



طراح: بیتا آذری جو (bitaazarijoo@gmail.com)

۱. الف) در درخت هافمن ثابت کنید اگر در مجموعه حروف حرفی باشد که بیش از  $2/5$  تکرارها را به خود اختصاص داده باشد آنگاه در مجموعه کدهای تولید شده ی نهایی حتما کد با اندازه ی یک بیت خواهیم داشت.  
ب) اگر تعداد تکرارها کمتر از  $1/3$  باشد هیچ کد یک بیتی نخواهیم داشت؟

۲. یک هرم  $d$  تایی مانند یک هرم دودویی است با این تفاوت که گره های غیر برگ به جای دو فرزند  $d$  فرزند دارند.

الف) چگونه می توان یک هرم  $d$  تایی را با آرایه نمایش داد؟

ب) پیاده سازی مناسبی از Extract-Max برای هرم بیشینه ی  $d$  تایی ارائه دهید. زمان اجرای آن را برحسب  $d$  و  $n$  تحلیل کنید.

پ) پیاده سازی مناسبی از Increase-Key ( $A, i, k$ ) ارائه دهید که در آن ابتدا  $A[i] \leftarrow \max(A[i], k)$  شود و سپس ساختار

هرم بیشینه ی  $d$  تایی به شکل مناسبی به روز شود. زمان اجرای آن را برحسب  $d$  و  $n$  تحلیل کنید.

۳. چگونه میتوان نمایش post order یک درخت جست و جوی دو دویی را از روی نمایش پیش ترتیب آن به دست آورد؟

۴. عملیات MaxHeapInsert( $A, 10$ ) را بر روی  $Haep A = \{15, 13, 9, 5, 12, 8, 7, 4, 0, 6, 2, 1\}$  را با استفاده از نمایش درخت

Heap و مراحلش نشان دهید ..

۵. میدانیم برای  $n$  فقره داده عملیات ساخت پشته (Build Heap) با هزینه ی  $O(n)$  انجام میگیرد ولی ساخت درخت جست و جوی دودویی با همین مقدار داده کمتر از  $O(n \log n)$  امکان پذیر نیست. فرض کنید ساختمان داده ای جدید با نام BSTEAP داریم که ترکیب این دو ساختمان داده است ولی هیچ کدام نیست. در BSTEAP عنصر با حداکثر مقدار در ریشه است (خاصیتی شبیه پشته) و تمام عناصر زیر درخت چپ از تمام عناصر زیر درخت راست کوچکتر است (خاصیت شبیه درخت جست و جوی دودویی) این خاصیت به طور بازگشتی در تمام زیردرخت ها برقرار است. حال به نظر شما آیا می توان برای  $n$  فقره داده ساخت BSTEAP را با هزینه ی  $O(n)$  انجام داد؟ جواب خود را اثبات کنید.

