



تمرین شماره ۶

B tree, Heap, Amortize

ساختمان داده - پاییز ۱۳۴۰

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

مسئول تمرین : علیرضا توکلی

مهلت تحویل: شنبه ۱۸ دی (۱۲ شب)

استاد : دکتر هشام فیلی

(۱) پیشینه تعداد کلیدهای قابل ذخیره در B-tree با ارتفاع h و درجه t را محاسبه کنید.

(۲) فرض کنید B-tree ای داریم که با داشتن هر node به node های فرزند و پدر دسترسی داریم. به شما برگی که کلید x در آن وجود دارد را داده‌اند. عناصر داخل این درخت متمایزند. ارتفاع درخت را h در نظر بگیرید.

- الگوریتمی بگویید که بزرگ‌ترین عنصر کوچک‌تر از x داخل درخت را برگرداند.
- در بدترین حالت الگوریتم شما چند node را بررسی می‌کند؟
- در بهترین حالت الگوریتم شما چند node را بررسی می‌کند؟ همچنین بگویید چرا در بیش‌تر مواقع الگوریتم کم‌ترین تعداد node را بررسی می‌کند.

(۳) مسابقاتی در حال برگزاری است. K روز این مسابقه در جریان است و در انتهای هر روز می‌توانیم به یکی از افراد داخل مسابقه شکلات بدهیم. N شرکت‌کننده داریم. شرکت‌کننده‌ی i ام در ابتدای روز d_i وارد مسابقات می‌شود، انتظار دارد تا

انتهای مسابقات l_i شکلات بخورد و به ازای هر شکلاتی که انتظار داشته باشد بخورد و نخورده باشد، s_i واحد ناراحت

می‌شود. به طور مثال اگر شرکت‌کننده‌ای انتظار ۵ شکلات را داشته باشد و ما بتوانیم تنها ۳ شکلات به او بدهیم،

$(5 - 3) \times s_i$ واحد ناراحت می‌شود. الگوریتمی ارائه دهید که جمع ناراحتی شرکت‌کننده‌ها را کمینه کند. مرتبه

زمانی این الگوریتم باید از $O((N+K)\log N)$ باشد.

(۴) با استفاده از heap داده ساختار MeanPriorityQueue را با اعمال زیر پیاده‌سازی کنید و شبه کدی برای آن بنویسید. این داده ساختار شامل n عنصر مجزاست.

- درج یک عنصر، در بدترین حالت در $O(\log n)$
- حذف/دریافت عنصر میانه، در بدترین حالت $O(\log n)$

(۵) با استفاده از دو stack، داده ساختار queue را پیاده‌سازی کنید. به این صورت که این داده ساختار دو عمل وارد و خارج کردن عناصر از صف را دارد. پس از آن تحلیل کنید که به صورت سرشکن هر عملیات در چه مرتبه زمانی انجام می‌شود.

(۶) فرض کنید الگوریتمی نوشته‌اید که در مرحله‌ی i هزینه‌ی 2^i دارد و در دیگر موارد هزینه‌ی آن $O(1)$ است. به دو روش aggregate و accounting مرتبه زمانی این الگوریتم را تحلیل کنید.

نکات تکمیلی

- هدف این تمرین یادگیری شماسست. لطفاً تمرین را خودتان انجام دهید. در صورت کشف تقلب مطابق قوانین درس با آن برخورد خواهد شد.
- در صورتی که هرگونه سوال یا ابهامی درباره‌ی تمرین داشتید با مسئول تمرین ([علیرضا توکلی](#)) در ارتباط باشید.

شاد باشید.