



کوییز شماره پنج گراف



دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

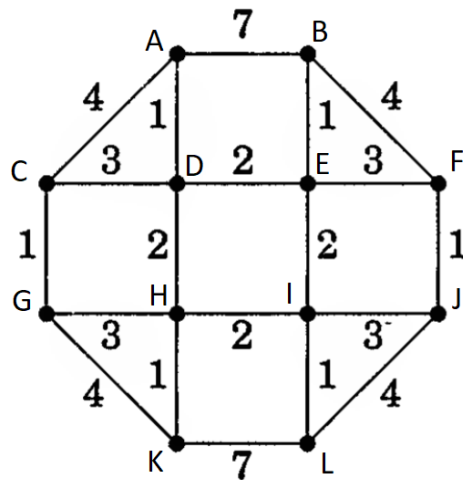
ساختمان های داده و الگوریتم -
پاییز ۱۴۰۰

استاد: دکتر هشام فیلی

زمان: ۶۰ دقیقه

۱) گراف زیر را در نظر بگیرید. طبق جدول زیر راس متناظر با باقیمانده جمع دو رقم سمت راست شماره دانشجویی خود بر ۵ را تعیین کرده و با شروع از آن دو الگوریتم dfs و bfs را اجرا کنید. پیمایش طبق الگوریتم bfs تا عمق ۳ کافی است. لطفا مراحل اجرای الگوریتم را روی گراف مشخص کنید و در انتها فاصله هر راس از مبدا را نشان دهید. ترتیب فرزندان یک گره به ترتیب حروف الفبا باشد. (۱۰ نمره)

باقیمانده جمع دو رقم سمت راست شماره دانشجویی بر ۵	راس شروع متناظر
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E



۲) یک گراف n راسی با رئوس ۱ تا n در نظر بگیرید. برای نشان دادن این گراف راه های زیادی وجود دارد. یکی از این راه ها ساختن یک آرایه p_1, p_2, \dots, p_n است که parent, p_i راس i ام را مشخص میکند. parent ریشه هم خودش است. بدین ترتیب یک آرایه میتواند آرایه نشانگر یک درخت باشد اگر

- دقیقا یک اندیس r وجود داشته باشد که $p_r = r$ و آن راس ریشه درخت است.

- برای هر یک از $n-۱$ راس دیگر، یالی از راس i به p_i وجود داشته باشد.

یک دنباله معتبر است اگر طبق تعریف فوق یک درخت ریشه دار تولید کند. برای مثال به ازای $n=۳$ ، دنباله های

$$(2,3,1) - (1,2,2) - (2,1,3)$$

معتبر نیستند. یک دنباله a_1, a_2, \dots, a_n به شما داده شده است که لزوما معتبر نیست. با اعمال

کمترین تغییرات دنباله را به یک دنباله معتبر تبدیل کنید. (۳۰ نمره)

۳) درختی با v راس و e یال در اختیار داریم. روی هر یک از رئوس عددی طبیعی نوشته شده است. آرایه ای به طول k از زوج مرتب ها مانند (a, b) به عنوان ورودی داده میشود به طوری که a و b اعداد طبیعی هستند. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(v+e+k)$ ارائه دهید که تعیین کند به ازای هر یک از زوج مرتب های (a, b) آیا مسیری از ریشه تا یک برگ درخت داده شده وجود دارد به طوری که a و b روی مسیر آن باشند یا خیر. (۳۰ نمره)

۴) صحیح و غلط بودن گزاره های زیر را مشخص کنید. برای گزاره های غلط مثال نقض و صحت بقیه گزاره ها را ثابت کنید. (۳۰ نمره – هر بخش ۱۰ نمره)

الف) بررسی وجود دور در گراف در حالت بهینه از $O(v)$ است.

ب) در یک گراف وزن دار اگر وزن تمام یالها یکتا و مستقل از دیگری باشد، کوتاه ترین مسیر بین دو راس نیز یکتا است.

ج) اگر یک گراف جهت دار دور نداشته باشد، در پیمایش DFS آن هرگز یال back edge دیده نمیشود.