



ساختمان های داده و الگوریتم -

مدت آزمون: ۱۴۰ دقیقه

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

پاییز ۱۴۰۰

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

به سوالاتی که "باقیمانده شماره سوال به عدد ۳ برابر با باقیمانده یکان شماره دانشجویی شما به عدد ۳ است" پاسخ دهید.

۸۱۰۱۱۱۱۱۷



$7 \div 3 = 1$  Questions: ۱, ۴, ۷, ...

$7 \div 3 = 2$  Questions: ۲, ۵, ۸, ...

$7 \div 3 = 0$  Questions: ۳, ۶, ۹, ...

توابع زیر را از نظر سرعت رشد مقایسه کنید. (۵ نمره)

1.  $\sqrt{\log n}, \log \log n$

2.  $(\log n)!, n^{\log \log n}$

3.  $\log \log n, \sqrt{n}$

۴) در عبارت محاسباتی  $9 + (8 * (7+6) * 5 + 4 * (3+2))$  عملگر + بر \* اولویت دارد. عبارت پیشوندی آن را بکشید؟ (۵نمره)

۵) در عبارت محاسباتی  $9 + (8 * (7+6) * 5 + 4 * (3+2))$  عملگر + بر \* اولویت دارد. عبارت پسوندی آن را بکشید؟ (۵نمره)

۶) در عبارت محاسباتی  $9 * (8 + (7*6) + 5 * 4 + (3*2))$  عملگر + بر \* اولویت دارد. عبارت پسوندی آن را بکشید؟ (۵نمره)

پیچیدگی زمانی روابط بازگشتی زیر را به روش دلخواه محاسبه کنید. (۱۰ نمره)

7.  $T(n) = 2T(n - 1) + n$

8.  $T(n) = T(\sqrt{n}) + O(\log(\log n))$

9.  $T(n, k) = T\left(\frac{n}{2}, k\right) + T\left(n, \frac{k}{4}\right) + kn$

مرتبه زمانی قطعه کد های زیر را بدست آورید. (۵ نمره)

**10.**

```
for (int i = 0; i < n + 100; ++i) {  
    for (int j = 0; j < i * n ; ++j){  
        sum = sum + j;  
    }  
    for (int k = 0; k < n + n + n; ++k){  
        c[k] = c[k] + sum;  
    }  
}
```

**11.**

```
for (int j = 4; j < n; j=j+2) {  
    val = 0;  
    for (int i = 0; i < j; ++i) {  
        val = val + i * j;  
        for (int k = 0; k < n; ++k){  
            Val++;  
        }  
    }  
}
```

**12.**

```
for (int i = 0; i < n * 1000; ++i) {  
    sum = (sum * sum) / (n * i);  
    for (int j = 0; j < i; ++j) {  
        sum += j * i;  
    }  
}
```

در سوالات زیر، ضمن اشاره به هزینه زمانی، مختصر توضیح دهید. (5 نمره)

**(13)** بدترین هزینه زمانی  $T(n)$  برای insert کردن  $n$  عدد به یک درخت binary search خالی کدام است؟

**(14)** بدترین هزینه زمانی  $T(n)$  برای pop کردن یک مقدار از یک binary heap از سایز  $n$  کدام است؟

**(15)** بدترین هزینه زمانی  $T(n)$  برای insert کردن یک مقدار از یک binary heap خالی کدام است؟

**(16)** اعداد ۱، ۲، ...،  $n$  به ترتیب از راست وارد یک پشته میشوند. در هر زمان می توانیم از پشته یک شماره بیرون آوریم و در پایانه بنویسیم. نشان دهید که میتوان به عنوان خروجی به جایگشت  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$  رسید اگر و تنها اگر هیچ سه  $i, j, k$  پیدا نشود که  $P_j < P_k < P_i, i < j < k$ .  
۱۰ نمره

**(17)** با استفاده از دو صف، دو روش برای پیاده سازی استک ارائه دهید. پیچیدگی زمانی عملیات push و pop را در هر یک از دو روش محاسبه کنید.  
۱۰ نمره

**(18)** الگوریتمی با پیچیدگی زمانی  $O(n \log n)$  ارائه دهید که بزرگترین عدد ساخته شده از اعداد داخل آرایه ای (بطور  $n$ ) شامل اعداد ۰ تا ۹ را خروجی دهد به طوری که هر عدد حداکثر یک بار تکرار شده باشد و بر اعداد ۲، ۳ و ۵ بخش پذیر باشد. (اگر در آرایه عدد ۳، دو بار آمده باشد در عدد خروجی رقم ۳ می تواند دو بار تکرار شده باشد).  
۱۰ نمره

**(19)** فرض کنید در ابتدا هیچ عددی در حافظه نداریم. در جریان ورودی هر بار یک عدد وارد میشود پس از insert آن در حافظه می خواهیم میانه همه اعداد موجود در حافظه شامل عدد insert شده را با کمترین هزینه برگردانیم. الگوریتمی ارائه دهید که این کار را انجام دهد.  
15 نمره

**(20)** درخت دودویی  $A$  دارای  $n$  گره و درخت دودویی  $B$  دارای  $m$  گره است که هیچ عنصر تکراری در آن ها نیست. الگوریتمی از  $O(m + n)$  طراحی کنید که نشان دهد این دو درخت یکسان هستند یا خیر؟ درستی الگوریتم را توضیح دهید.  
15 نمره

**(21)** درختی با  $n$  گره  $v, w$  پایین ترین گرهی است که هر دو این گره ها جز فرزندان یا نوادگان باشند (هر گره جزو نوادگان خودش است) الگوریتمی بهینه برای پیدا کردن جد مشترک دو گره  $v, w$  ارائه دهید و مرتبه زمانی آن را تعیین کنید.  
15 نمره

**(22)** آرایه ای از  $5n$  عدد صحیح از  $1$  تا  $n$  داریم. الگوریتمی با مرتبه زمانی خطی ارائه دهید که به کمک آن بتوان اعداد تکراری را حذف کرد.  
15 نمره

**(23)** لیستی از  $1 - n$  عدد صحیح که هر عدد بین  $1$  تا  $n$  است، داده شده است و هیچ دو عددی برابر نیستند. الگوریتم بهینه ای ارائه دهید که به کمک آن، عددی را که در لیست نیامده بتوان پیدا کرد.  
15 نمره

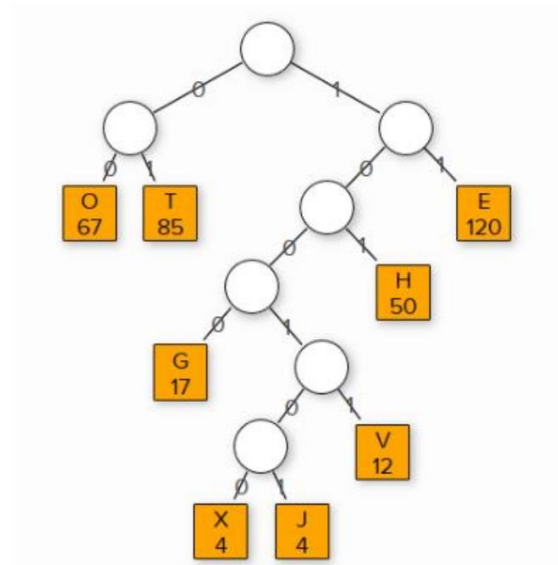
**(24)** دو هرم بیشینه که هر دو دارای  $n$  عنصر هستند، داریم که میخواهیم این دو را با هم ادغام کنیم و یک هرم با کمینه به اندازه  $2n$  ایجاد کنیم. سریعترین الگوریتم برای انجام اینکار دارای چه مرتبه زمانی میباشد و آن را توضیح دهید.  
15 نمره

**(25)** الف) اعداد  $11, 7, 3, 8, 10, 5, 9$  به یک درخت Red-Black اضافه کنید. (از راست با ذکر مراحل)  
ب) عدد  $10$  را حذف کنید. (با ذکر مراحل)  
پ) عدد  $15$  را اضافه کنید. (با ذکر مراحل)  
(۱۵ نمره)

**(26)** الف) اعداد  $12, 5, 1, 10, 11, 8, 3$  به یک درخت Red-Black اضافه کنید. (از راست با ذکر مراحل)  
ب) عدد  $10$  را حذف کنید. (با ذکر مراحل)  
پ) عدد  $15$  را اضافه کنید. (با ذکر مراحل)  
(۱۵ نمره)

**(27)** الف) اعداد  $11, 5, 7, 2, 10, 3, 8$  به یک درخت Red-Black اضافه کنید. (از راست با ذکر مراحل)  
ب) عدد  $10$  را حذف کنید. (با ذکر مراحل)  
پ) عدد  $15$  را اضافه کنید. (با ذکر مراحل)  
(۱۵ نمره)

درخت هافمن زیر را در نظر بگیرید. (5 نمره)



(28) برای نمایش JTE از چه رشته ای باید استفاده کنیم؟

(29) برای نمایش THE از چه رشته ای باید استفاده کنیم؟

(30) برای نمایش HGV از چه رشته ای باید استفاده کنیم؟

(31) با عناصر 1، 2، 3، 4، 5 حداکثر چندتا درخت AVL می‌توان ساخت؟ (ارتفاع درخت تهی 1- فرض می‌شود). (۵نمره)

(32) با عناصر 13، 25، 65، 74، 10 حداکثر چندتا درخت AVL می‌توان ساخت؟ (ارتفاع درخت تهی 1- فرض می‌شود). (۵نمره)

(33) با عناصر -1، 6، 7، 32، -14 حداکثر چندتا درخت AVL می‌توان ساخت؟ (ارتفاع درخت تهی 1- فرض می‌شود). (۵نمره)

(۳۴) آیا درست است که با داشتن پیمایش *inorder* (میان‌ترتیب) یک درخت جستجوی دودویی (*BST*) همواره می‌توان

درخت را منحصر به فرد رسم کرد. (۵ نمره)

(۳۵) آیا درست است که با داشتن پیمایش *preorder* (پیش‌ترتیب) یک درخت جستجوی دودویی (*BST*) همواره

می‌توان درخت را منحصر به فرد رسم کرد. (۵ نمره)

۳۶) آیا درست است که با داشتن پیمایش‌های  $postorder$  (پس ترتیب) و  $preorder$  (پیش‌ترتیب) یک درخت دودویی همواره می‌توان درخت را منحصر به فرد رسم کرد. (۵ نمره)

موفق باشید

\*\* توجه: در صورت کشف هرگونه تقلبی طبق قوانین دانشگاه با افراد برخورد خواهد شد.