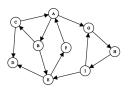
## ساختمان داده ها و الگوریتم ها تمرین پنجم - گراف ماردین نیچی، شایان کاشفی تاریخ تحویل: ۱۴۰۲/۱۰/۱۲

۱. سوال ساده

پیمایشهای BFS و DFS را با شروع از راس A بر روی گراف زیر اجرا کنید. ترتیب پیمایش راسها را مشحص کنید و درخت بهدست آمده از هر الگوریتم را بکشید؛ همچنین در هر دو الگوریتم، edge و cross-edge ها را مشخص کنید. (در صورتی که در یک مرحله میتوانستید بیش از یک گره را انتخاب کنید، به ترتیب حروف الفیا، گره انتخاب شده را مشخص کنید)



۲. جادههای حیاتی

اصغر در کشوری با n شهر و m جاده دو طرفه بین شهر ها قرار دارد. او در حال سفر کردن بین شهرها است که متوجه می شود وزارت راه و شهرسازی مشغول تعمیر یکی از جاده هاست. اصغر نمی تواند از جاده در حال تعمیر عبور کند و به همین دلیل امکان دارد سفرش خراب شود. سفر اصفر در صورتی خراب می شود که دو شهر مانند v و جود داشته باشند که که اصغر نتواند از یکی به دیگری برود. لیست جاده هایی که اگر درحال تعمیر باشند سفر اصغر خراب می شود را بیابید.

۳. شجرهنامه

علی به تازگی شجره نامه خانوادگیشان را پیدا کرده است و با جدیت تمام مشغول بررسی کردن روابط خانوادگی است. (شجره نامه را می توان مانند یک درخت n راسی ریشهدار فرض کرد). پدریزرگ علی وقتی او را در این وضعیت می بیند، برایش سوال می شود که نسل جدید چقدر از خاندان خود باخبر هستند. به همین دلیل تصمیم می گیرد از علی p سوال بپرسد. هر سوال او به این شکل است که اسم دو نفر از کل خاندان را به علی می دهد و علی باید مشخص کند که آیا یکی از این دو نفر جد دیگری هست یا خیر. پدربزرگ پیر شده است و حوصله ندارد منتظر بماند، به همین دلیل علی باید کل سوال ها را در O(n+q) حل کند به علی کمک کنید تا پدربزرگ خود را خوشحال کند. ( n تعداد کل افراد خاندان است)

۴. گشتزنی

یک جدول n\*n به شما داده می شود که ارتفاع خانهٔ (i,j) آن برابر  $h_{i,j}$  است. دو خانه را مجاور می گوییم اگر حداقل یک راس مشترک داشته باشند. یک بلوک در جدول که مجموعه ای از خانه ها مثل S است، به این شکل نعریف می شود:

- همه خانههای S همارتفاع باشند.
- ullet مجموعه خانه S، همبند باشند (یعنی از هر خانه در S، مسیری درون S به هر خانه دیگری از این مجموعه وجود داشته باشد).

تمرين پنجم - گراف ساختمان دادهها و الگوريتمها

 $h_t 
eq h_s$  و  $S \in S$  و  $t \notin S$  و  $t \notin S$  و  $s \in S$  اگر  $s \in S$  اگر  $s \in S$  اگر و راین صورت

به یک بلوک قله می گوییم هرگاه برای هر خانه مجاور بلوک، ارتفاع آن خانه از ارتفاع خانههای بلوک کمتر باشد. به یک بلوک دره می گوییم هرگاه برای هر خانه مجاور بلوک، ارتفاع آن خانه از ارتفاع خانههای بلوک بیشتر باشد. تعداد قلّهها و درّهها در جدول را پیدا کنید.

۵. هزارتو

اکبر در یک هزارتو به شکل جدول n\*n گم شده است. هر خانه این هزارتو یا خالی است و میتوان به داخل آن خانه رفت و یا مسدود شده و نمیتوان وارد آن شد. اکبر در خانه (x,y) قرار دارد و خروج در خانه (X,Y) قرار دارد. اکبر میخواهد خودش را به خانه خروج برساند ولی در این هزارتو تنها نیست و X زامبی در خانه های  $x_i,y_i$  قرار دارند که به دنبال او هستند تا او را هم به زامبی تبدیل کنند. اکبر و زامبیها در هر لحظه یا میتوانند از یک خانه در هزارتو به یک خانه مجاور ضلعی بروند یا در خانه فعلی خود بمانند. الگوریتمی بیابید که در مرتبه زمانی  $O(n^7)$  مشخص کند آیا اکبر میتواند به خانه خروج برسد؟ (فرض کنید زامبی ها در هر لحظه بهترین تصمیم را می گیرند. توجه کنید که اگر اکبر و یکی از زامبی ها باهم به خانه خروج برسند، زامبی همچنان اکبر را می گیرد و به زامبی تبدیل می کند)

۶. سفر در اقیانوس

کیوان جهت پیداکردن گنجی بزرگ به اقیانوسی سفر کرده است. این اقیانوس n جزیره دارد و جزیره i ام در مختصات  $(x_i, y_i)$  قرار دارد. برای یافتن گنج لازم است کیوان به تمامی جزیره ها برود. کیوان همراهش یک قایق دارد و هنگامی که در جزیرهای قرار دارد، یکی از چهار جهت (بالا، پایین، چپ و راست) را انتخاب می کند و قایقش در همان جهت به حرکت ادامه می دهد تا به جزیرهای دیگر برسد (به این فرایند مسافرت می گوییم).

دقت کنید او نمی تواند در میانه راه توقف کند. ضمنا کیوان قادر است بین برخی از جفت جزیره ها مثل (a,b) یک خط ارتباطی پیشرفته ایجاد که به کمک آن می تواند هنگامی که در a قرار دارد به همراه قایقش به جزیره b برود و همین طور بالعکس (یعنی از a به a). کیوان می خواهد کمترین تعداد مسیرهای ارتباطی ویژه را ایجاد کند که به کمک آن ها بتواند از هر جزیره ای، با تعدادی مسافرت بین جزیره ها به هر جزیره دیگری برسد. به او در پیدا کردن کمترین تعداد مسیر های ارتباطی ویژه مورد نیاز کمک کنید.