



درس ریاضی مهندسی

تاریخ تحویل

۱۴۰۱/۰۲/۱۴

تکلیف شماره ۵

نیم سال دوم

۱۴۰۰-۱۴۰۱

معادلات مشتقات جزئی

۱- معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر را با شرایط داده شده حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = x, & 0 < x < \pi \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \\ u(x, 0) = 1, u_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$

۲- معادله موج نیمه متناهی زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, & 0 < x < \infty \\ u(0, t) = u(x, 0) = 0 \\ u_t(x, 0) = e^{-x} \end{cases}$$

۳- معادله گرما با تقارن دایره ای به صورت زیر است:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right)$$

معادله را در ناحیه دایره ای با شعاع a و با شرایط مرزی و اولیه زیر حل کنید.

$$u(a, t) = 0, \quad u(r, 0) = f(r)$$

۴- معادله گرما را با استفاده از شرایط داده شده حل کنید.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = K \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} \right]$$

$$u(a, \varphi, t) = 0, \quad u_\varphi|_{\varphi=0, \pi} = 0, \quad u(r, \varphi, 0) = f(r, \varphi)$$



درس ریاضی مهندسی

تاریخ تحویل

۱۴۰۱/۰۲/۱۴

تکلیف شماره ۵

نیم سال دوم

۱۴۰۰-۱۴۰۱

۵- پوسته ای مرتعش به شکل نیم دایره به شعاع b که دور تا دور آن فیکس شده است را در نظر بگیرید. با توجه به شرایط زیر، $u(r, \varphi, t)$ را بیابید.

$$u_t(r, \varphi, 0) = 0 \quad \text{و} \quad u(r, \varphi, 0) = f(r, \varphi)$$

موفق باشید - خان چرلی