



به نام خداوند بخشنده مهربان

تمرین شماره یک

نهاد میرزایی

۲۲ مهر ۱۳۹۶

۱. مرتبه‌ی زمانی کدهای زیر را مشخص کنید. برای مسائل بازگشتی ابتدا رابطه‌ی بازگشتی آن‌ها را به دست آورید و سپس رابطه‌ی بازگشتی را حل کنید.

a )

```
int sum=0;
for (int i=0 ; i<n ; i++)
    for (int j=0 ; (1<<j) < i ; j++)
        sum ++;
```

b )

```
for (int i = 1; i <= n; i++)
    for (int j = 1; j < i; j = j * 2);
```

c )

```
int i=n;
while(i>1){
    i/=3;
    int j = i;
    while(j>1)
        j/=3;
}
```

d )

```
//arr: Array of Integers with size of n
stack<int> s;
for (int i=0 ; i<n ; i++){
    if(s.empty() || s.top()<=arr[i])
        s.push(arr[i]);
    else
        while(s.top() > arr[i])
            s.pop();
}
```

e )

```
//adj[i]: Vector of adjacents of vertex i
queue<int> q;
q.push(0);
while(!q.empty()){
    int v = q.front();
    q.pop();
    for(int i=0 ; i<adj[v].size() ; i++)
        q.push(adj[v][i]);
}
```

۲. پیچیدگی توابع زیر را به دست آورید. می‌توانید از هر روشی (قضیه‌ی اصلی، جایگذاری، رسم درخت، تغییر متغیر و ...) استفاده کنید.

a )  $T(n) = T(n-1) + n$

b )  $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n$

c )  $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + n^2$

d )  $T(n) = T(\frac{3n}{7}) + T(\frac{4n}{7}) + n$

e )  $T(n) = \sqrt{n}T(\sqrt{n}) + n$

f )  $T(n) = \log n T(\log n) + n$

۳. توابع زیر را از نظر سرعت رشد با یکدیگر مقایسه کنید.

a )  $\sqrt{\log n}, \log \log n$

b )  $(\log n)!, n^{\log \log n}$

c )  $\log \log n, \sqrt{n}$

d )  $\log n!, n^2$

e )  $\log *n, \log \log n$

f )  $n!, n^n$

g )  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{n^k}{k!}, 2^n$

۴. در مورد رابطه‌ی روبه‌رو به سوالات زیر پاسخ دهید.

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n \log n$$

آ ) چرا نمی‌توان برای محاسبه‌ی پیچیدگی  $T$  از قضیه‌ی اصلی استفاده کرد؟

ب ) به کمک روش تکرار و جایگزینی مرتبه‌ی  $T$  را به دست آورید.

۵. قطعه کدی از مرتبه‌ی  $\theta(n)$  بنویسید که ضریب  $x$  را در چندجمله‌ای زیر محاسبه کند.

\* راهنمایی: از رابطه‌ی ویت کمک بگیرید.

$$p(x) = (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$$

۶. ثابت کنید که رفتار مجانبی تابع زیر از  $O(n \log n)$  می‌باشد.

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T(\sqrt{n}) + n \quad T(1) = 1, \quad T(2) = 2$$