



به نام خداوند بخشنده مهربان



ساختمان داده - تمرین شماره دو
Alishahidi1997@gmail.com
تاریخ تحویل ۱۸ اسفند ۹۷

۱. [30]

الف) عبارتی متوازن است که قواعد پرانتزگذاری در آن رعایت شده باشد. الگوریتمی برای تشخیص توازن عبارت با استفاده از پشته ارایه دهید.

متوازن $((a)) ((())) ((()))$:
نامتوازن $a() a()$

ب) ساختمان داده ای از ترکیب پشته ها طراحی کنید (عملیات push و pop را با $O(1)$ انجام دهد) و برای داده های موجود پس از هر عملیات push یا pop ، مقدار ماکزیمم داده های موجود را بتوان با $O(1)$ برگشت داد (راهنمایی: از دو پشته استفاده کنید).

ج) عبارت زیر را به کمک پشته پردازش کنید و مقدار نهایی آن ها را بدست آورید. (در هر مرحله محتوای پشته را رسم کنید).

Pre-order: +/*2 8 4 9+5 7

۲. [15] آرایه $A[1,...,n]$ را در صورتی یک نما (unimodal) گویند که به ازای $m \in [1,...,n]$:

- $A[i] < A[i+1] \quad 1 \leq i < m$
- $A[i] > A[i+1] \quad m \leq i < n$

همانطور که مشخص است، $A[m]$ عضو ماکزیمم و تنها ماکزیمم نسبی در آرایه است. الگوریتمی آرایه دهید که با هزینه $O(\lg n)$ عنصر ماکزیمم آرایه یک نما را پیدا کند.

۳. [15] فرض کنید $X[1...n]$ و $Y[1...n]$ دو آرایه مرتب از اعداد باشند. الگوریتمی با هزینه $O(\lg n)$ آرایه دهید تا عضو میانه در این $2n$ عدد را بیابیم.

۴. [25] فرض کنید یک لیست پیوندی دوطرفه از اعداد صحیح متمایز داریم.

الف) الگوریتمی ارائه دهید که با هزینه $O(n \lg n)$ دو عدد از لیست را پیدا کند که مجموع آن دو عدد دلخواه k است.

ب) آیا با لیست یکطرفه هم میتوان در $O(n \lg n)$ دو عدد را پیدا کرد؟

۵. [15] اعداد $1, 2, 3, \dots, n$ پشت سر هم داده می شوند و ما هر عدد را که دریافت میکنیم در پشتی ای که در اختیار داریم قرار میدهیم. در هر زمان می توانیم از پشتی یک شماره بیرون آوریم و در پایانه بنویسیم. نشان دهید که میتوان به عنوان خروجی به جایگشت $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ رسید اگر و تنها اگر هیچ سه i, j, k پیدا نشوند که $k > j > i$ و $P_i > P_k > P_j$

۶. [20] (امتیازی) یک رشته از پرانتزهای باز و بسته به عنوان ورودی داده شده است. با هزینه $O(n)$ شبه کدی بنویسید که بلندترین زیررشته ای که پرانتز گذاری ها در آن متوازن هستند را بیابد.

مثال: $((()()))$: ۸ تا
 $((()))$: ۴ تا

شاد باشید.