



درس ریاضی مهندسی

تاریخ تحویل
۱۴۰۱/۰۳/۰۹

تکلیف شماره ۷

نیم سال دوم
۱۴۰۰-۱۴۰۱

حل معادلات مشتقات جزئی با تبدیلات

۱- پاسخ معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر را به کمک تبدیل لاپلاس بدست آورید.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} & (x \leq 0, t > 0) \\ u(0, t) = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} u(x, t) = 0 \\ u(x, 0) = e^x, u_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$

۲- پاسخ معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر را به کمک تبدیل لاپلاس بدست آورید.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \sin(\pi x) \sin(t) & (0 \leq x \leq 1, t > 0) \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 \\ u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$

۳- به کمک تبدیل لاپلاس و با شرایط زیر، مسئله را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t} & (0 < x < l, t > 0) \\ u(0, t) = u(l, t) = 0 \\ u(x, 0) = 3 \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \end{cases}$$

۴- به کمک تبدیل فوری معادله حرارت زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} u_t = c^2 u_{xx} & (-\infty < x < \infty ; t > 0) \\ u(x, 0) = f(x) \\ \lim_{x \rightarrow \infty} u(x, t) = 0 \end{cases}$$