

تمرین شماره 5

Graph



ساختمان های داده و الگوریتم - پاییز 1400

مهلت تحویل:

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

طراح تمرین : **علیرضا آقایی**

1400/10/4, ساعت: 23:59

استاد: دکتر هشام فیلی

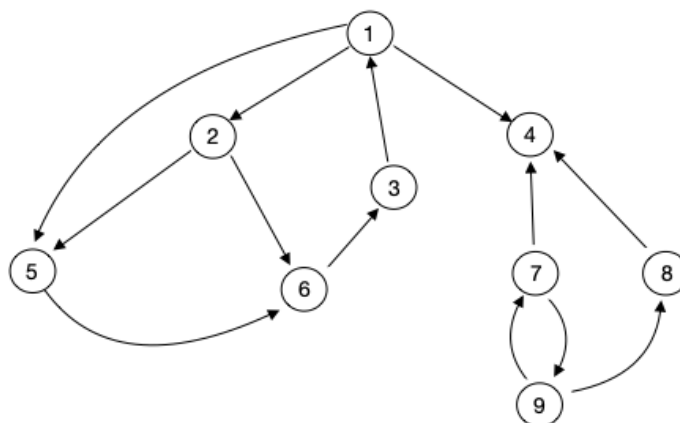
### سوال ۱ ( ۱۵ نمره)

در گراف زیر الگوریتم های dfs و bfs را اجرا کنید (از هر راسی به عنوان راس شروع می توانید استفاده کنید و پیمایش

شما باید روی همه راس ها صدا زده شود). همچنین به ازای هر راس زمان های ورود و خروج ( starting time و

finishing time) و به ازای یال های بیرون از درخت پیمایش، مشخص کنید از چه نوعی هستند. ( cross-edge یا

back-edge)



## سوال ۲ ( ۱۵ نمره)

یک گراف  $n$  راسی و  $m$  یالی و دو راس  $s$  و  $d$  به عنوان مبدا و مقصد ورودی داده می شود. الگوریتمی با کمک پیمایش عمق اول (dfs) طراحی کنید که همه مسیر های بین  $s$  و  $d$  را خروجی دهد. مرتبه زمانی الگوریتم خود را تحلیل کنید و شبه کد الگوریتم خود را بنویسید.

## سوال ۳ ( ۱۵ نمره)

شهر ما  $n$  منطقه دارد و در کل  $n - 1$  جاده‌ی دو طرفه بین مناطق وجود دارد به طوری که هر منطقه به منطقه‌ی دیگر یک مسیر دارد. هر جاده می‌تواند سالم و یا نیازمند به تعمیر باشد. قرار است در این شهر یک انتخابات برگزار شود و هر منطقه یک نماینده در این انتخابات دارد. نماینده‌ی منطقه‌ی  $i$  در صورت انتخاب شدن در انتخابات باید تمام جاده‌های نیازمند به تعمیر در مسیر بین منطقه‌ی  $i$  تا منطقه‌ی ۱ را تعمیر کند. از آن جایی که شهردار به انتخابات عادلانه اعتقاد دارد، از شما خواسته است تا الگوریتمی با مرتبه زمانی  $O(n + m)$  طراحی کنید تا گروهی با کمترین تعداد از نمایندگان را پیدا کند که در صورت انتخاب شدن، تمام جاده‌های نیازمند به تعمیر شهر، تعمیر شوند.

سوال ۴ ( ۱۵ نمره)

گراف ساده (غیر جهت دار) و همبند  $G$  به شما داده شده است. الگوریتمی با مرتبه زمانی  $O(n + m)$  طراحی کنید که در صورت امکان یال‌های این گراف را طوری جهت دهی کند که هیچ مسیر جهت داری با طول ۲ یا بیشتر در گراف جهت دار به دست آمده نباشد.

سوال ۵ ( ۲۰ نمره)

راس برشی در یک گراف به راسی گفته می‌شود که با حذف آن راس و یال‌های مربوط به آن از گراف، مولفه‌های همبندی گراف افزایش یابد.

گراف ساده  $G$  به شما داده شده است. الگوریتمی با مرتبه زمانی  $O(n + m)$  طراحی کنید که رئوس برشی گراف را به دست آورد. شبه کد الگوریتم خود را بنویسید.

سوال ۶ ( ۲۰ نمره)

شهر ما  $n$  منطقه دارد که بین آن‌ها  $m$  جاده‌ی یک طرفه وجود دارد. شهردار شهر قصد دارد با ایجاد تعدادی کلانتری امنیت این مناطق را تامین کند (کلانتری‌ها فقط می‌توانند در خود مناطق تاسیس شوند). یک کلانتری در منطقه‌ی  $i$

می‌توان امنیت منطقه‌ی  $z$  را تامین کند اگر یا  $z=i$  باشد و یا مسیری از منطقه‌ی  $i$  به  $z$  و برعکس وجود داشته باشد (ماشین پلیس باید بتواند از کلانتری منطقه‌ی  $i$  به منطقه‌ی  $z$  برود و دوباره به منطقه‌ی  $i$  برگردد). از طرفی هزینه‌ی ساخت کلانتری در یک منطقه هزینه دارد که این هزینه هم به ازای هر منطقه مشخص است. (ورودی داده شده است)

از آن جایی که مسائل مالی برای شهردار بسیار با اهمیت است، او از شما به عنوان امید این شهر تقاضا دارد که کمترین هزینه‌ی ممکن برای ساخت تعدادی کلانتری در شهر را بیابید به طوری که امنیت تمام مناطق تامین شود. همچنین شهردار بدون هیچ دلیل خاصی از شما تعداد روش‌های انجام این کار را نیز می‌خواهد. همچنین مرتبه زمانی الگوریتم خود را محاسبه کنید.

**راهنمایی:** یکی از الگوریتم‌های پیدا کردن مؤلفه‌های قویا همبند (SCC) در یک گراف جهت دار را مطالعه کنید.

## نکات تکمیلی

- تصویر برگه پاسخ های خود را تا زمان معین شده در سایت آپلود نمایید.
- هدف این تمرین یادگیری شماست. لطفا تمرین را خودتان انجام دهید. در صورت کشف تقلب مطابق با قوانین درس با آن برخورد خواهد شد.

شاد باشید.