



تمرین شماره ۴
مرتب‌سازی و درهم‌سازی



ساختمان داده و الگوریتم - پاییز ۱۴۰۰

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

طراح تمرین : [پارسا کوت‌نری](#)

مهلت تحویل:

۱۴۰۰/۹/۲۰

استاد: دکتر هشام فیلی

سوال اول (۸ نمره):

یک جدول درهم‌سازی به طول $m = 12$ داریم که ابتدا خانه‌های آن خالی هستند. با استفاده از روش کاوش مرتبه دو در کنترل تصادم اعداد ۱۴، ۳، ۲۳، ۱۰، ۴۱ به ترتیب از راست به چپ در جدول وارد کنید. k متغیری است که می‌خواهیم در جدول درج کنیم و متغیری است که برای حل تصادم استفاده می‌شود. (از صفر شروع می‌شود و با وقوع هر تصادم یک واحد افزایش می‌یابد)

$$h(k, i) = (h'(k) + 2i + 2i^2) \bmod m$$

$$h'(k) = k$$

سوال دوم (۱۱ نمره):

الگوریتمی با هزینه $O(n \log n)$ طراحی کنید که آرایه S با عناصر مثبت و عدد x را بگیرد و تعیین کند دو عددی که مجموعشان x می‌شود در مجموعه پیدا می‌شود یا خیر. حال الگوریتمی با هزینه $O(n)$ بیابید.

سوال سوم (۱۵ نمره):

آرایه‌ای با اندازه n به ما داده شده است. الگوریتمی با هزینه زمانی $O(n)$ ارائه دهید که زیر آرایه‌ای پیدا کند که مجموع اعضای آن برابر k باشد. (زیر آرایه به معنی تمام عناصری است که اندیس آنها بین i, j است به طوری که $0 \leq i < j < n$)

سوال چهارم (۸ نمره):

آرایه $[2, 1, 3, 6, 5, 1, 5, 4, 2, 6, 2]$ را به روش *counting sort* مرتب کنید و مراحل آن را به صورت خلاصه بنویسید.

سوال پنجم (۱۳ نمره):

روشی برای تبدیل یک الگوریتم مرتب‌سازی ناپایدار به یک الگوریتم مرتب‌سازی پایدار ارائه دهید.

سوال ششم (۲۰ نمره):

فرض کنید یک سالن همایش و n همایش برای برگزاری در اختیار داریم اما به علت تداخل برخی از همایش‌ها نمیتوانیم همه آنها را برگزار کنیم. به ازای هر همایش زوج مرتب (a, b) را به عنوان زمان شروع و پایان هر همایش در اختیار داریم. هدف انتخاب تعدادی از این همایش‌هاست به طوری که هیچ دو همایشی از لحاظ زمانی باهم تداخل نداشته باشند و بیشترین تعداد همایش‌ها را برای برگزاری انتخاب کردی باشیم. الگوریتمی ارائه دهید تا در زمان $O(n \log n)$ بتواند این مسئله را حل کند.

توجه کنید که لازم به اثبات ریاضی الگوریتم خود نیست و صرفاً لازم است درست باشد. (اگرچه برای اطمینان از درستی فکر کردن به اثبات نیز مفید است)

سوال هفتم (۲۵ نمره):

آرایه‌ای به طول n از اعداد صحیح مثبت و منفی داده شده است. همچنین بازه $[r, l]$ به عنوان ورودی داده شده است.

از شما خواسته شده الگوریتمی با هزینه زمانی $O(n \log n)$ ارائه دهید که تعداد زوج‌های مرتب i, j با شرایط

$i < j, A[j] - A[i] \in [r, l]$ را بیابد. شبه کد الگوریتم خود را بنویسید.