



1. Balance Factor را برای یک گره از یک درخت دودویی به صورت قدرمطلق اختلاف ارتفاع زیر درخت سمت چپ و زیر درخت سمت راست آن گره تعریف میکنند.
در یک درخت AVL مقدار Balance Factor برای تمامی گره ها حداکثر برابر یک است.
فرض کنید F_h حداقل تعداد گره های مورد نیاز برای ساخت درخت AVL به ارتفاع h باشد. نشان دهید که F_h از رابطه ی فیبوناچی پیروی میکند و سپس نتیجه بگیرید که h_{AVL} حداکثر برابر با لگاریتم n در پایه ی z است که n تعداد رئوس درخت و z نسبت طلایی دنباله ی فیبوناچی است.
2. نشان دهید که بلندترین مسیر ساده ی ممکن از یک گره ی x در یک Red Black Tree تا یک برگ نوه ی x حداکثر برابر است با دوبرابر کوتاهترین مسیر ساده از گره ی x تا یک برگ نوه ی x .
3. در یک درخت خالی به ترتیب اعداد 8,19,31,12,38,41 را درج کنید و یک Red Black Tree بسازید.
4. T_1 و T_2 دو درخت Red Black هستند که به ترتیب n و m عنصر دارند. با شرایط زیر الگوریتم هایی ارائه دهید که مشخص کند آیا عناصر T_1 زیرمجموعه ی عناصر T_2 هستند یا خیر.
 - a. زمان $O(n \log m)$ باشد و حافظه از $O(1)$.
 - b. زمان $O(n+m)$ باشد و حافظه $O(n+m)$.
 - c. زمان $O(n+m)$ باشد و حافظه $O(\log n + \log m)$.
5. حداقل و حداکثر تعداد node های داخلی یک درخت red black در حالتی که black height برابر k باشد را بدست آورید.

نکات پایانی:

- ✓ به ازای هر روز تاخیر 10 درصد از نمره ی تمرین را از دست خواهید داد.
- ✓ در صورت مشاهده ی هرگونه تشابه هر دو طرف -100 منظور می گردد و در بار دوم نمره ی صفر برای درس منظور می گردد
- ✓ در صورت وجود هرگونه سوال می توانید به فروم درس مراجعه کنید