درس ساختمان داده ها و الگوریتم - کوئیز شماره یک - مدرس: فیلی

نام و نام خانوادگی: .....

93/7/22

برای سوالهای تستی دلیل بیاورید.

1- یک آرایه مرتب شده داریم. می‌خواهیم عنصری را در این آرایه پیدا کنیم. با این شرط که فقط اجازه استفاده از عملیات جمع و تفریق را داریم و عمل تقسیم کـه میتوانسـت در جستجوی دودویی مورد استفاده قرار گیرد را نداریم. هزینه اجرای این الگوریتم در حالت بهینه کدام است؟

چون عمل تقسیم نداریم در الگوریتم جستجوی باینری بجای تقسیم بر دو کردن اندیسها، از اندیس یک شروع کرده و با خودش مدام جمع کنیم. یا اینکه به جای استفاده از توانهای 2 از اعداد فیبوناچی(که حالت exponential دارند)، استفاده کنیم. در هر حالت هزینه همان log n خواهد بود.

2- کدام گزاره بهترین order به هزینه زمانی تکه کد زیر است؟

```
boolean f1(int n) {
       int i = 3;
       if (n ==2 || n ==3)
            return true;
       if (n % 2 == 0)
           return false;
       while (i * i <= n)
          if (n % i == 0)
             return false;
        else
             i += 2;
      return true;
}
```

الف) lgn ب) n ج) $nlgn$ د) n^2

گزینه ب صحیح می‌باشد- واضح است که تکه کد دارای هزینه sqrt(n) است که نزدیکترین جواب n است.

3- پیچیدگی رابطه‌ی بازگشتی $T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + \theta(n^2 \lg^2 n)$ کدام‌یک از گزینه‌های زیر است؟

با استفاده از روش تکرار براحتی میتوان نتیجه گرفت که هزینه آن ($n^2 \lg^3 n$) است ...

4- الگوریتم زیر آرایه‌ی n تایی A حاوی اعداد غیرتکراری 1 تا n را به‌درستی مرتب می‌کند. تعداد دقیق جابه‌جایی های (SWAP) این الگوریتم چقدر است؟

```
IndexSort(A[1..n])
{       for i = 1 to n do
                while( A[i] != i )do
                        swap(A[i], A[A[i]]);
}
```

با هر بار اجرای دستور SWAP حتما حداقل یک عدد در جای درست خودش قرار میگیرد شاید هم دو عدد در جای درست خودش قرار گیرد. هر عددی هم که در جای خودش قرار گیرد، به هیچوجه دیگر جابجا نمیشود (به شرط while دقت کنید)

بنابراین حداکثر تعداد تکرار swap برابر است با تعداد اعدادی که سرجایشان نیستند منهای 1 ...

اگر هر n عدد در جایشان نباشد، شما اگر N-1 عدد را سرجایشان قرار دهید، حتما عدد n ام نیز سرجایش قرار دارد...

بنابراین حداکثر تعداد swap برابر با n-1

حداقل تعداد swap نیز برابر است با تعداد اعدادی که سرجایشان نیست تقسیم بر دو

5- n+1 عدد در یک آرایه به طول 2n+1 عنصر داریم. به جزء یک عدد از این تعداد، از هر عدد دقیقا دوبار در این آرایه موجود است. الگوریتمی با O(n) ارائه دهید که آن عدد را بیابد.

کافی است که کل اعداد را با هم XOR کنیم..

6- فرض کنید $f(n)=O(g(n))$، کدام یک از گزینه‌های زیر برای هر تابع با مقادیر مثبت مانند $f(n)$ و $g(n)$ برقرار است.

الف) $g(n)=\theta(f(n))$

ب) $۲^{f(n)}=O\left(۲^{g(n)}\right)$

ج) $۲^{g(n)}=\Omega\left(۲^{f(n)}\right)$

د) $\log(g(n))=O(\log(f(n)))$ با فرض: $\log(g(n))\geq ۱$

گزینه الف و چهار بطور واضح غلط است..

گزینه ب و ج دارای مثال نقض زیر است:

$f(n) = 2n$

$g(n) = n$