

تمرین شماره ۱



ساختمان های داده و الگوریتم - پاییز 1400

پیچیدگی زمانی
و روابط بازگشتی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

طراح تمرین: **علی زارع**

مهلت تحویل:
شنبه - ۱ آبان ۱۴۰۰

استاد: دکتر هشام فیلی

سوال اول

روابط زیر را اثبات کنید یا مثال نقض بیاورید.

$$f(n) \in O(s(n)), g(n) \in O(r(n)) \rightarrow \frac{f(n)}{g(n)} \in O\left(\frac{s(n)}{r(n)}\right) \text{ (الف)}$$

$$f(n) \in O(g(n)) \rightarrow g(n) \in \Omega(f(n)) \text{ (ب)}$$

$$\log(f(n)) \in \Theta(\log(g(n))) \rightarrow f(n) \in \Theta(g(n)) \text{ (ج)}$$

سوال دوم

پیچیدگی زمانی قطعه کدهای زیر را بدست آورید.

(الف)

```
for (int i = 1; i < n; i *= 2) {  
    // O(1)  
}
```

(ب)

```
for (int i = 0; i < n; i++) {
    int j = i*i;
    while (j > 0)
        j /= 4;
}
```

(ج)

```
for (int i = 1; i < n; i++) {
    for (int j = 1; j < n*n; j += 2)
        i *= 3;
}
```

سوال سوم

پیچیدگی روابط بازگشتی زیر را با روش دلخواه به دست آورید.

$$T(n) = T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{2n}{3}\right) + n \quad (\text{الف})$$

$$T(n) = 49T\left(\frac{n}{7}\right) + 7\log(n) \quad (\text{ب})$$

$$T(n) = 9T\left(\frac{n}{3}\right) + 3n^2 \quad (\text{ج})$$

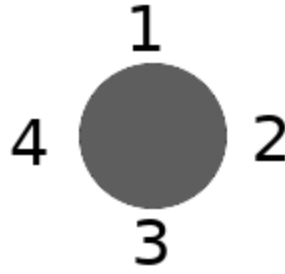
سوال چهارم

دور یک میز گرد n نفر نشسته‌اند. (n عددی زوج است) افراد دور میز می‌خواهند به هم دست بدهند ولی دست

آن‌ها نباید از روی دست افراد دیگر رد شوند. (برای درک بهتر به توضیح تصویر توجه کنید)

الگوریتمی بازگشتی ارائه دهید که تعداد حالات مختلف دست دادن افراد دور میز را به شکلی که دست‌ها از روی هم عبور نکنند و هر نفر با یک نفر دیگر دست داده باشد را حساب کند. پیچیدگی زمانی این الگوریتم را حساب کنید.

توجه کنید که نباید از الگوریتم بازگشتی حافظه‌دار (Memoization) استفاده کنید. نیازی نیست که الگوریتم شما بهینه باشد و صرفاً تمام حالات بررسی شوند.



برای مثال در تصویر بالا اگر فرد ۲ با ۴ و فرد ۱ با ۳ دست دهند، دست‌های آن‌ها از روی هم عبور می‌کنند و قابل قبول نیست. ولی اگر فرد ۱ با ۲ و فرد ۳ با ۴ دست دهند مشکلی ایجاد نمی‌شود. حالت ممکن دیگر دست دادن فرد ۱ با ۴ و فرد ۲ با ۳ است. در نتیجه برای این مثال ۲ حالت ممکن وجود دارد. برای ۶ نفر، ۵ حالت وجود دارد.

سوال پنجم

توابع زیر را بر اساس پیچیدگی زمانی مرتب کنید.

$$\log n, n^n, \sum_{i=0}^{\frac{n}{2}} n - 2i, \log(n!), 2^n, \sqrt[10]{n}$$

سوال ششم

پیچیدگی کدهای بازگشتی زیر را بدست آورید.

(الف)

```
func(n) {
    if (n < 1)
        return 1;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j = 0; j < n; j *= 2)
            print(i);
    }
}
```

```
return func(n/3) + func(n/3) + func(n/3) + func(n/3);  
}
```

(ب)

```
func2(n) {  
    if n <= 1  
        return;  
    for (int i = 0; i < n*n; i++)  
        print(i); // O(1)  
    func2(n-2);  
}
```

نکات تکمیلی

- پاسخ های خود را تا زمان معین شده در سایت آپلود نمایید.
- هدف این تمرین یادگیری شماست. لطفا تمرین را خودتان انجام دهید. در صورت کشف تقلب مطابق با قوانین درس با آن برخورد خواهد شد.
- در صورتی که هرگونه سوال یا ابهامی درباره تمرین داشتید با مسئول تمرین (alizare1@ut.ac.ir) در ارتباط باشید.

شاد باشید.