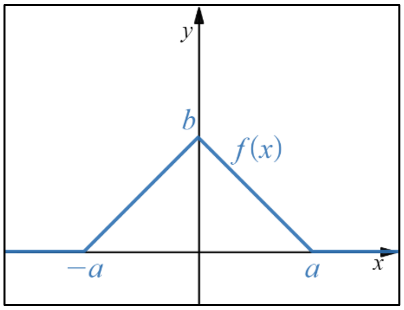
مدرس: دکتر مهدی طالع ماسوله- حل تمرین: نگین سفاری و آرمان اکبری برای سوالات خود در خصوص این تمرین با رایانامه های
sneginsafari@gmail.com مکاتبه نمایید.

۱) تابع $y(\omega)$ را به گونه ای تعیین کنید که در معادله ی انتگرالی زیر صدق کند.

$$\int_0^\infty y(\omega)\sin(\omega x)\,d\omega = \operatorname{sign}(x)\begin{cases} x^2 & |x| \le 1 \\ \delta(|x|-1) & |x| = 1 \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$

۲) تبدیل فوریه ی تابع زیر را به دست آورید.



به کمک رابطه ی به دست آمده حاصل انتگرال زیر را به دست آورید.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4}\sin^4(2x)\ dx$$

۳) به کمک انتگرال فوریه و تابع مناسبی که انتخاب می‌کنید، نشان دهید:

$$e^{-kx} = \frac{2k}{\pi}\int_0^\infty \frac{\cos ax}{a^2+k^2}da\,, \qquad x \ge 0, \qquad k > 0$$

از رابطه‌ی بالا کمک بگیرید و انتگرال فوریه‌ی تابع $e^{-2x}(2x-1),\ x \ge 0$ را بیابید.

۴) تبدیل فوریه تابع زیر را به دست آورید و سپس درستی تساوی داده شده را اثبات کنید.

$$f(x) = \begin{cases} a^2 - x^2 & |x| < a \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$

$$\int_0^\infty \left(\frac{\sin(3\omega) - 3\omega\cos(3\omega)}{\omega^3}\right) d\omega = \frac{9\pi}{4}$$

۵) اگر $x \geq 0$,$\int_0^\infty \frac{\omega \sin(\omega x)}{\omega^2+k^2} = \frac{\pi}{2} e^{-kx}$ باشد، درستی عبارت زیر را ثابت کنید:

$$\int_0^\infty \frac{\omega \sin(\omega x)}{\omega^4 + 64} = \frac{\pi}{16} e^{-2x} \sin(2x)$$

۶) با توجه به معادله زیر، مقدار $f(\omega)$ را به دست آورید.

$$\int_0^\infty f(\omega)\cos(\omega x) d\omega = \begin{cases} e^{-ax} & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$$

۷) فرض کنید $e^{-2\omega}$ انتگرال فوریه سینوسی تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$ باشد. آنگاه حاصل انتگرال $\int_0^\infty \frac{x^2}{(x^2+4)^2} dx$ را تعیین نمایید.

۸) تابع $f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \pi e^{-x} & x > 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید:

$$\int_0^\infty \frac{\cos(\omega x) + \omega \sin(\omega x)}{1 + \omega^2} d\omega = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{\pi}{2} & x = 0 \\ \pi e^{-x} & x > 0 \end{cases}$$

موفق باشید.