



به نام خداوند بخشنده مهربان

تمرین شماره یکم
طراح: ایمان نامداری

مهلت آپلود: ۱۳ اسفند ۱۳۹۶

۱. فرض کنید $A[1..n]$ آرایه‌ای از n عدد مجزا باشد. اگر $i < j$ و $A[i] > A[j]$ باشد، زوج (i, j) وارونگی A نامیده می‌شود. به عنوان مثال وارونگی‌های آرایه‌ی $[2, 1, 4, 3]$ ، زوج $(1, 2)$ و $(3, 4)$ می‌باشند. الگوریتمی ارائه دهید که تعداد وارونگی‌های آرایه A را در بدترین مرتبه زمانی $\theta(n \lg n)$ بیابد.

۲. از لحاظ رشد تابع $lg(lg^*n)$ بزرگتر است یا $lg^*(lg n)$ ؟

۳. می‌گوییم تابع $f(n)$ محدود به چندجمله‌ای است اگر چندجمله‌ای وجود داشته باشد که رشد آن از $f(n)$ بیشتر باشد. آیا تابع $[lg n]!$ محدود به چندجمله‌ای است؟ $[lg(lg n)]!$ چگونه؟

۴. رفتار مجانبی T را برای روابط زیر بدست آورید. (هدف برآورد θ است.)

ا $T(n) = 6T(\frac{n}{3}) + n \log(n)$

ب $T(n) = T(\frac{n}{5}) + T(\frac{4n}{5}) + n$

ج $T(n) = \sqrt{n}T(\sqrt{n}) + n$

د $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + n \log(n)$

ه $T(n) = 2T(\sqrt{n}) + 2n$

و $T(n) = T(\frac{n}{2}) + T(\sqrt{n}) + n$

ز $T(n) = T(\frac{n}{2}) + \sqrt{n}$

ح $T(n) = T(\frac{n}{2}) + T(\frac{n}{\log(n)}) + n$

۵. دو تابع $f(n)$ و $g(n)$ را چنان بیابید که هر دو صعودی باشند و

$$f(n) \neq O(g(n))$$

$$g(n) \neq O(f(n))$$