

ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

تمرین دوم - داده‌ساختارهای پایه

شایان کاشفی، صادق ابوفاضلی

تاریخ تحویل: ۰۲/۸/۱۹

۲۰ نمره

۱. پشته خودشناس

الف) با استفاده از استک و با کمک حافظه اضافی $O(n)$ ، ورژن جدیدی از استک ارائه دهید که علاوه بر عملیات‌های درج و حذف، عملیات خروجی دادن عنصر کمینه را در مرتبه زمانی $O(1)$ انجام دهد. نحوه انجام عملیات درج، حذف و خروجی دادن عنصر کمینه را در این داده ساختار جدید توضیح دهید.

ب) سوال بالا را این بار با کمک حافظه اضافی $O(1)$ حل کنید. نحوه انجام عملیات درج، حذف و خروجی دادن عنصر کمینه را در این داده ساختار جدید توضیح دهید.

۱۵ نمره

۲. درهم‌سازی

یک آرایه به طول n در اختیار داریم و می‌خواهیم تعدادی استک را با استفاده از این آرایه پیاده‌سازی کنیم.

الف) راه حلی بهینه ارائه دهید که بتوان ۲ استک را در این آرایه پیاده‌سازی کرد. راه حل شما باید هم از لحاظ زمان و هم از لحاظ حافظه بهینه باشد. (هر دو از مرتبه $O(1)$ باشند)

ب) راه حلی ارائه دهید که بتوان ۳ استک را در این آرایه پیاده‌سازی کرد به نحوی که از لحاظ حافظه بهینه باشد.

ج) راه حلی ارائه دهید که بتوان ۳ استک را در این آرایه پیاده‌سازی کرد به نحوی که از لحاظ زمانی بهینه باشد.

۱۰ نمره

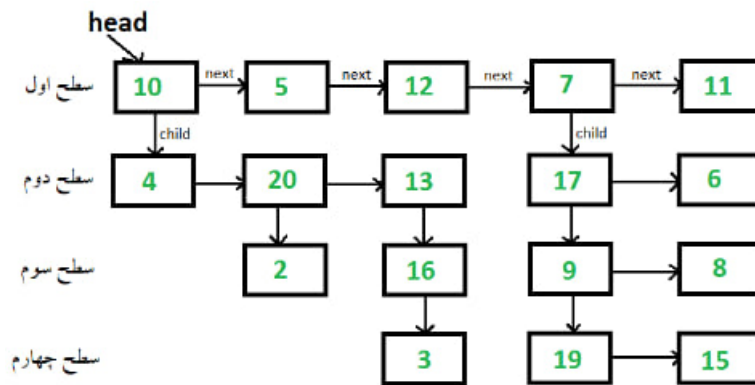
۳. عمق اول

یک لیست پیوندی داریم که هر گره آن، علاوه بر اشاره‌گر به عنصر بعدی، (next) یک اشاره‌گر فرزند (child) دارد که ممکن است به سر یک لیست جداگانه اشاره کند. هر کدام از لیست‌های فرزند نیز ممکن است یک یا چند لیست فرزند برای خود داشته باشند (مانند شکل زیر). سر لیست اول از سطح اول به شما داده شده است. لیست‌های پیوندی چند سطحی را به نحوی به یک لیست پیوندی تک‌سطح ساده (فقط شامل اشاره‌گر next) تبدیل کنید که در لیست پیوندی نهایی، تمام گره‌های سطح اول قبل از گره‌های سطح دوم، و تمام گره‌های مربوط به سطح دوم قبل از گره‌های سطح سوم بیایند و به همین ترتیب. همچنین در بین دو لیست فرزند که در یک سطح قرار دارند، اولویت با لیستی است که گره پدر آن به سر لیست نزدیکتر است.

مثال:

لیست نهایی:

۱۰ - ۵ - ۱۲ - ۷ - ۱۱ - ۴ - ۲۰ - ۱۳ - ۱۷ - ۶ - ۲ - ۱۶ - ۹ - ۸ - ۳ - ۱۹ - ۱۵



۴. در جستجوی خود

۱۰ نمره

یک لیست پیوندی با اندازه متناهی در اختیار داریم. ممکن است عضو آخر لیستمان به یکی از اعضای قبلی این لیست اشاره کند و باعث ایجاد دور شود. الگوریتمی از مرتبه زمانی چندجمله‌ای نسبت به اندازه لیست پیوندی ارائه دهید که با استفاده از حافظه $O(1)$ تشخیص دهد که آیا این لیست دور دارد یا نه؟

۵. سال بالایی

۲۰ نمره

در روزهایی که سلف دانشگاه جوجه کباب میدهد، صفی دراز به طول n در سلف ایجاد میشود. دانشجویان از ورودی های مختلف و با سن های متفاوت هستند و ما سن هرکس را میدانیم. از آنجایی که احترام به بزرگتر واجب است، میخواهیم کاری کنیم که هرکس در صف، سن اولین فرد عقب‌تر از خودش در صف که از او بزرگتر است را بداند تا مکان خود را در صف به اون تعارف کند. الگوریتمی ارائه دهید که برای هر یک از افراد داخل صف، این مقدار (سن اولین فرد عقب‌تر از خودش در صف) را خروجی دهد. (اگر فردی با چنین ویژگی وجود نداشت، ۱- خروجی دهد) پیچیدگی زمانی الگوریتم شما باید $O(n)$ باشد

مثال: لیست ورودی:

ته صف ۲۴، ۱۸، ۲۲، ۲۰، ۱۹ سر صف

لیست خروجی:

-۱، ۲۴، ۲۲، ۲۰

۶. سیم پیچ

۲۵ نمره

یک دستگاه توسط یک سیم + و یک سیم - به یک دوشاخه متصل شده است. اما متأسفانه سیم ها در هم پیچیده شده اند. سیم ها در امتداد کف از دیوار (در سمت چپ) به دستگاه (در سمت راست) کشیده می شوند. دیوار و دستگاه هر دو دارای دو ورودی در یک سطح هستند که سیم ها به ترتیب به آنها وصل می شوند. اگر یک یا چند مکان وجود داشته باشد که یک سیم از روی یک سیم دیگر عبور باشد، سیم ها در هم پیچیده می شوند. به عنوان مثال، تصویر زیر دارای چهار مکان از این قبیل است (نمای بالا):



ما یک رشته داریم که نشان میدهد به ترتیب کدام سیم از روی دیگری عبور کرده است (برای مثال بالا ---+). همچنین میدانیم که در سمت چپ، سیم + همیشه به ورودی بالایی وصل می شود (همانطور که در تصویر مشاهده می شود). ما دوست داریم که سیم ها را بدون جدا کردن و بدون حرکت دادن دستگاه باز کنیم به صورتی که دیگر تقاطع نداشته باشند. الگوریتمی از $O(n)$ ارائه کنید که تعیین کند آیا امکان انجام آن وجود دارد یا خیر. یک سیم را می توان آزادانه حرکت داد و روی زمین کشید، اما نمیتوان آن را برش داد. برای درک بهتر مشکل لطفا نکات مربوط به نمونه های آزمایشی را مطالعه کنید.



$++ : YES$



$+- : NO$



$- : NO$