



## تمرین شماره ۴



ساختمان داده – بهار ۱۳۹۹

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

مسئول تمرین : حمید تراشپون  
htarashion@gmail.com

مهلت تحویل : ۱۳۹۹/۳/۱۳  
ساعت : ۸ صبح

استاد : دکتر فقیه

۱. نشان دهید در یک درخت دودویی (بدون شرط اضافه خاصی) با  $n$  برگ، زیر درختی وجود دارد که اگر تعداد برگ های آن را  $m$  بنامیم، آنگاه داریم:

$$\frac{n}{3} < m < \frac{2n}{3}$$

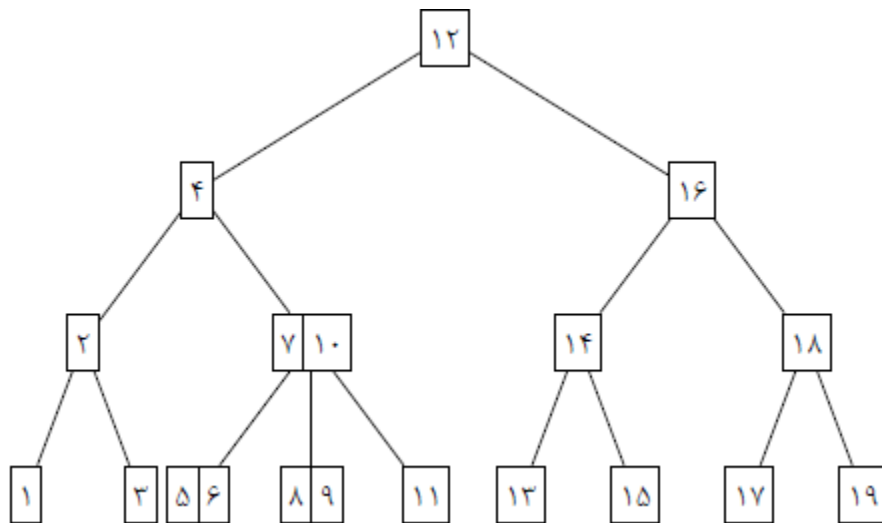
۲. در یک درخت خالی به ترتیب چپ به راست اعداد زیر را وارد نمایید و یک درخت AVL بسازید. (همه ی مراحل را به ترتیب نشان دهید).

15, 20, 24, 10, 13, 7, 30, 36, 25

۳. فرض کنید در یک درخت دودویی به دنبال پیدا کردن سنگین ترین زیر درخت به طوریکه آن درخت هم جست و جوی دودویی باشد هستیم. الگوریتمی برای پیمایش این درخت پیدا کنید و دلیل درستی راه حل خود را نیز بیان کنید. الگوریتم شما باید دارای پیچیدگی زمانی  $O(n)$  باشد. (سنگین ترین زیر درخت جست و جوی دودویی، زیر درخت جست و جوی دودویی ای است که مجموع گره های آن از سایرین بیشتر باشد).

۴. آیا درخت قرمز-سیاهی وجود دارد که AVL نباشد؟ در صورت عدم وجود توضیح دهید و در صورت وجود، مثال بزنید.

۵. در مورد B-tree به سوالات زیر پاسخ دهید.  
 الف) یک B-tree با  $t = 2$  شامل کلیدهای  $1, 2, 3, \dots, 10$  داریم. مینیمم تعداد node برای درخت چیست؟ یک ترتیب برای وارد شدن اعداد به درخت ارائه دهید که تعداد node ها را مینیمم کند. این مساله را برای ماکزیمم تعداد node ها هم حل کنید. نیازی به اثبات راه حل نیست.  
 ب) از درخت زیر با  $t = 2$ ، کلید 2 را حذف کنید. در هر مرحله تغییرات درخت را بکشید و بنویسید.

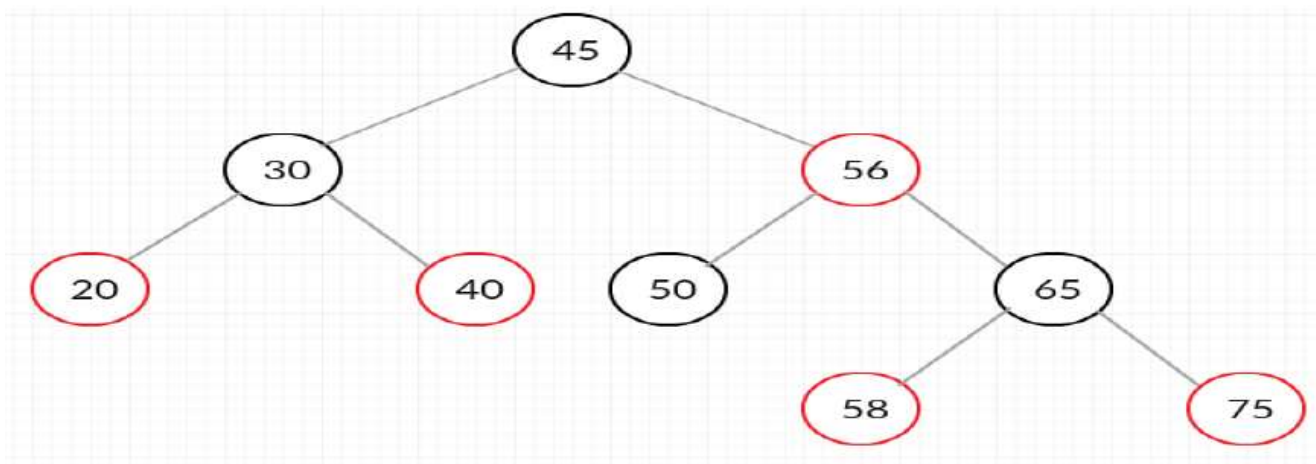


۶. تابعی برای جستجو در B-tree بنویسید. این تابع باید به گونه ای باشد که در هر گره به جای جستجوی خطی از جستجوی باینری استفاده شود. (تابع نهایی باید به زبان پایتون نوشته شود).

۷. ماکزیمم تعداد کلید های قابل ذخیره در B-tree با ارتفاع  $h$  و درجه  $t$  را محاسبه کنید.

۸. نشان دهید اگر راسی در درخت جستجوی دودویی دو فرزند داشته باشد، آنگاه عنصر بعدی آن (از نظر value) فرزند چپ و عنصر قبلی آن فرزند راست ندارد.

۹. در درخت قرمز - سیاه زیر ابتدا عدد ۶۰ را اضافه کرده و سپس از درخت حاصل عدد ۵۶ را حذف نمایید.



## نکات تکمیلی

- پاسخ های خود را در سایت درس آپلود کنید.
- هدف این تمرین یادگیری شماسست. لطفاً تمرین را خودتان انجام دهید. در صورت کشف تقلب مطابق قوانین درس با آن برخورد خواهد شد.
- سعی کنید تمام شروط خواسته شده را در پاسخ هایتان رعایت کنید، اما اگر نتوانستید هم بهترین راه حل خود را بنویسید (مانند بدتر بودن مرتبه ی زمانی) و به نسبت راه حل تان نمره دریافت خواهید کرد.