



به نام خدا

ساختمان داده و الگوریتم

موعده تحویل: ۱۶ آبان ۱۳۹۵

طراح: مهسان نورانی

تمرین شماره ۲:

ساختمان داده پشته و صف

سوال ۱. تابعی بازگشتی بنویسید که عناصر یک پشته از اعداد صحیح را به صورت صعودی مرتب کند. (یعنی سر پشته کوچکترین عنصر قرار گیرد.) توجه کنید که نمیتوانید از حلقه استفاده کنید. راهنمایی: میتوانید از دو تابع بازگشتی استفاده کنید.

سوال ۲. یک رشته از پرانتزهای باز و بسته داریم. الگوریتمی بهینه ارائه کنید که طول بزرگترین رشته ای را که پرانتز های مجاز دارد پیدا کند. راهنمایی: هزینه الگوریتم $O(n)$ است.

سوال ۳. یک آرایه از اعداد صحیح نامنفی داریم. الگوریتمی ارائه دهید که بزرگترین عدد صحیح بخش پذیر بر ۳ را پیدا کند که ارقامش را اعداد داخل این آرایه تشکیل دهند. برای مثال، در آرایه $\{۸، ۱، ۹\}$ پاسخ عدد ۹۱۸ و برای آرایه $\{۳، ۶، ۵، ۴، ۱\}$ عدد ۶۵۴۳ را به عنوان خروجی به ما بدهد. همچنین هزینه زمانی برای الگوریتم خود را محاسبه کنید. راهنمایی: از قوانین هم نهشتی بر ۳ استفاده کنید.

سوال ۴. در یک مهمانی متشکل از n نفر، تنها یک انسان میتواند حضور داشته باشد که همه او را بشناسند چرا که این فرد، یک فرد مشهور است؛ ولی اگر در این مهمانی حضور یافت، هیچ یک از مهمانان دیگر را نمی شناسد. با فرض این که ما تابعی داریم که پاسخ سوال "آیا شخص A ، B را می شناسد؟" را به ما میدهد، با استفاده از یک پشته، راه حلی بیابید که با کمترین تعداد دفعات مطرح کردن این پرسش، در صورت وجود فرد مشهور مهمانی را شناسایی کند.

سوال ۵. ساختار داده پشته از اعداد صحیح را با توابع رایج آن در نظر بگیرید. میخواهیم تابعی به آن اضافه کنیم که با هزینه زمانی $O(1)$ ، کمترین مقدار موجود در آن را باز گرداند.
الف. روشی ارائه کنید که با به کار گیری یک پشته اضافه ولی با حجم محدود، این کار را انجام دهد.
ب. (امتیازی) روشی ارائه دهید که تابع را فقط با استفاده از یک متغیر اضافی، پیاده سازی کند.
توجه کنید که در هیچ کدام از دو سوال، هزینه زمانی توابع رایج یک پشته، نباید از $O(1)$ بیشتر شود.

سوال ۶. با استفاده از ۲ صف، ساختار داده ای طراحی کنید که مکانیزم یک پشته را داشته باشد، در صورتی که:

الف. عملیات $\text{push}()$ بهینه باشد.

ب. عملیات $\text{pop}()$ بهینه باشد.

سوال ۷. در یک مسیر درون شهری n ایستگاه اتوبوس داریم. فرض کنید مسیر این ایستگاه ها به صورت حلقوی است: یعنی ایستگاه بعد از آخرین ایستگاه، برابر ایستگاه آغازین است. یک اتوبوس برای حرکت از ایستگاه i به ایستگاه $i+1$ ام، به مقدار مشخصی سوخت نیاز دارد. همچنین، در هر ایستگاه، اتوبوس می تواند سوخت گیری کند و مقدار سوخت موجود در هر ایستگاه در آغاز مشخص است. با مفروضات اخیر:

الف. فرض کنید که اتوبوس بتواند از هر ایستگاه دلخواهی در ابتدای روز مسیر خود را آغاز کند. الگوریتمی بهینه ارائه کنید که مشخص کند اتوبوس از کدام ایستگاه شروع کند که در راه سوختش تمام نشود.

ب. با توجه به الگوریتم ارائه شده در قسمت الف، توضیح دهید چگونه می توان تشخیص داد که مسیری با این ویژگی وجود ندارد؟؟

پ. هزینه زمانی الگوریتم خود را مشخص نمایید.

موفق باشید