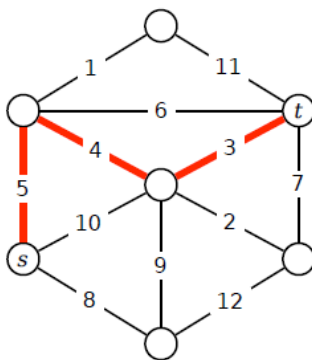




- برای هر الگوریتمی که ارائه می‌دهید باید پیچیدگی زمانی و حافظه‌ی آن را نیز محاسبه کنید.
- حل سوال بدون اثبات درستی الگوریتم پذیرفته نیست. اثبات بهینه بودن الگوریتمتان لزومی ندارد اما الگوریتمتان باید بهینه باشد.
- ۱. گراف وزنداری داریم که حداکثر دو راس با درجه‌ی فرد دارد. کم‌وزن‌ترین گشتی را می‌خواهیم که هر یال را حداقل یکبار ملاقات کرده باشد و همچنین در نهایت به راس آغازین بازگردد.
- ۲. گرافی با حداکثر ۱۰۰ راس مثال بزنید که تعداد کوتاه‌ترین مسیرهای بین راس شماره ۱ و ۲ در آن دقیقاً برابر با K باشد. K عددی است کمتر از 10^9 . (لازم است روش ساخت گراف را به ازای هر K دلخواه بین ۱ تا 10^9 به طور کامل شرح دهید)
- ۳. در یک کشور تعدادی شهر وجود دارد و این شهرها با جاده‌هایی دوطرفه به یکدیگر متصل شده‌اند. میزان سوخت مورد نیاز برای طی کردن هر جاده داده شده است. همچنین پمپ‌بنزین‌ها در داخل شهرها قرار دارند و در جاده‌ها امکان سوخت‌گیری وجود ندارد. بنابراین هر خودرو برای عبور از یک جاده، باید حداقل به اندازه‌ی سوخت مورد نیاز آن جاده، ظرفیت باک داشته باشد. یک شرکت اتوبوسرانی بین‌شهری، اتوبوس‌هایی با ظرفیت باک متفاوت و محدود در اختیار دارد. این شرکت می‌خواهد برای هر مسیر اتوبوسی مناسب براساس ظرفیت باک و bottleneckها قرار دهد. bottleneck یک مسیر برابر بیشترین میزان سوخت مورد نیاز در بین جاده‌های موجود در مسیر است. به عنوان مثال bottleneck در مسیر نشان داده شده از s به t برابر ۵ است. (اگر مسیری بین دو شهر وجود نداشت bottleneck بین آن دو را بی‌نهایت در نظر بگیرید) bottleneck بین دو شهر برابر مینیموم bottleneck بین تمام مسیرهای موجود بین دو شهر است. الگوریتم بهینه‌ای ارائه دهید که bottleneck بین هر دو شهر را بدست آورد.

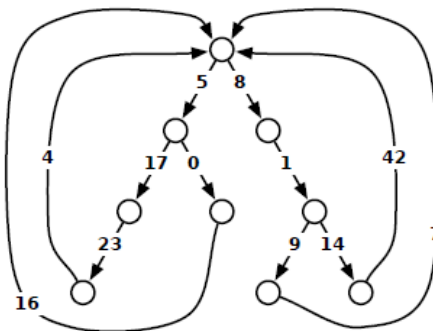


- ۴. الف) گراف وزندار G داده شده است. الگوریتمی ارائه دهید که درخت پوشای بیشینه را پیدا کند. (تعریف درخت پوشای بیشینه همانند درخت پوشای کمینه است، با این تفاوت که هدف، بیشینه کردن مجموع وزن یال‌های درخت است)

ب) زیرمجموعه‌ی F از مجموعه کل یال‌های گراف (E) به این صورت تعریف می‌شود که به ازای هر دور در گراف G ، حداقل یک یال از آن دور در مجموعه F وجود داشته باشد. به عبارت دیگر با حذف تمام یال‌های مجموعه‌ی F از گراف G به یک گراف بدون دور می‌رسیم. یک الگوریتم مناسب برای پیدا کردن مجموعه F کمینه (با کمترین مجموع وزن) ارائه دهید.

۵. در گراف وزن‌دار G راس استراتژیک به راسی گفته می‌شود که بیشترین تعداد کوتاه‌ترین مسیرها از آن راس عبور کند. الگوریتمی برای یافتن راس استراتژیک در گراف ارائه دهید.

۶. درخت حلقه‌دار یک گراف وزن‌دار و جهت‌دار است که با اضافه کردن یال از هر برگ به ریشه در یک درخت دودویی ساخته می‌شود. (وزن یال‌ها نامنفی است).



A looped tree.

الف) مرتبه زمانی اجرای الگوریتم Dijkstra را برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین دو راس u و v در درخت حلقه‌دار با n راس محاسبه کنید.

ب) الگوریتمی با مرتبه زمانی بهتر از قسمت قبل برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین دو راس ارائه دهید.

۷. گراف جهت‌دار $G\{V, E\}$ داده شده است. تبدیل $T(G)\{V, E'\}$ به صورت زیر بدست می‌آید. مجموعه رئوس گراف G و $T(G)$ یکسان هستند. از راس u به v در گراف تبدیل، یال جهت‌دار قرار می‌دهیم اگر و تنها اگر مسیری از u به v در G وجود داشته باشد.

خوشه در یک گراف جهت‌دار مجموعه‌ای از رئوس مانند U است که به ازای هر دو راس s و t داخل U یال جهت‌داری از s به t یا از t به s و یا هر دو وجود داشته باشد. اندازه‌ی خوشه برابر تعداد رئوس داخل آن است. الگوریتمی برای یافتن بزرگترین خوشه‌ی $T(G)$ ارائه دهید.

نحوه‌ی تحویل:

لطفاً تمرین را به صورت اسکن شده در یک فایل فشرده با نام HW6[SID].zip در سایت درس آپلود کنید. SID پنج رقم آخر شماره‌ی دانشجویی شما است. یعنی اگر شماره دانشجوییتان ۸۱۰۱۹۲۰۰۰ است، نام فایلتان باید HW692000.zip باشد.

نکات پایانی:

- ✓ به ازای هر روز تاخیر ۱۰ درصد از نمره‌ی تمرین را از دست خواهید داد. همچنین بیشترین میزان تأخیر مجاز ۵ روز است.
- ✓ در صورت مشاهده‌ی هرگونه تشابه نمره‌ی هر دو طرف ۱۰۰- منظور می‌گردد و در بار دوم نمره‌ی صفر برای درس منظور می‌گردد.
- ✓ در صورت وجود هرگونه سوال می‌توانید به فروم درس مراجعه کنید.