



دانشگاه تهران - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر
ریاضیات مهندسی - نیم سال دوم سال ۱۴۰۰-۱۳۹۹
تمرین 5: معادلات با مشتقات جزئی مرتبه اول
مدرس: دکتر مهدی طالع ماسوله - حل تمرین: نیکامامی - گلنهر خسروخاور - حسین عطریانی

1) معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر را حل نمایید.

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (0 < x < l, \quad t > 0) \\ u(0, t) &= u(l, t) = 0 \\ u(x, 0) &= 0, u_t(x, 0) = 2 \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right)\end{aligned}$$

2) معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر را حل نمایید.

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} + 2 \sin(x) \cos(t), \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ u(0, t) &= u(\pi, t) = 0 \\ u(x, 0) &= \sin(x)\end{aligned}$$

3) معادله با مشتقات جزئی زیر را با توجه به شرایط داده شده حل کنید.

$$\begin{aligned}U_{tt} &= 4U_{xx} & 0 < x < 2, \quad t > 0 \\ U(0, t) &= t & U(x, 0) &= e^{-2x} \\ U(2, t) &= t^2 & U_t(x, 0) &= 0\end{aligned}$$



دانشگاه تهران - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

ریاضیات مهندسی - نیم سال دوم سال ۱۴۰۰-۱۳۹۹

تمرین 5: معادلات با مشتقات جزئی مرتبه اول

مدرس: دکتر مهدی طالع ماسوله - حل تمرین: نیکایامی - گلنهر خسروخاور - حسین عطریانی

4) معادله موج ناهمگن زیر را حل نمایید.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \sin(5\pi t) + \cos(5\pi x) \quad (0 < x < 1, \quad t > 0)$$

$$U_x(0, t) = U_x(1, t) = 0$$

$$U(x, 0) = U_t(x, 0) = 0$$

5) معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر را حل نمایید.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{1}{k} \frac{\partial U}{\partial t} \quad (0 < x < 1, \quad t > 0)$$

$$U(0, t) = U(1, t) = 100$$

$$U(x, 0) = 0$$

6) معادله با مشتقات جزئی زیر را با توجه به شرایط داده شده حل کنید.

$$U_t = U_{xx} + 2tx \quad (0 < x < 1, \quad 0 < t)$$

$$U_x(0, t) = U_x(1, t) = t^2$$

$$U(x, 0) = 2x + 5$$



دانشگاه تهران - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

ریاضیات مهندسی - نیم سال دوم سال ۱۴۰۰-۱۳۹۹

تمرین 5: معادلات با مشتقات جزئی مرتبه اول

مدرس: دکتر مهدی طالع ماسوله - عل تمرین: نیکامی - گلنهر خسروخاور - حسین عطریانی

(7) معادله با مشتقات جزئی زیر را با شرایط مرزی و شرایط اولیه داده شده حل کنید.

$$U_{tt} - \alpha U_{xx} = 2x^2 \quad 0 < x < \pi, t > 0$$

$$U(0, t) = t^2; \quad U(\pi, t) = 3 + t$$

$$U(x, 0) = 3x; \quad U_t(x, 0) = 4$$

(8) (امتیازی) معادله حرارت را در ناحیه نیمه محدود یک بعدی ($t > 0, x > 0$) با شرایط مرزی و اولیه داده شده، حل کنید. توجه شود که α و β ثابت های مثبت هستند.

$$c^2 U_{xx} = U_t$$

$$U_x(0, t) = 0$$

$$U(x, 0) = e^{-\alpha x} \cos(\beta x)$$

(9) (امتیازی) جواب معادله با مشتقات جزئی زیر، با شرایط اولیه مرزی داده شده را به دست آورید

$$tu_t = u_{xx}, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 1$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0$$

$$u(x, 1) = 1$$

موفق باشید.