



Sharif University of Technology
Department of Electrical Engineering

EE 25735-2

Engineering mathematics

fall 1396

Homework 2

Due Date: سه شنبه 2 آبان

نحوه‌ی تحویل:

- گزارش کار با فرمت HW02_FamilyName_StudentNumber.pdf: در گزارش باید به تمامی سوالات تمرین پاسخ دهید، نمودارها و نتایج به دست آمده را ارائه کرده و توضیحات کلیه‌ی فعالیت‌هایتان را مکتوب کنید.
- فایل اصلی متلب با فرمت HW02_FamilyName_StudentNumber.m: شامل کدی که تمام بخش‌های تمرین را اجرا کند. کد باید کامنت‌گذاری مناسب داشته باشد و بخش‌های تمرین در آن تفکیک شده باشند.
- تمامی آنچه که اجرا شدن کد به آن‌ها نیاز دارد: توابعی که خواسته شده تا بنویسید، دیتایی که خواسته شده تا ضمیمه کنید و ...

تمامی فایل‌های مورد نظر را در پوشه‌ای با فرمت HW02_FamilyName_StudentNumber.rar یا zip. روی سامانه‌ی CW بارگذاری کنید.

معیار نمره‌دهی:

- ساختار مرتب و حرفه‌ای گزارش: 10%
 - استفاده از توابع مناسب و الگوریتم‌های مناسب: 15%
 - پاسخ به سوال‌های تئوری و توضیح روش‌هایی که سوال‌ها از شما خواسته‌اند: 35%
 - کد و گزارش خروجی کد برای خواسته‌های مسائل: 20% + 20%
- توجه:** در هر بخش لیست توابع پیشنهادی موردنیاز برای آن قسمت آورده شده است. استفاده از توابع غیر از این لیست بلامانع است و اکیدا توصیه می‌شود راهنمای متلب برای هر تابع را قبل از استفاده مطالعه کنید.

توجه داشته باشید که ممکن است بعضی از سوال‌ها و خواسته‌ها جواب یکتا نداشته باشد، و هدف آن سنجش خلاقیت یا توانایی حل مسئله‌ی شما باشد. می‌توانید از ساده‌ترین چیزهایی که به ذهنتان می‌رسد استفاده کنید یا برای یافتن راه مناسب جست و جو کنید. همچنین سوال‌هایی که با * مشخص شده‌اند صرفا جنبه‌ی اختیاری دارند و بیشتر برای آموزش شما هستند.

شرافت انسانی ارزشی به مراتب والاتر از تعلقات دنیوی دارد. رونویسی تمارین، زیر پا گذاشتن شرافت خویشتن است؛

به کسانی که شرافتشان را زیر پا می‌گذارند هیچ نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد.

قسمت اول: محاسبه سری فوریه و مجموع های جزئی

لیست توابعی که در این قسمت توصیه می شود :

`syms , int , symsum , pretty , fplot , xlabel , ylabel , title , legend , hold on`

2

1. برای هریک از توابع زیر سری فوریه را محاسبه کنید و تا جمله هفتم سری را چاپ کنید . (توابع روی یک دوره تناوب داده شده اند این توابع را به همین شکل گسترش متناوب دهید)

$$a) f(x) = \begin{cases} 0, & -1 < x \leq 0 \\ x, & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

$$b) g(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) \quad -1 \leq x < 1$$

$$c) h(x) = x^2 \quad -1 \leq x \leq 1$$

$$d) l(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0 \\ \sin(x), & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

2. به ازای $N = \{15, 50, 150\}$ مجموع سری را به دست آورده و همراه با منحنی برروی یک نمودار رسم کنید .

3. برای هر یک از توابع بالا نمودار خطا را به ازای هر کدام از N ها رسم کنید . (منظور از **خطا قدرمطلق** تفاضل مقدار اصلی تابع و مقدار تقریب زده شده می باشد .)

قسمت دوم: بررسی انرژی سیگنال (قضیه بسل)

لیست توابعی که در این قسمت توصیه می شود :

`syms , int`

1. ابتدا با استفاده از متلب انرژی هر یک از تابع های زیر را بر روی دوره تناوب آن به دست آورید . (توابع روی یک دوره تناوب داده شده اند این توابع را به همین شکل گسترش متناوب دهید)

$$a) f(x) = |x| \quad -1 \leq x \leq 1$$

$$b) g(x) = x \quad -0.5 \leq x < 0.5$$

$$c) u(x) = \sinh(x) \quad -2 \leq x < 2$$

2. حال انرژی مجموع های جزئی سری فوریه تا جمله N ام را برای N های برابر 1 تا 100 داده شده به دست آورید و نمودار انرژی بر حسب N های داده شده رسم کنید .

3. با بررسی منحنی های تفاضل انرژی اصلی سیگنال و تقریب های زده شده در هر مورد حداقل N را که به ازای آن این مقدار خطا کمتر از 0.1٪ از انرژی سیگنال اصلی می شود به دست آورید .

قسمت سوم: بررسی اثر گیبس

sinc

لیست توابعی که در این قسمت توصیه می شود :

1. برای توابع داده شده سیگنال را گسترش متناوب دهید ، سپس سری فوریه را برای این توابع محاسبه کنید و میزان overshoot را در هر مورد به دست آورید .

$$\text{a) } p(x) = \begin{cases} 0, & -1 \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x < 1 \end{cases} \quad \text{b) } q(x) = \begin{cases} 2, & |x| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \frac{1}{2} < |x| \leq 1 \end{cases}$$

آیا به صورت شهودی نتیجه گیری ای در مورد اندازه overshoot می توان کرد ؟

2. یکی از روش هایی که این overshoot را حذف می کند استفاده از الگوریتم های Lanczos می باشد . در این روش که یک نوع فیلتر کردن می باشد پس از محاسبه ضرایب سری فوریه به شیوه عادی از ضرایبی برای بهبود این تقریب استفاده می کنیم . به این ضرائب lanczos-sigma-factor گفته می شود . فرمول کلی این تقریب برابر مجموع های جزئی به صورت زیر می باشد .

$$f(\theta) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^m \text{sinc}\left(\frac{n\pi}{2m}\right) [a_n \cos(n\theta) + b_n \sin(n\theta)]$$

با استفاده از این تقریب مجموع های جزئی را در حالات $N = \{20, 50, 400\}$ برای توابع بالا به همراه تقریب های مجموع های جزئی عادی در یک نمودار رسم کنید .

قسمت چهارم: تخمین یک تابع با استفاده از سری فوریه

لیست توابعی که در این قسمت توصیه می شود :

load , sum , fit , plot , legend

یک راه برای تخمین تابعی که یک سری نقاط از آن به ما داده شده است، تخمین زدن آن تابع با استفاده از سری فوریه آن می باشد. در این روش ابتدا باید دوره تناوب پایه را به دست بیاوریم، در این مسئله فرض کنید که می دانیم دوره تناوب اصلی تابع 2 می باشد. حال با داشتن دوره تناوب پایه آن می توانیم انتگرال محاسبه ضرائب a_n و b_n را با جمع ریمان ها تقریب بزنیم.

دو بردار x و y که به پیوست آمده اند نقاط متناظری در صفحه $x - y$ و تابع موردنظر $y = f(x)$ می باشند. در این تمرین می خواهیم تقریبی برای این تابع به وسیله سری فوریه آن به دست آوریم. ($x = \text{linspace}(-1,1,2001)$)

1. سری فوریه را باروش گفته شده در بالا، با تقریب زدن ضرایب و جمع جملات تخمین بزنید. بدین منظور ابتدا ضرائب تا جمله دهم سری (a_5 و b_5 با صرف نظر از a_0) را تقریب زده و آن ها را چاپ کنید. سپس با توجه به اندازه ضرائب جملاتی که فکر می کنید برای داشتن یک تخمین خوب از تابع کافی می باشند را جمع کنید. (ازضرب a_0 چشم پوشی کنید، نیازی به بررسی dc سیگنال نمی باشد)

2. در این بخش با استفاده از تابع `fit` متلب و حالت `fourier5` آن ضرایب و دوره تناوب تابع برازش شده بر داده ها را بیابید و این بار نیز با جمع زدن جملات موثر یک تخمین خوب برای تابع به دست آورید.

3. دو تابع تخمینی و داده های اصلی را در یک نمودار همزمان رسم کنید.

(*) آیا می توانید حدس بزنید تابع اصلی چه تابعی بوده است ؟