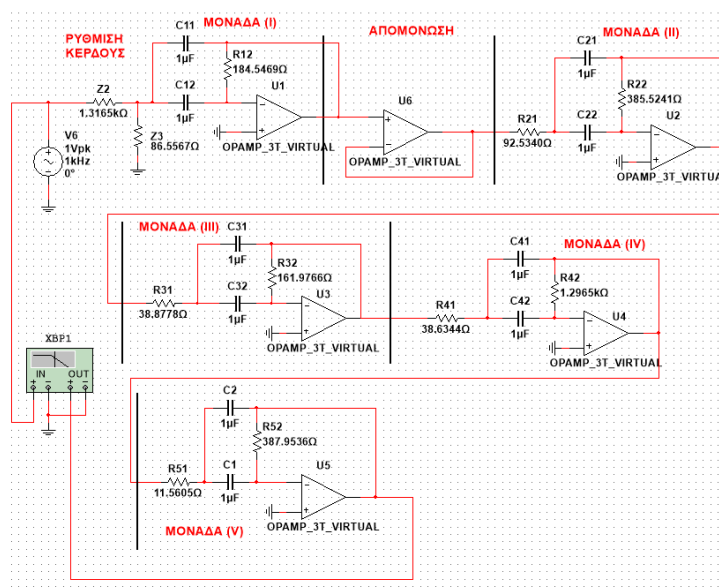


Σχήμα 34: Συνάρτηση απόσβεσης της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς πριν τη ρύθμιση κέρδους

2.3 Υλοποίηση του κυκλώματος του φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

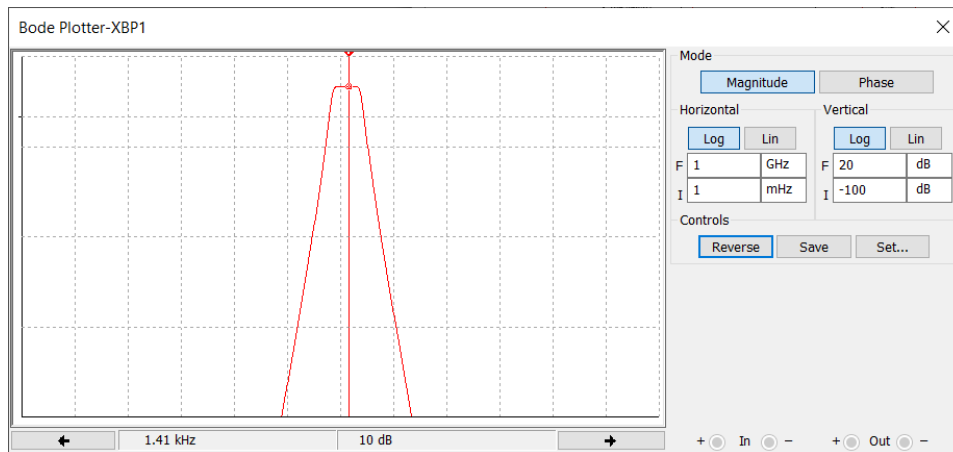
Εισάγουμε λοιπόν τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



Σχήμα 35: Κύκλωμα του ζωνοδιαβατού φίλτρου Butterworth στο MULTISIM

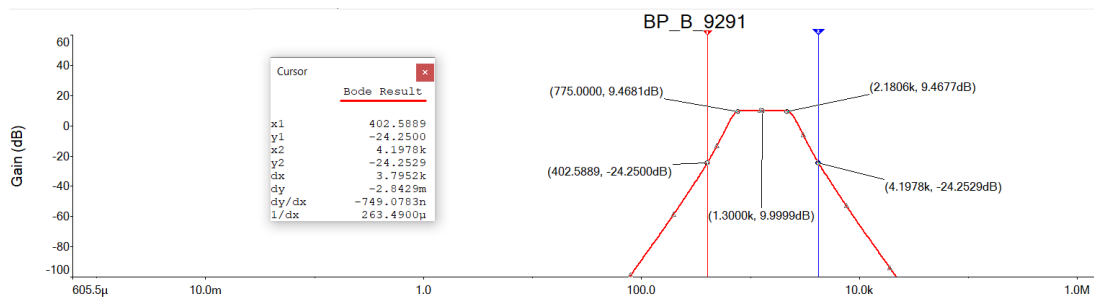
Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση

συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω:



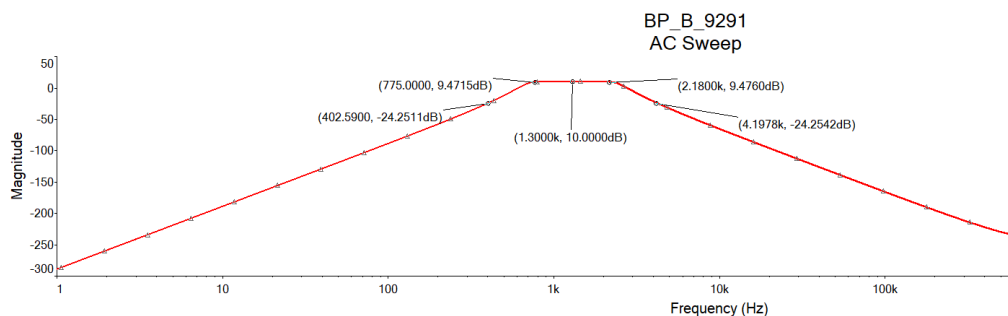
Σχήμα 36: Απόκριση συχνότητας του φίλτρου με χρήση του Bode-Plotter

Εκ πρώτης όψεως το διάγραμμα που προκύπτει είναι το αναμενόμενο εφόσον έχει τη μορφή ενός ζωνοδιαβατού φίλτρου όπως αυτό που υπολογίστηκε θεωρητικά και προσομοιώθηκε στο MATLAB προηγουμένως. Επιπλέον, αν παρατηρήσουμε στο κάτω μέρος της εικόνας θα δούμε πως πληρείται η προδιαγραφή για το επιθυμητό κέρδος (10dB). Προκειμένου να αποκτήσουμε μια πιο ξεκάθαρη εικόνα για τη συμπεριφορά του κυκλώματος χρησιμοποιούμε κέρσορες στις συχνότητες που μας ενδιαφέρουν. Το παρακάτω διάγραμμα απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο (ξανά δηλαδή το διάγραμμα του Bode-Plotter αλλά στον Ggrapher του Multisim) με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Σχήμα 37: Απόκριση συχνότητας του φίλτρου με χρήση του Bode-Plotter με δυνατότητα ανάγνωσης τιμών

Επιπλέον, παρατίθεται το αντίστοιχο figure με χρήση AC Sweep.



Σχήμα 38: Απόκριση συχνότητας του φίλτρου - (AC Sweep)

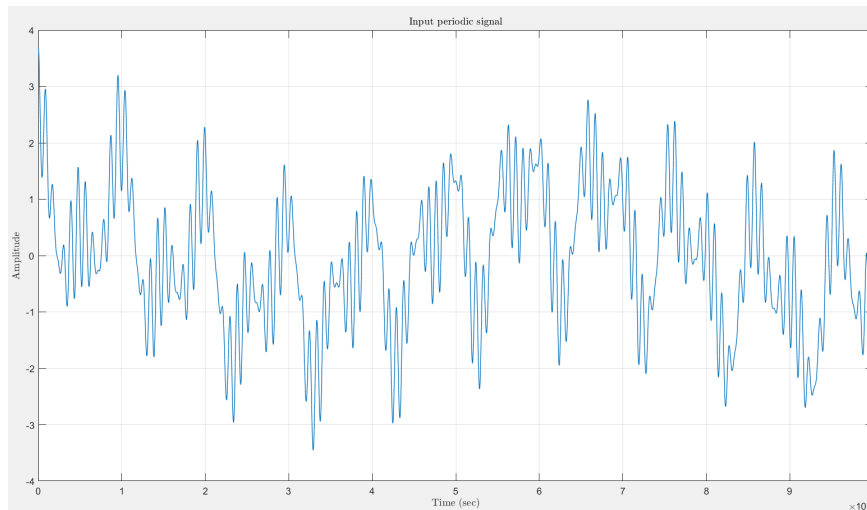
Από αυτά τα διαγράμματα, στα οποία απεικονίζονται οι κρίσιμες συχνότητες και η απόκριση του φίλτρου σε αυτές, γίνεται φανερό ότι πληρείται η προδιαγραφή για το επιθυμητό κέρδος του φίλτρου στη ζώνη διέλευσης ($10dB$) και επιπλέον οι αποσβέσεις στις κρίσιμες συχνότητες βρίσκονται στα επιθυμητά όρια. Αναλυτικότερα, στις συχνότητες f_3, f_4 έχουμε απόσβεση $10 - (-24.25) = 34.25dB$ που εμφανώς καλύπτει την προδιαγραφή για το a_{min} , ενώ στις συχνότητες f_1, f_2 η προδιαγραφή $10 - 9.47 = 0.53$ καλύπτεται οριακά.

Πιο συγκεκριμένα, ελέγχοντας κατάλληλα τις κλίμακες συχνότητας και απόσβεσης διαπιστώνουμε ότι το φίλτρο που έχει κατασκευαστεί έχει την επιθυμητή συμπεριφορά στις ζώνες διόδου και αποκοπής, γεγονός που συμφωνεί με τα προηγούμενα διαγράμματα/σχολιασμούς και τη θεωρητική ανάλυση που έχει προηγηθεί.

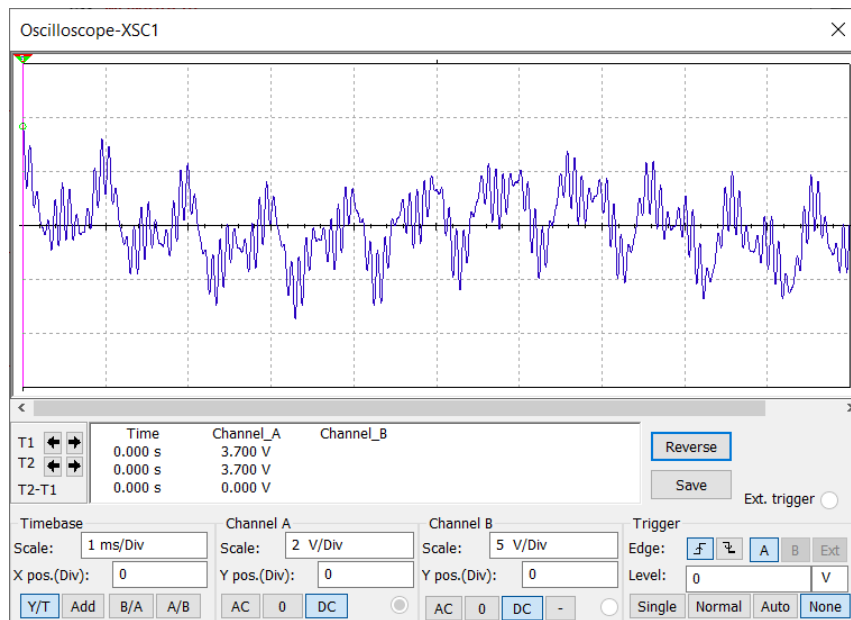
- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια πηγή διέγερσης ένα περιοδικό σήμα με την παρακάτω μορφή. Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

$$f(t) = \cos\left(\left(\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_1}{2}\right) \cdot t\right) + 0.8\cos\left(\left(\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_1}{3}\right) \cdot t\right) + 0.8\cos(0.4\omega_3 t) + 0.6\cos(2.5\omega_4 t) + 0.5\cos(3\omega_4 t)$$

Σήμα Εισόδου:

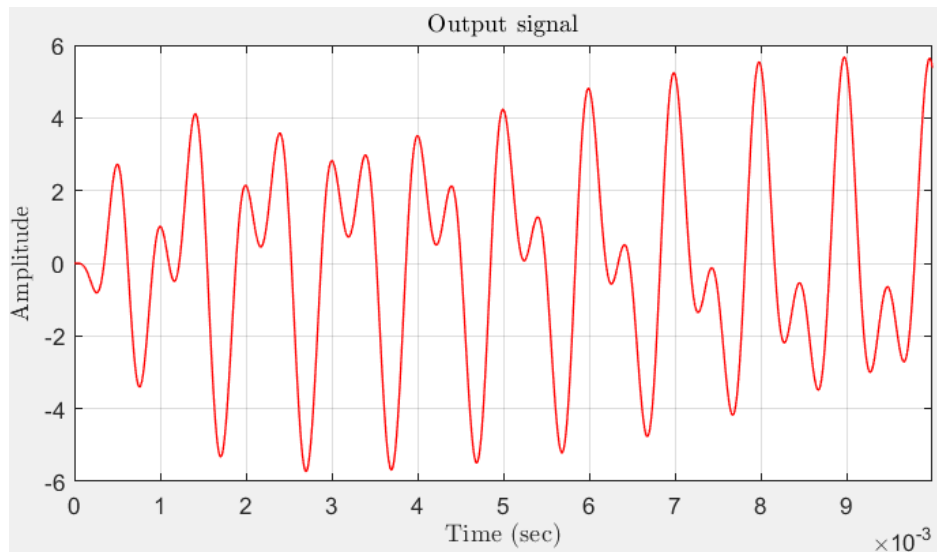


Σχήμα 39: Σήμα εισόδου - MATLAB

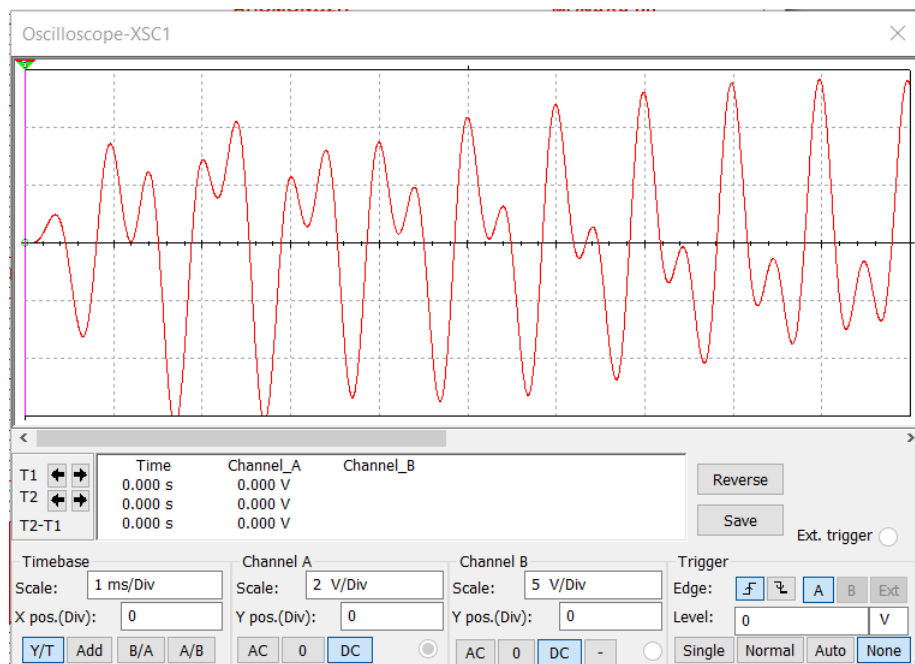


Σχήμα 40: Σήμα εισόδου - MULTISIM

Σήμα Εξόδου:

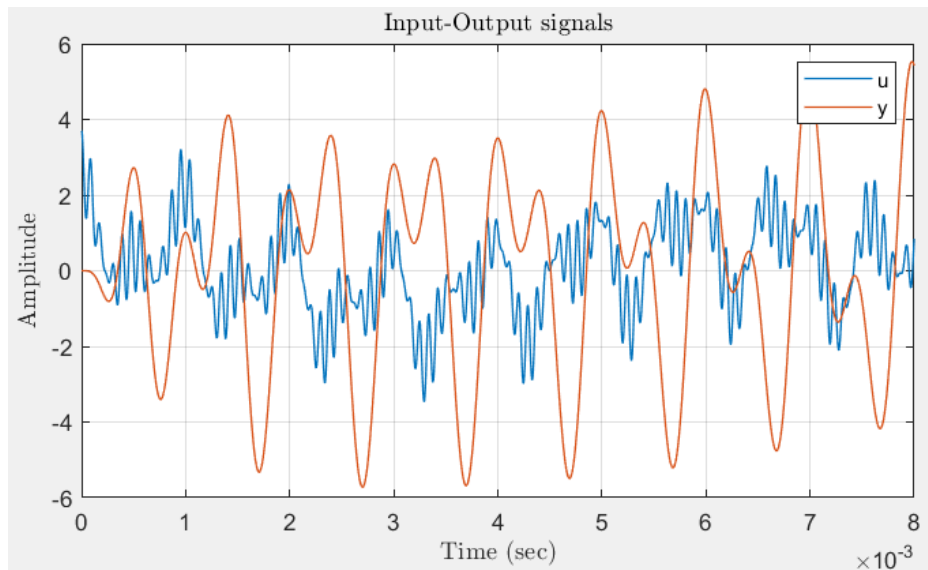


Σχήμα 41: Σήμα εξόδου - MATLAB

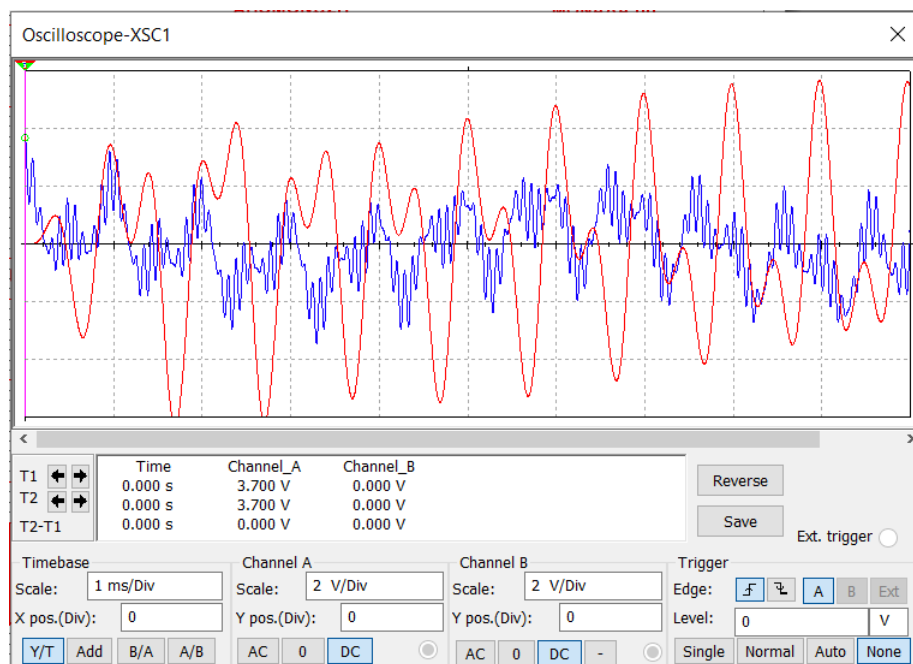


Σχήμα 42: Σήμα εξόδου - MULTISIM

Σήματα Εισόδου - Εξόδου σε κοινό διάγραμμα:



Σχήμα 43: Σήματα Εισόδου - Εξόδου σε κοινό διάγραμμα - MATLAB



Σχήμα 44: Σήματα Εισόδου - Εξόδου σε κοινό διάγραμμα - MULTISIM

Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου στο Matlab και στο Multisim σε ξεχωριστά και κοινά διαγράμματα. Είναι εμφανές πως τα αντίστοιχα διαγράμματα είναι ίδια, όπως είναι λογικό αφού πρόκειται για τα ίδια σήματα. Σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις και ιδιαίτερα στο κοινό διάγραμμα οι ρυθμίσεις είναι ίδιες για τα δύο κανάλια ώστε να είναι πιο εύκολη η σύγκριση των δύο σημάτων ($2V/Div$, $1msec/Div$).

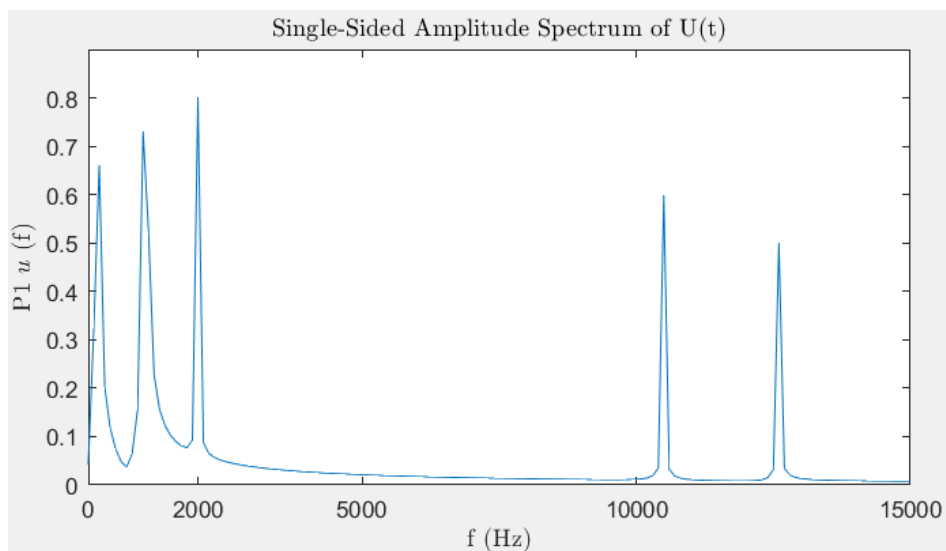
Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου είναι παραμορφωμένο σε σχέση με το σήμα εισόδου, τόσο στη μορφή όσο και στο πλάτος. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο καθώς το φίλ-

τρο ενισχύει τις συχνότητες της ζώνης διέλευσης και αποκόπτει τις υπόλοιπες. Επιπλέον, μπορούμε να διακρίνουμε την καθυστέρηση του σήματος εξόδου ως προς το σήμα εισόδου, η οποία συμβαίνει λόγω του χρόνου απόκρισης του φίλτρου-κυκλώματος. Το κέρδος του φίλτρου γίνεται φανερό κυρίως στο κοινό διάγραμμα, όπου η μέγιστη τιμή του σήματος εξόδου είναι σχεδόν τριπλάσια από την αντίστοιχη του σήματος εισόδου, δηλαδή το σήμα ενισχύεται όπως επιθυμούμε κατά $10dB$ ή 3.16 . Αυτό θα φανεί καλύτερα και παρακάτω, στα φάσματα εισόδου και εξόδου που ακολουθούν.

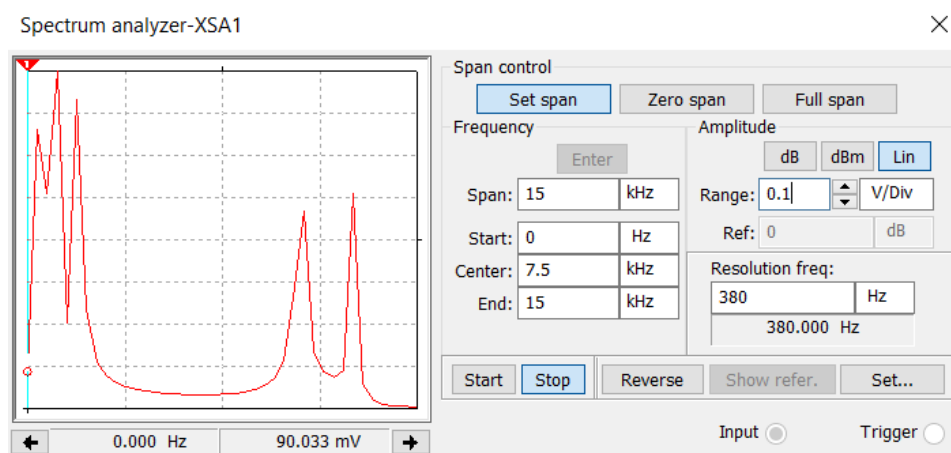
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου, ώστε να επαληθεύσουμε την εγκυρότητα όσων έχουν προηγηθεί. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

Φάσμα σήματος εισόδου:

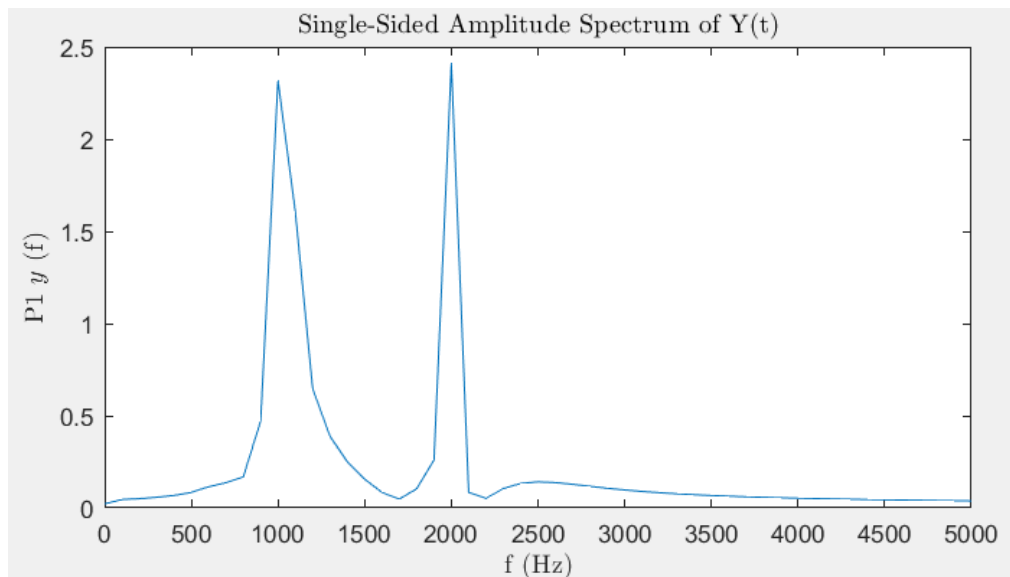


Σχήμα 45: Φάσμα σήματος εισόδου - MATLAB

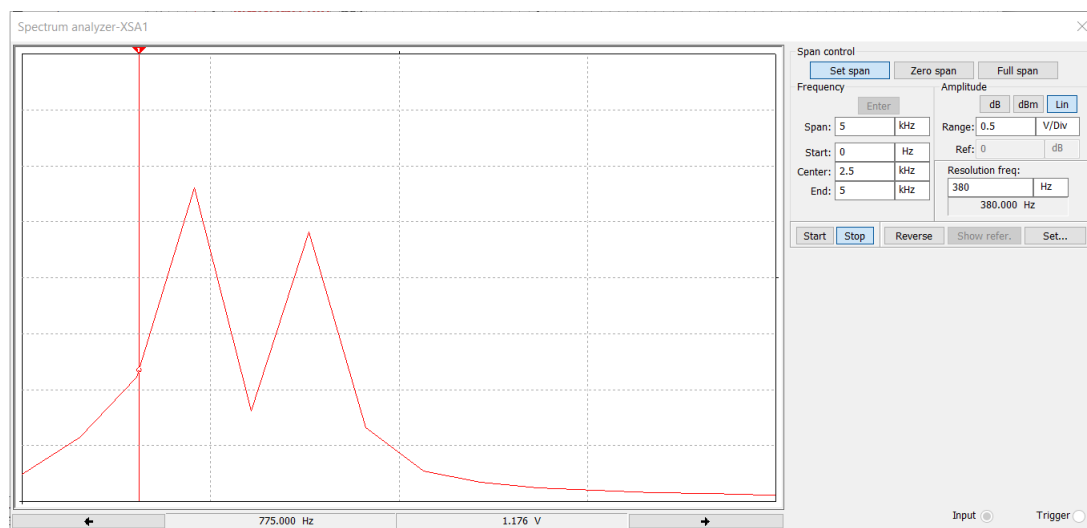


Σχήμα 46: Φάσμα σήματος εισόδου - MULTISIM

Φάσμα σήματος εξόδου:



Σχήμα 47: Φάσμα σήματος εξόδου - MATLAB



Σχήμα 48: Φάσμα σήματος εξόδου - MULTISIM

Καταρχάς είναι εμφανές ότι τα αντίστοιχα διαγράμματα του Matlab και του Multisim είναι ίδια μεταξύ τους και πράγματι φαίνεται ότι το κύκλωμά μας είναι ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο. Οι κρίσιμες συχνότητες για το συγκεκριμένο φίλτρο είναι $f_1 = 775\text{Hz}$, $f_2 = 2.1806\text{kHz}$ (ζώνη διόδου) $f_3 = 402.5889\text{Hz}$, $f_4 = 4.1978\text{kHz}$ (ζώνες αποκοπής). Το φίλτρο διατηρεί και ενισχύει τις συχνότητες στη ζώνη $775 - 2180.6\text{Hz}$ και αποκόπτει τις συχνότητες πριν τα 402.5889Hz και μετά τα 4.1978kHz . Αν προσέξουμε για παράδειγμα την αρμονική στη συχνότητα 2kHz στο φάσμα εισόδου θα δούμε ότι το ύψος της φτάνει μέχρι τα 0.8, ενώ η αντίστοιχη αρμονική στο φάσμα εξόδου αγγίζει το 2.4, γεγονός που επαληθεύει το κέρδος του φίλτρου (10dB). Στις ζώνες μεταξύ $402.5889 - 775\text{Hz}$ και $2.1806 - 4.1978\text{kHz}$ το φασματικό περιεχόμενο του σήματος έχει εξασθενήσει αλλά δεν έχει μηδενιστεί καθώς πρόκειται για ζώνες μετάβασης.

Έτσι συνάγεται το συμπέρασμα ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς η θεωρητική ανάλυση και η κυκλωματική λειτουργία του συμφωνούν και παρουσιάζει την επιθυμητή συμπεριφορά στις ζώνες διόδου και αποκοπής.

3 Εργασία #3: Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων

ΖΩΝΟΦΡΑΚΤΙΚΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV

Να σχεδιαστεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Inverse Chebyshev, το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης:

$$f_0 = 1800Hz, \quad f_1 = 1400Hz, \quad f_2 = 2.3143kHz$$

$$f_3 = 1.5639kHz, \quad f_4 = 2.0718kHz$$

και

$$a_{max} = 0.5556dB, \quad a_{min} = 21dB$$

3.1 Αναλυτική Σχεδίαση φίλτρου

3.1.1 Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο (9-137):

$$n = \frac{\cosh^{-1} [(10^{a_{min}/10} - 1)/(10^{a_{max}/10} - 1)]^{1/2}}{\cosh^{-1}(\frac{1}{\Omega_p})}$$

Οι προδιαγραφές του πρωτότυπου κατωδιαβατού φίλτρου είναι:

$$\Omega_p = 1, \quad \Omega_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3} = 1.8$$

όπου:

$$\omega_1 = 8.7965 \cdot 10^3 \text{ rad/s}, \quad \omega_2 = 1.4541 \cdot 10^4 \text{ rad/s}, \quad \omega_3 = 9.8260 \cdot 10^3 \text{ rad/s}, \quad \omega_4 = 1.3017 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$$

Επίσης, υπολογίζουμε την κεντρική συχνότητα και το εύρος ζώνης του φίλτρου:

$$\omega_0 = 1.1310 \cdot 10^4 \text{ rad/s}, \quad bw = \omega_2 - \omega_1 = 5.7446 \cdot 10^3$$

Κλιμακοποιούμε τη συχνότητα έτσι ώστε να πάρουμε τις κανονικοποιημένες προδιαγραφές κατάλληλες για το φίλτρο IC.

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας από τον τύπο προκύπτει η τιμή $n = 3.439$. Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος στρογγυλοποιούμε στον αμέσως επόμενο ακέραιο αριθμό, δηλαδή:

$$\underline{n = 4}$$

Υπολογίζουμε τους συντελεστές ϵ και α , καθώς και τη συχνότητα ημίσειας ισχύος από τους τύπους:

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{a_{min}/10} - 1}} = 0.0895$$

$$\alpha = \frac{1}{n} \cdot \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon}\right) = 0.7772$$

$$\omega_{hp} = \omega_0 = \frac{1}{\cosh\left[\frac{1}{n} \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon}\right)\right]}$$

Με τον τύπο που επιλέξαμε για τον υπολογισμό της συχνότητας ημίσειας ισχύος θα έχουμε $a < a_{max}$ στη ζώνη διόδου, δηλαδή η προδιαγραφή θα υπερκαλύπτεται.
Έτσι λοιπόν, έπειτα από αντικατάσταση θα έχουμε ότι η συχνότητα ημίσειας ισχύος ω_0 είναι :

$$\omega_{hp} = \omega_0 = 0.7595 \text{ rad/s} < 1$$

Για $n = 4$ οι γωνίες Butterworth είναι: $\psi_k = \pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ$. Επομένως, οι πόλοι Chebyshev προκύπτουν από τους τύπους (9-102),(9-103):

$$-\sigma_k = \sinh(\alpha) \cdot \cos(\psi_k)$$

$$\pm\omega = \cosh(\alpha) \cdot \sin(\psi_k)$$

Δηλαδή:

$$p_{1,2} = -0.7926 \pm 0.5042i$$

$$p_{3,4} = -0.3283 \pm 1.2173i$$

Με Ω και Q από τους τύπους (9-150),(9-151):

$$\Omega_{0,1,2} = 0.9393, \quad Q_{1,2} = 0.5926$$

$$\Omega_{0,3,4} = 1.2607, \quad Q_{3,4} = 1.9202$$

Οι πόλοι της ICH προκύπτουν από την αντιστροφή των πόλων της απόκρισης Chebyshev, δηλαδή:

$$\tilde{\Omega}_{0,1,2} = \frac{1}{\Omega_{0,1,2}} = \frac{1}{0.9393} = 1.0646, \quad Q_{1,2} = 0.5926$$

$$\tilde{\Omega}_{0,3,4} = \frac{1}{\Omega_{0,3,4}} = \frac{1}{1.2607} = 0.7932, \quad Q_{3,4} = 1.9202$$

Κλιμακοποιούμε τα μέτρα των πόλων της ICH έτσι ώστε να μεταφερθούμε στο πεδίο συχνοτήτων της απόκρισης CH:

$$\tilde{\Omega}_{0,1,2} = 1.0646 \cdot 1.8 = 1.9162, \quad Q_{1,2} = 0.5926$$

$$\tilde{\Omega}_{0,3,4} = 0.7932 \cdot 1.8 = 1.4277, \quad Q_{3,4} = 1.9202$$

Τα μηδενικά της απόκρισης ICH προκύπτουν από την (9-130) ως εξής:

$$\omega_k = \sec\left(\frac{k\pi}{2 \cdot n}\right), \quad k = 1, 3$$

Δηλαδή:

$$\Omega_{z1} = 1.0824, \quad \Omega_{z2} = 2.6131$$

Κλιμακοποιούμε τα μηδενικά της ICH:

$$\tilde{\Omega}_{z1} = 1.0824 \cdot 1.8 = 1.9483, \quad \tilde{\Omega}_{z2} = 2.6131 \cdot 1.8 = 4.7036$$

Σε αυτό το σημείο θα αντιστρέψουμε αρχικά τους πόλους της ICH

$$\hat{\Omega}_{0,1,2} = \frac{1}{\tilde{\Omega}_{0,1,2}} = \frac{1}{1.9162} = 0.5219, \quad Q_{1,2} = 0.5926$$

$$\hat{\Omega}_{0,3,4} = \frac{1}{\tilde{\Omega}_{0,3,4}} = \frac{1}{1.4277} = 0.7004, \quad Q_{3,4} = 1.9202$$

και θα συνεχίσουμε αντιστρέφοντας και τα μηδενικά της ICH:

$$\hat{\Omega}_{z1} = \frac{1}{\tilde{\Omega}_{z1}} = \frac{1}{1.9483} = 0.5133$$

$$\hat{\Omega}_{z2} = \frac{1}{\tilde{\Omega}_{z2}} = \frac{1}{4.7036} = 0.2126$$

Επομένως, οι πόλοι της ανωδιαβατής συνάρτησης είναι:

$$\hat{\Sigma}_{1,2} = -\frac{\hat{\Omega}_{0,1,2}}{2Q_{1,2}} = -\frac{0.5219}{2 \cdot 0.5926} = -0.4403, \quad \hat{\Omega}_{1,2} = \sqrt{\hat{\Omega}_{0,1,2}^2 - \hat{\Sigma}_{1,2}^2} = 0.2801$$

$$\hat{\Sigma}_{3,4} = -\frac{\hat{\Omega}_{0,3,4}}{2Q_{3,4}} = -\frac{0.7004}{2 \cdot 1.9202} = -0.1824, \quad \hat{\Omega}_{3,4} = \sqrt{\hat{\Omega}_{0,3,4}^2 - \hat{\Sigma}_{3,4}^2} = 0.6763$$

Συνεχίζουμε αξιοποιώντας τον αλγόριθμο Geffe (11.3) προκειμένου να εφαρμόσουμε ζωνοδιαβατό μετασχηματισμό στους πόλους και τα μηδενικά.

Μετασχηματισμός ζεύγους πόλων: $-0.4403 \pm j0.2801$

$$\Sigma = 0.4403, \quad \Omega = 0.2801$$

$$qc = \frac{\omega_0}{bw} = 1.9688$$

Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο:

$$C = \Sigma^2 + \Omega^2 = 0.2723$$

$$D = \frac{2\Sigma}{qc} = 0.4473$$

$$E = 4 + \frac{C}{qc^2} = 4.0703$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4 \cdot D^2} = 3.9707$$

$$Q = \frac{1}{D} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(E + G)} = 4.4827$$

$$K = \frac{\Sigma_2 \cdot Q}{qc} = 1.0026$$

$$W = K + \sqrt{K^2 - 1} = 1.0741$$

$$\omega_{01} = \frac{1}{W} \cdot \omega_0 = 1.0529 \cdot 10^4, \quad \omega_{02} = W \cdot \omega_0 = 1.2148 \cdot 10^4$$

Από τη διαδικασία μετασχηματισμού προκύπτει ότι το ζεύγος πόλων $-0.4403 \pm j0.2801$ της συνάρτησης μεταφοράς μετασχηματίζεται σε δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων, ω_{01} και ω_{02} , καθώς και σε δύο μηδενικά στο μηδέν ($s = 0$). Οι πόλοι που προκύπτουν έχουν το ίδιο Q και άρα κείνται πάνω στην ίδια ευθεία. Η θέση των δύο ζευγών πόλων βρίσκεται από τους κύκλους με ακτίνες ω_{01}, ω_{02} και την ευθεία.

Ακολουθώντας τις σημειώσεις του μαθήματος, αν θέλαμε να υπολογίσουμε αναλυτικά τα ζεύγη πόλων που προκύπτουν, θεωρώντας τη μορφή $\sigma_k + j\omega_k$, τότε τα πραγματικά και τα φανταστικά μέρη αυτών δίνονται από τους τύπους (11-36),(11-37) ως εξής:

$$\sigma_{ki} = \frac{\omega_{0i}}{2Q}$$

$$\omega_{ki} = \omega_{0i} \cdot \sin(\cos^{-1}(\frac{1}{2Q})), \quad \psi_{ki} = \cos^{-1}(\frac{1}{2Q}) = 83.5959^\circ$$

Μετασχηματισμός ζεύγους πόλων: $-0.1824 \pm j0.6763$

$$\Sigma = 0.1824, \quad \Omega = 0.6763$$

Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο:

$$C = \Sigma^2 + \Omega^2 = 0.4906$$

$$D = \frac{2\Sigma}{qc} = 0.1853$$

$$E = 4 + \frac{C}{qc^2} = 4.1266$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4 \cdot D^2} = 4.1099$$

$$Q = \frac{1}{D} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(E + G)} = 10.9529$$

$$K = \frac{\Sigma_2 \cdot Q}{qc} = 1.0147$$

$$W = K + \sqrt{K^2 - 1} = 1.1866$$

$$\omega_{01} = \frac{1}{W} \cdot \omega_0 = 9.5312 \cdot 10^3, \quad \omega_{02} = W \cdot \omega_0 = 1.3420 \cdot 10^4$$

Ομοίως με πριν, από τη διαδικασία μετασχηματισμού προκύπτει ότι το ζεύγος πόλων $-0.1824 \pm j0.6763$ της συνάρτησης μεταφοράς μετασχηματίζεται σε δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων, ω_{01} και ω_{02} , καθώς και σε δύο μηδενικά στο μηδέν ($s = 0$). Οι πόλοι που προκύπτουν έχουν το ίδιο Q και άρα κείνται πάνω στην ίδια ευθεία. Η θέση των δύο ζευγών πόλων βρίσκεται από τους κύκλους με ακτίνες ω_{01}, ω_{02} και την ευθεία. Αναλυτικά οι πόλοι θα μπορούσαν να υπολογιστούν από τις σχέσεις (11-36), (11-37):

$$\sigma_{ki} = \frac{\omega_{0i}}{2Q}$$

$$\omega_{ki} = \omega_{0i} \cdot \sin(\cos^{-1}(\frac{1}{2Q})), \quad \psi_{ki} = \cos^{-1}(\frac{1}{2Q}) = 87.3835^\circ$$

Μετασχηματισμός μηδενικού: $\hat{\Omega}_{z1} = 0.5133$

$$K = 2 + \frac{\hat{\Omega}_{z1}^2}{qc^2} = 2.0680$$

$$x = \frac{K + \sqrt{K^2 - 4}}{2} = 1.2969$$

$$\omega_{z1} = \omega_0 \cdot \sqrt{x} = 1.288 \cdot 10^4, \quad \omega_{z2} = \frac{\omega_0}{\sqrt{x}} = 9.9312 \cdot 10^3$$

Από τον μετασχηματισμό αυτόν προκύπτουν δύο ζεύγη φανταστικών μηδενικών και δύο πόλοι στο μηδέν.

Μετασχηματισμός μηδενικού: $\hat{\Omega}_{z1} = 0.2126$

$$K = 2 + \frac{\hat{\Omega}_{z1}^2}{qc^2} = 2.0117$$

$$x = \frac{K + \sqrt{K^2 - 4}}{2} = 1.114$$

$$\omega_{z1} = \omega_0 \cdot \sqrt{x} = 1.1937 \cdot 10^4, \quad \omega_{z2} = \frac{\omega_0}{\sqrt{x}} = 1.0716 \cdot 10^4$$

Ομοίως από τον μετασχηματισμό αυτόν προκύπτουν δύο ζεύγη φανταστικών μηδενικών και δύο πόλοι στο μηδέν.

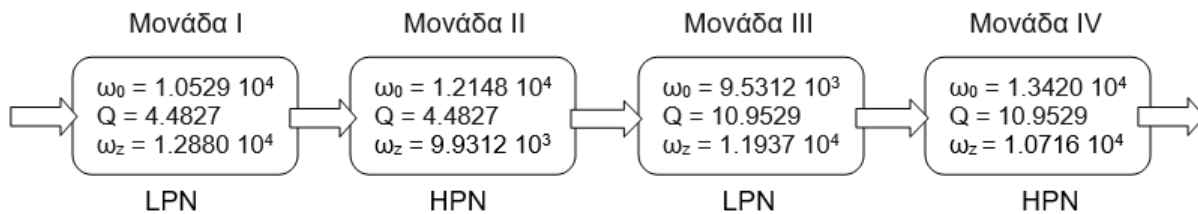
Οι πόλοι που προέκυψαν από τους μετασχηματισμούς αποτελούν τους πόλους της συνάρτησης μεταφοράς και φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μαζί με τις γωνίες, και τα αντίστοιχα Q των ριζών.

ω_0	Q	ψ_k
$1.0529 \cdot 10^4$	4.4827	83.5959°
$1.2148 \cdot 10^4$	4.4827	83.5959°
$9.5312 \cdot 10^3$	10.9529	87.3835°
$1.3420 \cdot 10^4$	10.9529	87.3835°

Επιπλέον στον παρακάτω πίνακα παρατίθενται τα ζεύγη μηδενικών που προέκυψαν από τους μετασχηματισμούς.

ω_{0z}
$\pm 1.2880 \cdot 10^4$
$\pm 9.9312 \cdot 10^3$
$\pm 1.1937 \cdot 10^4$
$\pm 1.0716 \cdot 10^4$

Σε αυτό το σημείο παρατηρούμε ότι η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από τέσσερις μονάδες, οι οποίες προκύπτουν αν ομαδοποιήσουμε κατάλληλα τους πόλους και τα μηδενικά της ζωνοφρακτικής απόκρισης. Οι μονάδες ανάλογα με τη σχετική θέση πόλων-μηδενικών θα αποτελούν έναν από τους τρεις τύπους φίλτρων Notch (Notch,HPN,LPN). Πιο συγκεκριμένα οι μονάδες που προκύπτουν φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



3.1.2 Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Σύμφωνα με το AEM ($\alpha_4 = 1$) για την υλοποίηση της των φίλτρων HPN και LPN θα χρησιμοποιηθούν τα κυκλώματα των Σχ. 7.21 και 7.23.

Θα θεωρούμε προσωρινά την κανονικοποιημένη συχνότητα $\omega_0 = 1$ ώστε να υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες και στη συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση για να βρεθούν τα πραγματικά στοιχεία των μονάδων.

ΜΟΝΑΔΑ (I)

Η πρώτη μονάδα υλοποιείται με βάση το κύκλωμα του Σχ.7.23 (LPN). Έχουμε $\omega_0 = 1.0529 \cdot 10^4$, $\omega_z = 1.288 \cdot 10^4$ και $Q = 4.4827$. Κανονικοποιούμε τις συχνότητες έτσι ώστε:

$$\Omega_0 = 1, \quad \Omega_z = \frac{\omega_z}{\omega_0} = 1.2233$$

Άρα:

$$C = \frac{1}{2Q} = 0.1115, \quad R_2 = 4Q^2 = 80.3783$$

$$R_1 = R_4 = 1$$

$$R_5 = \frac{4Q^2}{\Omega_z^2 - 1} = 161.9406, \quad R_3 = \frac{\Omega_z^2}{2Q^2} = 0.0372$$

Το κέρδος της συνάρτησης στις υψηλές και χαμηλές συχνότητες είναι αντίστοιχα:

$$k_{high} = \frac{1}{1 + R_3} = 0.9641, \quad k_{low} = k_{high} \cdot \left(\frac{\Omega_0}{\Omega_z}\right)^2 = 1.4426$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή το κύκλωμα του Σχ. 7.23 υλοποιεί $\Omega_0 = 1$ αντί $\omega_0 = 1.0529 \cdot 10^4$ έχουμε $k_f = \omega_0 = 1.0529 \cdot 10^4$.

Με βάση το AEM ($a_3 = 9$) θα πρέπει η μονάδα να έχει τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή $0.1\mu F$, δηλαδή:

$$k_m = \frac{C}{k_f \cdot 0.1 \cdot 10^{-6}} = 105.9355$$

Επομένως, τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας προκύπτουν:

$$C = 0.1\mu F$$

$$R_1 = 105.9355 \cdot 1 = 105.9355 \Omega$$

$$R_2 = 105.9355 \cdot 80.3783 = 8.5149 k\Omega$$

$$R_3 = 105.9355 \cdot 0.0372 = 3.9442 \Omega$$

$$R_4 = 105.9355 \cdot 1 = 105.9355 \Omega$$

$$R_5 = 105.9355 \cdot 161.9406 = 17.155 k\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (II)

Η δεύτερη μονάδα υλοποιείται με βάση το κύκλωμα του Σχ.7.21 (HPN). Έχουμε $\omega_0 = 1.2148 \cdot 10^4$, $\omega_z = 9.9312 \cdot 10^3$ και $Q = 4.4827$. Κανονικοποιούμε τις συχνότητες έτσι ώστε:

$$\Omega_0 = 1, \quad \Omega_z = \frac{\omega_z}{\omega_0} = 0.8175$$

Άρα:

$$k_1 = \frac{\Omega_0^2}{\Omega_z^2} - 1 = 0.4963$$

$$k_2 = \frac{(2 + k_1)Q^2}{(2 + k_1)Q^2 + 1} = 0.9805$$

Το κέρδος στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_{high} = k_2 \cdot \left(\frac{\Omega_0}{\Omega_z}\right)^2 = 1.4671$$

Υπολογίζουμε τώρα τα στοιχεία του κυκλώματος:

$$R_1 = R_3 = 1$$

$$R_2 = Q^2(k_1 + 2)^2 = 125.2241$$

$$R_4 = Q^2(k_1 + 2) = 50.1630$$

$$C = \frac{1}{Q(2 + k_1)} = 0.0894$$

$$C_1 = k_1 \cdot C = 0.0444$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 1.2148 \cdot 10^4$, έχουμε $k_f = \omega_0 = 1.2148 \cdot 10^4$. Για να έχουμε πυκνωτές $0.1\mu F$ θα πρέπει:

$$k_m = \frac{C}{k_f \cdot 0.1 \cdot 10^{-6}} = 73.5598$$

Άρα τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας προκύπτουν:

$$C = 0.1\mu F$$

$$C_1 = 49.634nF$$

$$R_1 = 73.5598 \cdot 1 = 73.5598 \Omega$$

$$R_2 = 73.5598 \cdot 125.2241 = 9.2115 k\Omega$$

$$R_3 = 73.5598 \cdot 1 = 73.5598 \Omega$$

$$R_4 = 73.5598 \cdot 50.1630 = 3.69 k\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (III)

Η τρίτη μονάδα υλοποιείται με βάση το κύκλωμα του Σχ.7.23 (LPN). Έχουμε $\omega_0 = 9.5312 \cdot 10^3$, $\omega_z = 1.1937 \cdot 10^4$ και $Q = 10.9529$. Κανονικοποιούμε τις συχνότητες έτσι ώστε:

$$\Omega_0 = 1, \quad \Omega_z = \frac{\omega_z}{\omega_0} = 1.2524$$

Άρα:

$$C = \frac{1}{2Q} = 0.0456, \quad R_2 = 4Q^2 = 479.8675$$

$$R_1 = R_4 = 1$$

$$R_5 = \frac{4Q^2}{\Omega_z^2 - 1} = 844.1030, \quad R_3 = \frac{\Omega_z^2}{2Q^2} = 0.0065$$

Το κέρδος της συνάρτησης στις υψηλές και χαμηλές συχνότητες είναι αντίστοιχα:

$$k_{high} = \frac{1}{1 + R_3} = 0.9935, \quad k_{low} = k_{high} \cdot \left(\frac{\Omega_0}{\Omega_z}\right)^2 = 1.5583$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή το κύκλωμα του Σχ. 7.23 υλοποιεί $\Omega_0 = 1$ αντί $\omega_0 = 9.5312 \cdot 10^3$ έχουμε $k_f = \omega_0 = 9.5312 \cdot 10^3$.

Με βάση το AEM ($a_3 = 9$) θα πρέπει η μονάδα να έχει τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή $0.1\mu F$, δηλαδή:

$$k_m = \frac{C}{k_f \cdot 0.1 \cdot 10^{-6}} = 47.8950$$

Επομένως, τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας προκύπτουν:

$$C = 0.1\mu F$$

$$R_1 = 47.8950 \cdot 1 = 47.8950 \Omega$$

$$R_2 = 47.8950 \cdot 479.8675 = 2.2983 \cdot 10^4 \Omega$$

$$R_3 = 47.8950 \cdot 0.0065 = 0.3131 \Omega$$

$$R_4 = 47.8950 \cdot 1 = 47.8950 \Omega$$

$$R_5 = 47.8950 \cdot 844.1030 = 4.0428 \cdot 10^4 \Omega$$

MONADA (IV)

Η τέταρτη μονάδα υλοποιείται με βάση το κύκλωμα του Σχ.7.21 (HPN). Έχουμε $\omega_0 = 1.3420 \cdot 10^4$, $\omega_z = 1.0716 \cdot 10^4$ και $Q = 10.9529$. Κανονικοποιούμε τις συχνότητες έτσι ώστε:

$$\Omega_0 = 1, \quad \Omega_z = \frac{\omega_z}{\omega_0} = 0.7985$$

Άρα:

$$k_1 = \frac{\Omega_0^2}{\Omega_z^2} - 1 = 0.5685$$

$$k_2 = \frac{(2 + k_1)Q^2}{(2 + k_1)Q^2 + 1} = 0.9968$$

Το κέρδος στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_{high} = k_2 \cdot \left(\frac{\Omega_0}{\Omega_z}\right)^2 = 1.5634$$

Υπολογίζουμε τώρα τα στοιχεία του κυκλώματος:

$$R_1 = R_3 = 1$$

$$R_2 = Q^2(k_1 + 2)^2 = 791.4408$$

$$R_4 = Q^2(k_1 + 2) = 308.1342$$

$$C = \frac{1}{Q(2 + k_1)} = 0.0355$$

$$C_1 = k_1 \cdot C = 0.0202$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 1.3420 \cdot 10^4$, έχουμε $k_f = \omega_0 = 1.3420 \cdot 10^4$. Για να έχουμε πυκνωτές $0.1\mu F$ θα πρέπει:

$$k_m = \frac{C}{k_f \cdot 0.1 \cdot 10^{-6}} = 26.4871$$

Άρα τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας προκύπτουν:

$$C = 0.1\mu F$$

$$C_1 = 56.849nF$$

$$R_1 = 26.4871 \cdot 1 = 26.4871 \Omega$$

$$R_2 = 26.4871 \cdot 791.4408 = 2.0963 \cdot 10^4 \Omega$$

$$R_3 = 26.4871 \cdot 1 = 26.4871 \Omega$$

$$R_4 = 26.4871 \cdot 308.1342 = 8.1616 k\Omega$$

3.1.3 Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες να είναι $10dB$ ή $10^{\frac{1}{2}}$. Το συνολικό κέρδος της ζωνοφρακτικής συνάρτησης στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_{total}^H = k_{high_1} \cdot k_{high_2} \cdot k_{high_3} \cdot k_{high_4} = 0.9641 \cdot 1.4671 \cdot 0.9935 \cdot 1.5634 = 2.1970$$

Υπολογίζουμε τον συντελεστή α :

$$\alpha = \frac{10^{\frac{1}{2}}}{2.1970} = 1.4394 > 1$$

Δηλαδή θα πρέπει να γίνει ενίσχυση κέρδους, γεγονός που επιτυγχάνεται με μια μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία ως εξής:

$$1 + \frac{r_1}{r_2} = 1.4394$$

Επιλέγοντας $r_1 = 10 k\Omega$ βρίσκουμε $r_2 = 4.3937 k\Omega$.

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων:

Η γενική μορφή μιας ζωνοφρακτικής συνάρτησης μεταφοράς δίνεται από τον τύπο (7-121):

$$T(s) = H \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

1. Πιο συγκεκριμένα, για την πρώτη μονάδα που υλοποιείται με βάση το κύκλωμα του Σχ.7.23 (LPN) η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$T_1(s) = \frac{0.9641s^2 + 1.599 \cdot 10^8}{s^2 + 2349s + 1.109 \cdot 10^8}$$

2. Για τη δεύτερη μονάδα που υλοποιείται με βάση το κύκλωμα του Σχ.7.21 (HPN) η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$T_2(s) = \frac{1.467s^2 + 1.447 \cdot 10^8}{s^2 + 2710s + 1.476 \cdot 10^8}$$

3. Για την τρίτη μονάδα που υλοποιείται με βάση το κύκλωμα του Σχ.7.23 (LPN) η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$T_3(s) = \frac{0.9935s^2 + 1.416 \cdot 10^8}{s^2 + 870.2s + 9.084 \cdot 10^7}$$

4. Για την τέταρτη μονάδα που υλοποιείται με βάση το κύκλωμα του Σχ.7.21 (HPN) η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

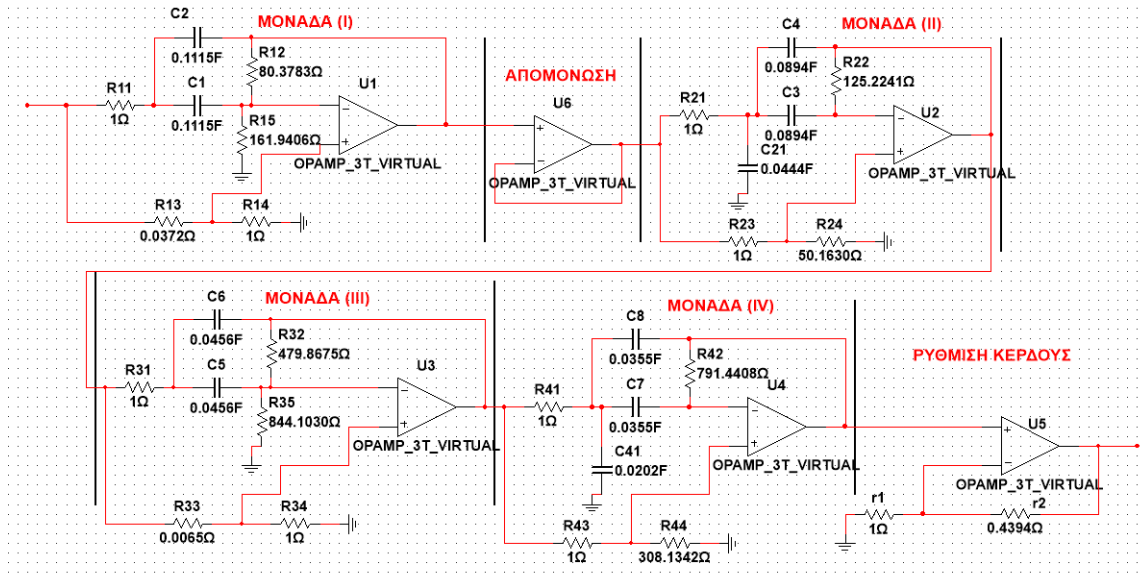
$$T_4(s) = \frac{1.563s^2 + 1.795 \cdot 10^8}{s^2 + 1225s + 1.801 \cdot 10^8}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοφρακτικού φίλτρου Inverse Chebyshev είναι:

$$T_{BE}(s) = \alpha \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \cdot T_4(s) \rightarrow$$

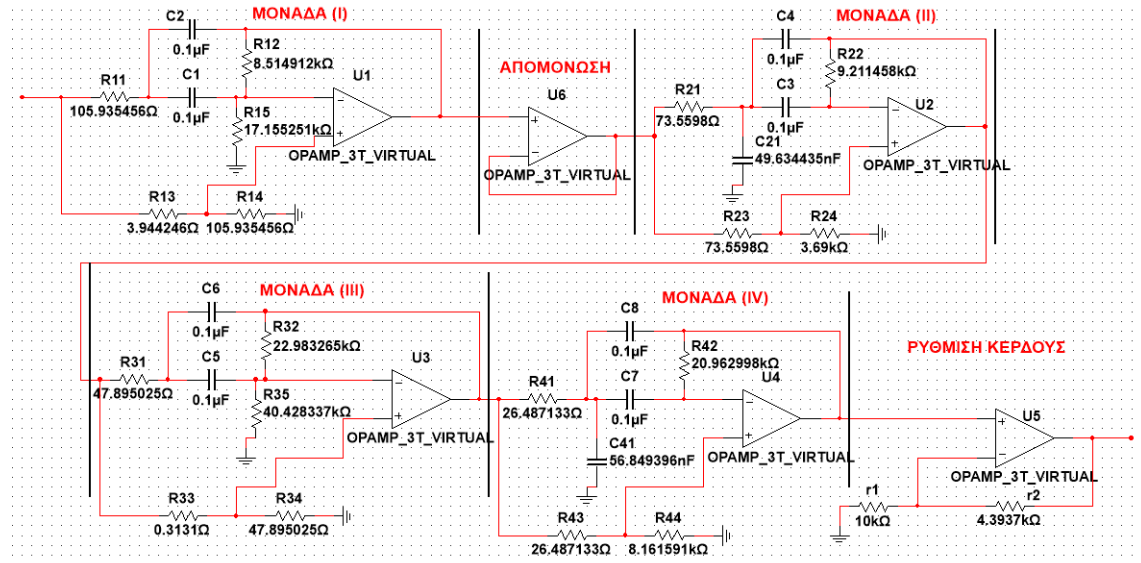
$$T_{BE}(s) = \frac{3.162s^8 + 1.65 \cdot 10^9 s^6 + 3.187 \cdot 10^{17} s^4 + 2.7 \cdot 10^{25} s^2 + 8.465 \cdot 10^{32}}{s^8 + 7154s^7 + 5.474 \cdot 10^8 s^6 + 2.846 \cdot 10^{12} s^5 + 1.075 \cdot 10^{17} s^4 + 3.64 \cdot 10^{20} s^3 + 8.956 \cdot 10^{24} s^2 + 1.497 \cdot 10^{28} s + 2.677 \cdot 10^{32}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τέσσερις μονάδες αλλά και η απομόνωση μεταξύ 1ης και 2ης μονάδας προκειμένου να μην αλληλοεπιδρούν η μια στην άλλη. Στο τέλος του κυκλώματος φαίνεται η μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους.



Σχήμα 49: Κανονικοποιημένο κύκλωμα του ζωνοφρακτικού φίλτρου Inverse Chebyshev

Παρακάτω φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοφρακτικό φίλτρο Inverse Chebyshev με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.

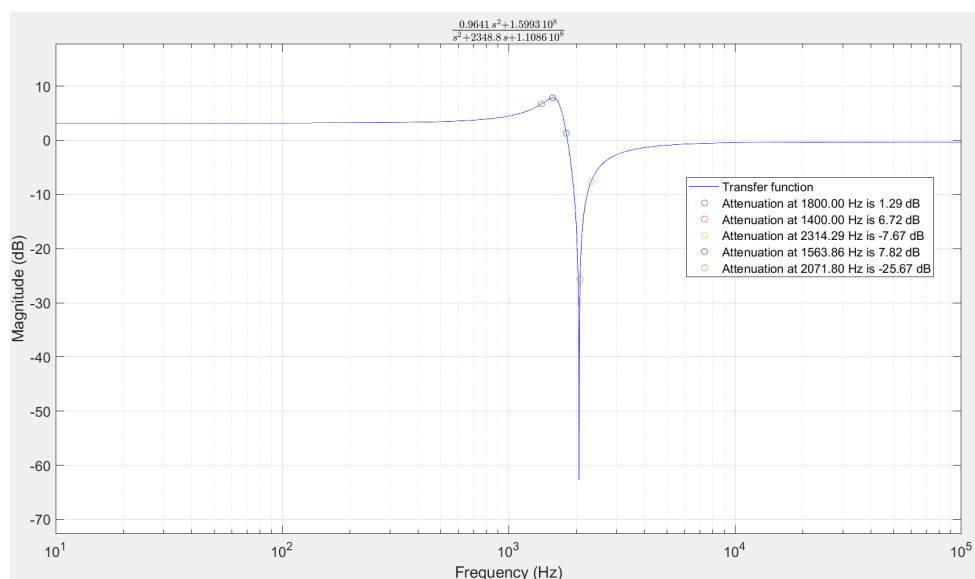


Σχήμα 50: Τελικό κύκλωμα του ζωνοφρακτικού φίλτρου Inverse Chebyshev

3.2 Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

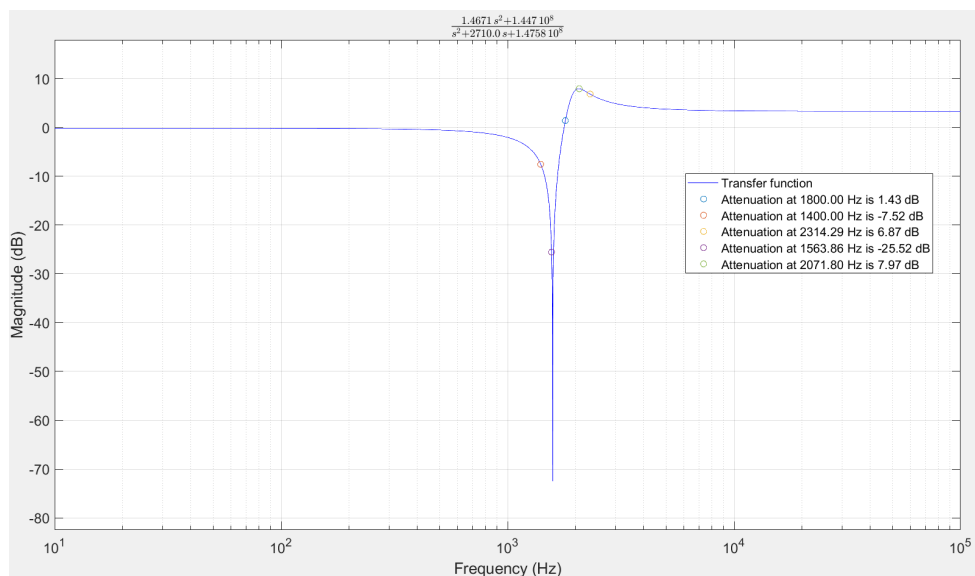
Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τεσσάρων μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για εκάστοτε μονάδα (1^η, 2^η, 3^η, 4^η) φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο MATLAB χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση *plot_transfer_function.m* με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών ($f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5$).

1^η Μονάδα: Κατωδιαβατό φίλτρο Notch (Low-pass Notch, LPN)



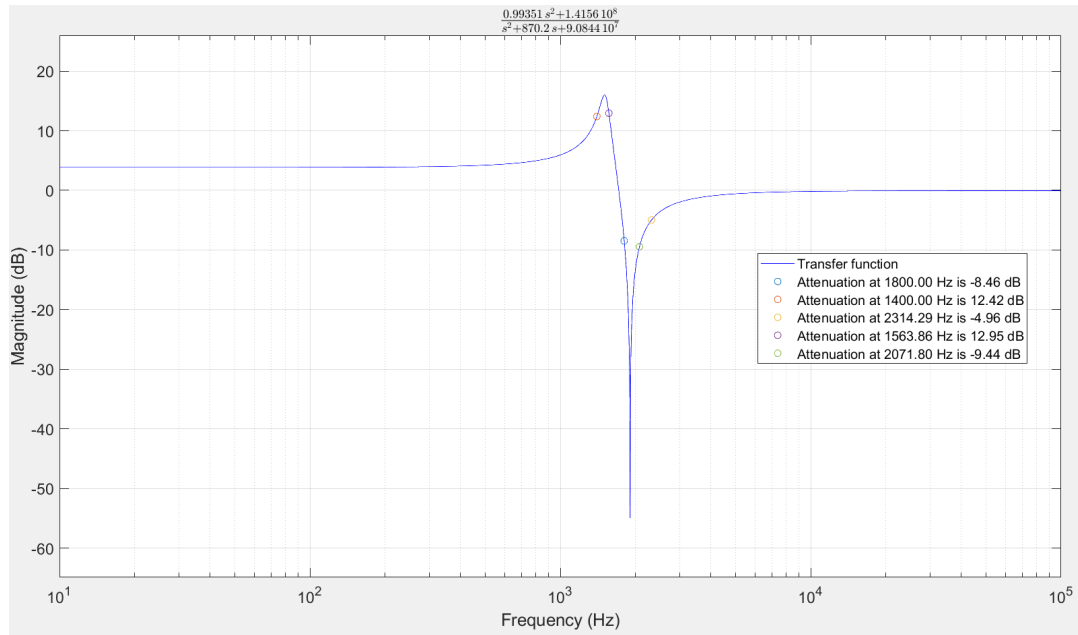
Σχήμα 51: Απόκριση πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς της πρώτης μονάδας

2^η Μονάδα: Ανωδιαβατό φίλτρο Notch (High-pass Notch, HPN)



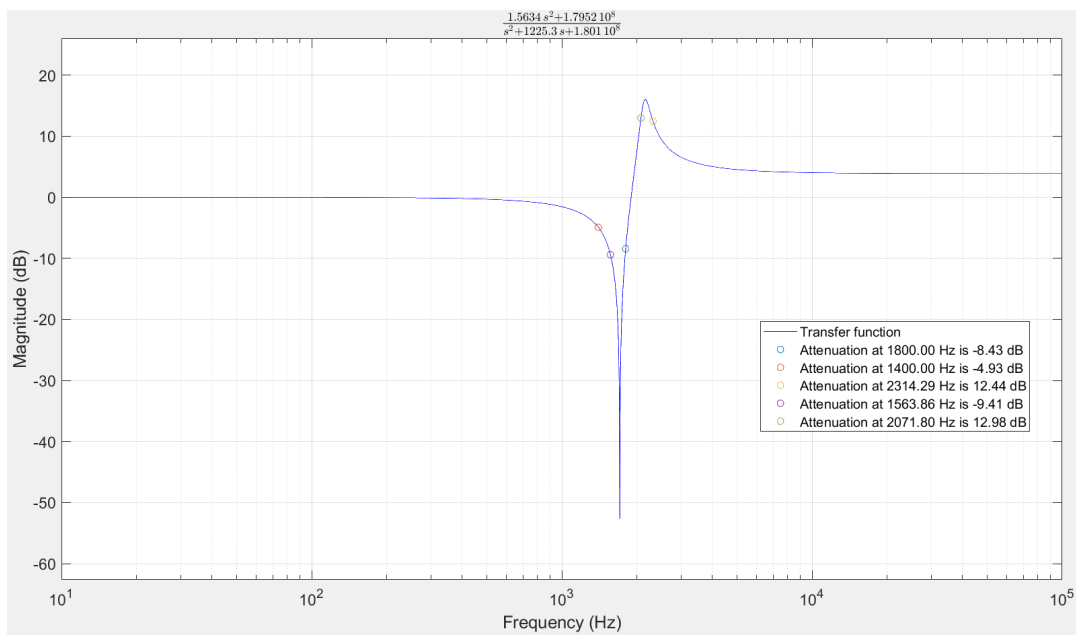
Σχήμα 52: Απόκριση πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς της δεύτερης μονάδας

3^η Μονάδα: Κατωδιαβατό φίλτρο Notch (Low-pass Notch, LPN)



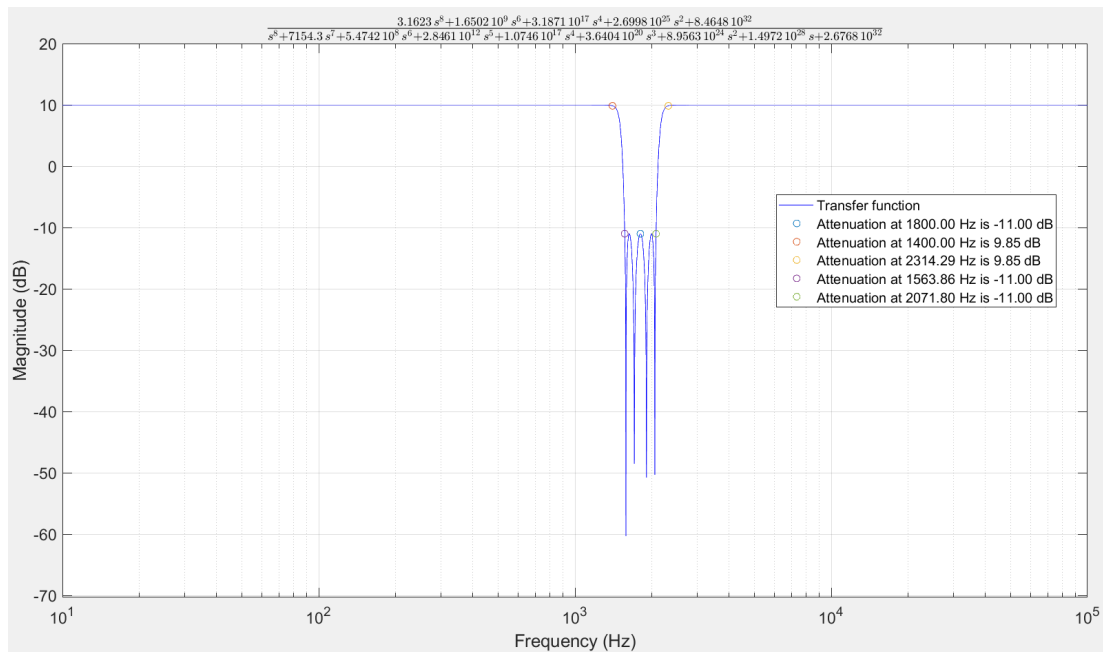
Σχήμα 53: Απόκριση πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς της τρίτης μονάδας

4^η Μονάδα: Ανωδιαβατό φίλτρο Notch (High-pass Notch, HPN)



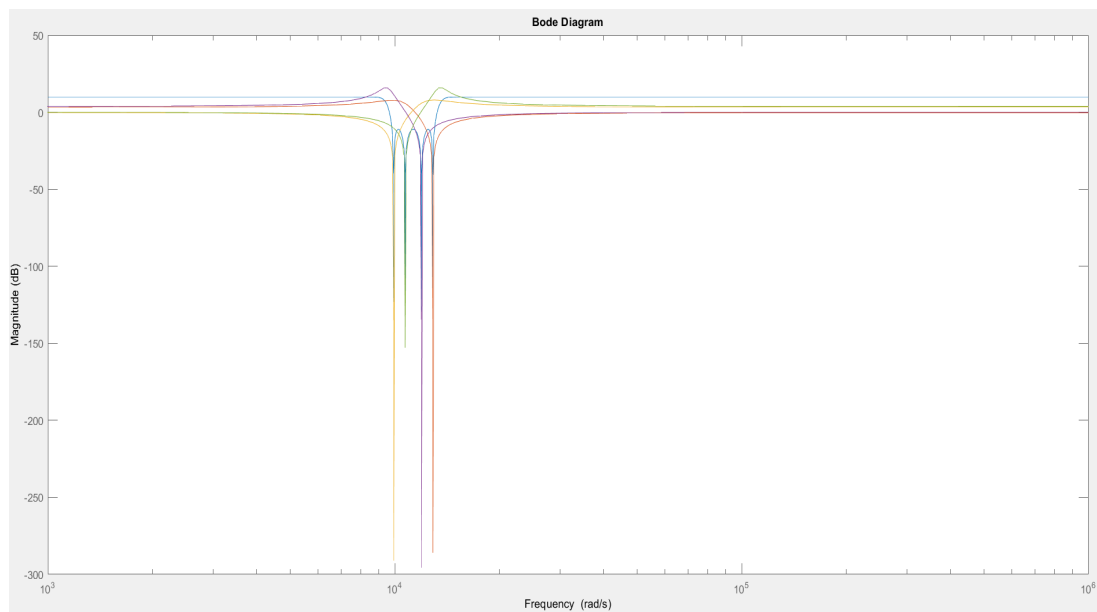
Σχήμα 54: Απόκριση πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς της τέταρτης μονάδας

Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου, μετά την ρύθμιση κέρδους, συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης *plot_transfer_function.m*.



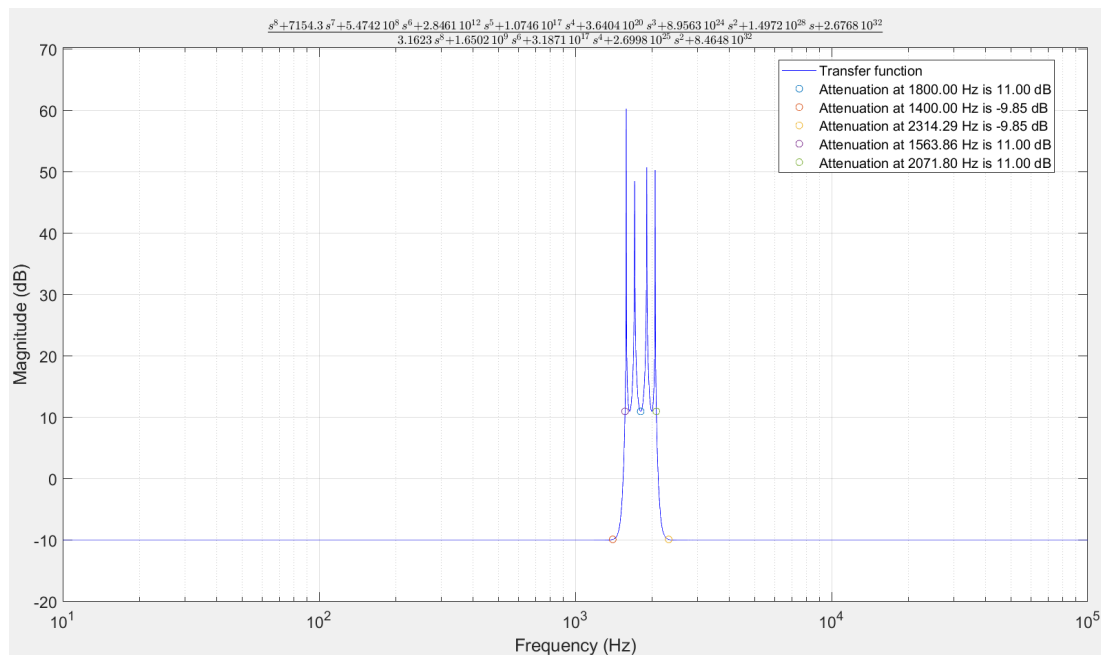
Σχήμα 55: Απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς

Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



Σχήμα 56: Όλες οι αποκρίσεις σε κοινό διάγραμμα Bode

Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.

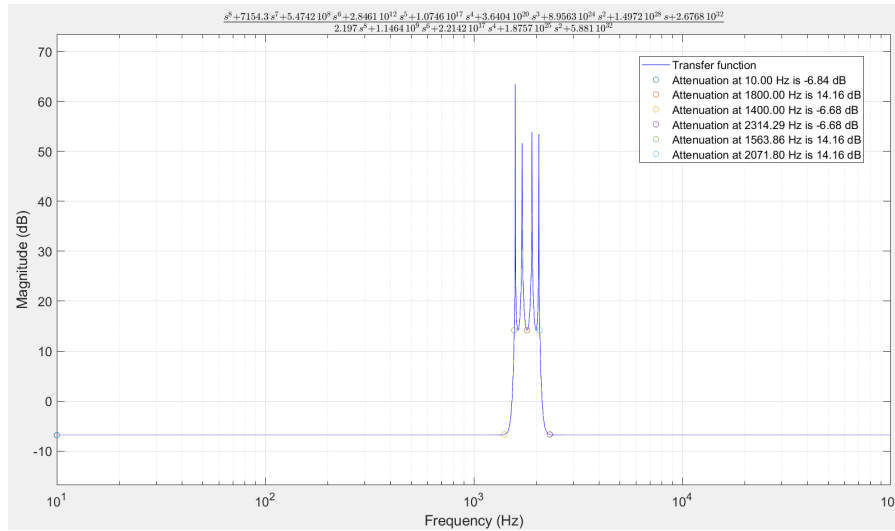


Σχήμα 57: Συνάρτηση απόσβεσης της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς μετά τη ρύθμιση κέρδους

Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε ότι η απόκριση πληροί τις προδιαγραφές που έχουν τεθεί τόσο για την απόσβεση, $a_{min} = 21dB$ και $a_{max} = 0.5556dB$, όσο και για το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες, το οποίο όπως φαίνεται και από το σχήμα είναι $10dB$, δηλαδή το επιθυμητό.

Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι στις κρίσιμες συχνότητες $f_1 = 1400Hz$, $f_2 = 2.3143kHz$ η απόσβεση είναι $10 - |-9.85| = 0.15dB < a_{max} = 0.5556dB$, δηλαδή η συγκεκριμένη προδιαγραφή υπερκαλύπτεται. Επίσης, στις συχνότητες $f_3 = 1.5639kHz$, $f_4 = 2.0718kHz$ έχουμε απόσβεση $10 + 11 = 21dB = a_{min}$. Επειδή όμως το αποτέλεσμα είναι σχετικό, εξαρτάται δηλαδή και από την ρύθμιση του κέρδους που έχουμε κάνει είναι φανερό ότι η προδιαγραφή $a_{min} = 21dB$ πληρείται οριακά. Μια ακόμη παρατήρηση από το διάγραμμα απόσβεσης είναι πως υπάρχουν τέσσερις διακριτές ταλαντώσεις, όση δηλαδή και η τάξη του φίλτρου.

Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η συνάρτηση απόσβεσης πριν τη ρύθμιση κέρδους. Εκτός από τις κρίσιμες συχνότητες έχουμε δώσει και μία χαμηλή συχνότητα προκειμένου να παρατηρήσουμε το κέρδος της συνάρτησης. Είναι φανερό πως μπορούμε με παρόμοιο τρόπο να συμπεράνουμε ότι πληρούνται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί.

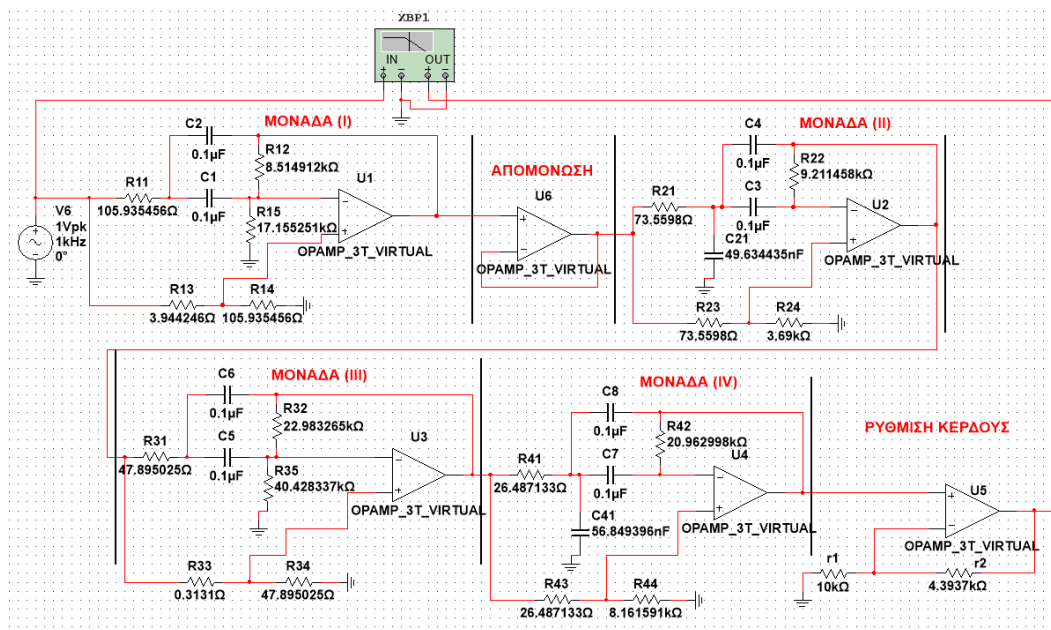


Σχήμα 58: Συνάρτηση απόσβεσης της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς πριν τη ρύθμιση κέρδους

3.3 Υλοποίηση του κυκλώματος του φίλτρου στο MULTISIM

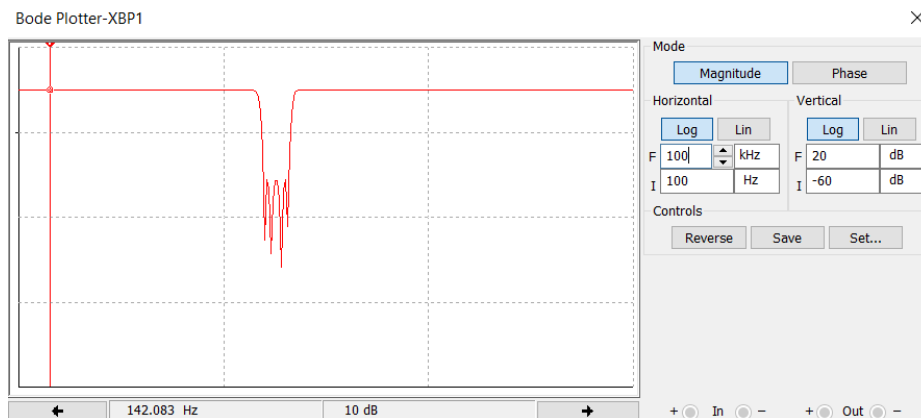
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



Σχήμα 59: Κύκλωμα του ζωνοφρακτικού φίλτρου Inverse Chebyshev στο MULTISIM

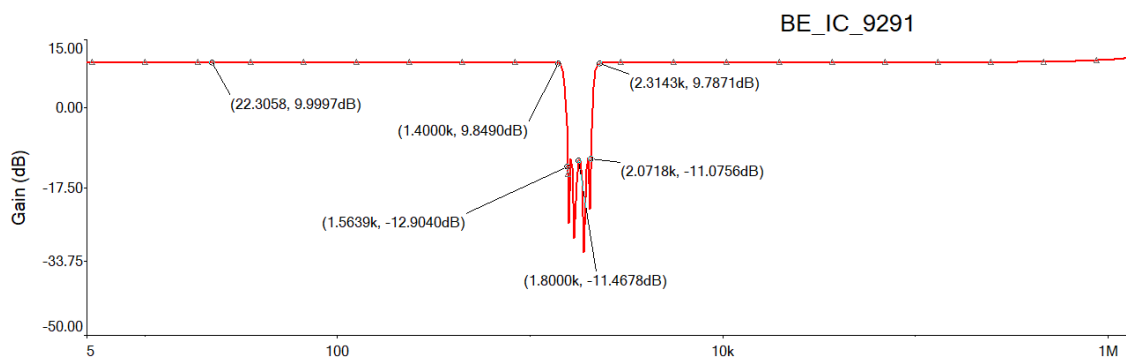
Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 60: Απόκριση συχνότητας του φίλτρου με χρήση του Bode-Plotter

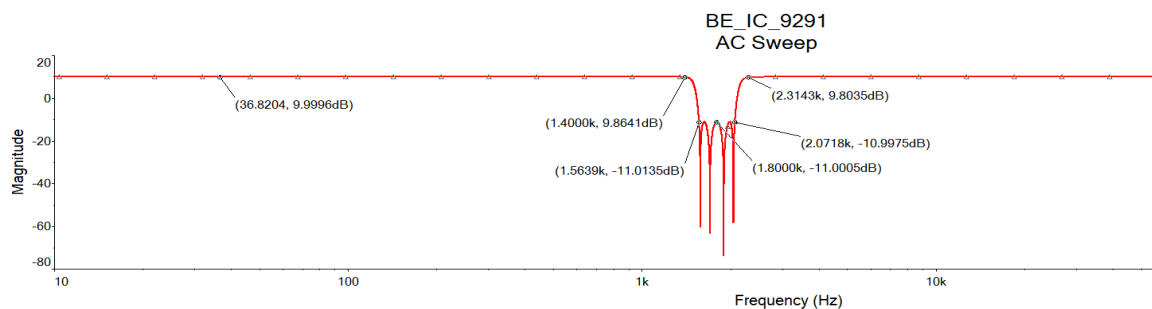
Παρατηρούμε ότι η μορφή του διαγράμματος είναι η αναμενόμενη, αυτή δηλαδή που πρέπει να έχει ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο. Επιπλέον στο κάτω μέρος της εικόνας μπορούμε να δούμε πως έχουμε το επιθυμητό κέρδος στις χαμηλές συχνότητες, δηλαδή τα 10dB.

Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο (ξανά δηλαδή το διάγραμμα του Bode-Plotter αλλά στον Gapher του Multisim) με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Σχήμα 61: Απόκριση συχνότητας του φίλτρου με χρήση του Bode-Plotter με δυνατότητα ανάγνωσης τιμών

Παρακάτω παρατίθεται επίσης το αντίστοιχο figure μέσω AC Sweep:



Σχήμα 62: Απόκριση συχνότητας του φίλτρου (AC Sweep)

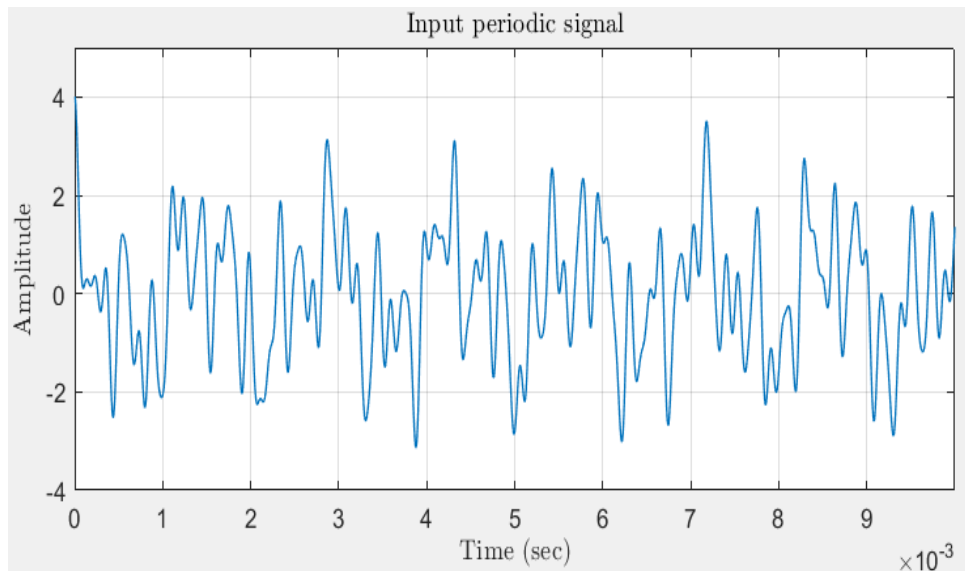
Από αυτά τα διαγράμματα στα οποία απεικονίζονται οι κρίσιμες συχνότητες και η απόκριση του φίλτρου σε αυτές, γίνεται φανερό ότι πληρείται η προδιαγραφή για το επιθυμητό κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες, ενώ οι αποσβέσεις στις κρίσιμες συχνότητες βρίσκονται στα επιθυμητά όρια. Αναλυτικότερα, αν παρατηρήσουμε το διάγραμμα της AC Analysis βλέπουμε ότι στις συχνότητες $f_1 = 1400Hz$, $f_2 = 2314.29Hz$ (ζώνες διόδου) έχουμε απόσβεση $a = 0.13dB < a_{max} = 0.5556dB$, ενώ στις συχνότητες $f_3 = 1.5639kHz$, $f_4 = 2.0718kHz$ (ζώνη αποκοπής) η απόσβεση είναι $a = 21dB = a_{min}$. Τα ίδια συμπεράσματα μπορούμε να βγάλουμε και από το διάγραμμα του Bode-Plotter με μια μικρή απόκλιση, η οποία οφείλεται στις αριθμητικές στρογγυλοποιήσεις που έγιναν στις τιμές των στοιχείων του κυκλώματος.

Πιο συγκεκριμένα, ελέγχοντας κατάλληλα τις κλίμακες συχνότητας και απόσβεσης διαπιστώνουμε ότι το φίλτρο παρουσιάζει την επιθυμητή συμπεριφορά στις ζώνες διόδου και στη ζώνη αποκοπής, το οποίο συμφωνεί με τη θεωρητική ανάλυση καθώς τα αποτελέσματα συμφωνούν με τα αντίστοιχα του Matlab. Επομένως, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το φίλτρο έχει σχεδιαστεί σωστά.

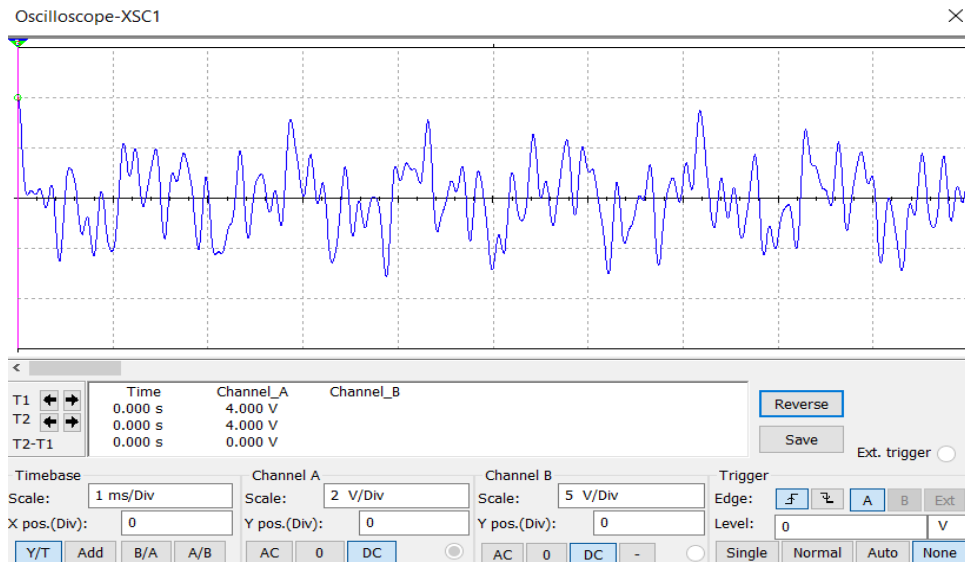
- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια πηγή διέγερσης ένα περιοδικό σήμα με την παρακάτω μορφή. Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

$$f(t) = 0.8\cos\left(\left(\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_3}{2}\right)t\right) + 1.0\cos\left(\left(\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_3}{2}\right)t\right) \\ + \cos(0.5\omega_1 t) + 0.8\cos(2.4\omega_2 t) + 0.4\cos(3.5\omega_2 t)$$

Σήμα Εισόδου:

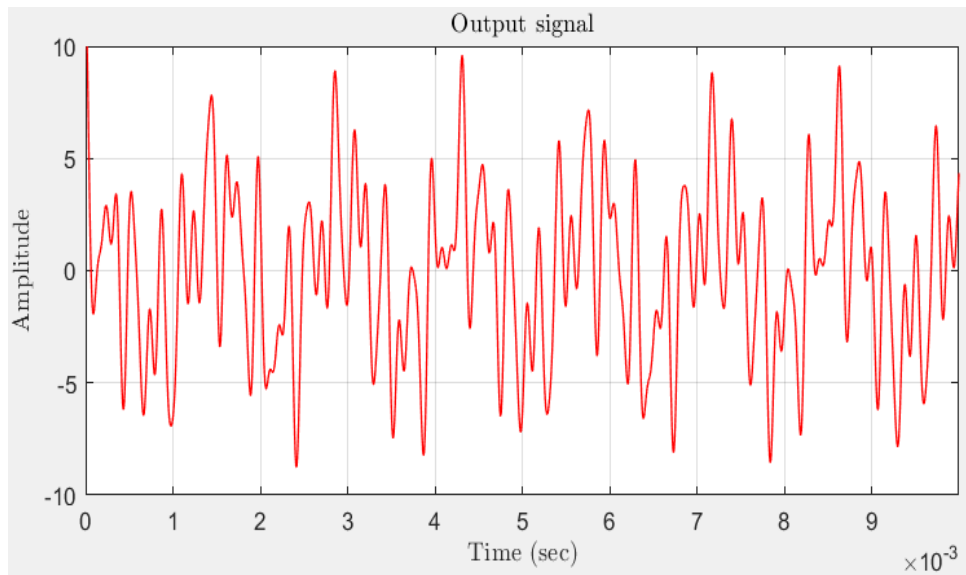


Σχήμα 63: Σήμα Εισόδου - MATLAB



Σχήμα 64: Σήμα Εισόδου - MULTISIM

Σήμα Εξόδου:

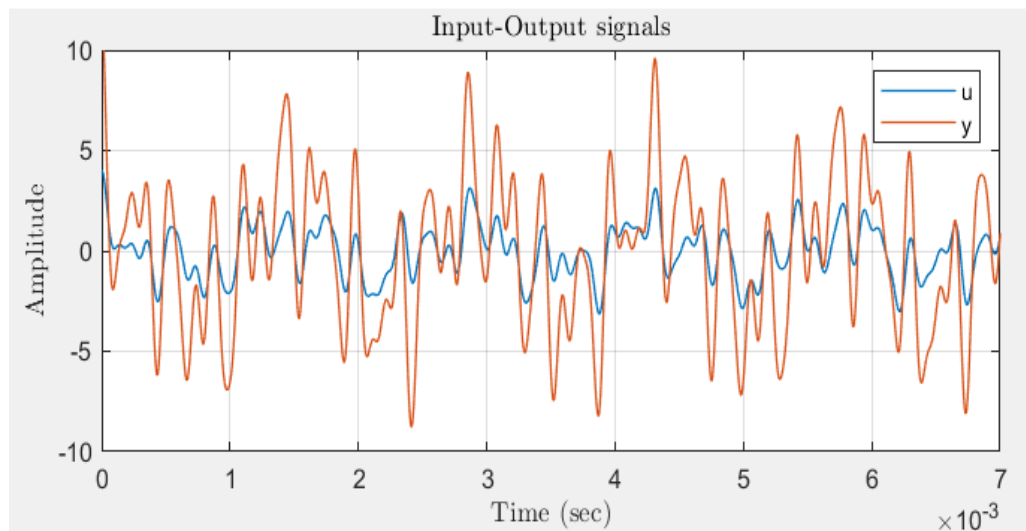


Σχήμα 65: Σήμα Εξόδου - MATLAB

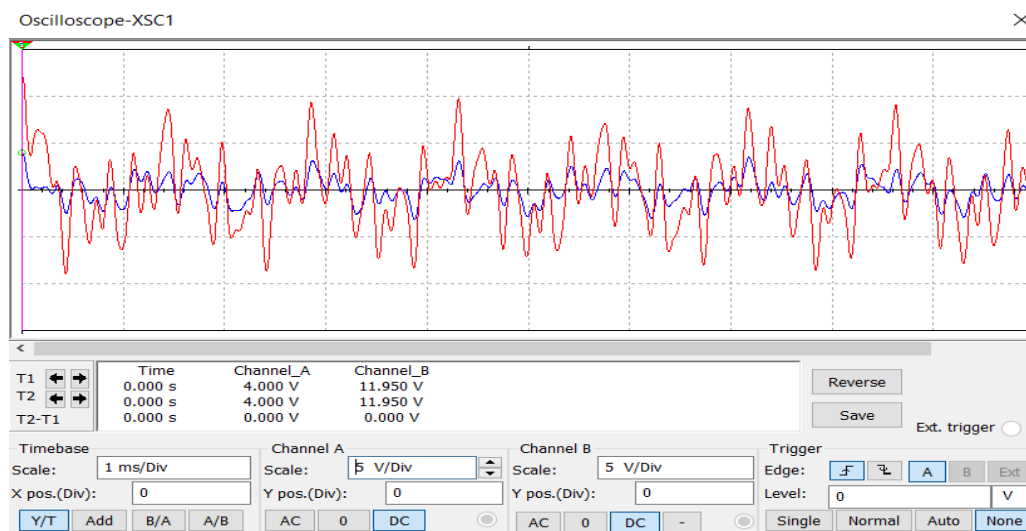


Σχήμα 66: Σήμα Εξόδου - MULTISIM

Σήματα Εισόδου-Εξόδου σε κοινό διάγραμμα:



Σχήμα 67: Σήματα Εισόδου-Εξόδου σε κοινό διάγραμμα - MATLAB



Σχήμα 68: Σήματα Εισόδου-Εξόδου σε κοινό διάγραμμα - MULTISIM

Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου στο Matlab και στο Multisim σε ξεχωριστά και κοινά διαγράμματα. Είναι εμφανές πως τα διαγράμματα συμφωνούν μεταξύ τους στη μορφή και στο πλάτος των σημάτων. Σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις και ιδιαίτερα στο κοινό διάγραμμα οι ρυθμίσεις είναι ίδιες για τα δύο κανάλια ώστε να είναι πιο εύκολη η σύγκριση των δύο σημάτων ($5V/Div$, $1msec/Div$).

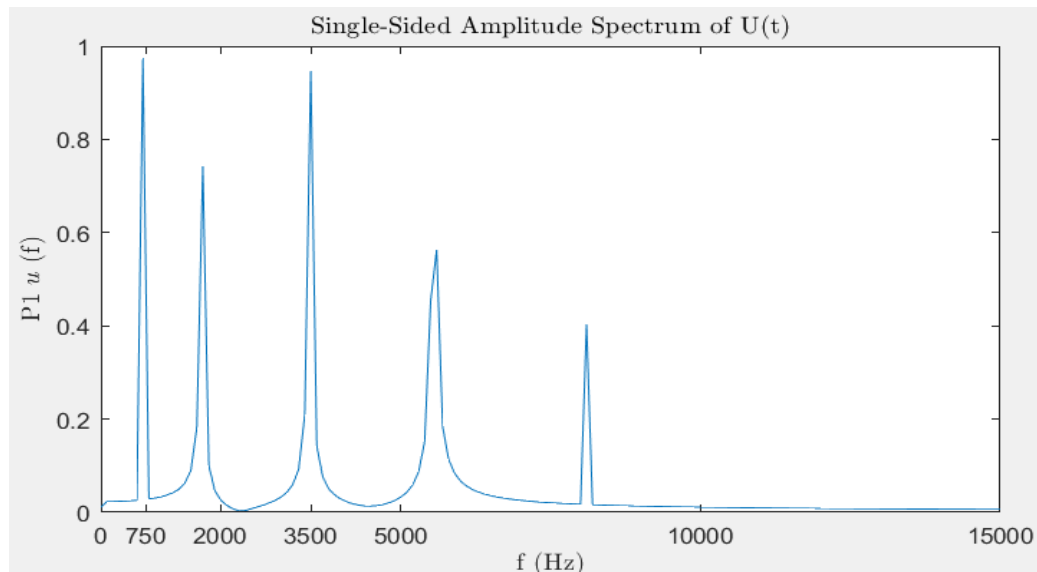
Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου είναι παραμορφωμένο σε σχέση με το σήμα εισόδου, τόσο στη μορφή όσο και στο πλάτος. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο καθώς το φίλτρο ενισχύει τις συχνότητες στις ζώνες διόδου και αποκόπτει τις υπόλοιπες. Επιπλέον, μπορούμε να διακρίνουμε την καθυστέρηση που παρουσιάζει το σήμα εξόδου σχετικά με το σήμα εισόδου, η οποία οφείλεται στον χρόνο απόκρισης του φίλτρου-κυκλώματος. Το κέρδος του φίλτρου γίνεται φανερό κυρίως στο κοινό διάγραμμα, όπου η μέγιστη τιμή του σήματος εξόδου είναι σχεδόν τριπλάσια από

την αντίστοιχη του σήματος εισόδου, δηλαδή το σήμα ενισχύεται όπως επιθυμούμε κατά 10dB ή 3.16. Αυτό θα γίνει πιο φανερό παρακάτω, στα φάσματα εισόδου και εξόδου που ακολουθούν.

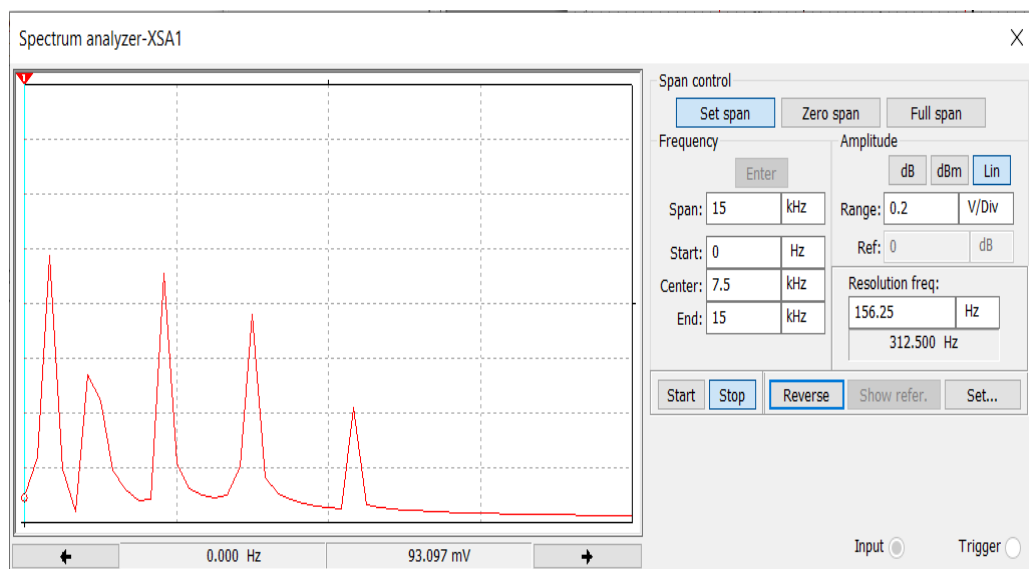
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου, ώστε να επαληθεύσουμε τα παραπάνω συμπεράσματα. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο εν Μυλτισιμ όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

Φάσμα Σήματος Εισόδου:

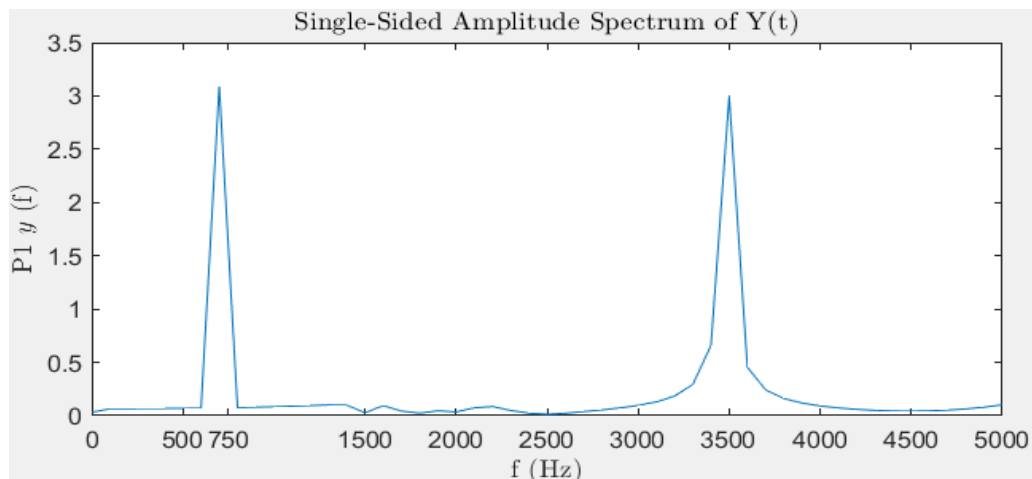


Σχήμα 69: Φάσμα Σήματος Εισόδου - MATLAB

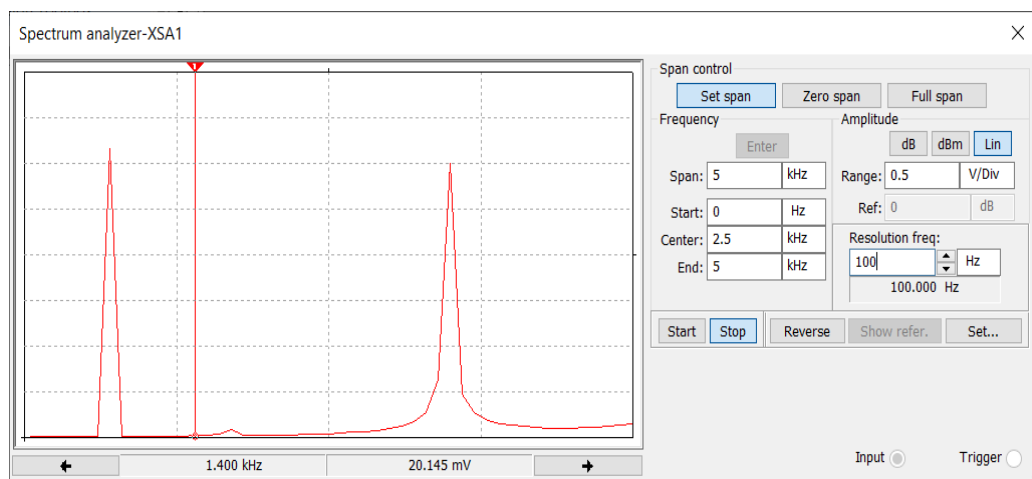


Σχήμα 70: Φάσμα Σήματος Εισόδου - MULTISIM

Φάσμα Σήματος Εξόδου :



Σχήμα 71: Φάσμα Σήματος Εξόδου - MATLAB



Σχήμα 72: Φάσμα Σήματος Εξόδου - MULTISIM

Αρχικά, είναι εμφανές ότι τα αντίστοιχα διαγράμματα συμφωνούν μεταξύ τους, δηλαδή έχουν την ίδια μορφή και παρουσιάζουν τα ίδια πλάτη, και πράγματι φαίνεται ότι το κύκλωμά μας είναι ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο. Οι κρίσιμες συχνότητες για το συγκεκριμένο φίλτρο είναι $f_1 = 1400\text{Hz}$, $f_2 = 2.3143\text{kHz}$ (ζώνες διόδου) και $f_3 = 1.5639\text{kHz}$, $f_4 = 2.0718\text{kHz}$ (ζώνη αποκοπής). Το φίλτρο διατηρεί και ενισχύει τις συχνότητες πριν τα 1400Hz και μετά τα 2.3143kHz και αποκόπτει τις συχνότητες μεταξύ $1.5639 - 2.0718\text{kHz}$. Αν προσέξουμε για παράδειγμα τις αρμονικές στις συχνότητες 750 και 3500kHz στο φάσμα εισόδου θα δούμε ότι φτάνουν μέχρι τη μονάδα, ενώ οι αντίστοιχες αρμονικές στο φάσμα εξόδου αγγίζουν το 3, γεγονός που επαληθεύει το κέρδος του φίλτρου (10dB). Στις ζώνες μεταξύ $1400 - 1563.9\text{Hz}$ και $2.0718 - 2.3143\text{kHz}$ το φασματικό περιεχόμενο του σήματος έχει εξασθενιστεί αλλά δεν έχει μηδενιστεί καθώς πρόκειται για τις ζώνες μετάβασης του φίλτρου.

Έτσι, συνάγεται το συμπέρασμα ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά και υλοποιεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Inverse Chebyshev, καθώς η θεωρητική ανάλυση και η κυκλωματική λειτουργία του συμφωνούν και παρουσιάζει την επιθυμητή συμπεριφορά στις ζώνες διόδου και αποκοπής.

4 Εργασία #4: Σχεδίαση Ανωδιαβατών φίλτρων

ΑΝΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSHEV

Να σχεδιαστεί ένα ανωδιαβατό φίλτρο Chebyshev, το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης:

$$f_p = 4000 \text{ Hz} \rightarrow \omega_p = 2.5133 \cdot 10^4 \text{ rad/sec}$$

$$f_s = 2.222 \text{ kHz} \rightarrow \omega_s = 1.3963 \cdot 10^4 \text{ rad/sec}$$

και

$$a_{min} = 29 \text{ dB}, \quad a_{max} = 0.5278 \text{ dB}$$

4.1 Αναλυτική Σχεδίαση φίλτρου

4.1.1 Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$n = \frac{\cosh^{-1} [(10^{a_{min}/10} - 1)/(10^{a_{max}/10} - 1)]^{1/2}}{\cosh^{-1}(\omega_s)}$$

Κανονικοποιούμε τις συχνότητες σε σχέση με την ω_p ($\omega_p = 1$) και έχουμε:

$$\Omega_p = 1 \text{ rad/sec}$$

$$\Omega_s = 1.8 \text{ rad/sec}$$

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας από τον τύπο προκύπτει η τιμή $n = 4.237$. Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος στρογγυλοποιούμε στον αμέσως επόμενο ακέραιο αριθμό, δηλαδή:

$$\underline{n = 5}$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τους συντελεστές ϵ και α , καθώς και τη συχνότητα ημίσειας ισχύος από τους τύπους:

$$\epsilon = \sqrt{10^{a_{max}/10} - 1} = 0.3595$$

$$\alpha = \frac{1}{n} \cdot \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon}\right) = 0.3494$$

$$\Omega_{hp} = \omega_0 = \cosh \left[\frac{1}{n} \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon}\right) \right]$$

Με τον τύπο που επιλέξαμε για τον υπολογισμό της συχνότητας ημίσειας ισχύος και πιο συγκεκριμένα με βάση τον τύπο του ϵ για $\omega = \omega_s$ θα έχουμε $a > a_{min}$, δηλαδή υπερκαλύπτεται οι προδιαγραφές στην συχνότητα αποκοπής.

Έτσι λοιπόν έπειτα από αντικατάσταση θα έχουμε ότι η συχνότητα ημίσειας ισχύος ω_0 είναι:

$$\Omega_{hp} = \omega_0 = 1.0571 \text{ rad/sec}$$

Η συχνότητα αυτή είναι κανονικοποιημένη ως προς τη συχνότητα ω_p . Επομένως, η πραγματική συχνότητα ημίσειας ισχύος είναι:

$$\Omega_{hp} = \omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_{hp} = 2 \cdot \pi \cdot \Omega_{hp} \cdot f_p = 2.6569 \cdot 10^4 \text{ rad/sec}$$

Οι γωνίες Butterworth για $n = 5$ είναι $\psi_k = 0, \pm 36^\circ, \pm 72^\circ$ και οι πόλοι της πρωτότυπης συνάρτησης Chebyshev προκύπτουν από τους τύπους (9-102),(9-103) με Ω και Q από τους τύπους (9-150),(9-151):

$$\begin{aligned} p_1 &= -0.3566, \quad \Omega_{01} = 0.3566, \quad Q_1 = 0.5 \\ p_{2,3} &= -0.2885 \pm j0.6240, \quad \Omega_{0,2,3} = 0.6875, \quad Q_{2,3} = 1.1916 \\ p_{4,5} &= -0.1102 \pm j1.0097, \quad \Omega_{0,4,5} = 1.0157, \quad Q_{4,5} = 4.6089 \end{aligned}$$

Στη συνέχεια αντιστρέφουμε τους πόλους για να βρούμε τους πόλους τις ανωδιαβατής συνάρτησης. Η συχνότητα ημίσειας ισχύος της ανωδιαβατής συνάρτησης είναι:

$$\omega_{hp} = \frac{\omega_p}{\Omega_{hp}} = 2.3774 \cdot 10^4$$

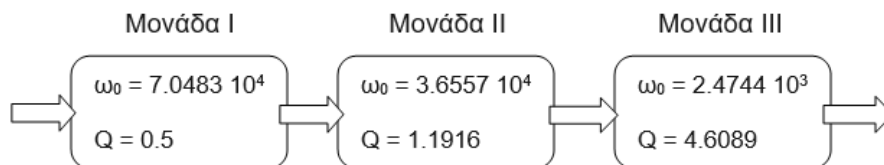
Οι πόλοι της ανωδιαβατής συνάρτησης είναι:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\omega_p}{\Omega_{01}} = 7.0483 \cdot 10^4 \text{ (rad/sec)} \\ \omega_{2,3} &= \frac{\omega_p}{\Omega_{0,2,3}} = 3.6557 \cdot 10^4 \text{ (rad/sec)} \\ \omega_{4,5} &= \frac{\omega_p}{\Omega_{0,4,5}} = 2.4744 \cdot 10^4 \text{ (rad/sec)} \end{aligned}$$

Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς και τα αντίστοιχα Q των ριζών φαίνονται συγκεντρωτικά στον παρακάτω πίνακα:

ω_0	Q
$7.0483 \cdot 10^4$	0.5
$3.6557 \cdot 10^4$	1.1916
$2.4744 \cdot 10^4$	4.6089

Οι ανωδιαβατές μονάδες που πρέπει να υλοποιηθούν φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή. Για την υλοποίηση της μονάδας (I) θα χρησιμοποιήσουμε ένα απλό φίλτρο CR πρώτης τάξης. Για την υλοποίηση των μονάδων (II) και (III) θα χρησιμοποιήσουμε το ανωδιαβατό φίλτρο Sallen Key με τη στρατηγική σχεδίασης (2). Αυτή η στρατηγική σχεδίασης επιλέχθηκε με βάση το AEM.



4.1.2 Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρούμε προσωρινά την κανονικοποιημένη συχνότητα $\omega_0 = 1$ ώστε να υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες και στη συνέχεια θα γίνουν οι απαραίτητες κλιμακοποιήσεις για να βρεθούν τα πραγματικά στοιχεία των μονάδων. Επιπλέον, επειδή υλοποιούμε φίλτρο κατά Chebyshev, κάθε πόλος έχει το δικό του μέτρο και άρα η κλιμακοποίηση θα γίνει σε κάθε μονάδα ξεχωριστά.

ΜΟΝΑΔΑ (I)

Η πρώτη μονάδα υλοποιείται από ένα απλό φίλτρο CR πρώτης τάξης και αντιστοιχεί στον πραγματικό πόλο. Έχουμε $\omega_0 = 7.0483 \cdot 10^4$ και $Q = 0.5$. Θεωρούμε:

$$R = 1, \quad C = 1$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 7.0483 \cdot 10^4$, έχουμε $k_f = 7.0483 \cdot 10^4$. Προκειμένου να έχουμε πυκνωτή με τιμή $0.1\mu F$ θα πρέπει η σταθερά κλιμακοποίησης πλάτους να οριστεί ως εξής:

$$\frac{1}{k_f \cdot k_m} = 0.1 \cdot 10^{-6} \rightarrow k_m = 141.8777$$

Επομένως,

$$R_1 = 141.8777 \Omega, \quad C = 0.1\mu F$$

ΜΟΝΑΔΑ (II)

Η δεύτερη μονάδα υλοποιείται από ένα ανωδιαβατό φίλτρο Sallen Key με τη στρατηγική σχεδίασης (2) και αντιστοιχεί στο πρώτο ζεύγος πόλων. Έχουμε $\omega_0 = 3.6557 \cdot 10^4$ και $Q = 1.1916$ άρα:

$$C_1 = C_2 = 1, \quad k = 1, \quad (\omega_0 = 1)$$

$$R_1 = \frac{1}{2Q} = 0.4196$$

$$R_2 = 2Q = 2.3832$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 3.6557 \cdot 10^4$, έχουμε $k_f = 3.6557 \cdot 10^4$. Προκειμένου να έχουμε πυκνωτή με τιμή $0.1\mu F$ θα πρέπει η σταθερά κλιμακοποίησης πλάτους να οριστεί ως εξής:

$$\frac{1}{k_f \cdot k_m} = 0.1 \cdot 10^{-6} \rightarrow k_m = 273.5426$$

Επομένως, τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας προκύπτουν:

$$C_1 = C_2 = 0.1\mu F$$

$$R_1 = 114.7815 \Omega$$

$$R_2 = 651.8957 \Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (III)

Ομοίως, τρίτη μονάδα υλοποιείται από ένα ανωδιαβατό φίλτρο Sallen Key με τη στρατηγική σχεδίασης (2) και αντιστοιχεί στο δεύτερο ζεύγος πόλων. Έχουμε $\omega_0 = 2.4744 \cdot 10^4$ και $Q = 4.6089$ άρα:

$$C_1 = C_2 = 1, \quad k = 1, \quad (\omega_0 = 1)$$

$$R_1 = \frac{1}{2Q} = 0.1085$$

$$R_2 = 2Q = 9.2179$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 2.4744 \cdot 10^4$, έχουμε $k_f = 2.4744 \cdot 10^4$. Προκειμένου να έχουμε πυκνωτή με τιμή $0.1\mu F$ θα πρέπει η σταθερά κλιμακοποίησης πλάτους να οριστεί ως εξής:

$$\frac{1}{k_f \cdot k_m} = 0.1 \cdot 10^{-6} \rightarrow k_m = 404.1361$$

Επομένως, τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας προκύπτουν:

$$C_1 = C_2 = 0.1\mu F$$

$$R_1 = 43.8426 \Omega$$

$$R_2 = 3.7253 k\Omega$$

4.1.3 Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στις υψηλές συχνότητες να είναι $10dB$ ή $10^{\frac{1}{2}}$. Το συνολικό κέρδος του φίλτρου στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_{total}^H = 1 \cdot k_2 \cdot k_3 = 1$$

Βρίσκουμε τον λόγο α :

$$\alpha = \frac{10^{\frac{1}{2}}}{k_{total}^H} = \frac{10^{\frac{1}{2}}}{1} = 3.1623 > 1$$

Δηλαδή για να φτάσουμε στο επιθυμητό κέρδος θα πρέπει να κάνουμε ενίσχυση κέρδους, η οποία επιτυγχάνεται με μια μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία ως εξής:

$$1 + \frac{r_2}{r_1} = 3.1623$$

Επιλέγουμε $r_1 = 10k\Omega$ και άρα $r_2 = 21.6228k\Omega$.

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς δίνεται από τον τύπο:

$$T_1(s) = \frac{s}{s + \frac{1}{RC}} = \frac{s}{s + 7.048 \cdot 10^4}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς δίνεται από τον τύπο (6-60):

$$T_2(s) = H \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = \frac{s^2}{s^2 + 3.068 \cdot 10^4 s + 1.336 \cdot 10^9}$$

3. Ομοίως, για την τρίτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς δίνεται από τον τύπο (6-60):

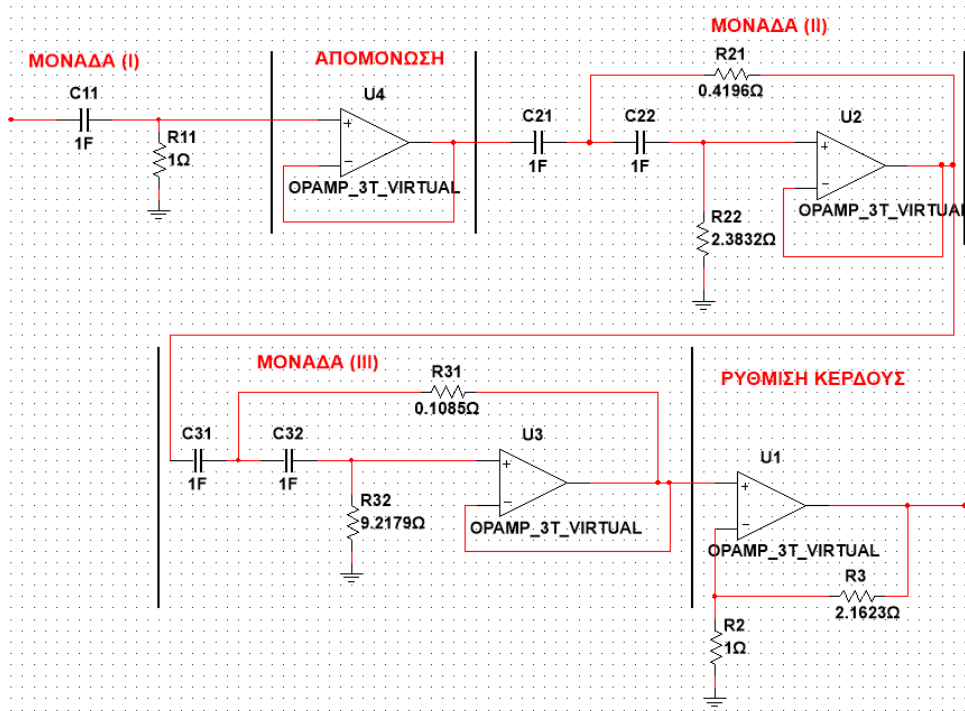
$$T_3(s) = H \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = \frac{s^2}{s^2 + 5369s + 6.123 \cdot 10^8}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ανωδιαβατού φίλτρου μετά τη ρύθμιση κέρδους είναι:

$$T_{HP}(s) = \alpha \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \rightarrow$$

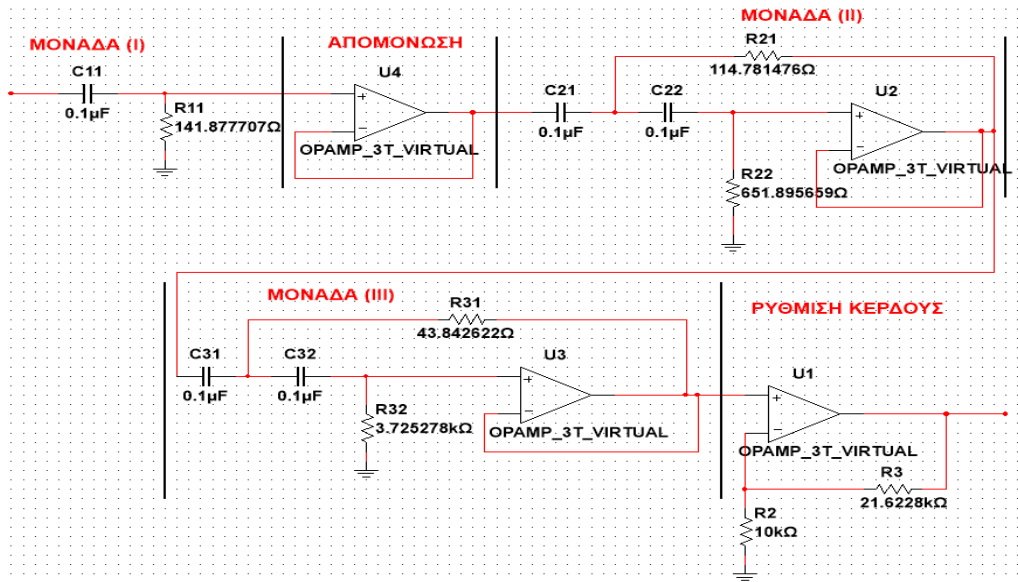
$$T_{HP}(s) = \frac{3.162s^5}{s^5 + 1.065 \cdot 10^5 s^4 + 4.654 \cdot 10^9 s^3 + 1.749 \cdot 10^{14} s^2 + 2.648 \cdot 10^{18} s + 5.767 \cdot 10^{22}}$$

Στο παρακάτω σχήμα παρατίθεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες αλλά και η απομόνωση μεταξύ 1ης και 2ης μονάδας προκειμένου να μην αλληλοεπιδρούν η μια στην άλλη. Τέλος, φαίνεται η μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους.



Σχήμα 73: Κανονικοποιημένο κύκλωμα του ανωδιαβατού φίλτρου Chebyshev

Στη συνέχεια φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ανωδιαβατό φίλτρο Chebyshev με ό,τι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.

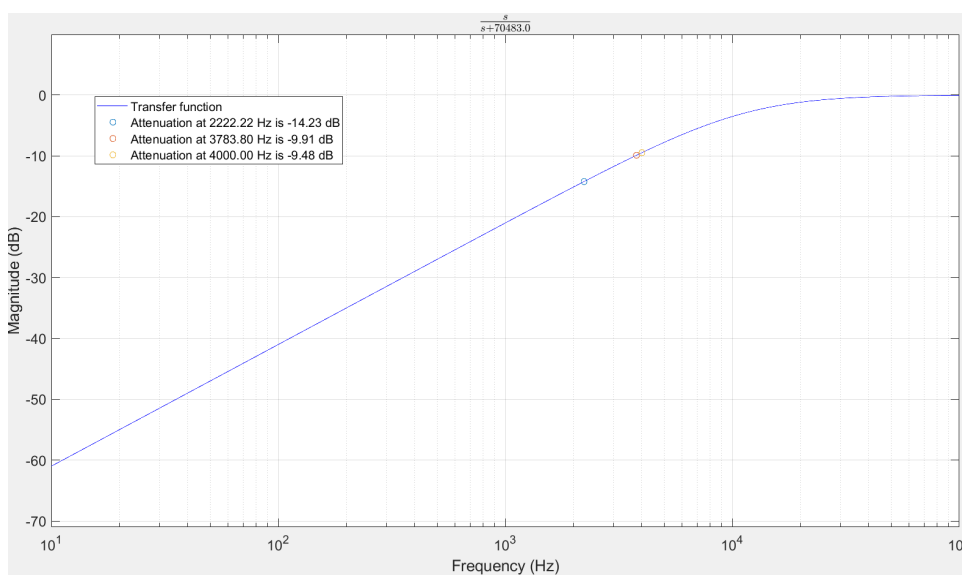


Σχήμα 74: Τελικό κύκλωμα του ανωδιαβατού φίλτρου Chebyshev

4.2 Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

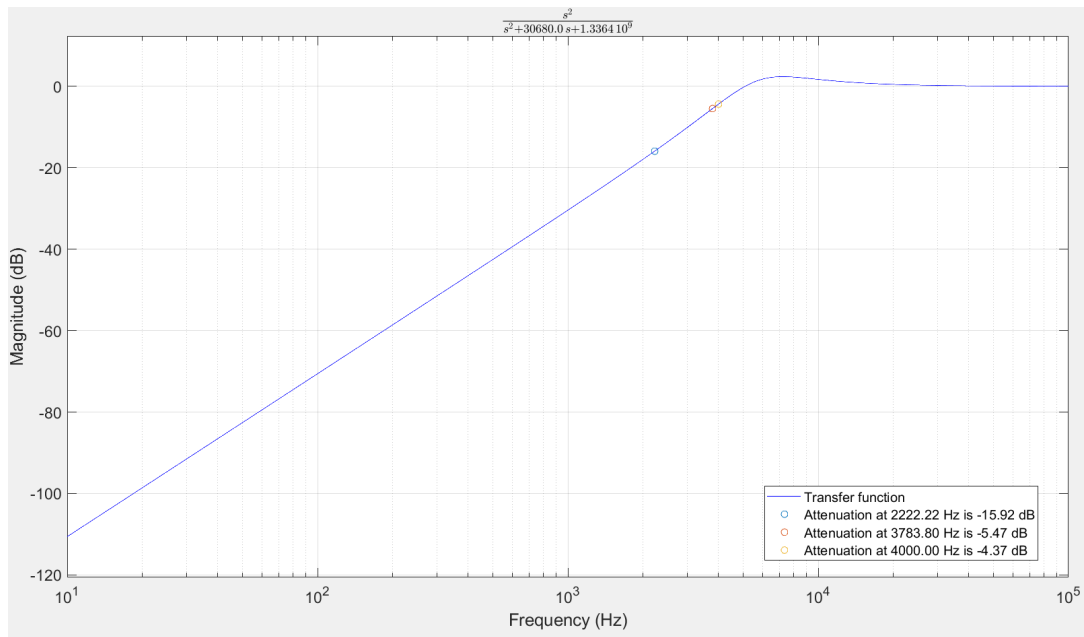
Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριων μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για εκάστοτε μονάδα (1^η, 2^η, 3^η) φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο MATLAB χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση *plot_transfer_function.m* με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών. Πιο συγκεκριμένα στα γραφήματα σημειώνονται οι συχνότητες διόδου, αποκοπής και ημίσειας ισχύος, αλλά και μια τυχαία υψηλή συχνότητα προκειμένου να παρατηρήσουμε το κέρδος του φίλτρου.

1^η Μονάδα: Ανωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης



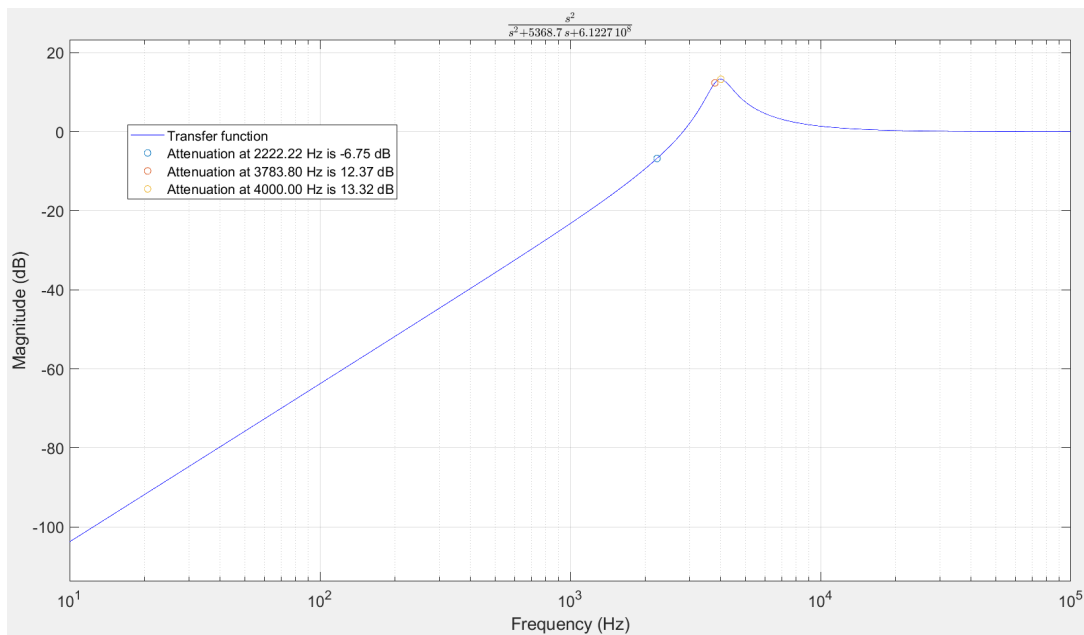
Σχήμα 75: Απόκριση πλάτους σε dB της συνάρτησης μεταφοράς της πρώτης μονάδας

2^η Μονάδα: Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key (Στρατηγική 2)



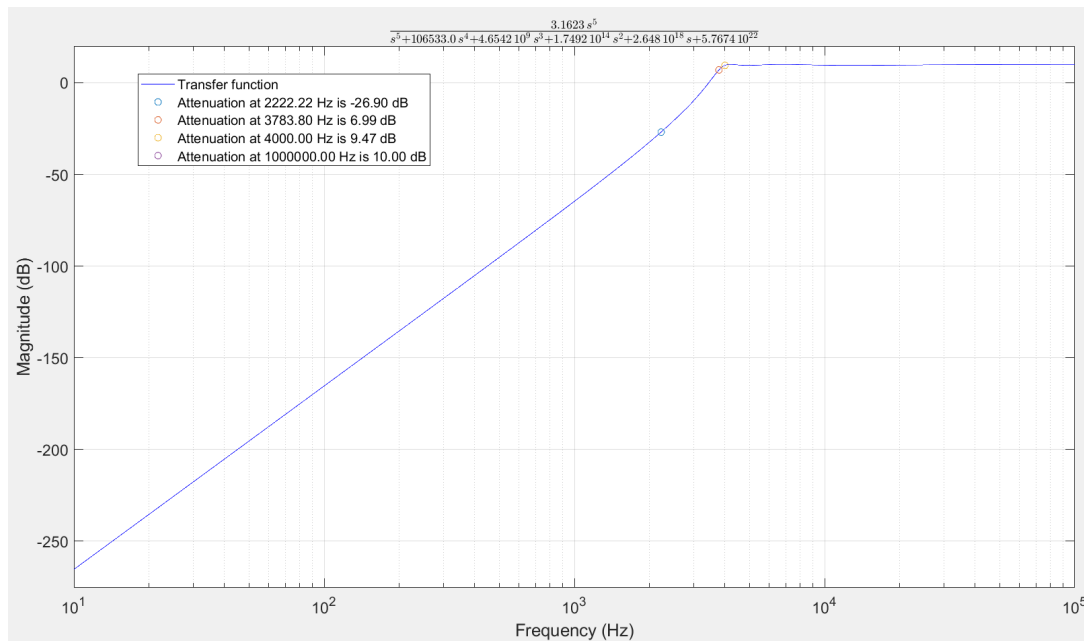
Σχήμα 76: Απόκριση πλάτους σε dB της συνάρτησης μεταφοράς της δεύτερης μονάδας

3^η Μονάδα: Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key (Στρατηγική 2)



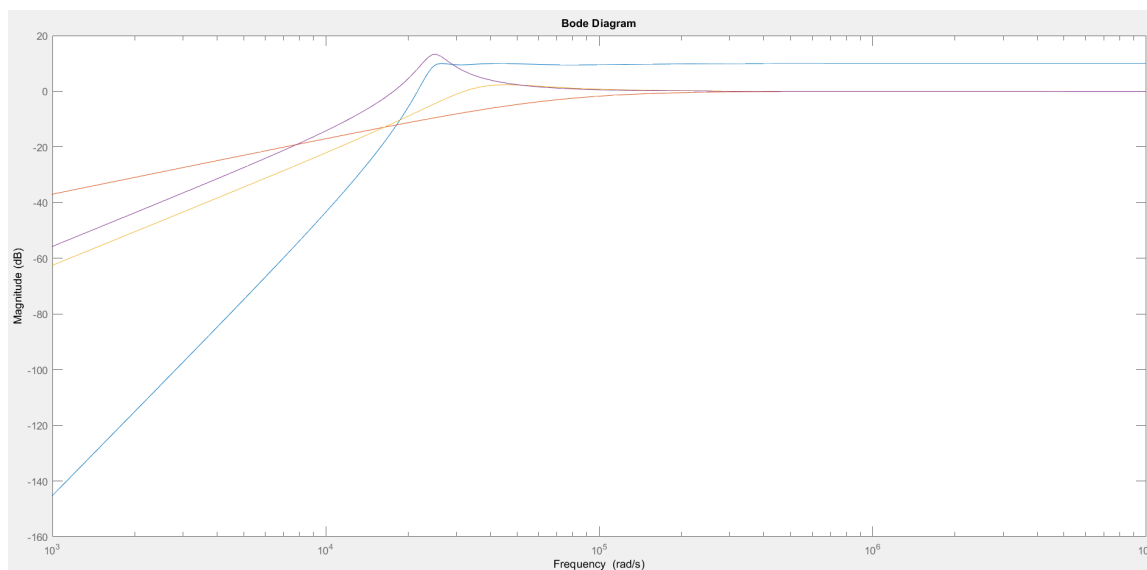
Σχήμα 77: Απόκριση πλάτους σε dB της συνάρτησης μεταφοράς της τρίτης μονάδας

Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου, μετά τη ρύθμιση κέρδους, συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης *plot_transfer_function*.



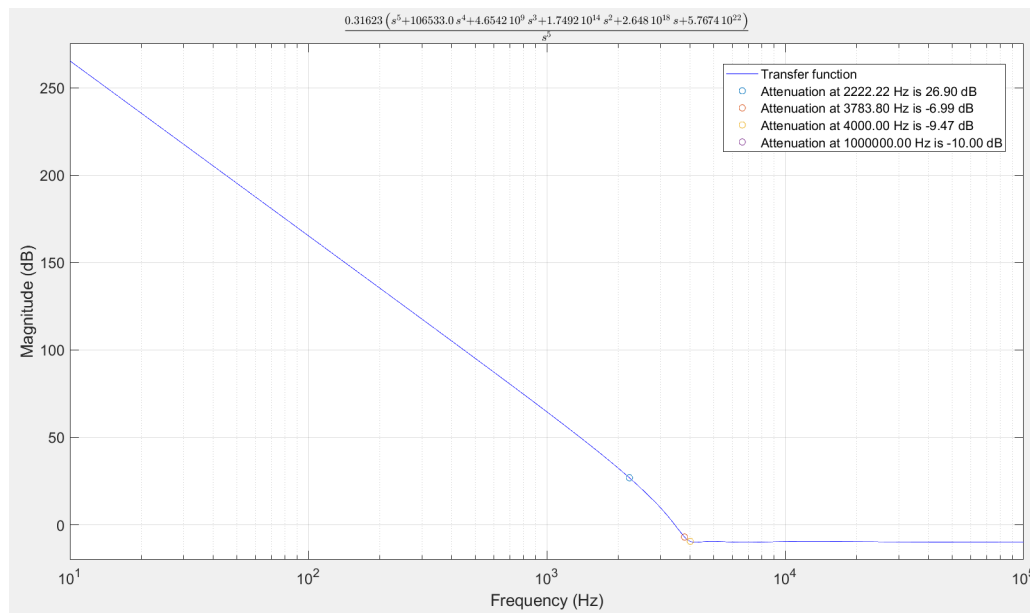
Σχήμα 78: Απόκριση πλάτους σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς

Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



Σχήμα 79: Όλες οι αποκρίσεις σε κοινό διάγραμμα

Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB, μετά τη ρύθμιση κέρδους, της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.

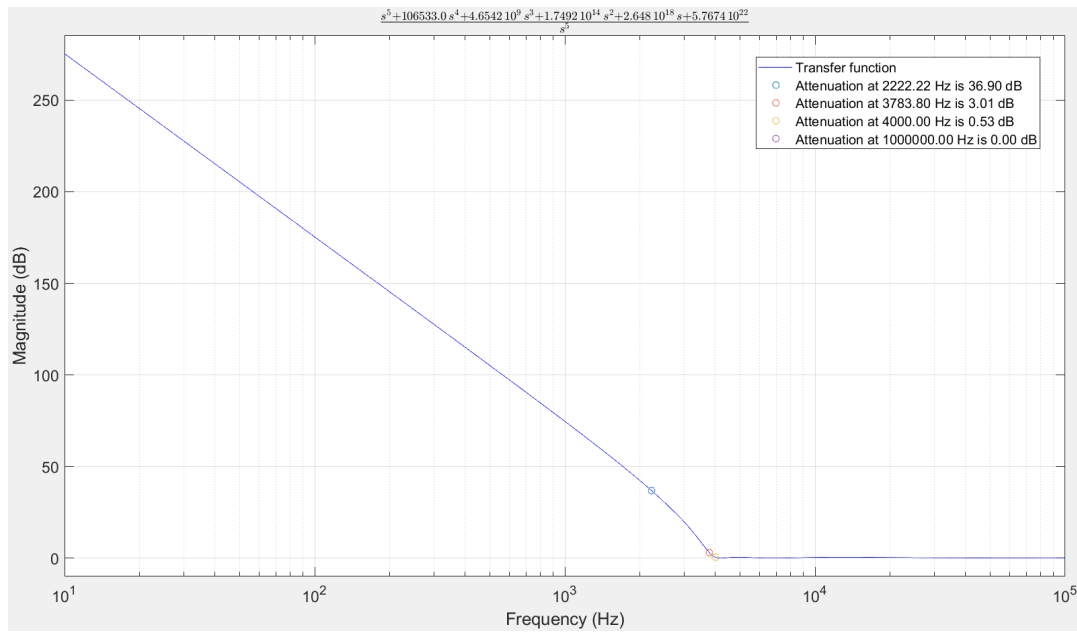


Σχήμα 80: Συνάρτηση απόσβεσης της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς μετά τη ρύθμιση κέρδους

Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την $f_p = 4000 \text{ Hz}$ και την $f_s = 2.2222 \text{ kHz}$, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε ότι η απόκριση πληροί τις προϋποθέσεις που τέθηκαν εξ αρχής τόσο σχετικά με το κέρδος του φίλτρου, το οποίο είναι ίσο με 10 dB όπως επιθυμούσαμε, όσο και με τις προδιαγραφές απόσβεσης, $a_{min} = 29 \text{ dB}$, $a_{max} = 0.5278 \text{ dB}$.

Πιο αναλυτικά, για την συχνότητα $f_p = 4000 \text{ Hz}$ η απόσβεση είναι $10 - |-9.47| = 0.53 \simeq a_{max} = 0.5278 \text{ dB}$. Επειδή όμως το αποτέλεσμα είναι σχετικό, εξαρτάται δηλαδή και από την ρύθμιση του κέρδους που έχουμε κάνει, είναι φανερό ότι η προδιαγραφή a_{max} πληρείται οριακά. Όσον αφορά τη συχνότητα $f_s = 2.2222 \text{ kHz}$ παρατηρούμε πως έχει απόσβεση $10 + 26.9 = 36.9 \text{ dB} > a_{min} = 29 \text{ dB}$, δηλαδή η συγκεκριμένη προδιαγραφή υπερκαλύπτεται. Το αποτέλεσμα αυτό, όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω, ήταν αναμενόμενο λόγω του τύπου που επιλέξαμε για τον συντελεστή ε .

Πριν τη ρύθμιση κέρδους, που έχουμε κέρδος $0dB$, η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα, από όπου φαίνεται πιο καθαρά ότι καλύπτονται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί.

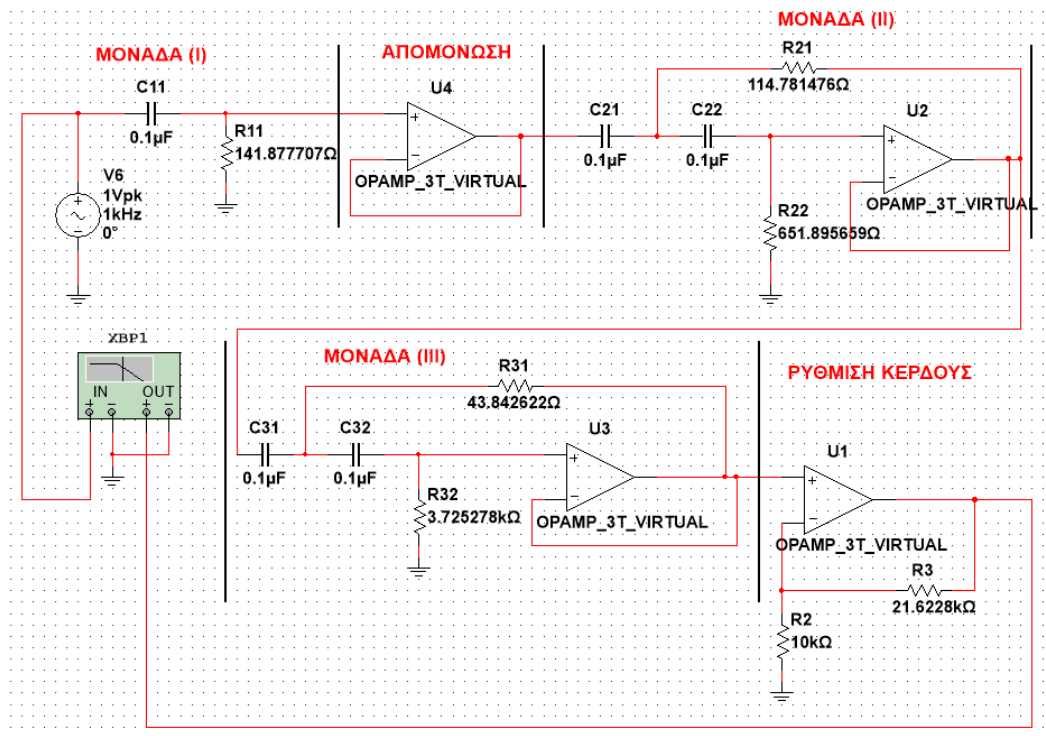


Σχήμα 81: Συνάρτηση απόσβεσης της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς πριν τη ρύθμιση κέρδους

4.3 Υλοποίηση του κυκλώματος του φίλτρου στο MULTISIM

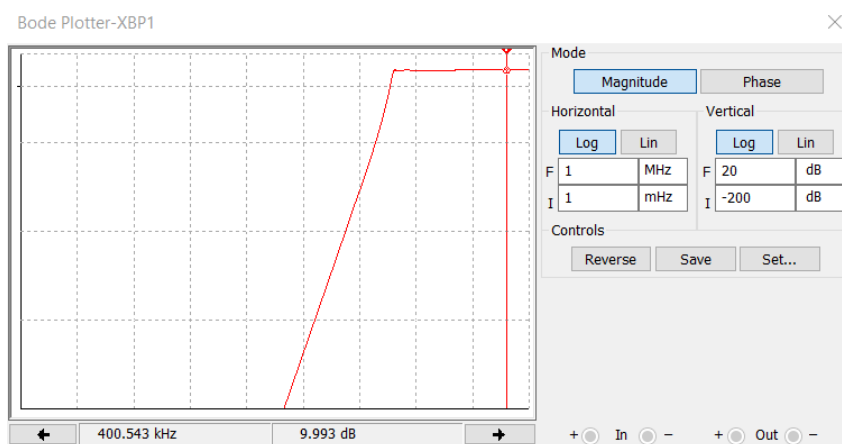
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



Σχήμα 82: Τελικό κύκλωμα ανωδιαβατού φίλτρου Chebyshev στο MULTISIM

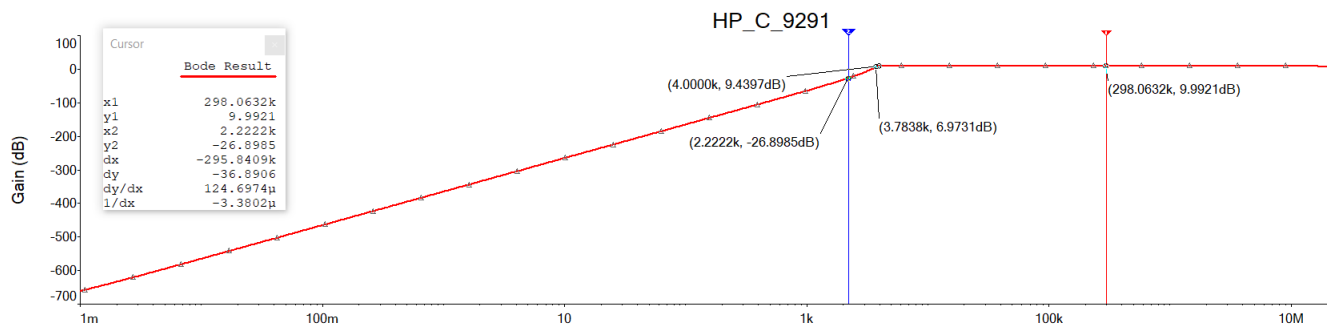
Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 83: Απόκριση συχνότητας του φίλτρου με χρήση του Bode-Plotter

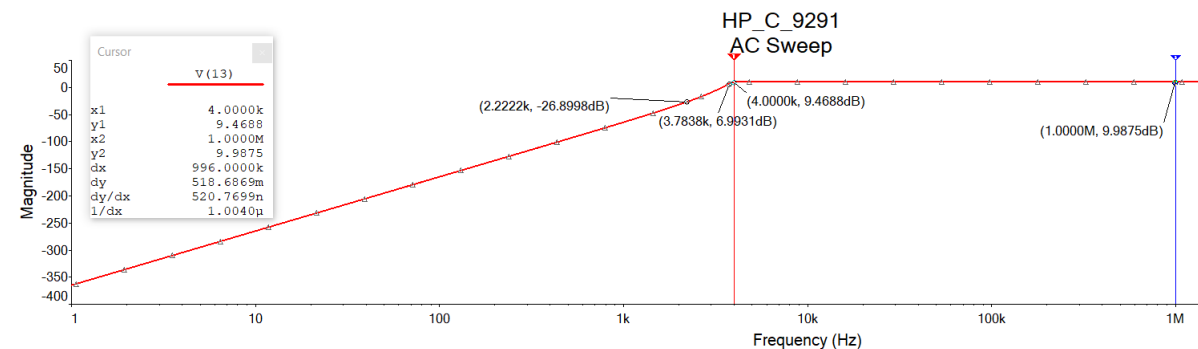
Παρατηρούμε ότι η μορφή του διαγράμματος είναι αναμενόμενη, αυτή δηλαδή που αντιστοιχεί σε ένα ανωδιαβατό φίλτρο. Επίσης, στο κάτω μέρος της εικόνας μπορούμε να δούμε πως το κέρδος του φίλτρου στις υψηλές συχνότητες είναι σχεδόν $10dB$, δηλαδή το επιθυμητό (η απόκλιση στο τρίτο μηδενικό οφείλεται στις στρογγυλοποιήσεις που έχουν υποστεί οι τιμές των στοιχείων του κυκλώματος).

Για να αποκτήσουμε μια καλύτερη εικόνα για την συμπεριφορά του κυκλώματος παραθέτουμε το παρακάτω διάγραμμα του Multisim που απεικονίζει ό,τι ακριβώς και το προηγούμενο (ξανά δηλαδή το διάγραμμα του Bode-Plotter αλλά στον Grapher του Multisim) με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Σχήμα 84: Απόκριση συχνότητας του φίλτρου με χρήση του Bode-Plotter με δυνατότητα ανάγνωσης τιμών

Επιπλέον, παρατίθεται το αντίστοιχο figure με χρήση AC Sweep.



Σχήμα 85: Απόκριση συχνότητας του φίλτρου (AC Sweep)

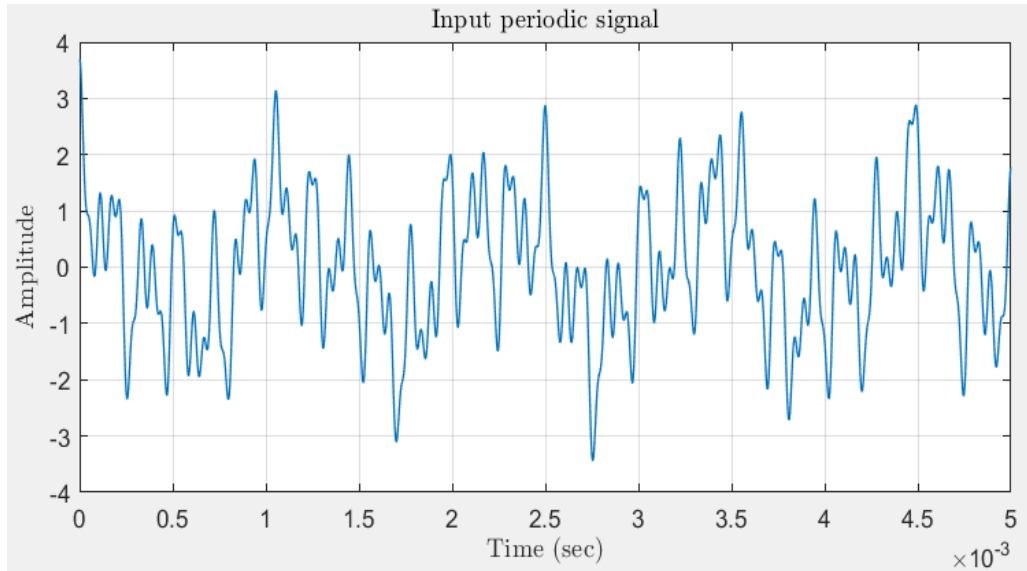
Από αυτά τα διαγράμματα, στα οποία απεικονίζονται οι κρίσιμες συχνότητες και η απόκριση του φίλτρου σε αυτές, γίνεται φανερό ότι επιτυγχάνεται το επιθυμητό κέρδος ($10dB$) στις υψηλές συχνότητες, ενώ στις συχνότητες διόδου και αποκοπής οι αντίστοιχες αποσβέσεις βρίσκονται στα επιθυμητά όρια. Αναλυτικότερα, στη συχνότητα διόδου $f_p = 4000Hz$ η απόσβεση είναι $a = 0.518dB < a_{max} = 0.5278dB$, ενώ στη συχνότητα αποκοπής έχουμε $a \simeq 36dB > a_{min} = 29dB$.

Πιο συγκεκριμένα, ελέγχοντας κατάλληλα τις κλίμακες συχνότητας και απόσβεσης διαπιστώνουμε ότι το φίλτρο παρουσιάζει την επιθυμητή συμπεριφορά στις κρίσιμες συχνότητες, αλλά και γενικότερα, το οποίο συμφωνεί με τη θεωρητική ανάλυση της εργασίας. Τα δεδομένα που προέκυψαν στο Multisim συμφωνούν με αυτά του Matlab και τα αποτελέσματα είναι ικανοποιητικά, γεγονός που μας επιτρέπει να συμπεράνουμε ότι το ζητούμενο φίλτρο έχει υλοποιηθεί σωστά.

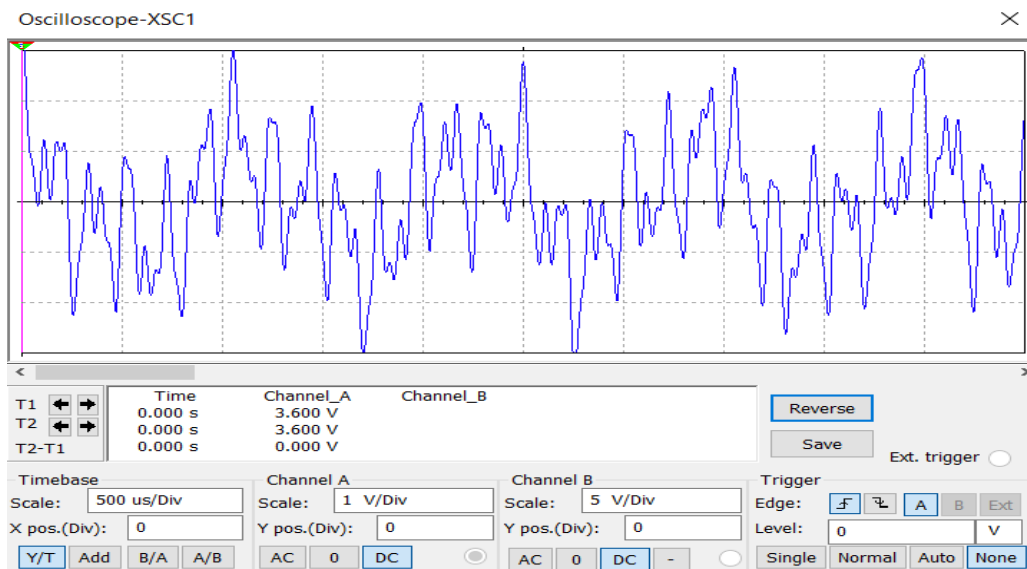
- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια πηγή διέγερσης ένα περιοδικό σήμα με την παρακάτω μορφή. Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

$$f(t) = \cos(0.4\omega_s t) + 0.5\cos(0.9\omega_s t) + \cos(1.4\omega_p t) + 0.7\cos(2.4\omega_p t) + 0.5\cos(4.5\omega_p t)$$

Σήμα εισόδου:

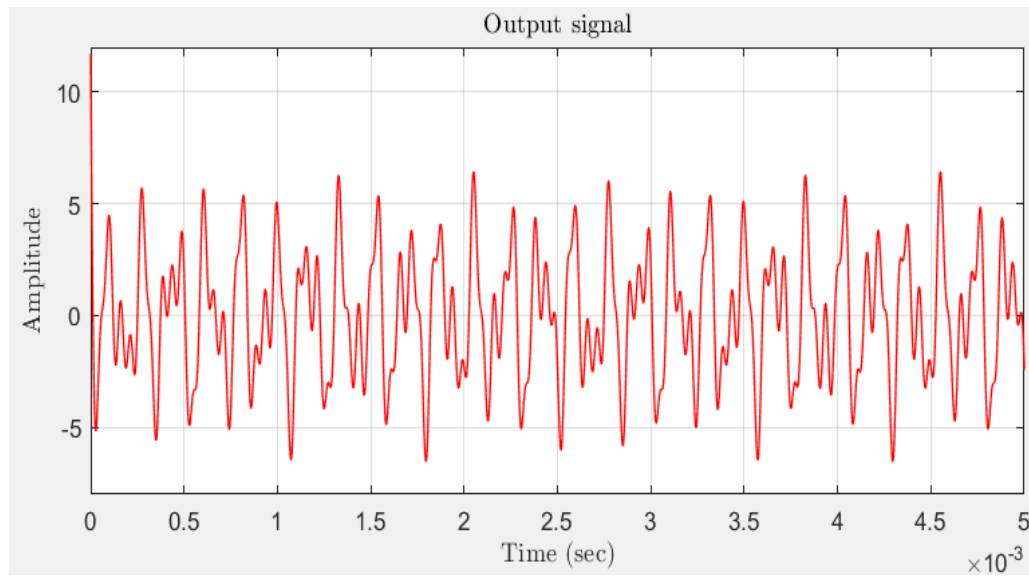


Σχήμα 86: Σήμα Εισόδου - MATLAB

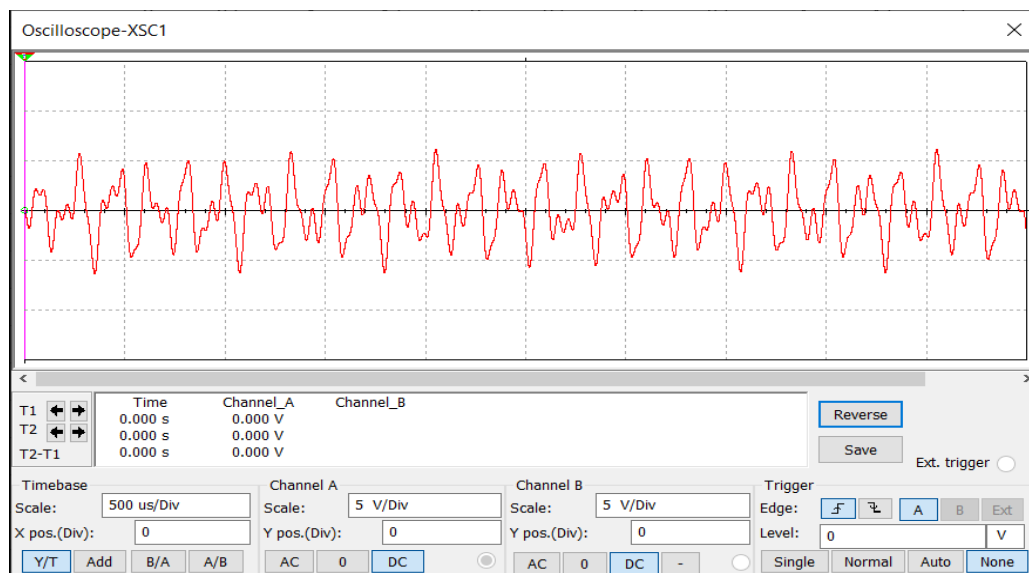


Σχήμα 87: Σήμα Εισόδου - MULTISIM

Σήμα εξόδου:

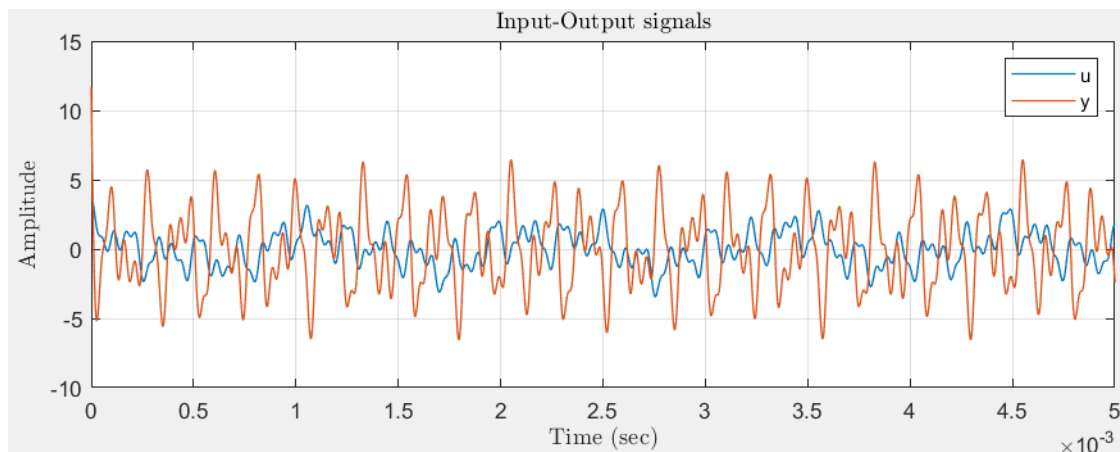


Σχήμα 88: Σήμα Εξόδου - MATLAB

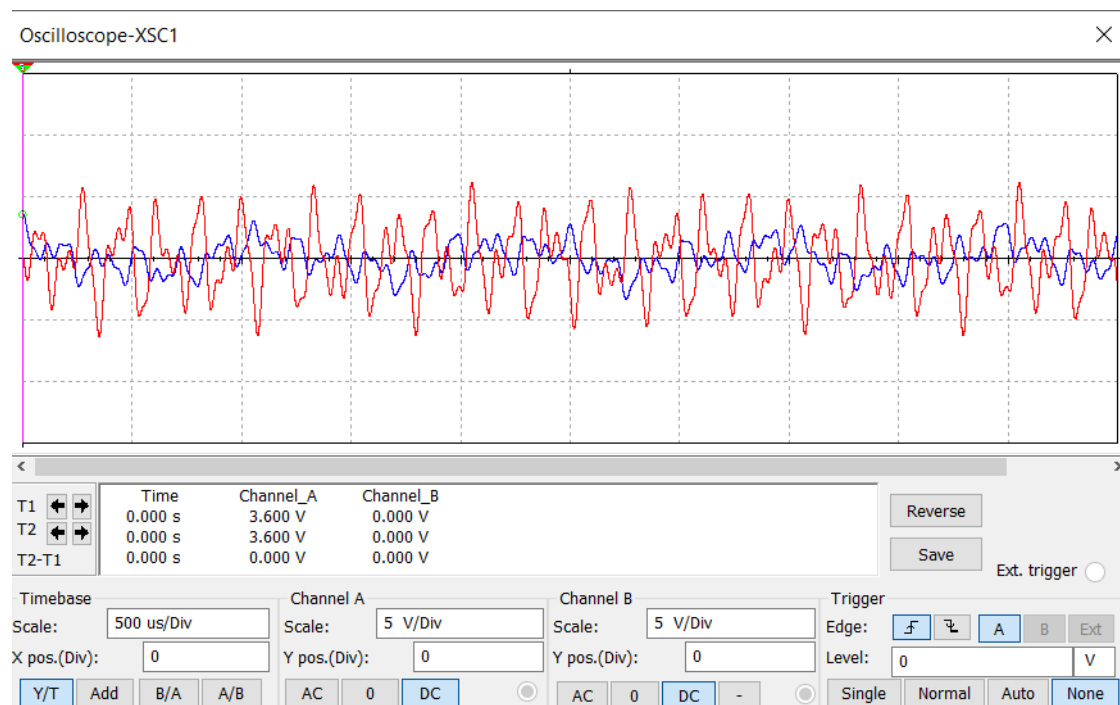


Σχήμα 89: Σήμα Εξόδου - MULTISIM

Σήματα εισόδου - εξόδου σε κοινό διάγραμμα:



Σχήμα 90: Σήματα Εισόδου - Εξόδου σε κοινό διάγραμμα - MATLAB



Σχήμα 91: Σήματα Εισόδου - Εξόδου σε κοινό διάγραμμα - MULTISIM

Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου όπως αυτά προέκυψαν στο Matlab και στο Multisim. Είναι εμφανές πως τα αντίστοιχα διαγράμματα συμφωνούν μεταξύ τους στη μορφή και στο πλάτος των σημάτων. Πιο συγκεκριμένα, για το Multisim σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις και ιδιαίτερα στο κοινό διάγραμμα οι ρυθμίσεις για τα δύο κανάλια είναι ίδιες ώστε να είναι πιο εύκολη η σύγκριση των δύο σημάτων ($2V/Div$, $1msec/Div$).

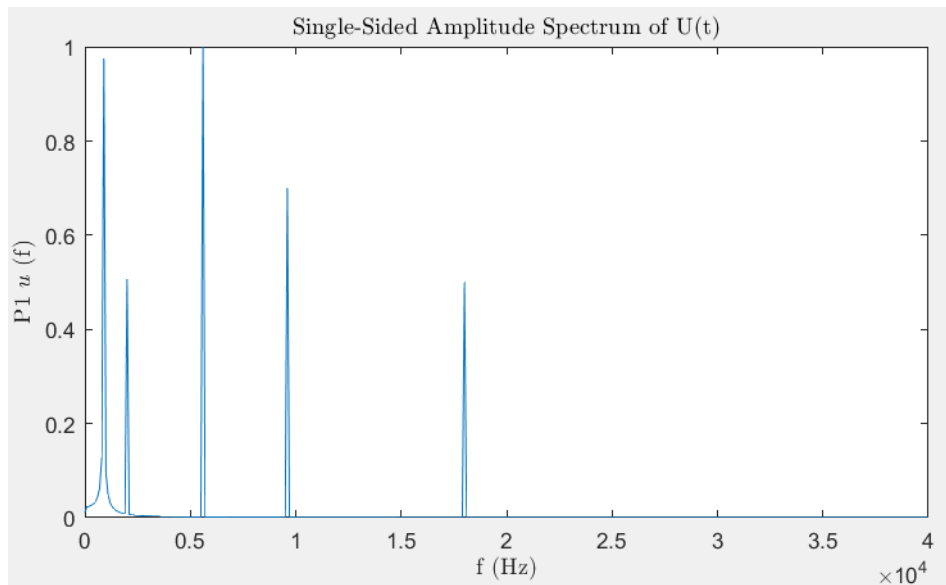
Πιο αναλυτικά, αν συγκρίνουμε τα σήματα εισόδου και εξόδου, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου έχει παραμορφωθεί σε σχέση με το σήμα εισόδου γενικότερα και ιδιαίτερα στις κορυφές. Το αποτέλεσμα είναι λογικό καθώς πρόκειται για συνάρτηση μεταφοράς ανωδιαβατού φίλτρου, που ως γνωστόν κρατά τις υψηλές συχνότητες και αποκόπει τις χαμηλές. Το κέρδος του φίλτρου γίνεται φανερό

κυρίως στα κοινά διαγράμματα, όπου η μέγιστη τιμή του σήματος εξόδου είναι σχεδόν τριπλάσια από την αντίστοιχη του σήματος εισόδου, δηλαδή το σήμα ενισχύεται όπως επιθυμούμε κατά $10dB$ ή 3.16. Αυτό θα φανεί καλύτερα παρακάτω, στα φάσματα εισόδου και εξόδου που ακολουθούν.

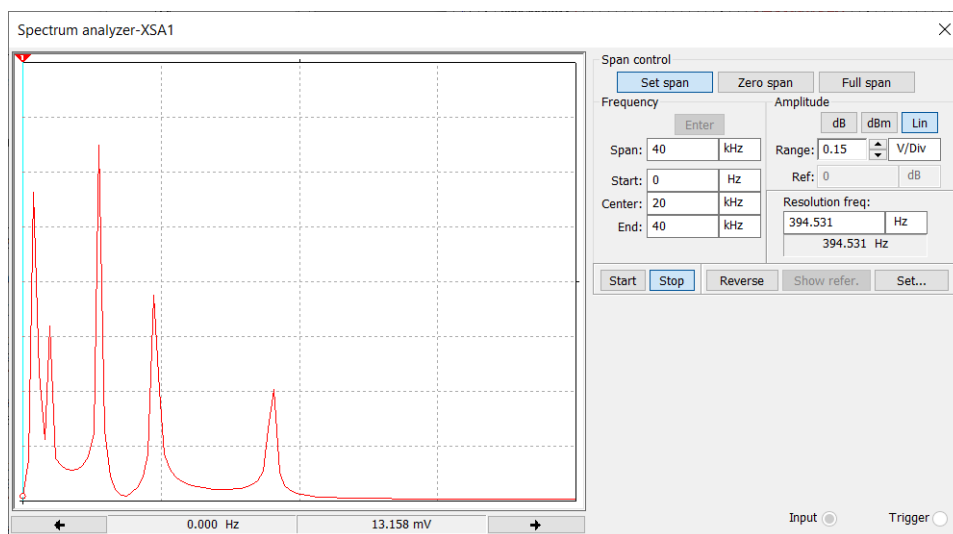
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου, ώστε να επαληθεύσουμε τα παραπάνω συμπεράσματα. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

Φάσμα Σήματος Εισόδου:

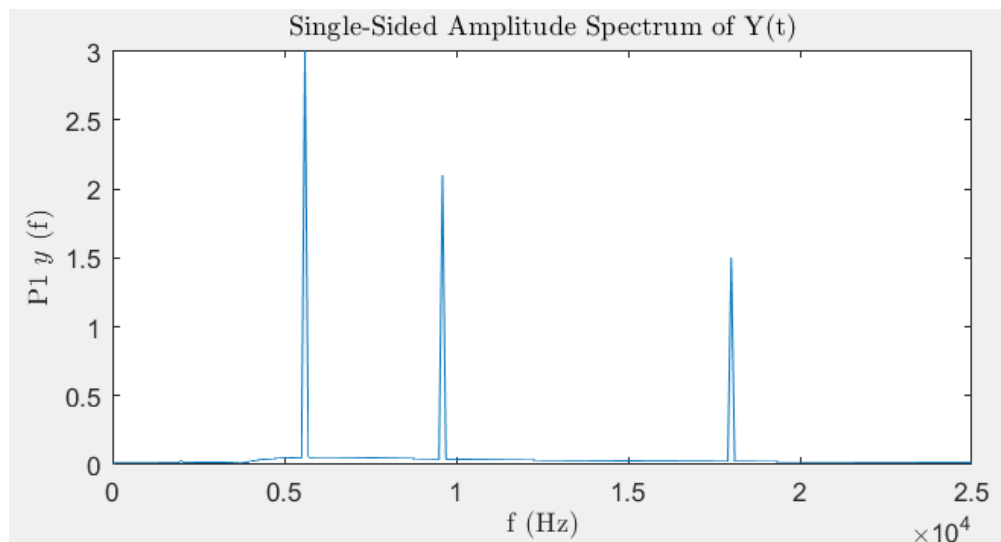


Σχήμα 92: Φάσμα Σήματος Εισόδου - MATLAB

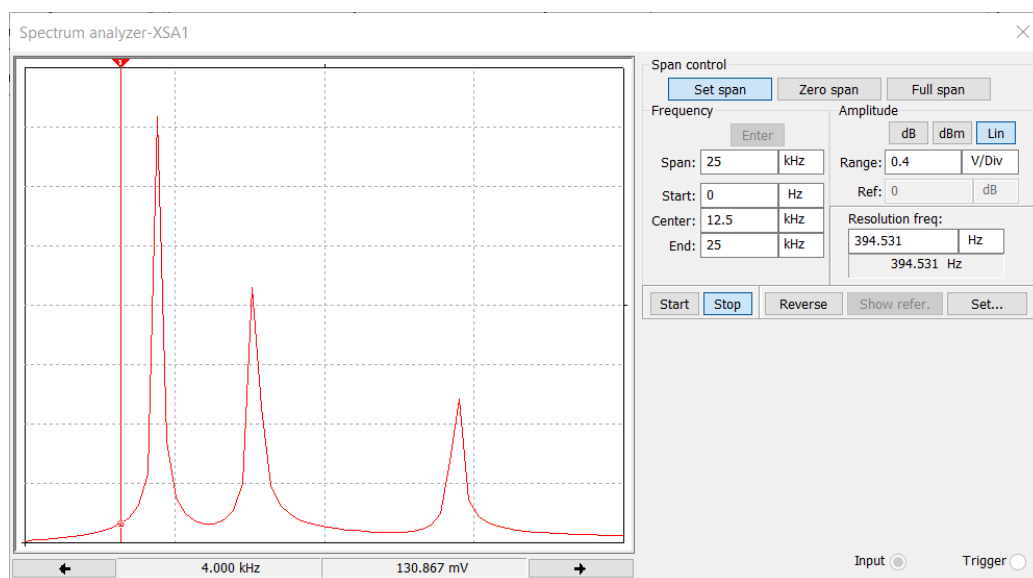


Σχήμα 93: Φάσμα Σήματος Εισόδου - MULTISIM

Φάσμα Σήματος Εξόδου:



Σχήμα 94: Φάσμα Σήματος Εξόδου - MATLAB



Σχήμα 95: Φάσμα Σήματος Εξόδου - MULTISIM

Αρχικά, είναι εμφανές ότι τα αντίστοιχα διαγράμματα είναι ίδια μεταξύ τους και πράγματι φαίνεται ότι το κύκλωμά μας είναι ένα ανωδιαβατό φίλτρο. Οι κρίσιμες συχνότητες για το συγκεκριμένο φίλτρο είναι $f_p = 4000\text{Hz}$ (ζώνη διόδου) και $f_s = 2.222\text{kHz}$ (ζώνη αποκοπής). Το φίλτρο διατηρεί και ενισχύει τις συχνότητες μετά τα 4000Hz και αποκόπτει τις συχνότητες πριν τα 2.222kHz . Αν προσέξουμε για παράδειγμα την αρμονική κοντά στη συχνότητα $0.5 \cdot 10^4\text{Hz}$ στο φάσμα εισόδου θα δούμε ότι το ύψος της φτάνει μέχρι τη μονάδα, ενώ η αντίστοιχη αρμονική στο φάσμα εξόδου αγγίζει το 3, γεγονός που επαληθεύει το κέρδος του φίλτρου (10dB). Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι στη ζώνη μεταξύ των κρίσιμων συχνοτήτων ($2.222 - 4\text{kHz}$) το φασματικό περιεχόμενο του σήματος έχει εξασθενιστεί αλλά δεν έχει μηδενιστεί καθώς πρόκειται για τη ζώνη μετάβασης του φίλτρου.

Έτσι, συνάγεται το συμπέρασμα ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά και υλοποιεί ένα ανωδιαβατό

φίλτρο Chebyshev, καθώς θεωρητική ανάλυση και η κυκλωματική λειτουργία του συμφωνούν και επίσης έχει την επιθυμητή συμπεριφορά στις ζώνες διόδου και αποκοπής.