



تمرین شماره ۵

ساختمان داده - بهار ۱۳۹۹

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

مسئول تمرین : امین اسدی

aminasadi329@gmail.com

مهلت تحویل: ۱۳۹۹/۴/۲

ساعت ۸ صبح

استاد : فتحیه فقیه

۱. یک hash table به طول $m = 11$ داریم که در ابتدا همه‌ی خانه‌های آن خالی است. با استفاده از هر کدام از روش‌های کنترل تصادم (collision handling) زیر، hash table حاصل پس وارد کردن اعداد 10, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 88, 59 به ترتیب از چپ به راست را مشخص کنید :

الف) کاوش مرتبه دو (quadratic probing) با $h'(k) = k$ و $h(k, i) = h'(k) + i + 3i^2$

ب) درهم سازی دوگانه (double hashing) با $h_1(k) = k$, $h_2(k) = 1 + (k \bmod (m - 1))$

۲.

الف) آرایه‌ی $[6, 0, 2, 0, 1, 3, 4, 6, 1, 3, 2]$ را با استفاده از روش counting-sort مرتب کنید و مراحل را ذکر کنید.

ب) با توجه به پاسخ خود در قسمت، آیا روش counting-sort یک الگوریتم پایدار است یا خیر؟

۳. دو آرایه با طول n را در نظر بگیرید که اعداد موجود و تعداد هرکدام از آن اعداد در این دو آرایه یکسان است. الگوریتمی با پیچیدگی $O(n \log n)$ برای به دست آوردن کمترین تعداد جابجایی‌ها در یکی از این آرایه‌ها برای یکسان کردن این دو آرایه ارائه دهید. برای مثال اگر دو آرایه $A = [1, 2, 3, 4]$ و $B = [4, 3, 2, 1]$ باشند آنگاه با دو جابجایی (جابجایی عضو اول با عضو چهارم و جابجایی عضو دوم با عضو سوم) از آرایه B، دو آرایه A و B یکسان خواهند شد.

۴. آرایه‌ای از اعداد به طول n در اختیار داریم که برای هر کدام از اعداد آرایه مانند a داریم: $0 \leq a \leq n^3 - 1$. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی خطی برای مرتب کردن این آرایه ارائه دهید.

۵. یک درخت با V گره و E یال که هر کدام از گره‌های آن یک عدد طبیعی است در اختیار داریم. آرایه‌ای به طول k از زوج مرتب‌ها مانند (a, b) به عنوان ورودی داده می‌شوند به طوریکه a و b اعداد طبیعی هستند. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(V + E + k)$ ارائه دهید که تعیین کند به ازای هر کدام از زوج مرتب‌های مانند (a, b) ، آیا مسیری از ریشه تا برگ درخت داده شده وجود دارد به طوری که a و b روی آن مسیر باشند یا خیر.

۶. (امتیازی) یک درخت جهت دار با V رأس و $V-1$ یال در اختیار داریم. می‌خواهیم با تعویض جهت برخی از یال‌های گراف، یک رأس ریشه در درخت ایجاد کنیم. (رأس ریشه رأسی است که از آن مسیری به همه‌ی رأس‌های دیگر درخت وجود دارد.) الگوریتمی با پیچیدگی $O(V + E)$ ارائه دهید که رأسی از درخت را پیدا کند که نیازمند کمترین تعداد یال‌ها برای تعویض جهت است تا به ریشه تبدیل شود.

نکات تکمیلی

- هدف این تمرین یادگیری شماسست. لطفاً تمرین را خودتان انجام دهید. در صورت کشف تقلب مطابق قوانین درس با آن برخورد خواهد شد.