

به نام حضرت دوست



دانشکده مهندسی برق

درس ریاضی مهندسی

گزارش کار پروژه - کوییز matlab

نام و نام خانوادگی:

طاها انتصاری 95101117

وحید احمدی 95109083

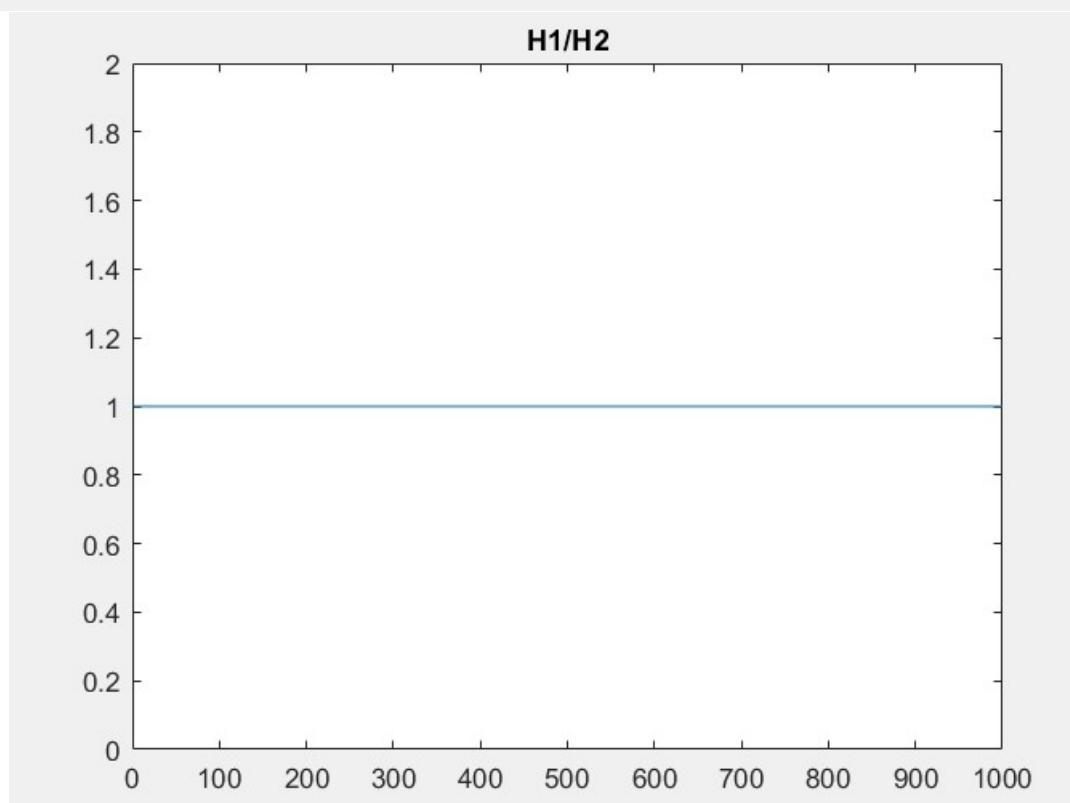
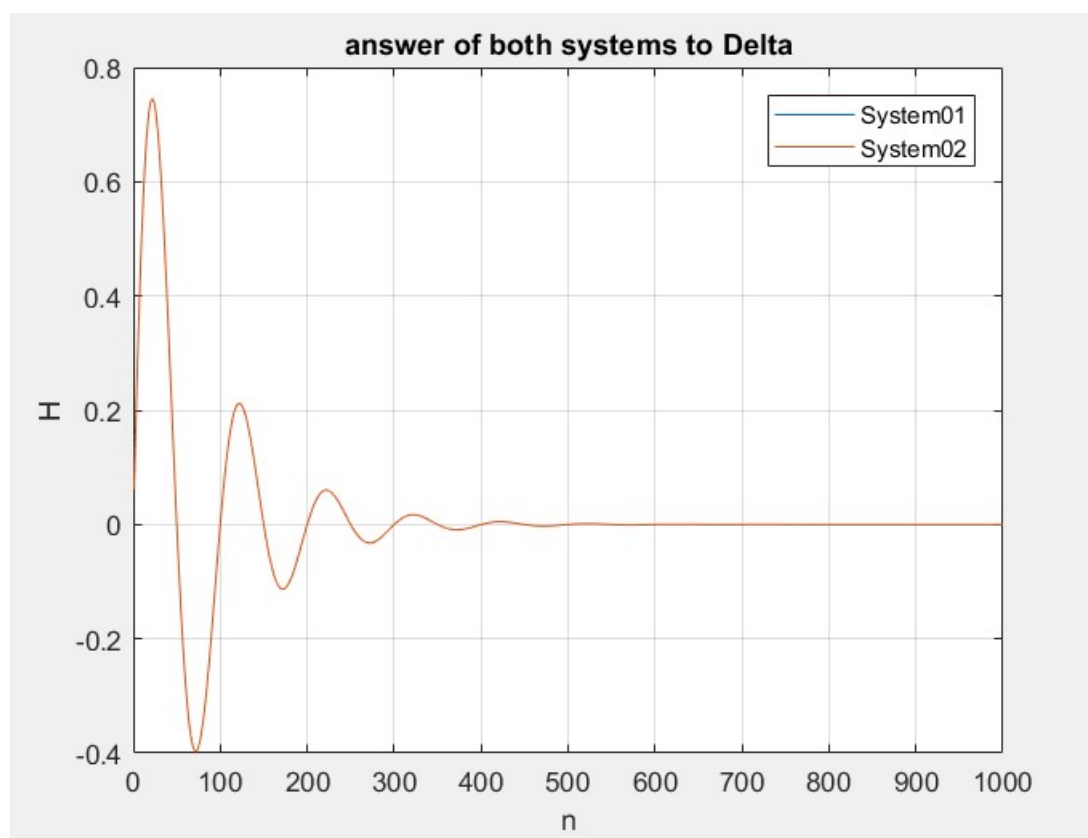
شناسایی سیستم ها

بخش اول

ضربه را به صورت زیر تعریف می کنیم. با اعمال کد دستوری زیر:

```
x=zeros(1,1000);
x(1)=1;
H1=System01(x);
aaa=max(H1);
nnn=find(H1==max(H1));
fprintf('the maximum output is %f and it occurs for n=%d\n',aaa,nnn);
H2=System02(x);
n=1:1000;
figure(1);
plot(n,H1);
grid;
hold on
plot(n,H2);
title('answer of both systems to Delta');
xlabel('n');
ylabel('H');
legend('System01','System02');
fprintf('the plot shows no difference between the two systems.\nAnd by calculating
figure(2);
plot(n,H1./H2);
title('H1/H2');
```

این ورودی را به دو سیستم داده و نمودار خروجی را برای هر کدام رسم می کنیم. نسبت خروجی دو سیستم به این ورودی را نیز رسم می کنیم:



جواب این دو سیستم به ضربه یکسان است اگر در نظر بگیریم خطی و غیروابسته به زمان هستند، هر دو سیستم یکسان اند، زیرا خروجی سیستم LTI به ورودی $x[n]$ برابر کانولوشن گسسته $x[n]*h[n]$ است.

بخش دوم:

باید تابع $h[n] = k \sin(\omega n) \exp(-an)$ را بر پاسخ ضربه به دست آمده برازش کنیم. با اعمال کد دستوری زیر:

```
syms n z;
w=pi/50;
nmax=find(H1==max(H1));
%nmax=22;
%max(H1)=.7450;
%%a=1/nmax*log(sin(nmax*pi/50)/.7450);
a=0.012568;
h=@(n)sin(w*n).*exp(-a*n);
Hbymatlab=ztrans(h(n));
Hbyhand=@(z)1/2i*(z/(z-exp(w*1i-a))-z/(z-exp(-w*1j-a)));
b=[0,exp(w*1j-a)-exp(-w*1j-a),0];
a=[1,-(exp(w*1j-a)+exp(-w*1j-a)),exp(-2*a)];
a=a*2i;
Z=[1,1/z,1/z^2];
fprintf('the delta answer of both systems is:\n');
disp(h(n));
fprintf('the Z-transform is calculated:\n');
disp(Hbyhand);
fprintf('the z-transform calculated by matlab is:\n');
disp(Hbymatlab);
%clear Hbyhand;
%Hbyhand=@(z)sum(b.*Z)/sym(a.*Z);
[r, p k]=residuez(b,a);
r=roots(b);
zplane(r,p);
```

مقادیر خواسته شده در صورت سوال بدست می آیند:

$$a=0.012568$$

$$w=\pi/50$$

پس پاسخ ضربه به فرم زیر است که تبدیل Z آن نیز آمده است:

the delta answer of both systems is:

$$\exp(-(36224793674713 \cdot n)/288230376151711744) \cdot \sin((\pi \cdot n)/50)$$

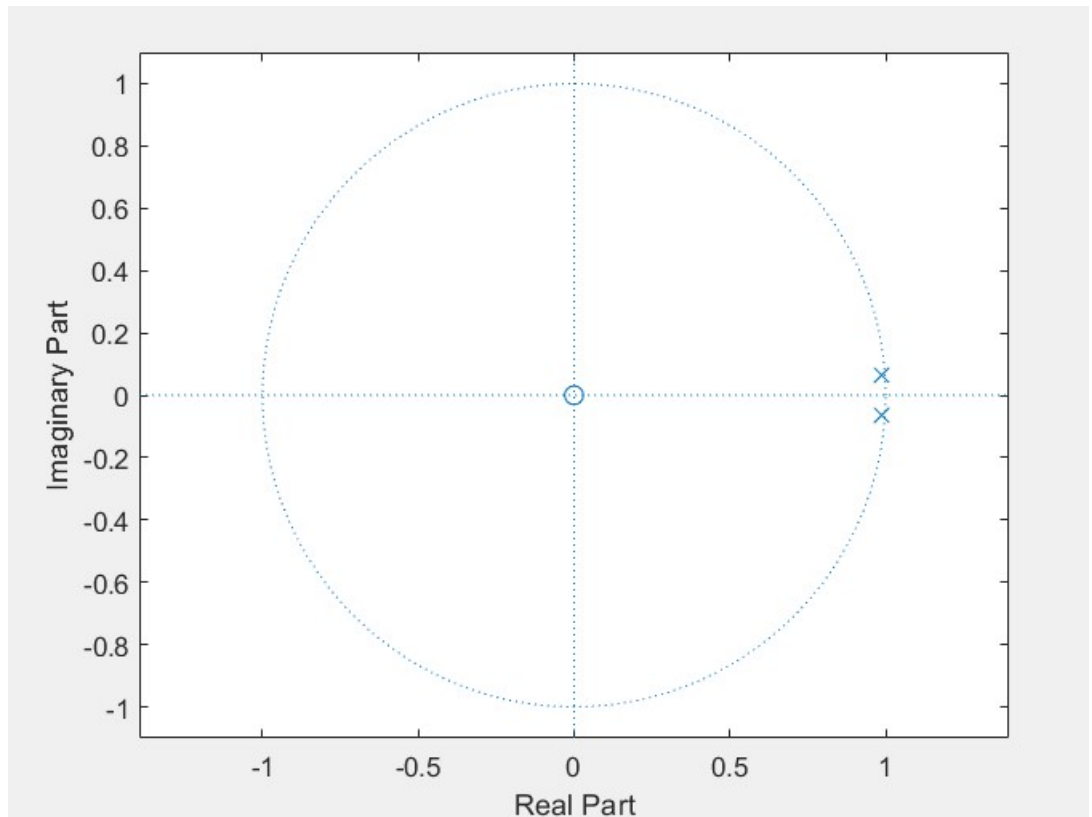
the Z-transform is calculated:

$$@ (z) 1/2i * (z/(z - \exp(w \cdot 1i - a)) - z/(z - \exp(-w \cdot 1j - a)))$$

the z-transform calculated by matlab is:

$$(z \cdot \sin(\pi/50) \cdot \exp(36224793674713/288230376151711744)) / (\exp(36224793674713/144115188075855872) \cdot z^2 - 2 \cdot \cos(\pi/50) \cdot \exp(36224793674713/288230376151711744) \cdot z + 1)$$

نمودار قطب ها و صفر های این تبدیل:



بخش سوم

یک سیستم خطی با پاسخ ضربه دلخواه $h[n]$ در نظر بگیرید.

پاسخ این سیستم را به $x[n] = e^{j\omega n}$ می یابیم:

$$y[n] = x[n] * h[n] = e^{j\omega n} \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m]e^{-j\omega m}$$

در نتیجه

$$y[n] = e^{j\omega n} H(e^{j\omega})$$

با کمک عبارت بالا پاسخ را به ورودی سینوسی بدست می آوریم:

$$x[n] = \sin(n\omega) = \frac{e^{j\omega n} - e^{-j\omega n}}{2j} \rightarrow y[n] = \frac{1}{2j} (e^{j\omega n} H(e^{j\omega}) - e^{-j\omega n} H(e^{-j\omega}))$$

همچنین می دانیم که این سیستم حقیقی است

$$h[n] \in \mathbb{R} \rightarrow X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n](z^*)^{-n} \rightarrow (H(z))^* = H(z^*)$$

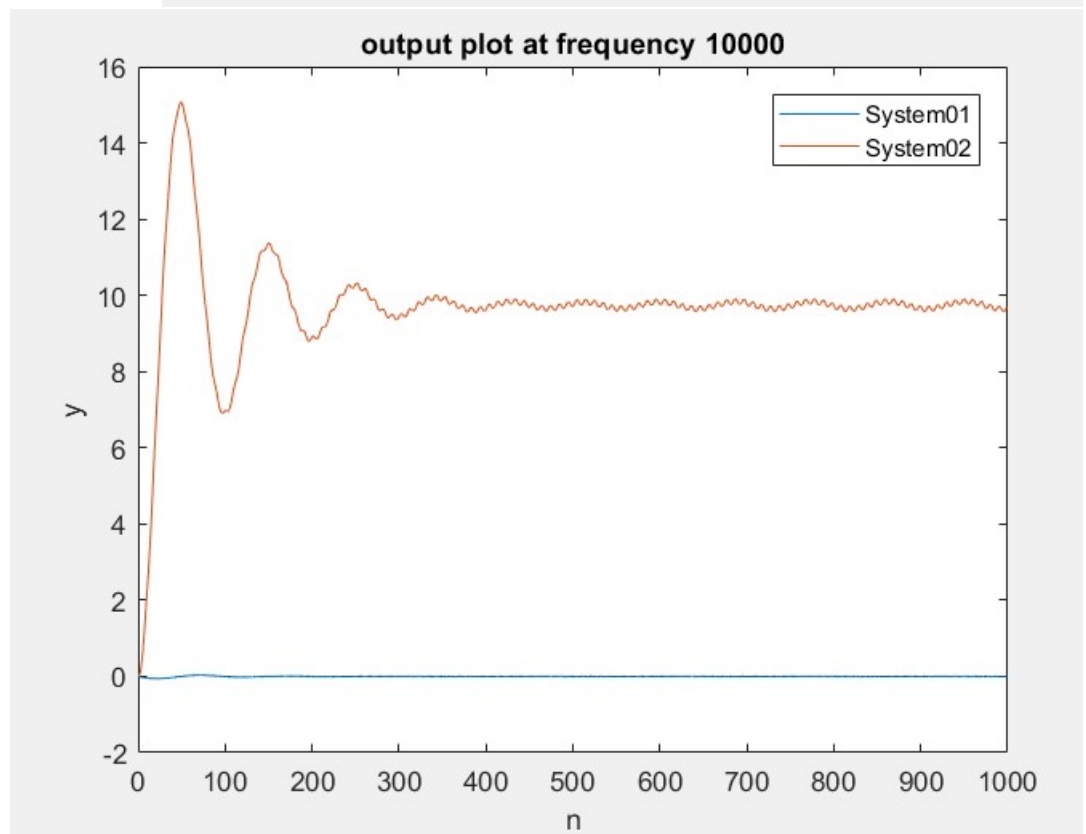
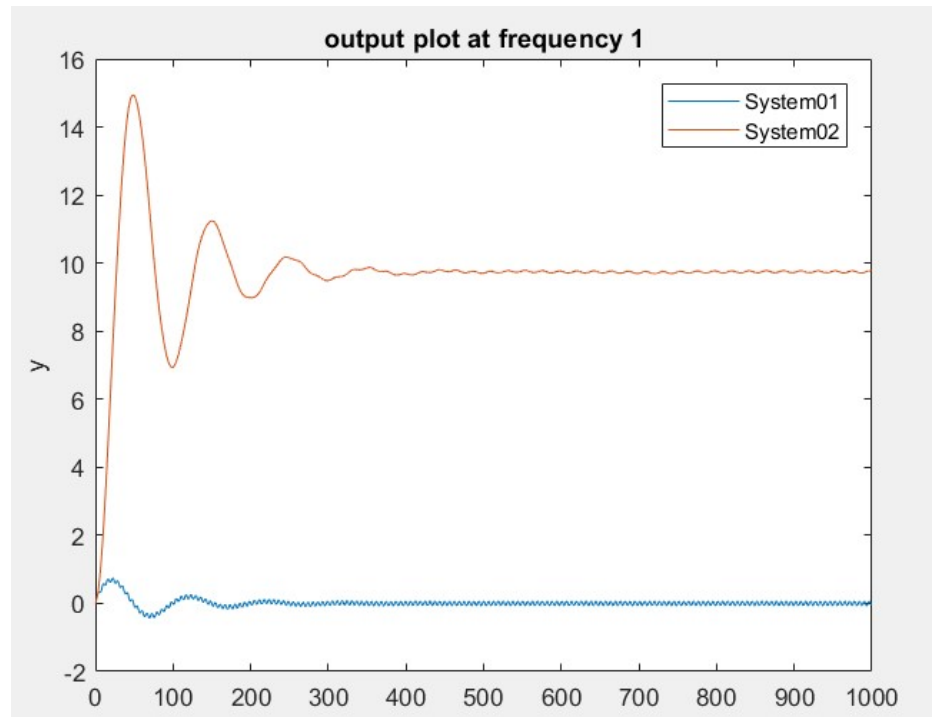
پاسخ سینوس را به فرم ساده شده زیر می نویسیم

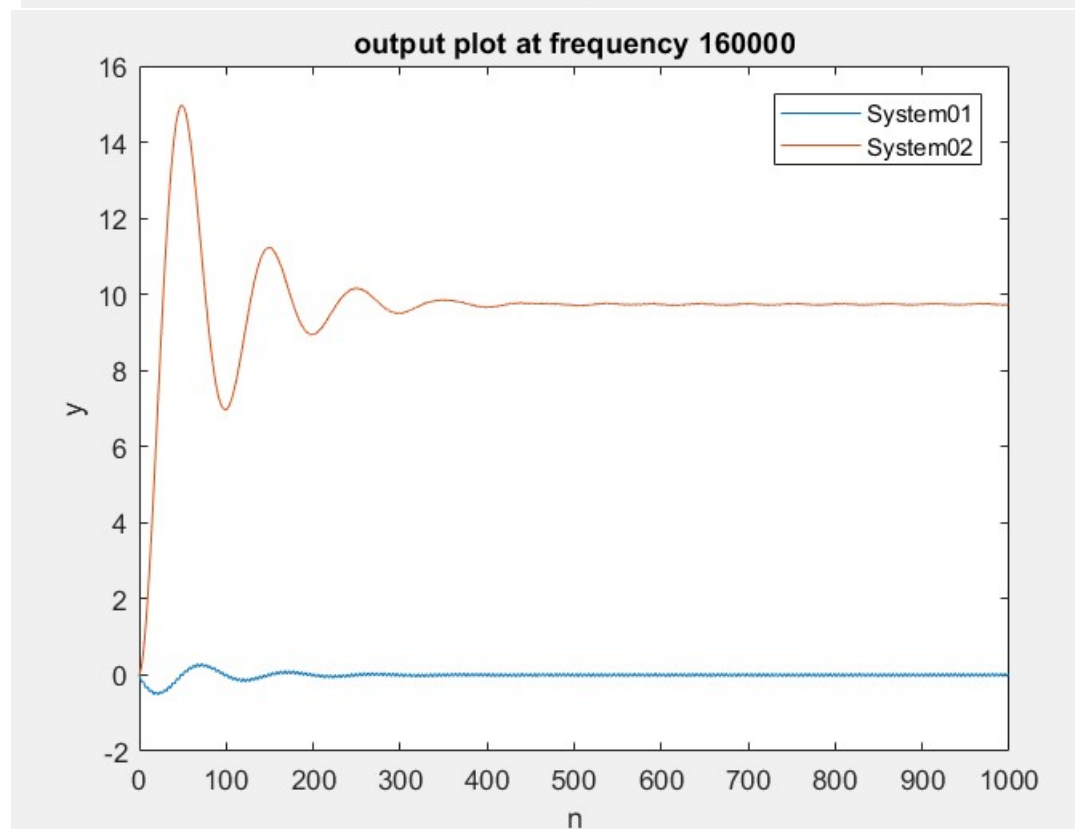
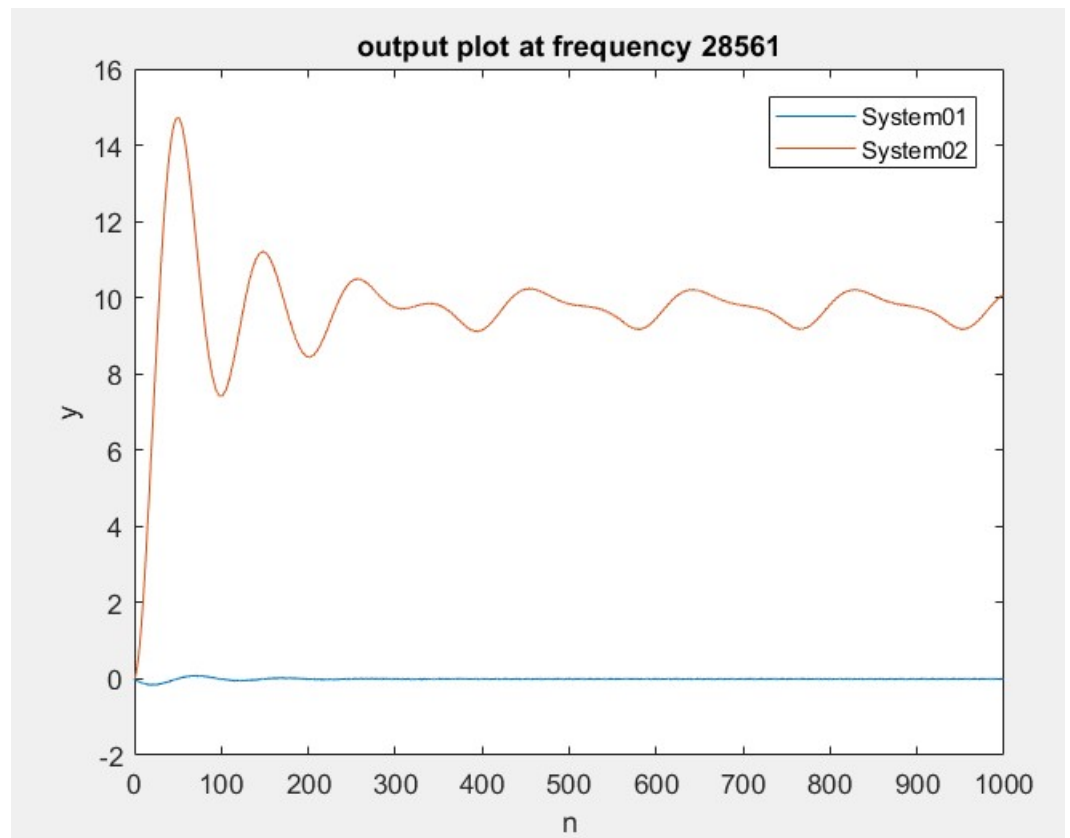
$$y[n] = \frac{1}{2j} \left(e^{j\omega n} |H(e^{j\omega})| e^{j \arg(H(e^{j\omega}))} - e^{-j\omega n} |H^*(e^{j\omega})| e^{j \arg(H^*(e^{j\omega}))} \right) = |H(e^{j\omega})| \sin(\omega n + \arg(H(e^{j\omega})))$$

با توجه به رابطه بالا فرکانس خروجی با ورودی برابر است.

قسمت 4 و 5:

خروجی مدار را به ازای فرکانس های مختلف آورده ایم:





به نظر می آید که خروجی هر 2 سیستم در زمان های دور متناوب اند اما فرکانس آن ها با ورودی فرق میکند.

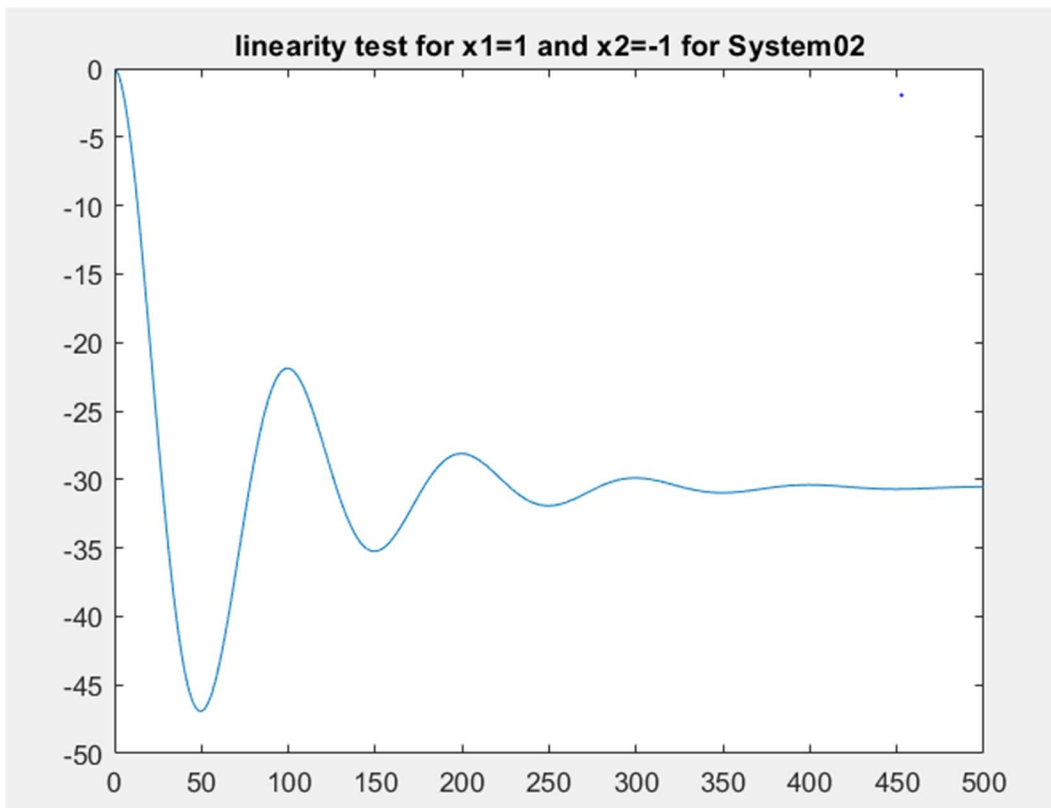
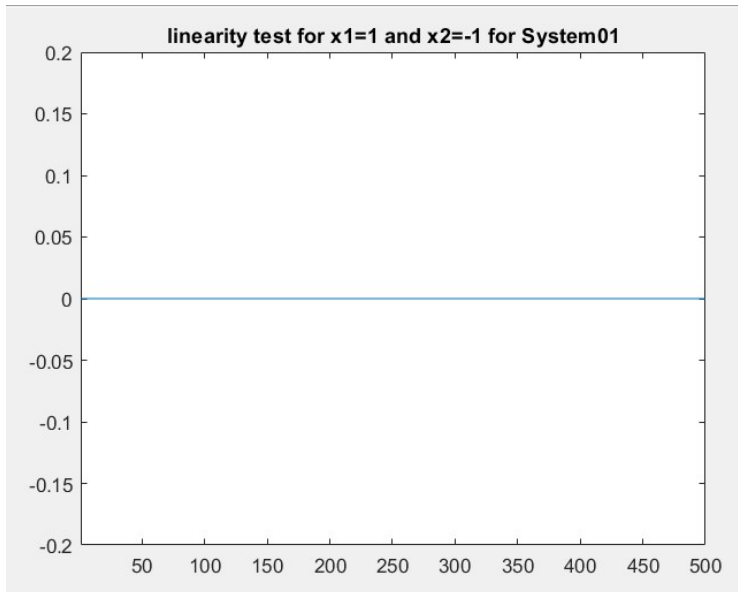
برای بررسی خطی بودن سیستمها میتوانیم از محک زیر استفاده کنیم:

$$\begin{cases} x_1[n] \rightarrow y_1[n] \\ x_2[n] \rightarrow y_2[n] \end{cases} \Rightarrow ax_1[n] + bx_2[n] \rightarrow ay_1[n] + by_2[n]$$

به ازای چند ورودی محک بالا را امتحان میکنیم:

$x_1 = u(n)$;

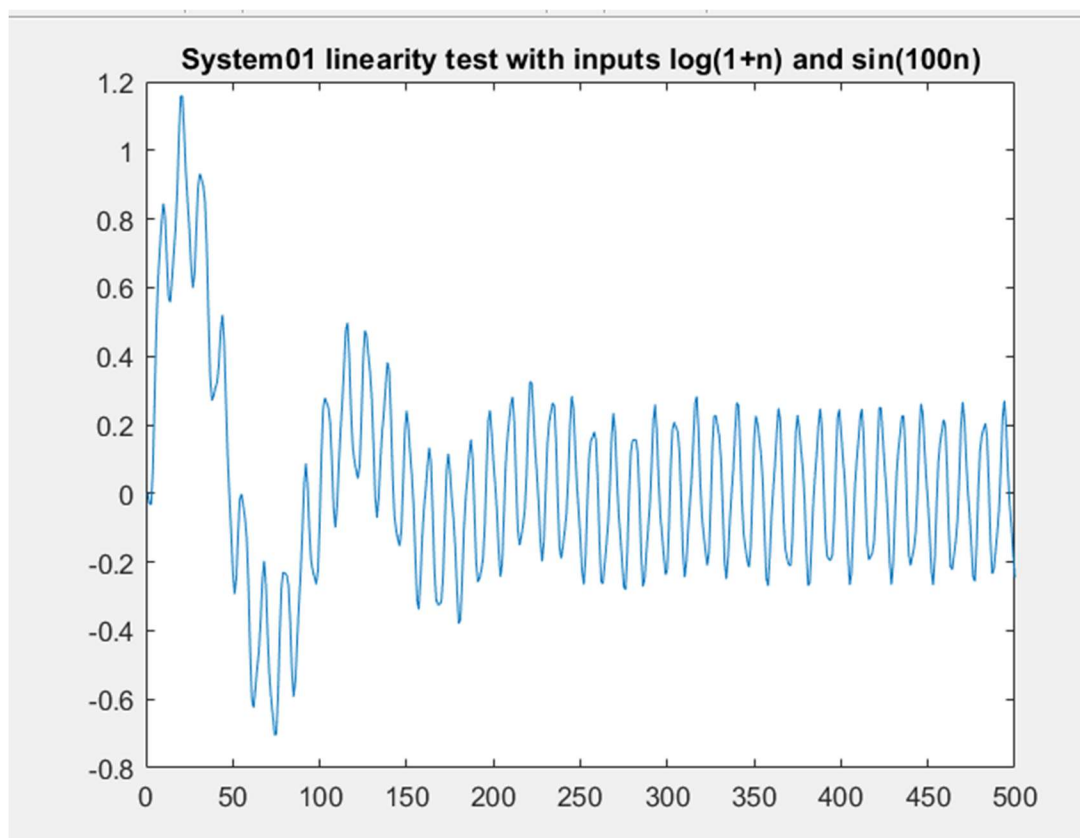
$x_2 = -u(n)$;

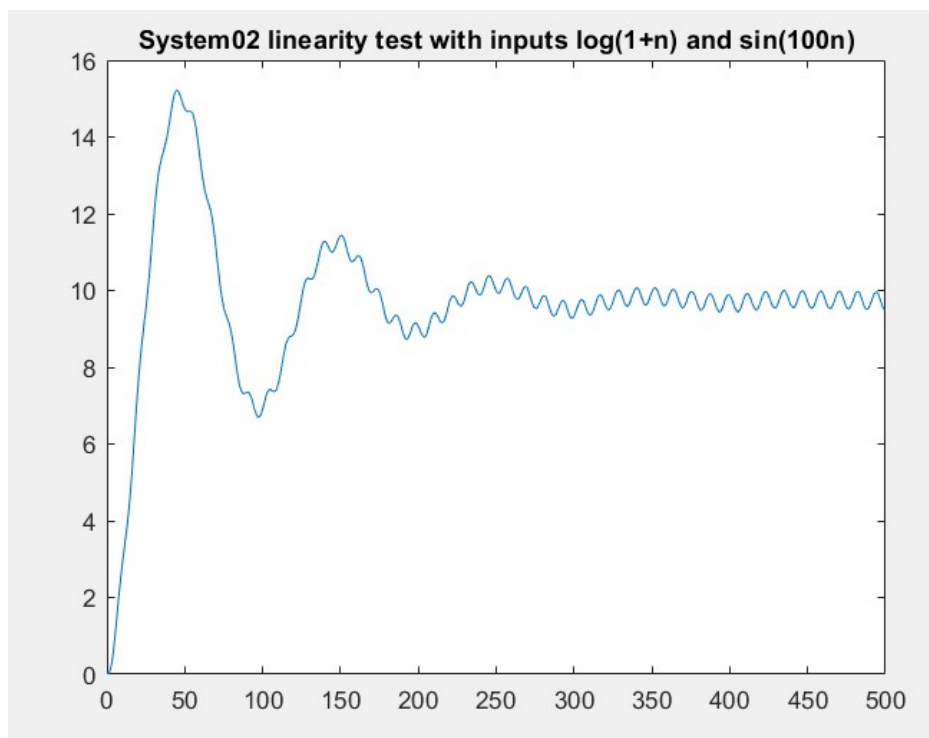


با استفاده از همین یک امتحان بالا معلوم میشود که سیستم 2 خطی نیست. اما در مورد سیستم 1 نمیتوان نظر قطعی داد اگرچه در این شکل خطی میباشد.

$x1=\log(1+n);$

$x2=\sin(100n);$





دوباره به همان نتیجه قبلی میرسیم که سیستم 2 غیر خطی و سیستم 1 احتمالا خطی است.

قسمت 6

با توجه به نتایج زیر میتوان نتیجه گرفت، مشابه قسمت های قبل، که سیستم 2 غیر خطی و سیستم 1 احتمالا خطی میباشد.

به نظر میرسد که سیستم 2 در ازای ورودی های متناوب متقارن رفتار خطی- که در بعضی حالات مشاهده میشود- خود را از درست میدهد

