

به نام خداوند قلم دانشگاه تهران پردیس دانشکدگان فنی دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر



درس ریاضی مهندسی

تاریخ تحویل ۱۴۰۱/۰۲/۲۶

تکلیف شماره ۶

نیمسال دوم ۱۴۰۱–۱۴۰۱

معادلات لايلاس

۱- معادله لاپلاس زیر را با شرایط مرزی داده شده حل کنید.

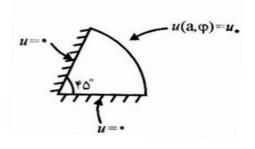
$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 &, (0 < x < 6, 0 < y < \pi) \\ u(x,0) = u(x,\pi) = 0 \\ u(0,y) = ysiny &, u(6,y) = 0 \end{cases}$$

۳- $u(r,\theta)$ تابع پتانسیل الکتریکی نقاط مختلف یک دیسک دایروی به شعاع R میباشد و با حل معادله لاپلاس در دستگاه قطبی $u(r,\theta)$ - (معادله زیر) قابل محاسبه است. اگر پتانسیل الکتریکی روی مرز دیسک تابعی از θ باشد به طوریکه $u(R,\theta)=f(\theta)$ و با فرض کراندار بودن تابع پتانسیل الکتریکی در همه نقاط دیسک، $u(r,\theta)$ را بدست آورید.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0$$

۳- پتانسیل روی کره ای به شعاع a به صورت $u(a,\theta)=f(\theta)$ داده شده است. با حل معادله لاپلاس، پتانسیل را در داخل و خارج کره مذکور بدست آورید.

۴- معادله لاپلاس را در ناحیه زیر و با شرایط مرزی مشخص شده حل کنید.



موفق باشید _ خان چرلی