



ساختمان داده و الگوریتم – تمرین شماره ۴
زمان تحویل: ۲۰ آذرماه
طراح: بیتا آذری جو (bitaazarijoo@gmail.com)

۱. مجموعه S شامل n عدد حقیقی $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ است، الگوریتمی در زمان $O(n \log n)$ طراحی کنید که نشان عدد آیا دو عدد در این مجموعه وجود دارد که مجموعشان عدد مشخص X شود.

۲. در یک آرایه به طول n عددی وجود دارد که بیش از $\frac{n}{2}$ بار در آرایه تکرار شده است، الگوریتمی ارائه دهید که با مرتبه $O(n)$ این عدد را پیدا کند و مرتبه $O(1)$ حافظه ی اضافی هم $O(1)$ باشد.

۳. فرض کنید n عدد صحیح داریم که تعداد تکرار آن ها بسیار زیاد است به طوری که حداکثر $O(\log n)$ متفاوت در میان این اعداد وجود دارد. با توجه به این شرایط آیا می توان الگوریتمی طراحی کرد که اعداد مزبور را با هزینه ای کمتر از

حالت کلی مثلاً $O(n \log \log n)$ مرتب کند. پاسخ مخالف یا موافق خود را دقیق اثبات کنید.
توضیح دهید در چه زمانی الگوریتم bucket sort با $O(n^2)$ مرتب سازی را روی یک آرایه از n عدد انجام می دهد؟ با چه تغییری در اجرای الگوریتم می توان این زمان را به $n \log n$ کاهش داد؟

۵.

- 1) STOOGESORT (A,i,j)
- 2) If $A[i] > A[j]$
- 3) then exchange $A[i] \leftrightarrow A[j]$
- 4) If $i+1 \geq j$
- 5) then return
- 6) $k \leftarrow \left\lfloor \frac{j-i+1}{3} \right\rfloor$
- 7) STOOGESORT (A,i,j-k)
- 8) STOOGESORT (A,i+k,j)

first two – thirds
second two – thirds

9) STOOGESORT (A,i,j-k)

first two – thirds again

الف) با استفاده از استقرا درستی این الگوریتم را برای آرایه ای متشکل از n عنصر به دست آورید.
ب) رابطه ی بازگشتی این الگوریتم را بنویسید و هزینه ی اجرای این الگوریتم را محاسبه کنید و با سایر الگوریتم های مرتب سازی مقایسه کنید.

۶. تحلیل کنید الگوریتم مرتب سازی heap در بهترین حالت چه هزینه ای دارد ؟ در بدترین حالت چه طور ؟