



توجه: لطفا یکان شماره ی دانشجویی خود را بر ۳ تقسیم کنید.

اگر برابر ۰ است: سوالات ۱ و ۴

اگر برابر ۱ است: سوالات ۲ و ۵

اگر برابر ۲ است: سوالات ۳ و ۶

سوال ۱) معادله ی لاپلاس زیر را حل کنید(نیازی نیست ضریبی که مقدار آن طولانی می شود را بدست آورید و فقط به معادله ی بدست آوردن آن اشاره کنید کفایت می کند).

راهنمایی: راستای x را برای همگن سازی شرایط مرزی انتخاب نمایید.

$$u_{xx} + u_{yy} = xy ; \quad 0 < x < 1 ; \quad 0 < y < 1$$

$$\begin{cases} u(0, y) = y \\ u(1, y) = 1 \end{cases} , \quad \begin{cases} u_y(x, 0) = x \\ u_y(x, 1) = x + 1 \end{cases}$$

سوال ۲) معادله ی لاپلاس زیر را حل کنید(نیازی نیست ضریبی که مقدار آن طولانی می شود را بدست آورید و فقط به معادله ی بدست آوردن آن اشاره کنید کفایت می کند).

راهنمایی: راستای y را برای همگن سازی شرایط مرزی انتخاب نمایید.

$$u_{xx} + u_{yy} = x + 2y ; \quad 0 < x < \pi ; \quad 0 < y < \pi$$

$$\begin{cases} u(0, y) = y \\ u(\pi, y) = \cos y \end{cases} , \quad \begin{cases} u(x, 0) = x \\ u(x, \pi) = 2 \end{cases}$$



سوال ۳) معادله ی لاپلاس زیر را حل کنید (نیازی نیست ضریبی که مقدار آن طولانی می شود را بدست آورید و فقط به معادله ی بدست آوردن آن اشاره کنید کفایت می کند).

راهنمایی: راستای x را برای همگن سازی شرایط مرزی انتخاب نمایید.

$$u_{xx} + u_{yy} = 1 + 2xy - x \cos y ; \quad 0 < x < 1 ; \quad 0 < y < \pi$$

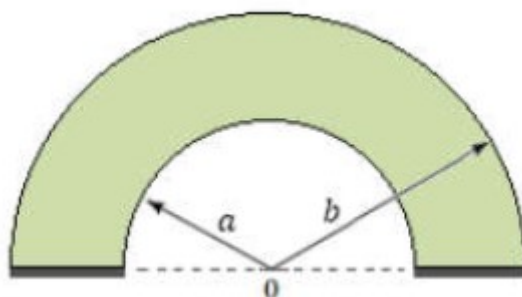
$$\begin{cases} u(0, y) = 0 \\ u(1, y) = \cos y \end{cases} , \quad \begin{cases} u_y(x, 0) = x \\ u_y(x, \pi) = 2 + x \end{cases}$$

سوال ۴) معادله ی لاپلاس زیر را حل کنید (مرکز دایره در $(0, 0)$ قرار گرفته است).

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0$$

$$u_\theta(r, 0) = u_\theta(r, \pi) = 0$$

$$u(a, \theta) = 0; u(b, \theta) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \\ 1 & \frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi \end{cases}$$





سوال ۵) معادله ی زیر را با استفاده از تبدیل فوریه حل کنید.

$$u_t = au_{xx} + \cos(at) e^{-2ax}, 0 < x < 1, a \geq 0$$
$$u(0, t) = \frac{1}{8} e^{-8t} - \frac{1}{8}, u(1, t) = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} e^{-3t}, t \geq 0$$
$$u(x, 0) = 0$$

سوال ۶) معادله ی زیر را با استفاده از تبدیل لاپلاس حل کنید.

$$u_{xx} - u_{tt} = 4 e^{-2t}, 0 \leq x \leq 2, t > 0$$
$$u(0, t) = 1 - 2t - e^{-2t}$$
$$u(2, t) = 3 - 2t - e^{-2t}$$
$$u(x, 0) = x$$
$$u_t(x, 0) = 0$$