



۱. مرتبه ی زمانی T را در هریک از روابط زیر محاسبه کنید.

a) $T(n) = 4T\left(\frac{n}{2} + 4\right) + n \log n$

b) $T(n) = 7T\left(\frac{n}{5}\right) + n!$

c) $T(n) = T\left(\frac{n}{8}\right) + T\left(\frac{7n}{8}\right) + n$

d) $T(n) = \sqrt{n} T(\sqrt{n}) + n$

e) $T(n) = \log n T(\log n) + n$

f) $T(n) = T(n-1) + \log n$

g) $T(n) = c + \sum_{k=1}^{n-1} T(k)$

h) $T(n) = (n-1) + \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{n-1} T(k)$

۲. در مورد رابطه ی روبرو به سوالات پاسخ دهید

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n \log n$$

(a) بیان کنید چرا نمیتوان برای محاسبه ی پیچیدگی T از قضیه ی اصلی استفاده کرد.

(b) از روش تکرار و جایگزینی مرتبه ی T را محاسبه کنید.

۳. گزاره های زیر را ثابت کنید.

a) $\sqrt{n}^* = \Theta(\log \log n)$

b) $(\log n)! = \Theta(a^{\log(n) \log(\log n)})$

۴. مرتبه های زیر را مرتب کنید (با استدلال کوتاه)

$$\log^* n, \log^*(\log n), n^3, \sqrt{n}^*, n^e, e^n, n!, (\log n)!, \log n!, n \log n, \log n, \log \log n, n^n, \pi^2$$
$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} e^k a^{n-k}, \sum_{k=0}^n \frac{n^k}{k!}, \sum_{k=0}^n \frac{1}{k^2}, \int_{x=0}^{x=n} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$$

۵. قطعه کدی از مرتبه $\theta(n)$ بنویسید که ضریب x را چندجمله‌ای زیر محاسبه کند. (راهنمایی: از رابطه‌ی ویت کمک بگیرید)

$$p(x) = (x - r_1)(x - r_2) \dots (x - r_n)$$

۶. مرتبه‌ی زمانی قطعه کدهای زیر را مشخص کنید.

a)

```
int sum=0;
for(int i=0; i<n; i++)
    for(int j=0; (1<<j)<i; j++)
        sum++;
```

b)

```
int i=n;
while(i>1)
{
    i/=3;
    int j=i;
    while(j>1)
        j/=3;
}
```

c)

```
//arr=Array of integers with size n
stack<int>s;
for(int i=0; i<n; i++)
{
    if(s.empty() || s.top()<=arr[i])
        s.push(arr[i]);
    else
        while(s.top()>arr[i])
            s.pop();
}
```

d)

```
// V = Set of vertexes
// Adjs[i] = Vector of adjacents of vertex i
queue<int> q;
q.push(0);
while(!q.empty())
{
    int v=q.front();
    q.pop();
    for(int i=0; i<adjs[v].size(); i++)
        q.push(adjs[v][i]);
}
```

نحوه‌ی تحویل:

لطفاً تمرین را به صورت اسکن شده در یک فایل فشرده با نام HW1[SID].zip در سایت درس آپلود کنید. SID پنج رقم آخر شماره‌ی دانشجویی شما است. یعنی اگر شماره دانشجوییتان ۸۱۰۱۹۲۰۰۰ است، نام فایلتان باید HW192000.zip باشد.

نکات پایانی:

- ✓ به ازای هر روز تاخیر ۱۰ درصد از نمره‌ی تمرین را از دست خواهید داد. همچنین بیشترین میزان تأخیر مجاز ۵ روز است.
- ✓ در صورت مشاهده‌ی هرگونه تشابه نمره‌ی هر دو طرف ۱۰۰- منظور می‌گردد و در بار دوم نمره‌ی صفر برای درس منظور می‌گردد.
- ✓ در صورت وجود هرگونه سوال می‌توانید به فروم درس مراجعه کنید.