



1- معادله موج را با شرایط اولیه و مرزی زیر حل کنید. (20 نمره)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad 0 \leq x \leq l$$

$$u(0, t) = A_1, \quad u(l, t) = A_2, \quad u(x, 0) = f(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, t)|_{t=0} = 0$$

2- معادله ی حرارت زیر را حل کنید و پاسخ حالت پایدار را نیز بیابید. (15 نمره)

$$u_t = c^2 u_{xx}, \quad 0 < x < 1, \quad t \geq 0$$

$$u(x, 0) = 2x, \quad u(1, t) = 1, \quad u_x(x, t)|_{x=0} = 1$$

3- معادله موج ناهمگن زیر را حل کنید. (15 نمره)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \sin(3\pi t) + \cos(3\pi x) \quad 0 < x < 1$$

$$u_x(x, t)|_{x=0,1} = 0, \quad u(x, 0) = u_t(x, t)|_{t=0} = 0$$

4- پاسخ معادله موج غیر همگن زیر را بیابید. (20 نمره)

$$u_{tt} - 4u_{xx} = x, \quad 0 < x < \pi; \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = 3x \quad u(0, t) = t$$

$$u_t(x, 0) = 1 \quad u(\pi, t) = 1 - 2t$$

5- در معادلات حرارت و موج، چنانچه تابع موردنظر مثل  $u$  خودش در معادله حضور داشته باشد، با تغییر تابع  $u(x, t) = e^{kt}v(x, t)$  می توان با انتخاب مناسب  $k$ ، تابع  $u$  را حذف کرده و معادله را ساده تر کرد. با بکارگیری این نکته، معادله با مشتقات جزئی زیر را حل کنید. (15 نمره)

$$u_t = u_{xx} - 4u, \quad 0 < x < 2, \quad t > 0$$

$$u_x(x, t)|_{x=0,2} = 0, \quad u(x, 0) = f(x)$$



دانشگاه تهران - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

ریاضیات مهندسی - نیمسال اول سال 1399-1400

تمرین 5: PDE یک بعدی

مدرس: دکتر مهدی طالع باسول - حل تمرین: محمد مادی معصومی

برای سوالات خود در خصوص این تمرین با رایانامه [mhmasoumi@yahoo.com](mailto:mhmasoumi@yahoo.com) مکتبه نمایید.



6- یک میله نیمه محدود را در نظر می گیریم. درجه حرارت  $u(x, t)$  را در طول میله با شرایط زیر بدست آورید. (15 نمره)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial u}{\partial t} \quad x > 0, \quad t > 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0, \quad u(x, 0) = f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < a \\ 0 & x \geq a \end{cases}$$