



به نام هستی بخش
تمرین چهارم
درس ساختمان داده



۱. در رابطه با الگوریتم مرتب‌سازی هرمی^۱ به سوالات زیر پاسخ دهید:
الف) نتیجه‌ی $\text{MAX-HEAPIFY}(A, i)$ به ازای $i > A.\text{heap-size} / 2$ چیست؟
ب) اگر A به صورت صعودی مرتب‌شده باشد، زمان اجرای الگوریتم مرتب‌سازی هرمی چقدر است؟ اگر به صورت نزولی مرتب‌شده باشد چطور؟

۲. در یک آرایه به طول n عددی وجود دارد که بیش از $n/2$ دفعه تکرار شده است. الگوریتمی بیابید که با کمک آن بتوان این عدد را پیدا کرد.
الگوریتم شما باید از مرتبه‌ی زمانی $O(n)$ و مرتبه‌ی حافظه‌ی $O(1)$ باشد.

۳. ماتریس A شامل n سطر و m ستون است، به طوری که هر درایه‌ی آن $r \leq mn$. هر سطر و هر ستون این ماتریس مستقلاً به صورت صعودی مرتب هستند، سطرها از چپ به راست و ستون‌ها از بالا به پایین. تعدادی از عناصر ماتریس بی‌نهایت هستند. نشان دهید که عمل جست‌وجو در این ماتریس را می‌توان در $O(m+n)$ انجام داد.

۴. الگوریتمی بیابید که به کمک آن بتوان تمام الگوریتم‌های مرتب‌سازی ناپایدار^۲ را پایدار^۳ کرد.

^۱ Heap Sort

^۲ Non-stable

^۳ Stable

۵. فرض کنید از double-hashing برای رفع تصادف^۴ در open-addressing در یک جدول درهم‌سازی^۵ با اندازه‌ی ۱۶ استفاده کرده‌ایم. فرض کنید می‌خواهیم تعدادی داده با کلید کاملاً یکسان در این جدول ذخیره کنیم. اگر تابع درهم‌سازی به صورت $h(k, i) = (h_1(k) + i * h_2(k)) \% m$ باشد، برای سه حالت زیر مشخص کنید که چند درصد جدول ۱۶ خانه‌ای که پر شود داده‌ای در آن نمی‌توان ذخیره کرد.

- $h_2(k) = 3$
- $h_2(k) = 4$
- $h_2(k) = 6$

آیا حالت کلی برای اتفاقی که در این سه مثال افتاده است وجود دارد؟ اگر پاسخ مثبت است این رابطه‌ی کلی را اثبات کنید. اگر پاسخ منفی است بیشتر فکر کنید! راهنمایی: از قضیه‌ی بزو در نظریه اعداد کمک بگیرید.

^۴ Collision

^۵ Hash Table