



- برای هر الگوریتمی که ارائه می‌دهید باید پیچیدگی زمانی و حافظه آن را نیز محاسبه کنید.
- حل سوال بدون اثبات درستی الگوریتم پذیرفته نیست. اثبات بهینه بودن الگوریتمتان لزومی ندارد اما الگوریتمتان باید بهینه باشد.

پرسش صفرم : یاد آوری (امتیازی)

الف) پیچیدگی زمانی توابع زیر را حساب کنید:

$$T(n) = T(n - \text{radical}(n)) + O(1)$$

$$T(n) = 1/1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 + \dots + 1/n$$

ب) یک لیست پیوندی خراب لیستی است که آخرین node آن به جای null به یکی از node های داخل لیست اشاره کند.

یک لیست پیوندی یک طرفه به شما داده شده است که طول آن نامشخص است و داده های هر node اعداد متمایزی هستند. با بهینه ترین حالت ممکن (حافظه و زمان) تعیین کنید که این لیست خراب است یا خیر.

ج) تعداد درخت های جست و جوی دودویی متفاوت که از n عدد متمایز ساخته شده اند چندتاست؟

د) یک نابجایی در یک آرایه از اعداد به یک زوج مرتب از اعداد آن آرایه می گویند که عددی که زودتر در آرایه آمده بزرگتر از عدد بعدی باشد. روشی برای شمردن تعداد نابجایی های یک آرایه ارائه دهید.

پرسش نخست : یک جدول hash با n خانه داریم که از روش chaining برای رفع برخورد استفاده می شود. n عضو به جدول اضافه می کنیم که احتمال قرار گرفتن هر عضو در خانه های جدول برابر است.

الف) احتمال آن که دقیقاً k کلید در یک خانه قرار بگیرند را محاسبه کنید. (این احتمال را Q_k بنامید).

ب) نشان دهید احتمال آن که بیشترین تعداد برخورد برابر k باشد کمتر یا مساوی nQ_k است.

پ) نشان دهید $Q_k < e^{-k}/k^k$ است. (راهنمایی: از فرمول استرلینگ استفاده کنید).

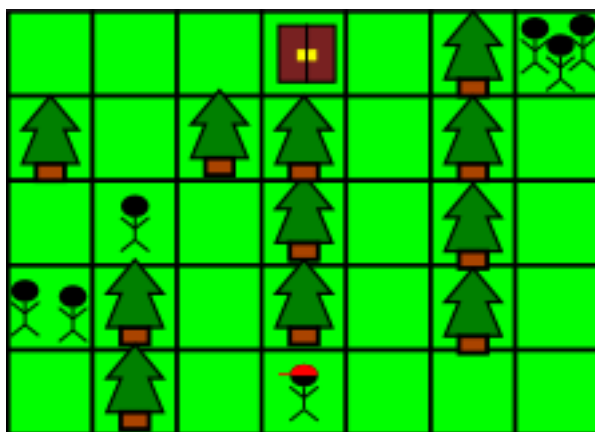
پرسش دوم : یک جدول $2^n * 2^n$ داریم که می دانیم تنها n خانه همبند آن سیاه و بقیه سفید هستند. در هر مرحله می توانیم یک زیر جدول $2^m * 2^m$ از این جدول را انتخاب کرده و بپرسیم که آیا در این زیر جدول خانه سیاهی وجود دارد یا خیر. با سریعترین روش ممکن تمام خانه های سیاه جدول را پیدا کنید. (دو خانه به هم متصلند اگر و فقط اگر یال مشترک داشته باشند)

پرسش سوم : یک درخت داریم که روی هر یالش یک عدد ۳۲ بیتی نوشته شده است. فاصله دو راس از هم برابر با xor^1 یالهای مسیر بین دو راس است. می‌خواهیم فاصله n جفت راس دلخواه را از هم پیدا کنیم. این کار را به بهترین روشی که می‌توانید انجام دهید. (امتیازی : اگر بخواهیم برای هر راس نزدیکترین راس به آن را پیدا کنیم چطور؟)

پرسش چهارم : یال ها و راس های برشی در یک گراف را با بهترین روش پیدا کنید.

پرسش پنجم : یک گراف با n راس و حداکثر $3n$ یال در نظر بگیرید. در ابتدای کار روی هر راس عدد صفر نوشته شده است. آرایه A را نیز که شامل n عدد است در نظر بگیرید. با فشار دادن کلید روی هر راس عدد آن راس و راس های همسایه اش یکی بالا می رود. هدف این است که تعدادی راس انتخاب کنیم و هر کدام را دقیقا یک بار فشار دهیم و در پایان برای هیچ آئی عدد A_i و عدد روی راس A_i برابر نباشد. این کار را به بهترین روش انجام دهید.

پرسش ششم : معین پس از سانحه سقوط هواپیما در جزیره ای گرفتار شده است. او می‌داند که در این جزیره دقیقا یک راه فرار وجود دارد و از مکان آن نیز مطلع است. ولی مشکل او این است که قسمت هایی از این جزیره جنگل هایی خطرناک وجود دارد که گذر از آن ها غیر ممکن است. مشکل بزرگتر این است که تعدادی زامبی نیز در این جزیره وجود دارند که به دنبال او هستند. سرعت حرکت معین و زامبی ها برابر است و اگر بخواهند می توانند حرکت نکنند. از آنجاییکه معین علاقه ای به ملاقات زامبی ها ندارد می خواهد در مسیر فرارش به کمترین تعداد زامبی برخورد کند. شما جزیره را به صورت یک جدول $m \times n$ در نظر بگیرید که هر خانه آن یا خالی است یا جنگل و دقیقا یک خانه راه فرار است. با دانستن نقشه جزیره و مکان ابتدایی زامبی ها و معین باید سریعا به معین بگویید بهترین راه (راه با کمترین تعداد زامبی) برای فرار از جزیره کدام راه است. (مثلا در مثال زیر معین در هر صورتی که حرکت کند به حداقل سه زامبی برخورد می کند. معین آدمکی است که کلاه دارد)



پرسش هفتم : با دانستن اطلاعات یک گراف با بهترین روش یک دور اویلری در این گراف را مشخص کنید.

$$a \text{ xor } b = (\sim a \text{ or } \sim b) \text{ and } (a \text{ or } b)^1$$

eulerian circuit ²

پرسش هشتم : دانشجویان کامپیوتر همیشه بعد از کلاس ساختمان داده با هم این بازی را انجام می دهند. ابتدا در یک صف به ترتیب قد قرار می گیرند (هیچ دو نفری قد یکسان ندارند). سپس در هر مرحله از بازی هر کسی با احتمالی خاص کوتاهترین فرد را از بازی حذف می کند (اما هیچ کس خودش را حذف نمی کند). شما باید با دانستن مقدار احتمال برای دانشجویان بگویید که پس از حداکثر k مرحله چه زیر مجموعه ای از دانشجویانی که در ابتدا شروع به بازی کردند ممکن است باقی بماند. (دقت کنید که احتمال دونفر متفاوت لزوما متفاوت و یا یکسان نیست و این احتمال می تواند هر مقداری میان بازه بسته صفر و یک باشد)

سعی کنید بیشتر بدانید : درخت بازه ای^۳

تلاش کردید ؟

امتیازی : یک درخت n راسی داریم که از یک راس ریشه دار^۴ شده است. روی هر راس آن یک مخزن آب وجود دارد که در ابتدا خالی اند. شما باید m عملیات از انواع زیر را در سریعترین زمان ممکن انجام دهید .

الف (مخزن راس v را پر از آب کنید که در این صورت مخازن تمام نوادگان آن راس پر از آب می شود.

ب (مخزن راس v را خالی کنید که در این صورت مخازن تمام اجداد آن راس خالی می شوند.

پ (بگویید که آیا مخزن راس v پر است یا خیر.

نحوه‌ی تحویل:

لطفاً تمرین را به صورت اسکن شده در یک فایل فشرده با نام HW5[SID].zip در سایت درس آپلود کنید. SID پنج رقم آخر شماره‌ی دانشجویی شما است. یعنی اگر شماره دانشجوییتان ۸۱۰۱۹۲۰۰۰ است، نام فایلتان باید HW592000.zip باشد.

نکات پایانی:

- ✓ به ازای هر روز تاخیر ۱۰ درصد از نمره‌ی تمرین را از دست خواهید داد. همچنین بیشترین میزان تأخیر مجاز ۵ روز است.
- ✓ در صورت مشاهده‌ی هرگونه تشابه نمره‌ی هر دو طرف ۱۰۰- منظور می‌گردد و در بار دوم نمره‌ی صفر برای درس منظور می‌گردد.
- ✓ در صورت وجود هر گونه سوال می‌توانید به فروم درس مراجعه کنید. همچنین میتوانید سوالات خود را به ایمیل stogoon@gmail.com ارسال کنید.