



به نام خداوند بخشنده مهربان

تمرین شماره ۳

زینب عرفان منش

پاییز ۱۳۹۶

۱. نشان دهید اگر راسی در درخت جست و جوی دودویی دو فرزند داشته باشد، آنگاه عنصر بعدی آن (از نظر value) فرزند چپ و عنصر قبلی آن فرزند راست ندارد.

۲. در درخت هافمن ثابت کنید:

آ (اگر در مجموعه حروف حرفی باشد که بیش از $2/5$ تکرارها را به خود اختصاص داده باشد، آنگاه در مجموعه کدهای تولیدشده ی نهایی حتما کد با اندازه ی یک بیت خواهیم داشت.

ب (اگر تعداد تکرارها کمتر از $1/3$ باشد هیچ کد یک بیتی نخواهیم داشت.

۳. الگوریتمی کارا طراحی کنید که با داشتن درخت جست و جوی دودویی و دو عنصر داده شده از آن درخت، بزرگترین عنصر در مسیر بین دو عنصر داده شده را پیدا کند.

راهنمایی : میتوانید از LCA این دو عنصر استفاده کنید.

LCA ، عمیق ترین جد مشترک دو گره است. یعنی از سمت دو گره نزدیک ترین جد مشترک است.

۴. داده ساختاری طراحی کنید که هر یک از عملیات های زیر را در زمان $O(\log n)$ انجام دهد.

آ (درج یک عنصر در داده ساختار

ب (دادن عنصر میانه

۵. نشان دهید در یک درخت دودویی (بدون شرط اضافی خاصی) با n برگ، زیر درختی وجود دارد که اگر

تعداد برگ های آن را m بنامیم، آنگاه داریم:

$$\frac{n}{3} < m < \frac{2n}{3}$$

۶. فرض کنید یک هرم بیشینه با اعداد ۱ تا ۱۰۲۳ داریم. چه تعداد از اعداد بزرگ تر از ۱۰۰۰ میتوانند در هرم

برگ باشند؟ حداکثر چه تعدادی همزمان با هم میتوانند برگ باشند؟

۷. یک رابطه ی بازگشتی برای تعداد هرم‌های کمینه با $2^n - 1$ عنصر متمایز بیابید.

۸. در یک درخت خالی به ترتیب اعداد ۹، ۲۷، ۵۰، ۱۵، ۲، ۲۱ و ۳۶ را درج کنید و یک درخت AVL بسازید.