



دانشکده مهندسی کامپیوتر

پروژه پایانی درس نظریه بهینه‌سازی

موعده تحویل: تاریخ ۱۳۹۹/۱۱/۱۰ ساعت ۲۳:۵۹

مدرس: وصال حکمی

این پروژه به منزله پروژه پایانی درس نظریه بهینه‌سازی است. موعده تحویل آن تا تاریخ ۱۳۹۹/۱۱/۱۰ ساعت ۲۳:۵۹ خواهد بود. در مورد تحویل گزارش به نکات زیر توجه کنید:

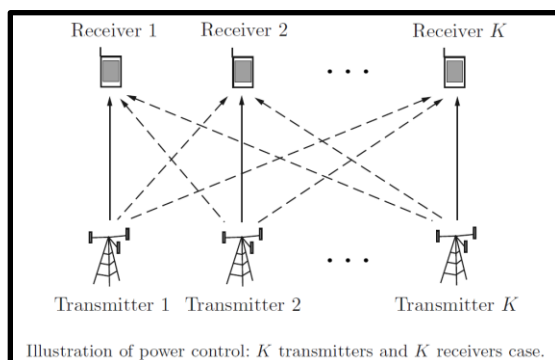
- تاخیر در تحویل، مشمول کسر نمره خواهد شد.
- گزارش پروژه تنها باید به صورت تایپ شده تحویل داده شود.
- برای هر سوال، صورت مسئله مدل شده، روش حل مسئله را توضیح دهید و کد برنامه و خروجی آن را بنویسید. همچنین، نمودار مربوطه را نیز رسم کنید.
- نتیجه نهایی در خروجی CVX و مقادیر هریک از متغیرها را مشخص کنید.

جهت راهنمایی نصب و استفاده از ابزار CVX در نرم‌افزار MATLAB می‌توانید از وبسایت <http://cvxr.com/cvx> کمک بگیرید.

در انتها کد برنامه‌ها، به همراه گزارش خود را به صورت فایل فشرده با درج نام، نام خانوادگی و شماره دانشجویی در سایت ادمودو آپلود کنید.

مسئله شماره ۱: تخصیص max-min fair توان در کانال تداخل

یک شبکه بی‌سیم را با K گره ایستگاه پایه فرستنده و K دستگاه گیرنده موبایل تصور کنید (مطابق شکل):



«نسبت سیگنال به تداخل به اضافه نویز» (SINR) در گیرنده i -ام با رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\gamma_i = \frac{G_{ii}p_i}{\sum_{j=1, j \neq i}^K G_{ij}p_j + \sigma_i^2},$$

- p_i is the power of transmitter i ;
- G_{ij} is the channel power gain from transmitter j to receiver i ;
- σ_i^2 is the noise power at receiver i .

مسئله بهینه‌سازی زیر را به کمک CVX فرمول‌بندی و حل نمایید (مسئله محاسبه تخصیص توان به صورت max-min fair):

$$\begin{aligned} & \text{maximize} \quad \min_{1 \leq i \leq 4} \text{SIR}_i \\ & \text{subject to} \quad 0 \leq p_i \leq 30, \quad i = 1, \dots, 4. \end{aligned}$$

برای مثال عددی، $K=4$ را در نظر بگیرید و ماتریس gain کانال‌ها نیز برای این مسئله به صورت زیر فرض می‌شود:

$$(G_{ij}) = \frac{1}{100} \begin{bmatrix} 37 & 2 & 1 & 6 \\ 10 & 30 & 3 & 6 \\ 1 & 14 & 354 & 3 \\ 10 & 8 & 6 & 171 \end{bmatrix}$$

همچنین، فرض کنید که برای کلیه کاربران، $\sigma_i^2 = 1$.

متغیرهای بهینه‌سازی هم همان p_i ‌ها هستند.

مسئله شماره ۲: بهینه‌سازی مجموعه‌ای از دواير

دایره $A \subset \mathbb{R}^2$ به مرکز $c \in \mathbb{R}^2$ و شعاع $r \geq 0$ در نظر بگیرید، به طوری که:

$$A = \{x \mid \|x - c\|_2 \leq r\}$$

(در صورتی که $r = 0$ باشد، دایره به صورت تک نقطه c در نظر گرفته می‌شود).

هدف این مسئله یافتن مجموعه‌ای m تایی از دواير $A_1, A_2, \dots, A_m \subset \mathbb{R}^2$ است (با مشخص کردن مرکز و شعاع آن‌ها) که یک تابع هدف را مشروط به چند قید حداقل کند.

قید اول مسئله این است که n دایره اول ثابت هستند. به عبارتی:

$$c_i = c_i^{fix}, \quad r_i = r_i^{fix}, \quad i = 1, \dots, n,$$

که c_i^{fix} و r_i^{fix} از قبل مشخص هستند.

قید دوم مسئله مربوط به اشتراک یا هم‌پوشانی دواير است، به عبارتی داریم:

$$A_i \cap A_j \neq \emptyset, \quad (i, j) \in \mathcal{S}$$

دو تابع هدف هم باید به صورت زیر در نظر گرفته شود:

- مجموع مساحت دواير
- مجموع محيط دواير

الف) مدل مسئله را برای دو تابع هدف تعريف شده به صورت جداگانه بنويسيد و آن‌ها را به صورت مختصر توضيح دهيد.

ب) دو مسئله را بر اساس داده‌های موجود در فايل "circle_data.*" حل كنيد. مجموع مساحت و محيط بدست آمده را بنويسيد و برای هر مسئله به صورت جداگانه دواير حاصل را در قالب يك plot رسم كنيد.

مسئله شماره ۳: برنامه‌ريزی مسیر با وجود حوادث ناگهانی

ماشینی در مسیر جاده‌ای حرکت می‌کند که با بردار $p \in \mathbb{R}^M$ مشخص می‌شود، به طوری که p_i موقعیت عمود بر خط مرکزی در i متری از پایین جاده را نشان می‌دهد. ($h > 0$ اندازه گسسته‌سازی شده است که از قبل مشخص است. در واقع جاده به قسمت‌های h متری تقسیم شده است.) بردار p نرمال‌سازی شده و بنابراین p_i در بازه $[-1, 1]$ قرار می‌گیرد که مرز جاده را نشان می‌دهد. از طرفی، این فرض هم وجود دارد که ماشین به عنوان یک نقطه مدل شده است. همچنین، دو مقدار $p_1 = a$ و $p_2 = b$ را به عنوان موقعیت ابتدای جاده و $p_{N-1} = c$ و $p_N = d$ را به عنوان موقعیت انتهای جاده در نظر بگیرید.

این امکان وجود دارد که در جاده در موقعیت $i = G$ مانع وجود داشته باشد. به همین منظور ماشین باید از سمت چپ ($p_0 \geq 0.5$) یا راست ($p_0 \leq -0.5$) حرکت کند. در صورتی که مانعی نباشد نیازی به در نظر گرفتن قیدی نیست. در این مسئله سه مسیر را برنامه‌ريزی می‌کنید به طوری که:

$$p^{(i)} \in \mathbb{R}^M, i = 1, 2, 3$$

آن‌ها باید قیود مربوط به ابتدا و انتهای جاده و مرزهای جاده را رعایت کنند. مسیرهای $p^{(1)}$ و $p^{(2)}$ باید قیود جلوگیری از مانع را برآورده کنند (به عبارتی $p_0^{(1)} \geq 0.5$ و $p_0^{(2)} \leq -0.5$)، اما در مورد $p^{(3)}$ نیازی به برآورده کردن قیدی در مورد جلوگیری از مانع نیست. این فرض را هم در نظر می‌گیریم که تا زمانی که ماشین به موقعیتی مثل $i = F$ نرسد، حسگرها نمی‌توانند یاد بگیرند و تشخیص دهند که کدام حادثه ناگهانی رخ خواهد داد. این موضوع با قیود اطلاعاتی (قیود غیر قابل پیش‌بینی) مدل می‌شوند.

$$p_i^{(1)} = p_i^{(2)} = p_i^{(3)}, i = 1, \dots, F$$

این قید بیان می‌کند که قبل از این که به مورد غیر مترقبه‌ای برخورد کنید همه مسیرها شرایط یکسان دارند.

هدف مسئله حداقل‌سازی عبارت زیر خواهد بود:

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{i=2}^{N-1} (p_{i-1}^{(k)} - 2p_i^{(k)} + p_{i+1}^{(k)})^2$$

الف) مدل مسئله را بنویسید و آن را به صورت مختصر توضیح دهید.

ب) مسئله را بر اساس داده‌های موجود در فایل `path_data.*` حل کنید. هر کدام از مسیرها را در قالب `plot` رسم کنید. (در صورت استفاده از Python، از ECOS solver استفاده کنید تا هشدارهای مبنی بر بی‌دقتی پاسخ دریافت نکنید.)