



Sharif University of Technology  
Department of Electrical Engineering

EE 25735-2

Engineering mathematics

fall 1396

Homework 5

Due Date: سه شنبه 28 آذر

نحوه‌ی تحویل:

- گزارش کار با فرمت HW05\_FamilyName\_StudentNumber.pdf: در گزارش باید به تمامی سوالات تمرین پاسخ دهید، نمودارها و نتایج به دست آمده را ارائه کرده و توضیحات کلیه‌ی فعالیت‌هایتان را مکتوب کنید.
- فایل اصلی متلب با فرمت HW05\_FamilyName\_StudentNumber.m: شامل کدی که تمام بخش‌های تمرین را اجرا کند. کد باید کامنت‌گذاری مناسب داشته باشد و بخش‌های تمرین در آن تفکیک شده باشند.
- تمامی آنچه که اجرا شدن کد به آن‌ها نیاز دارد: توابعی که خواسته شده تا بنویسید، دیتایی که خواسته شده تا ضمیمه کنید و ...

تمامی فایل‌های مورد نظر را در پوشه‌ای با فرمت HW05\_FamilyName\_StudentNumber.rar یا zip. روی سامانه‌ی CW بارگذاری کنید.

معیار نمره‌دهی:

- ساختار مرتب و حرفه‌ای گزارش: 10%
  - استفاده از توابع مناسب و الگوریتم‌های مناسب: 15%
  - پاسخ به سوال‌های تئوری و توضیح روش‌هایی که سوال‌ها از شما خواسته‌اند: 35%
  - کد و گزارش خروجی کد برای خواسته‌های مسائل: 20% + 20%
- توجه:** در هر بخش لیست توابع پیشنهادی موردنیاز برای آن قسمت آورده شده است. استفاده از توابع غیر از این لیست بلامانع است و اکیدا توصیه می‌شود راهنمای متلب برای هر تابع را قبل از استفاده مطالعه کنید.
- توجه:** داشته باشید که ممکن است بعضی از سوال‌ها و خواسته‌ها جواب یکتا نداشته باشد، و هدف آن سنجش خلاقیت یا توانایی حل مسئله‌ی شما باشد. می‌توانید از ساده‌ترین چیزهایی که به ذهنتان می‌رسد استفاده کنید یا برای یافتن راه مناسب جست و جو کنید.

شرافت انسانی ارزشی به مراتب والاتر از تعلقات دنیوی دارد. رونویسی تمارین، زیر پا گذاشتن شرافت خویشتن است؛

به کسانی که شرافتشان را زیر پا می‌گذارند هیچ نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد.

## قسمت اول: بسط تیلور

taylor , besselj , fsurf

لیست توابعی که در این قسمت توصیه می شود :

هر یک از توابع زیر را در نظر بگیرید :  $(J_n(x))$  تابع بسل نوع اول مرتبه  $n$  می باشد )

a)  $f(x,y) = \sin(x) y^2$  ,  $x = 1, y = 0$  b)  $u(x,y) = y \ln(x) + x \sin(y)$  ,  $x = 1, y = 0$

c)  $g(x,y) = \frac{\cos(y)}{1+x^2}$  ,  $x = 0, y = 1$  d)  $v(x,y) = J_0(xy)$  ,  $x = 0, y = 0$

1. بسط تیلور هر یک از توابع را تا مرتبه 3 و 6 و 8 با متلب محاسبه کنید و در خروجی چاپ کنید .

2. برای هر تابع شکل تابع اصلی و تقریب های به دست آمده را در بازه  $-3 < x < 3, -3 < y < 3$  بر روی یک نمودار رسم کنید .

## قسمت دوم: انتگرال روی مسیر

integral

لیست توابعی که در این قسمت توصیه می شود :

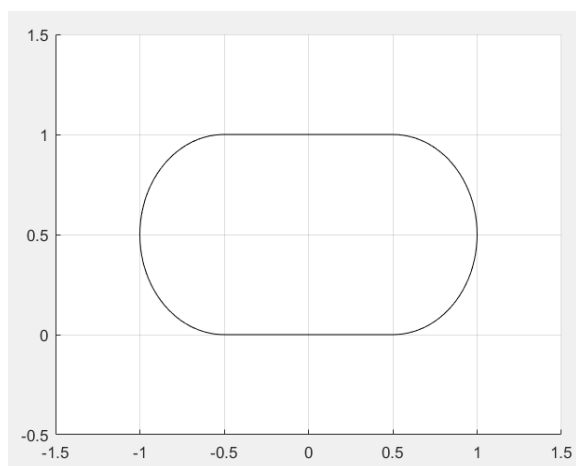
برای هر یک از مسیر های داده شده انتگرال توابع را محاسبه کنید . (تمامی مسیر هارا در جهت پادساعتگرد در نظر بگیرید )

$$f(z) = \frac{3z^4 + z}{z^2(z+1)}$$

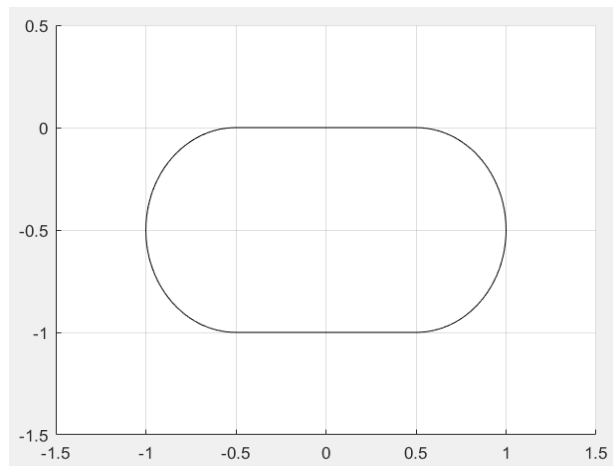
$$C : |z - 1| = 2$$

$$C' : |z| = 1$$

$$g(z) = \frac{1}{z^3 e^{z^2 + 0.64}} \frac{1}{z^2(z^4 + 1)}$$



C



C'

(قسمت های خمیده هر کدام یک نیم دایره به قطر 1 می باشند )

در هر مورد بررسی کنید که آیا دو مقدار به دست آمده با هم برابرند یا خیر. دلیل برابری یا عدم برابری این دو مقدار را توضیح دهید.

### قسمت سوم: انتگرال کوشی

تابع زیر را در نظر بگیرید :

$$f(z) = \frac{(z^2 + 1)(z + e^z)}{(e^{z+0.5})(z - j)}$$

1- با استفاده از قضیه انتگرال کوشی حاصل انتگرال این تابع روی خم  $|z - 0.5j| = 1$  را بیابید و در گزارش کار گزارش کنید. (در جهت پادساعتگرد)

2- حال با تقسیم مسیر انتگرال گیری به بازه هایی کوچک به طول  $\delta$  و جمع زدن مقادیر حاصل انتگرال را محاسبه کنید.

3- با استفاده از نتایج به دست آمده تقریبی برای عدد  $\pi$  ارائه دهید. حد بالایی برای  $\delta$  پیدا کنید که تقریب عدد  $\pi$  دارای خطای کمتر از  $10^{-5}$  باشد.

### قسمت چهارم: بررسی انتگرال و سری

تابع مختلط زیر را در نظر بگیرید.

$$f(z) = \exp\left(z + \frac{1}{z}\right)$$

فرض کنید  $C$ ، خم ساده ی بسته ی پادساعتگرد  $|z| = 1$  در صفحه مختلط باشد.

1- انتگرال تابع  $f$  را روی خم  $C$ ،  $I$  بنامید. مقدار  $I$  را با استفاده از متلب حساب کنید.

2- دنباله ی زیر را در متلب تعریف کنید :

$$a_n = \frac{1}{n!(n-1)!}, n = 1, 2, 3, \dots$$

حال دنباله ای را تعریف کنید که جمله ی  $n$  ام آن، برابر جمع  $n$  جمله ی اول  $a_n$  باشد و آن را  $S_n$  بنامید.

نشان دهید که  $S_n$  همگراست و سپس حد آن  $L$  را با استفاده از متلب به دقت 5 رقم اعشار محاسبه کنید.

3- نشان دهید :

$$I = 2\pi jL$$

راهنمایی : ابتدا نشان دهید :

$$I = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int_C z^n e^{\frac{1}{z}} dz$$

سپس مقدار انتگرال را برای هر  $n$  محاسبه کنید .