

Grundbegreber

Anna-Vera Jørring Pallesen, Johan Sebastian Ohlendorff, Laust
Hvas Mortensen and Thomas Alexander Gerds

1 Demografi

Demografi er studiet af menneskers befolkningsegenskaber og deres forandringer over tid og sted. Det inkluderer undersøgelser af befolkningens størrelse, aldersfordeling, kønsfordeling, etnicitet, sprog, religion, uddannelse, erhverv og andre relevante faktorer. Demografer anvender forskellige metoder, såsom dataindsamling og statistisk analyse, til at undersøge og beskrive befolkningstendenser og mønstre. Demografi spiller en vigtig rolle i samfundets planlægning og i politikudvikling, da det kan give vigtig information om en befolknings sundhedstilstand, uddannelsesbehov, arbejdsstyrke og økonomisk udvikling. Nogle af de områder, hvor demografi er relevant, inkluderer folkesundhed, økonomi, planlægning af byer og samfund, arbejdsmarked og socialpolitik. Metoderne, som vi bruger til demografi, er tæt beslægtet med metoder fra epidemiologi og statistik.

2 Befolkning

I demografi refererer udtrykket *befolkning* til den gruppe af mennesker, der bor inden for et geografisk område eller en juridisk enhed ved et bestemt tidspunkt. Dermed kan man tale om Danmarks befolkning den 26. juni 1992, og om Nordeuropas befolkning den 1. april 2000. En befolkning kan opdeles og analyseres efter kriterier som for eksempel bopæl, køn, alder, civilstand, etnisk gruppe, uddannelse, erhverv, fag og stilling. Tilsammen er alle disse grupper udtryk for befolkningsstrukturen. En *befolkningsgruppe* er en del af en befolkning som opfylder yderlige kriterier. For eksempel, danner alle kvinder, som modtager SU, er yngre end 25 år, og bor i Region Sjælland 1. januar 2023, en befolkninggruppe.

Befolkning i demografi kan beskrives og analyseres med statistikker som befolkningsstørrelse, befolkningstæthed, aldersfordeling, kønsfordeling, etnicitet og mange andre faktorer, der kan give indsigt i befolkningens dynamik og sammensætning. Disse statistikker bruges ofte til at forudsige og planlægge behovet for offentlige tjenester og politikker, såsom sundhedsvæsenet, uddannelse og beskæftigelse.

2.1 Lukket og åben befolkninger

Hvis befolkningen ikke er genstand for ind- og udvandring, kaldes den en lukket befolkning. Hvis befolkningen ikke er lukket, er det en åben befolkning. De allerfleste befolkninger er åbne. Lukkede befolkninger er typisk af hypotetisk/tænkt natur og er et demografisk værktøj, der bruges til at forklare komplekse principper og regnestykker i en simplificeret situation.

2.2 Kohorte

En kohorte er en gruppe personer som oplever en bestemt (demografisk) begivenhed i en bestemt periode og følges derefter, f.eks. alle kvinder født i Danmark i året 1900 (fødselskohorte) eller alle mænd, som påbegyndte FSV studiet mellem 2017 og 2020.

2.3 Befolkningens størrelse

Lad os tage udgangspunkt i den danske befolkning og starte med at se på dens størrelse. Folketal $N(t)$ angiver befolkningens størrelse til tid t , hvor t er en dato i kalenderen. Ifølge statistikbanken ¹ var der 5.806.081 personer i Danmarks befolkning den 1. januar 2019:

$$\begin{aligned}\text{Befolkning} &= \text{Hele Danmark} \\ t_1 &= 2019-01-01 \\ N(t_1) &= 5.806.081\end{aligned}$$

På et senere tidspunkt vil befolkningens størrelse have ændret sig som følge af fødsler, dødsfald og ind- og udvandring. Den 1. januar 2023 var der 5.932.654 personer i Danmarks befolkning. Dermed er den danske befolkning vokset med 126.573 personer i de 1461 dage mellem den 1. januar 2019 og den 1. januar 2023. Her er R-koder som kan bruges til at beregne antal dage mellem to datoer og ændring af folketal i perioden.

```
# R-code
t_1= as.Date("2019-01-01")
t_2= as.Date("2023-01-01")
N_1 = 5806081
N_2 = 5932654
data.frame("dato"=c(t_1,t_2), "Folketal"=c(N_1,N_2),
           "Antal dage"=c(NA,t_2-t_1), "Vækst"=c(NA,N_2-N_1))
```

	dato	Folketal	Antal.dage	Vækst
1	2019-01-01	5806081	NA	NA
2	2023-01-01	5932654	1461	126573

¹<https://statistikbanken.dk/>

Folketallet ændrer sig hver dag, men det er svært at registrere og tælle nøjagtigt hvor mange personer der er i befolkning hver enkelt dag. Heldigvis betyder små unøjagtigheder i tallene typisk ikke meget for demografiske konklusioner. Statistikbanken angiver folketal i starten af hvert kvartal siden 2008 (register FOLK1A), den første januar per år siden 1971 (register BEFOLK1), den første januar per år siden 1901 (register HISB3). Desuden er der summariske tal fra folketællinger hele vejen fra 1769 (register FT).

2.4 Instruks til brugen af R koder

For at hente data fra statistikbanken bruger vi en R pakke som hedder **danstat**. Desuden bruger vi en række andre R pakker og også R funktioner, som gør det nemt arbejde med data fra statistikbanken, og implementere specifikke demografiske metoder. For at afprøve R koder, som bliver vist her, i jeres computer skal I først hente filen https://github.com/tagteam/demogRafi/blob/main/R_funk/demofunk.R og gemme den i projekt folderen **demografi**. Måske den vigtigste funktion hedder **hent_data**. Den henter data fra statistikbankens register. For at se hvilke register der er og hvad de hedder, skal man besøge internetsiden <https://statistikbanken.dk/> hvor man finder register under EMNE Borgere.

```
hent_data(register = "folk1a",tid = "2023K1")
hent_data(register = "befolk1",tid = 2023)
hent_data(register = "HISB3",tid = 2023,bevægelse = "M+K")
hent_data(register = "FT",tid = 2023)
```

Folketal fra register (FT) bliver vist i Figur 1.

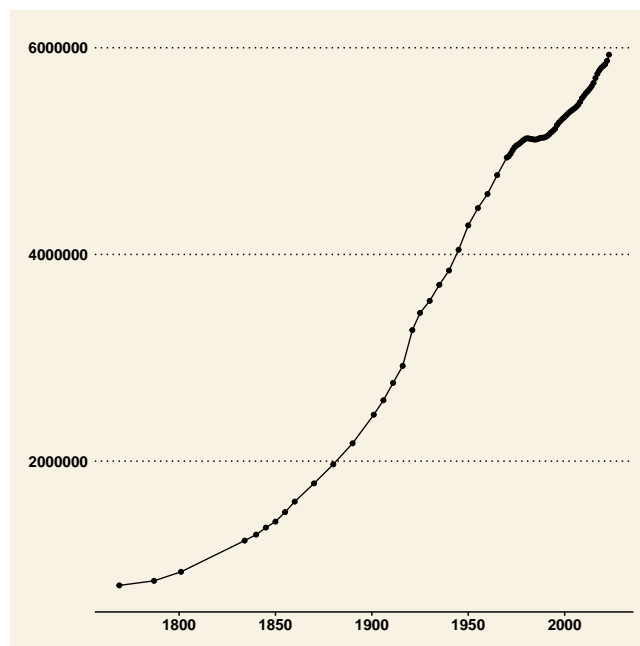
```
dt=hent_data(register = "FT",tid = "all")
ggplot(dt,aes(TID,INDHOLD))+geom_line()+geom_point()+
  theme_ws() + scale_colour_ws("colors6")
```

2.5 Middelfolketal

Vi indfører nu begrebet middelfolketal, som bruges til at estimere et gennemsnitlige folketal i en given tidsperiode. Middelfolketallet er en vigtig demografisk indikator, der indgår f.eks., i fertilitetsrater og dødelighedstavler. Middelfolketallet er defineret som det gennemsnitlige folketal i en given tidsperiode. Vi betegner middelfolketallet med \tilde{N} .

For at beregne middelfolketallet helt korrekt, ville man for alle personer være nødt til at tælle hvor mange dage de har levet i perioden i befolkningen. Så kunne man beregne middelfolketallet eksakt som den samlede gennemlevede tid divideret med periodens længde. Denne beregning giver et gennemsnitligt antal mennesker, der bor i området over en given tidsperiode.

Praktisk kender man desværre ikke de præcise tal, altså hvor mange dage alle personer fra en befolkning har levet i en given tidsperiode. Derfor er flere



Figur 1: Figuren viser udviklingen af det danske folketal siden 1769 fra folketællinger, statistikbankens register FT.

metoder, der kan bruges til at beregne middelfolketallet approksimativt baseret på enkelte folketal i en given tidsperiode.

2.5.1 Metode 1

Her skal man kun kende et enkelt folketal, nemlig folketallet cirka i midten af perioden. Hvis perioden starter i tidspunkt t_1 og slutter i tidspunkt t_2 , så er tidspunkt i midten givet som $(t_1 + t_2)/2$, og folketal i midten er givet ved $\tilde{N}[t_1, t_2] = N((t_1 + t_2)/2)$.

Dette tal bruges som et estimat for middelfolketallet. Denne metode er simpel og tilstrækkelig for mange formål, især når folketallet ikke ændrer sig særlig meget i den givne tidsperiode. For eksempel bruger Danmark Statistik folketal fra den 1. juli som årets middelfolketal i de årlige rapporter om befolkningens udvikling².

2.5.2 Metode 2

For at bruge denne metode skal man kende folketal i starten og i slutningen af perioden. Det estimerede middelfolketal er gennemsnit af de to folketal: $\tilde{N}[t_1, t_2] = (N(t_1) + N(t_2))/2$.

2.5.3 Metode 3

Her skal man kende folketal i starten, i slutningen og ved mindst et tidspunkt mere i perioden. Lad os antage, at vi kender folketal til J forskellige tidspunkter $t_1 < t_2 < \dots < t_J$. Det estimerede middelfolketal for perioden $[t_1, t_J]$ kan beregnes med følgende formel:

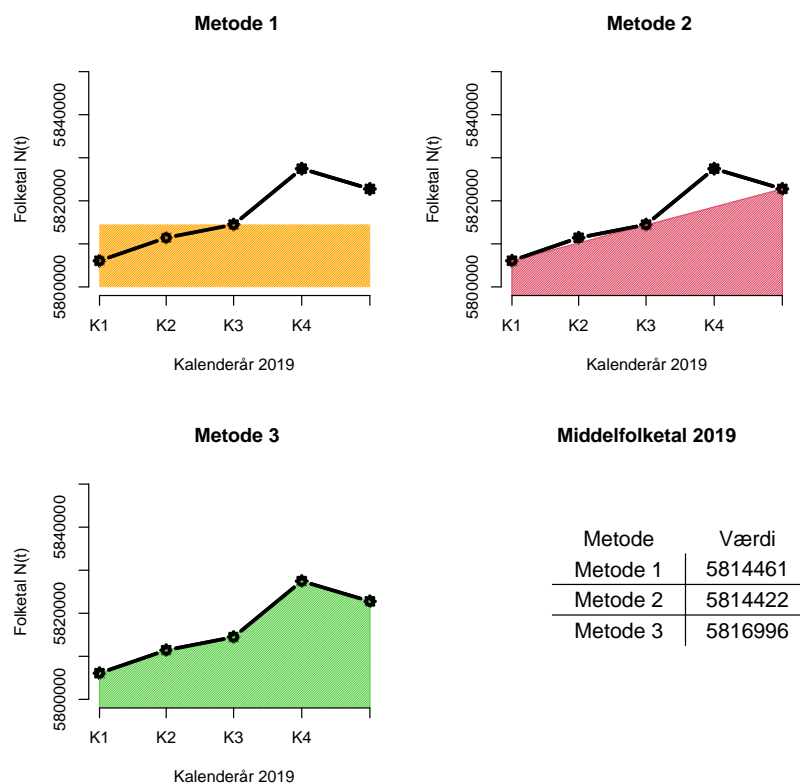
$$\begin{aligned}\tilde{N}[t_1, t_J] &= \frac{1}{(t_J - t_1)} \sum_{j=2}^J (t_j - t_{j-1}) \frac{(N(t_{j-1}) + N(t_j))}{2} \\ &= \frac{(t_2 - t_1)}{(t_J - t_1)} \frac{(N(t_2) + N(t_1))}{2} + \dots + \frac{(t_J - t_{J-1})}{(t_J - t_1)} \frac{(N(t_J) + N(t_{J-1}))}{2}\end{aligned}$$

Alle tre metoder er lige gode, hvis folketallet er relativt stabil i perioden. Ændrer folketallet sig meget i perioden, er metode 2 en bedre tilnærmelse til det sande ukendte middelfolketal end metode 1, og ligeledes er metode 3 bedre end metode 2. Figur 2 visualiserer forskellen mellem de 3 metoder.

2.5.4 Eksempel

Vi beregner middelfolketal for den danske befolkning i en periode, som starter den 1. januar 2016 og slutter den 1. januar 2023. Fra statistikbankens BEFOLK1 henter vi folketal i starten, midten og slutningen af perioden:

²<https://www.dst.dk/da/Statistik/nyheder-analyser-publ/Publikationer/>



Figur 2: Figuren viser de 3 metoder for at beregne middelfolketal baseret på 5 folketal: 1. januar 2019, 1. april 2019, 1. juli 2019, 1. oktober 2019, 1. januar 2023.

```
dt=hent_data("BEFOLK1",tid=c(2009,2016,2023))
dt
```

TID INDHOLD <dbl> <dbl> 1 2009 5511451 2 2016 5707251 3 2023 5932654

Det er nemmest at anvende metode 1. Med metode 1 er det estimerede middelfolketal $\tilde{N}[1 \text{ januar } 2016] = 5.707.251$ personer. For at benytte metode 2 bruger vi R som lommerregner:

```
# Metode 2
(5511451 + 5707251)/2
```

[1] 5609351

Med metode 2 estimerer vi middelfolketal i perioden 2009–2023 dermed til 5.609.351 personer. For metode 3 er beregningen i R den følgende:

```
# Metode 3
(2016-2009)/(2023-2009)*(5511451+5707251)/2 + (2023-2016)/(2023-2009)
*(5707251+5932654)/2
```

[1] 5714652

Med metode 3 estimerer vi middelfolketal i perioden 2009–2023 til 5.714.652 personer baseret på de 3 folketal fra perioden. Vi ser i dette eksempel at der er mere end 100.000 personers forskel mellem metode 3 og metode 2. Om denne forskel er vigtig eller ej ville afhænge af formålet med den konkrete demografiske undersøgelse. Er den vigtigt, ville man prøve at estimere middelfolketal så godt som muligt. For at gøre det ville man hente så mange folketal som muligt fra perioden, og så beregne middelfolketal med metode 3 på alle disse tal. Følgende R-koder henter alle folketal mellem 1. januar 2009 og 1. januar 2023 fra statistikbankens register FOLK1a og anvender metode 3.

```
# Metode 3 baseret på 57 folketal mellem 2009 og 2023
# konstruere vektor 2009K1, 2009K2, ..., 2022K4
kvartal_years <- paste0(rep(2009:2022,rep(4,14)),"K",1:4)
# tilføj 2023K1
kvartal_years <- c(kvartal_years,"2023K1")
# hent data fra FOLK1a
dt <- hent_data(register = "FOLK1a",tid=kvartal_years)
# transform årstal + kvartal til dato
dt <- format_dato(dt,variable = "TID")
# anvend middelfolketal metode 3
summarise(dt,{
  len <- length(TID)
  len_periode_total <- as.numeric(TID[length(TID)]-TID[1])
  len_periode <- as.numeric(TID[-1]-TID[-len])
  ft_gennemsnit <- (INDHOLD[-len]+INDHOLD[-1])/2
```

```
sum(len_periode*ft_gennemsnit)/len_periode_total  
})>% pull()
```

[1] 5717974

Baseret på 57 folketal i perioden mellem den 1. januar 2009 og den 1. januar 2023 estimerer vi middelfolketal for perioden til at være 5.717.974 personer.

3 Den demografiske ligevægtsligning

Den demografiske ligevægtsligning er en formel, der bruges i demografisk analyse til at beskrive forholdet mellem antallet af fødsler, dødsfald og migration i en periode i en befolkning. Jo flere dødsfald der sker og jo flere personer der emigrerer jo mindre er folketal i slutningen af perioden sammenlignet med starten af perioden. Ligeledes er folketal i slutningen af perioden højere jo flere personer bliver født og indvandrer til befolkningen. Den demografiske ligevægtsligning for en periode $[t_1, t_2]$ er:

$$N(t_2) = N(t_1) + (F[t_1, t_2] - D[t_1, t_2]) + (I[t_1, t_2] - U[t_1, t_2]).$$

hvor vi har brugt følgende notation:

- $N(t_1)$ er folketal på tidspunkt t_1 .
- $N(t_2)$ er folketal på tidspunkt t_2 .
- $F(t_1, t_2)$ er antallet af fødsler i perioden.
- $D(t_1, t_2)$ er antallet af dødsfald i perioden.
- $I(t_1, t_2)$ er antallet af indvandrere i perioden.
- $U(t_1, t_2)$ er antallet af udvandrere i perioden.

Formlen siger kort sagt, at den samlede befolkning på et tidspunkt t_2 er lig den samlede befolkning på tidspunktet t_1 plus en stigning i befolkningen på grund af fødsler og indvandring og en reduktion i befolkningen på grund af dødsfald og udvandring. Vi kalder forskellen mellem fødsler og dødsfald $(F[t_1, t_2] - D[t_1, t_2])$ for *naturlig vækst* og forskellen mellem ind- og udvandring $(I[t_1, t_2] - U[t_1, t_2])$ for *nettovandring*. Det giver følgende version af den demografiske ligevægtsligning:

$$\underbrace{N(t_2) - N(t_1)}_{\text{Vækst}} = \underbrace{(F[t_1, t_2] - D[t_1, t_2])}_{\text{Naturlig vækst}} + \underbrace{(I[t_1, t_2] - U[t_1, t_2])}_{\text{Nettovandring}}$$

Figur 3 viser vækst, fødsler, dødsfald, ind- og udvandring mellem 1980 og 2023 i den danske befolkning. Det er tydeligt at indvandring er den dominerende faktor for ændringer af folketal i denne periode, hvorimod fødsler og dødsfald er på et rimeligt konstant niveau. Man kan også se, at udvandring er stigende helt op til 2019 men knækker i 2020 på grund af coronakrisen.


```

V = hent_data("BEFOLK1",tid=1980:2022)
V = V %>% mutate(INDHOLD = INDHOLD- c(INDHOLD[1],INDHOLD[-length(
  INDHOLD)]))
D = hent_data("dod",tid=1980:2022)
D = D %>% mutate(INDHOLD = -INDHOLD)
F = hent_data("FOD",tid=1980:2022)
I = hent_data("INDVAN",tid=1980:2022)
U = hent_data("UDVAN",tid=1980:2022)
U = U %>% mutate(INDHOLD = -INDHOLD)
# samle data
dat <- tibble(rbind(cbind(X="Vækst",V),
                      cbind(X="Dødsfald",D),
                      cbind(X="Fødsler",F),
                      cbind(X="Indvandring",I),
                      cbind(X="Udvandring",U)))
dat <- dat %<% mutate(X = factor(X))
ggplot(X,aes(TID,INDHOLD,color=X,group=X))+geom_line()+
  geom_point()+theme_wsj()+ scale_colour_wsj("colors6") +
  theme(legend.title=element_blank())

```

3.0.1 Eksempel

Vi henter tal fra den danske befolkning i 2022 fra statistikbankens register FOLK1a, DOD, FOD, INDVAN og UDVAN.

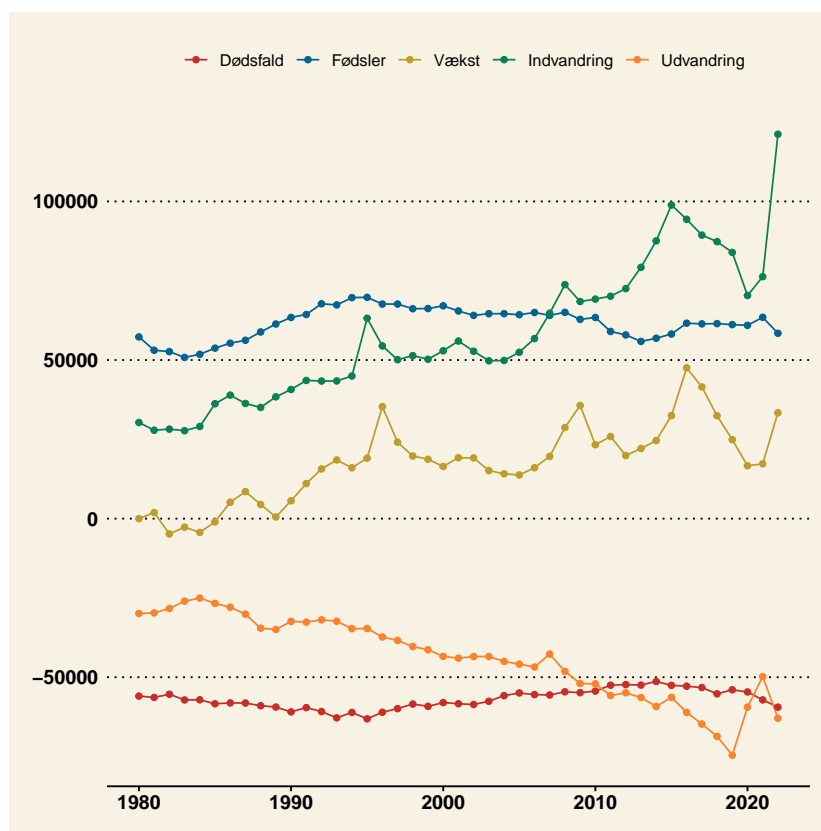
```

N <- hent_data("FOLK1a",tid = c("2022K1","2023K1"))[["INDHOLD"]]
D <- hent_data("DOD",tid=2022))[["INDHOLD"]]
F <- hent_data("FOD",tid = 2022)[["INDHOLD"]]
I <- hent_data("INDVAN",tid=2022)[["INDHOLD"]]
U <- hent_data("UDVAN",tid=2022)[["INDHOLD"]]
# data for ligevægtsligningen
tibble(X=c("Folketal jan 2022",
            "Folketal jan 2023",
            "Fødsler 2022",
            "Dødsfald 2022",
            "Indvandring 2022",
            "Udvandre 2022"),
        Antal=c(N[1],N[2],F,D,I,U))

```

A tibble: 6 × 2

X	Antal
<chr>	<dbl>
1 Folketal jan 2022	5873420
2 Folketal jan 2023	5932654
3 Fødsler 2022	58430
4 Dødsfald 2022	59435
5 Indvandring 2022	121183
6 Udvandre 2022	62927



Figur 3: Figuren viser ændringen i folketal (vækst), antal fødsler, dødsfald, ind- og udvandring siden 1980.

Baseret på disse tal beregner vi at den danske befolkningens vækst i perioden til $(5.932.654 - 5.873.420) = 59.234$ personer. Den naturlige vækst i perioden er negativt: $(58.430 - 59.345) = -915$ personer og nettovandring i perioden positivt: $(121.183 - 62.927) = 58.256$ personer. Vi ser at ligevægtsligningen ikke går op, da der mangler 1893 personer:

$$\underbrace{59.234}_{\text{Vækst}} = \underbrace{-915}_{\text{Naturlig vækst}} + \underbrace{58.256}_{\text{Nettovandring}} + \underbrace{1893}_{\text{fejl}}.$$

Det vil sige, at de forskellige registre som statistikbanken internt bogfører ikke er konsistente. Det kan der være mange grunde til. En vigtig grund er, at det er svært at registrere de præcise datoer hvor ind- og udvandring sker.

4 Rater

I demografi bruger vi rater til at beskrive befolkningens relative ændringer, for at sammenligne forskellige befolkninger og for at sammenligne befolkningsgrupper indenfor en befolkning. For eksempel beskriver dødsraten antal døde relativt til befolkningens størrelse. Det er som udgangspunkt typisk ikke meningsfyldt at sammenligne absolut antal døde i befolkninger af forskellig størrelse. For eksempel døde 569 personer på Bornholm og 2 personer på Christiansø i 2022. Her kan man næppe konkludere at dødeligheden var højere på Bornholm end på Christiansø. Brugen af rater frem for absolut antal er yderst relevant når formålet er at sammenligne befolkninger som har forskellig størrelse. For eksempel var mortalitetsraten på Bornholm i 2022 lig med $569/39817 = 14,3$ per 1000 personår og på Christiansø $2/91 = 22,0$ per 1000 personår i samme tidsperiode.

Som enhed for dødsraten bruges ofte *antal døde per personår*. Her dividerer man antal døde i en periode med antal personår som personer fra befolkningen har levet i samme periode. Mere generalt har en rate som kendetegn at den er defineret som kvotient af to størrelser i forskellige måleenheder. Ved beskrivelse af en rates enheder bruges ordet “per” til at adskille enhederne for de to målinger, der bruges til at beregne raten. For eksempel er hastighed af en cykel en rate som kan beskrives med enheden *kilometer per time*. Der findes også dimensionsløse rater som er kvotient af to forskellige størrelser med samme måleenhed. Disse kan udtrykkes som en procentdel. De fleste demografiske rater bruger *risikotid* i nævneren og antal begivenheder i tælleren og har dermed en enhed *antal begivenheder per personår*.

4.1 Risikotid

Vi betegner med $R[t_1, t_2]$ det samlede gennemlevede tid i perioden $[t_1, t_2]$ af alle personer i en befolkning og kalder den også for *risikotid*. Udtrykket *risikotid* giver egentlig kun mening når man studerer en risikabel hændelse, som for eksempel død blandt personer, som er eksponeret for denne hændelse i perioden. Det er især i epidemiologi hvor man for eksempel kan interessere sig for sygdomsrater hvor nævneren er risikotid fra personer som var eksponeret til

sygdomsrisiko. Men i demografi bruger vi udtrykket *risikotid* også i andre sammenhænge. Enheden for risikotid er antal personår. For at beskrive risikotid i lille befolkninger kan den regnes om til antal personuger eller antal person dage. For stor befolkninger vil man typisk regne om til enheder som *10.000 personår*, *100.000 personår* eller *1.000.000 personår*. Kender man det eksakte antal dage som alle personer fra en befolkning har levet i en given periode beregner man risikotiden eksakt som sum af alle person dage. Det kræver dog at man kender eksakte datoer for alle fødsler, dødsfald, ind- og udvandring i perioden. Det gør man sjældent. Men, man kan estimere risikotid baseret på registerdata. For at estimere risikotid i en befolkning baseret på registerdata ganger vi typisk periodens middelfolketal med periodens længde. For eksempel var middelfolketallet i 2022 på Bornholm 39.817 personer (tal fra statistikbankens register FOLK1a, metode 2 for middelfolketallet). Vi estimerer dermed risikotid af Bornholms befolkning i året 2022 til 39.817 personår.

4.2 Perioderater

Mange demografiske rater er defineret som antal begivenheder i en periode (f.eks., dødsfald eller indvandring) relativt til antal gennemlevede personår i samme periode i en befolkning:

$$\text{Rate}_X[t_1, t_2] = \frac{\text{Antal begivenheder X i perioden } [t_1, t_2]}{R[t_1, t_2]}$$

Denne formel kan anvendes rimelig generelt. Man skal dog være opmærksom på at en korrekt fortolkning af perioderater kræver kendskab af begivenheden (hvad), befolkningen (hvem) og perioden (hvornår). Desuden skal man huske at angive enheden når man rapporterer perioderater.

4.3 Terminologi

Rater som tæller hændelser og risikotid i hele populationen kalder vi for summariske rater. I det her kapitel omtaler vi kun summariske rater. Senere i dette kompendium, introducerer vi også aldersspecifikke rater og især standardiserede rater. I det her kapitel udelader vi begrebet “summarisk” systematisk fra raterne.

4.3.1 Eksempel

Vi illustrerer beregningen af perioderater og bruger flytningsrater for flytninger indenfor Danmark i perioden fra 1. januar 2020 til 1. januar 2023 som eksempel. Først henter vi antal flytninger fra statistikbankens register FLY.

```
# Antal flytninger indenfor Danmark i årene 2020, 2021, 2022
FL <- hent_data("FLY",tid=2020:2022)
# Antal flytninger i perioden [2020,2022]
X <- pull(summarize(FL,sum(INDHOLD)))
X
```

[1] 2773056

Der er registreret 2.773.056 flytninger indenfor Danmark i perioden fra 1. januar 2020 til 1. januar 2023. Bagefter henter vi folketal fra statistikbankens register FOLK1a og beregner middelfolketal med metode 2. Vi beregner også risikotid.

```
# Folketal for den danske befolkning i perioden
N <- hent_data("FOLK1a",tid = c("2020K1","2023K1"))
# Middelfolketal metode 2
NN <- summarise(N,middelfolketal=mean(INDHOLD))
# Risikotid
Risikotid <- summarise(NN,R= middelfolketal * as.numeric(as.Date("
2023-01-01")-as.Date("2020-01-01"))/365.25)
R <- pull(Risikotid)
R
```

[1] 17637149

Risikotiden af den danske befolkning i perioden fra 1. januar 2020 til 1. januar 2023 er estimeret til 17.637.149 personår.

Til sidst beregner vi flytningsraten i perioden.

```
# Flytningsrate per personår
X/R
# Flytningsrate per 1000 personår
1000*X/R
```

[1] 0.1572281

[1] 157.2281

Flytningsraten for flytninger internt i Danmark var 157.2 flytninger per 1000 personår i perioden fra 1. januar 2020 til 1. januar 2023. Vi bemærker at vi har brugt folketal fra den 1. januar 2023 i stedet for folketal fra den 31. december 2022.

4.4 Demografiske vækstrater

Vi kan anvende formelen for perioderater til mortalitetsrater (begivenhed X er et dødsfald), fødselsrater (begivenhed X er en fødsel), indvandringsrater (begivenhed X er en indvandring) og udvandringsrater (begivenhed X er en udvandring). På den måde kan vi beskrive en dekomposition af demografiske vækstrater.

Vi trækker $N(t_1)$ fra begge sider af den demografiske ligevægtsligning og dividerer på begge sider af lighedstegnet med $R[t_1, t_2]$. Det giver følgende dekomposition af befolkningens vækstrate i perioden $[t_1, t_2]$:

$$\underbrace{\frac{N(t_2) - N(t_1)}{R[t_1, t_2]}}_{\text{Vækstrate}} = \underbrace{\frac{F[t_1, t_2]}{R[t_1, t_2]}}_{\text{Fødselsrate}} - \underbrace{\frac{D[t_1, t_2]}{R[t_1, t_2]}}_{\text{Mortalitetsrate}} + \underbrace{\frac{I[t_1, t_2]}{R[t_1, t_2]}}_{\text{Immigrationsrate}} - \underbrace{\frac{U[t_1, t_2]}{R[t_1, t_2]}}_{\text{Emigrationsrate}}$$

Vi bemærker at mortalitetsrater og udvandringsrater er begivenhedsrater/eksponeringsrater. Her giver udtrykket *risikotid* mening, fordi $R[t_1, t_2]$ stammer fra de personer som faktisk var under risiko for hændelsen.

4.4.1 Eksempel

Vi beregner vækstrater i den danske befolkning i perioden 1. januar 2022 til 1. januar 2023. Ud over samme data som vi har brugt i eksempel for den demografiske ligevægtsligning, har vi nu brug for risikotid for den danske befolkning i perioden. Vi anvender metode 2 for middelfolketal og beregner risikotid ved at gange med 1 år:

```
N <- hent_data("FOLK1a",tid=c("2022K1","2023K1"))[["INDHOLD"]]
vækst <- N[2]-N[1]
middelfolketal <- mean(N)
risikotid <- middelfolketal*1
risikotid
```

[1] 5903037

Risikotiden i den danske befolkning var således 5.903.037 personår mellem 1. januar 2022 og 1. januar 2023.

```
# mortalitetsrate
D <- hent_data("DOD",tid=2022)[["INDHOLD"]]
Drate <- 1000*D/risikotid
# fødselsrate
F <- hent_data("FOD",tid=2022)[["INDHOLD"]]
Frate <- 1000*F/risikotid
# indvandringsrate
I <- hent_data("INDVAN",tid=2022)[["INDHOLD"]]
Irate <- 1000*I/risikotid
# udvandringsrate
U <- hent_data("UDVAN",tid=2022)[["INDHOLD"]]
Urate <- 1000*U/risikotid
# vækstrate
Vrate <- 1000*vækst/risikotid
# naturlige vækstrate
NaturVrate <- Frate-Drate
```

```
# nettovandringsrate
NettoVrate <- Irate-Urate
x=tibble(X=c("Vækstrate",
             "Mortalitetsrate",
             "Fødselsrate",
             "Indvandringsrate",
             "Udvandringsrate",
             "Naturlige_vækst_rate",
             "Netto_vandrings_rate"),
         Rate=c(Vrate,Drate,Frate,Irate,Urate,NaturVrate,NettoVrate))
x
```

```
# A tibble: 7 × 2
  X                Rate
<chr>            <dbl>
1 Vækstrate        10.0
2 Mortalitetsrate  10.1
3 Fødselsrate       9.90
4 Indvandringsrate 20.5
5 Udvandringsrate  10.7
6 Naturlige_vækst_rate -0.170
7 Netto_vandrings_rate  9.87
```

I 2022 voksede den danske befolkning med 10,0 personer per 1000 personår. Den naturlige vækstrate var -0,2 personer per 1000 personår og netto-vandringsraten var 9,9 personer per 1000 personår. Ligesom den demografiske ligevægtsligning ikke går op, gør denne formel heller ikke, og der er en fejlrate:

$$\underbrace{10,0}_{\text{Vækstrate}} = \underbrace{-0,2}_{\text{Naturlig vækstrate}} + \underbrace{9,9}_{\text{Nettovandringsrate}} + \underbrace{0,3}_{\text{fejlrage}} .$$