



Sharif University of Technology
Department of Electrical Engineering

EE 25735-2

Engineering mathematics

fall 1396

Homework 3

Due Date: سه شنبه 30 آبان

نحوه ی تحویل:

- گزارش کار با فرمت HW03_FamilyName_StudentNumber.pdf: در گزارش باید به تمامی سوالات تمرین پاسخ دهید، نمودارها و نتایج به دست آمده را ارائه کرده و توضیحات کلیه ی فعالیت هایتان را مکتوب کنید.
- فایل اصلی متلب با فرمت HW03_FamilyName_StudentNumber.m: شامل کدی که تمام بخش های تمرین را اجرا کند. کد باید کامنت گذاری مناسب داشته باشد و بخش های تمرین در آن تفکیک شده باشند.
- تمامی آنچه که اجرا شدن کد به آن ها نیاز دارد: توابعی که خواسته شده تا بنویسید، دیتایی که خواسته شده تا ضمیمه کنید و ...

تمامی فایل های مورد نظر را در پوشه ای با فرمت HW03_FamilyName_StudentNumber.rar یا zip. روی سامانه ی CW بارگذاری کنید.

معیار نمره دهی:

- ساختار مرتب و حرفه ای گزارش: 10%
 - استفاده از توابع مناسب و الگوریتم های مناسب: 15%
 - پاسخ به سوال های تئوری و توضیح روش هایی که سوال ها از شما خواسته اند: 35%
 - کد و گزارش خروجی کد برای خواسته های مسائل: 20% + 20%
- توجه:** در هر بخش لیست توابع پیشنهادی مورد نیاز برای آن قسمت آورده شده است. استفاده از توابع غیر از این لیست بلامانع است و اکیدا توصیه می شود راهنمای متلب برای هر تابع را قبل از استفاده مطالعه کنید.

توجه داشته باشید که ممکن است بعضی از سوال ها و خواسته ها جواب یکتا نداشته باشد، و هدف آن سنجش خلاقیت یا توانایی حل مسئله ی شما باشد. می توانید از ساده ترین چیزهایی که به ذهنتان می رسد استفاده کنید یا برای یافتن راه مناسب جست و جو کنید. همچنین سوال هایی که با * مشخص شده اند امتیازی می باشند و تا 10 درصد نمره کل تمرین، نمره دارند.

شرافت انسانی ارزشی به مراتب والاتر از تعلقات دنیوی دارد. رونویسی تمارین، زیر پا گذاشتن شرافت خویشتن است؛

به کسانی که شرافتشان را زیر پا می گذارند هیچ نمره ای تعلق نمی گیرد.

قسمت اول: آشنایی با تبدیل فوریه

fourier , ifourier

لیست توابعی که در این قسمت توصیه می شود :

1. برای هر یک از توابع زیر ابتدا با استفاده از تابع **fourier** تبدیل فوریه آن تابع را بیابید و آن را رسم کنید .

الف) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

ب) $g(x) = e^{-|x|}$

ج) $h(x) = xe^{-x}u(x)$

د) $l(x) = xe^xu(-x)$

2. با استفاده از عباراتی که برای تبدیل فوریه هر یک از توابع بالا به دست آوردید ، توابع $G(j\omega) * F(j\omega)$ و $H(j\omega) * L(j\omega)$

را محاسبه کنید و سپس وارون تبدیل فوریه آنها را بیابید و رسم کنید . (* نماد ضرب می باشد)

3. حال توابع $m(x) = g(x) * f(x)$ و $n(x) = h(x) * l(x)$ را محاسبه کنید و آن ها را رسم کنید . (* نماد کانوولوشن می باشد)

4. نتایج حاصل از بخش های 2 و 3 را مقایسه کنید .

قسمت دوم: حل PDE در یک بعد (معادله حرارت)

pdepe

لیست توابعی که در این قسمت توصیه می شود :

معادلات زیر معادله حرارت در یک میله به طول یک متر می باشند هر یک از معادلات حرارت زیر را با شرایط گفته شده با

استفاده از تابع **pdepe** متلب حل کنید و نمودار تابع دمای میله را در لحظات گفته شده رسم کنید .

الف) $100 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e^{-t} + e^{-2t} \cos\left(\frac{3\pi}{4}x\right)$

$u(0,t) = 0$, $u_x(1,t) = e^{-t}$, $u(x,0) = 0.5 - |x-0.5|$

$T = 5s , 15s , 25s$

ب) $40 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 4u^2$

(معادله حرارت با منبع خارجی)

$u(0,t) = 1$, $u(1,t) = 0$, $u(x,0) = 1 - x^2$

$T = 2s , 5s , 15s$

قسمت سوم: حل PDE در یک بعد به روش عددی

در این بخش می خواهیم معادلات PDE را به روش عددی حل کنیم . در این روش برای محاسبه مشتق های پاره ای همان گونه که در کلاس متلب توضیح داده شد، از روش اختلاف محدود استفاده می کنیم .

معادله (ب) از قسمت قبل را در نظر بگیرید:

1. ابتدا این معادله را با روش عددی حل کنید و منحنی دما برای نقاط مختلف میله در زمان های گفته شده رسم کنید .(قرار

دهید: $\Delta z = 0.1$, $\Delta t = 0.05$)

2. حال نمودار اندازه تفاضل بین مقدار دقیق به دست آمده در قسمت قبل و مقدار به دست آمده از روش عددی را برای نقاط

مختلف میله برای نقاط مختلف میله رسم کنید .

(*) بدیهی است که به ازای هر مقدار برای dz و dt روش عددی به کار برده شده همگرا نمی شود . فرض کنید می دانیم که اگر

عبارت $d = K \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$ از حد آستانه ای کمتر باشد مطمئن هستیم که تقریب ما همگرا می شود . با آزمون و خطا این حد آستانه

برای d را به دست آورید . (K ضریب نفوذ گرمایی است و که در این مساله $K = 0.1$ می باشد)

قسمت چهارم: حل PDE در دو بعد (معادله موج دو بعدی)

لیست توابعی که در این قسمت توصیه می شود :

`pdecirc` , `decsg` , `applyBoundaryCondition`, `generateMesh` , `setInitialCondition`, `pdeplot` , `specifyCoefficients` , `solvepde`

در زیر معادله یک پوسته مرتعش دایره ای به شعاع یک آمده است . با استفاده از متلب معادله داده شده را حل کنید و شکل

پوسته را به ازای زمان از 0 تا 20 ثانیه با فاصله زمانی 0.5 ثانیه رسم کنید . (در گزارش کار فقط شکل در ثانیه های 2 و 8 و

15 را رسم کنید ولی بقیه نمودار ها باید در کد شما هنگام اجرا شدن نمایش داده شوند)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \nabla^2 u + 2$$

$$u(r, 0) = 1 - r^2$$

$$u_t(x, y, 0) = 0$$

$$u(1, t) = 0$$