

تمرین شماره ۳



ساختمان های داده و الگوریتم - پاییز
1400

درخت

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

طراح تمرین : فاطمه سید دباغی

مهلت تحویل:
۱۴۰۰/۹/۱۳

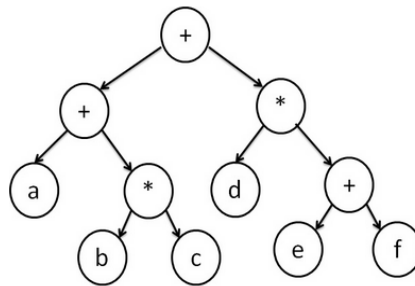
استاد: دکتر هشام فیلی

سوال اول

با توجه به درخت عبارت داده شده به سوالات پاسخ دهید.

الف) نمایش prefix درخت زیر را بنویسید.

ب) یک الگوریتم با پیچیدگی زمانی $O(n)$ برای تبدیل عبارت prefix به infix ارائه دهید و با استفاده از پاسخ قسمت الف عبارت نمایش infix درخت را بنویسید.



سوال دوم

فرض کنید یک آرایه مرتب شده به طول n داریم الگوریتمی با پیچیدگی زمانی **بهینه** ارائه دهید که:

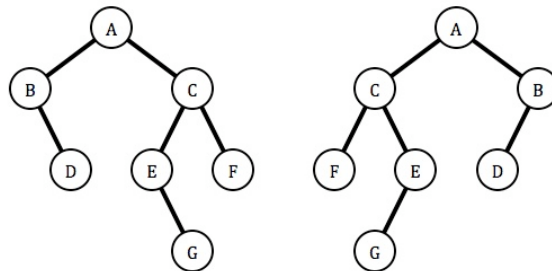
الف) عناصر این آرایه را به گونه‌ای در یک درخت جست‌وجوی دودویی (BST) خالی اضافه کند که این درخت بیشترین ارتفاع ممکن را داشته باشد.

ب) عناصر این آرایه را به گونه‌ای در یک درخت جست‌وجوی دودویی (BST) خالی اضافه کند که این درخت کمترین ارتفاع ممکن را داشته باشد.

سوال سوم

الگوریتمی با پیچیدگی زمانی **بهینه** ارائه دهید که یک درخت دودویی را به عنوان ورودی دریافت میکند و درختی تولید میکند که یک تصویر آینه از درخت اصلی باشد. به عنوان مثال، اگر از این روش در درختی که در سمت چپ نشان داده شده استفاده کنیم، در نهایت با درختی که در سمت راست نشان داده شده است استفاده می‌کنیم. (دقت کنید که از نظر تئوری این دو درخت تفاوتی ندارند اما مثلاً بعد از اعمال عملیات راس B به عنوان فرزند راست راس A ذخیره شده است)

شبه کد (pseudocode) الگوریتم خود را نوشته و همچنین پیچیدگی آن را محاسبه کنید.



سوال چهارم

n نفر دانشجو در یک ردیف از کلاس درس کنار هم نشسته اند. تعدادی از این افراد تلاشگر هستند و در کارهای گروهی به اندازه $a[k]$ کار میکنند. تعدادی از این افراد نیز تنبل هستند و در صورت اضافه شدن به هر گروهی باعث می‌شوند تا توان کاری آن گروه به اندازه $a[k]$ کاهش یابد. دانشجو ۱ تا n به ترتیب داخل یک صف ایستاده اند.

برای انجام یک کار می‌خواهیم تعدادی دانشجو **متوالی** از این صف را انتخاب کنیم، به دلیل نامعلومی می‌خواهیم m -امین بزرگترین توان را از بین همه گروه‌های ممکن (زیر دنباله‌های متوالی در آرایه) داشته باشند! (توان هر گروه مجموعه توان اعضای آن است) الگوریتمی با پیچیدگی زمانی **بهینه** ارائه دهید که با داشتن m ، m -امین بزرگترین توان گروه را پیدا کند.

سوال پنجم

کد بهینه‌ی هافمن برای کاراکترهای زیر با توجه به جدول احتمال پیشامد آن‌ها چیست؟ درخت هافمن خواسته شده را بسازید و کلمه‌ی "decaf" را در کد باینری متناظر نمایش دهید.

Letter	Probability	Letter	Probability	Letter	Probability
a	7/30	b	10/30	c	3/30
d	4/30	e	4/30	f	2/30

سوال ششم

الف) اعداد 8, 18, 5, 15, 17, 25, 40, 80 را به ترتیب از چپ به راست در یک درخت قرمز-سیاه درج کنید.

ب) حداکثر ارتفاع یک درخت قرمز-سیاه با ۸ راس چقدر است؟

ج) نشان دهید در یک درخت قرمز-سیاه ارتفاع هر راس حداکثر ۳ برابر کوتاه‌ترین فاصله از این راس به یکی از برگ‌هاست.

سوال هفتم

نشان دهید پیچیدگی زمانی یک `avl-insert` که بر روی یک درخت AVL با n نود انجام میشود $O(\lg n)$ است و همچنین تعداد `rotate` ها نیز $O(1)$ است.

نکات تکمیلی

- پاسخ‌های خود را تا زمان معین شده در سایت آپلود نمایید.
- هدف این تمرین یادگیری شماسست. لطفاً تمرین را خودتان انجام دهید. در صورت کشف تقلب مطابق با قوانین درس با آن برخورد خواهد شد.

شاد باشید.