

• اگر $s \in S$ و $t \notin S$ و s و t مجاور باشند، در این صورت $h_t \neq h_s$.

به یک بلوک قله می‌گوییم هرگاه برای هر خانه مجاور بلوک، ارتفاع آن خانه از ارتفاع خانه‌های بلوک کمتر باشد.

به یک بلوک دره می‌گوییم هرگاه برای هر خانه مجاور بلوک، ارتفاع آن خانه از ارتفاع خانه‌های بلوک بیشتر باشد.

تعداد قلّه‌ها و درّه‌ها در جدول را پیدا کنید.

۵. هزارتو

۲۰ نمره

اکبر در یک هزارتو به شکل جدول $n \times n$ گم شده است. هر خانه این هزارتو یا خالی است و می‌توان به داخل آن خانه رفت و یا مسدود شده و نمی‌توان وارد آن شد. اکبر در خانه (x, y) قرار دارد و خروج در خانه (X, Y) قرار دارد. اکبر می‌خواهد خودش را به خانه خروج برساند ولی در این هزارتو تنها نیست و K زامبی در خانه‌های x_i, y_i قرار دارند که به دنبال او هستند تا او را هم به زامبی تبدیل کنند. اکبر و زامبی‌ها در هر لحظه یا می‌توانند از یک خانه در هزارتو به یک خانه مجاور ضلعی بروند یا در خانه فعلی خود بمانند. الگوریتمی بیابید که در مرتبه زمانی $O(n^2)$ مشخص کند آیا اکبر می‌تواند به خانه خروج برسد؟ (فرض کنید زامبی‌ها در هر لحظه بهترین تصمیم را می‌گیرند. توجه کنید که اگر اکبر و یکی از زامبی‌ها باهم به خانه خروج برسند، زامبی همچنان اکبر را می‌گیرد و به زامبی تبدیل می‌کند)

۶. سفر در اقیانوس

۲۰ نمره

کیوان جهت پیدا کردن گنجی بزرگ به اقیانوسی سفر کرده است. این اقیانوس n جزیره دارد و جزیره i ام در مختصات (x_i, y_i) قرار دارد. برای یافتن گنج لازم است کیوان به تمامی جزیره‌ها برود. کیوان همراهش یک قایق دارد و هنگامی که در جزیره‌ای قرار دارد، یکی از چهار جهت (بالا، پایین، چپ و راست) را انتخاب می‌کند و قایقش در همان جهت به حرکت ادامه می‌دهد تا به جزیره‌ای دیگر برسد (به این فرایند مسافرت می‌گوییم).

دقت کنید او نمی‌تواند در میانه راه توقف کند. ضمناً کیوان قادر است بین برخی از جفت جزیره‌ها مثل (a, b) یک خط ارتباطی پیشرفته ایجاد که به کمک آن می‌تواند هنگامی که در a قرار دارد به همراه قایقش به جزیره b برود و همین‌طور بالعکس (یعنی از b به a). کیوان می‌خواهد کمترین تعداد مسیرهای ارتباطی ویژه را ایجاد کند که به کمک آن‌ها بتواند از هر جزیره‌ای، با تعدادی مسافرت بین جزیره‌ها به هر جزیره دیگری برسد. به او در پیدا کردن کمترین تعداد مسیرهای ارتباطی ویژه مورد نیاز کمک کنید.