



۱. توابع زیر را به ترتیب درجه‌ی رشد مرتب کنید.

- a. $\ln \ln n$
- b. $\log^* n$
- c. n^{2^n}
- d. n^2
- e. $\ln n$
- f. $\sqrt{\log n}$
- g. $n^{\log \log n}$
- h. $(\log n)!$

۲. پیچیدگی توابع زیر را به کمک قضیه اصلی و تعمیم آن بدست آورید.

- a) $T(n) = T\left(\frac{6n}{7}\right) + 1$
- b) $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n \log(n)$
- c) $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \theta(n)$
- d) $T(n) = 9T\left(\frac{n}{3}\right) + \frac{n^2}{\lg(n)}$

۳. رفتار مجانبی تابع زیر را بدست آورید.

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T(\sqrt{n}) + n, T(1) = 1, T(2) = 2$$

۴. الف) برای تابع زیر

$$T(n) = \begin{cases} T\left(\frac{n}{2}\right) + 1 & \text{if } n \text{ is even} \\ 2T\left(\frac{n-1}{2}\right) & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}$$

- نشان دهید نامتناهی n وجود دارد به طوری که $T(n) = O(\log n)$
- نشان دهید نامتناهی n وجود دارد به طوری که $T(n) = \Omega(n)$

ب) توابع $f(n)$ و $g(n)$ را چنان مثال بزنید که هر دو صعودی باشند و $g(n) \neq f(n) \neq O(g(n))$

۵. رفتار تابع F به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} F(i, 0) &= F(i+1, 0) + F(i+1, 1) & \text{if } i < n \\ F(i, 1) &= 2F(i+1, 0) + F(i+1, 1) & \text{if } i < n \\ F(n, 0) &= 1 \\ F(n, 1) &= 0 \end{aligned}$$

اگر بخواهیم مقدار $F(1, 1)$ را به طور مستقیم بدست آوریم رفتار مجانبی تعداد عمل جمع (+) انجام شده را بدست آورید.

موفق و پیروز باشید