

۴ نمره

به نام خداوند بخشنده مهربان

امتحان پایان ترم ریاضی مهندسی، ۱۵ تیر ماه ۱۴۰۰

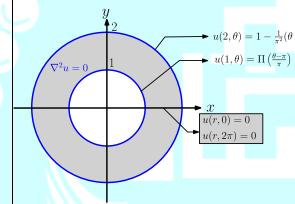


۱- جواب معادله لاپلاس برای ناحیه نشان داده شده بدست آورید:

رقم یکان شماره دانشجویی خود را بر عدد ۳ تقسیم کنید، باقی مانده و سری و، باقی مانده میدهد. برای **مثال اگر رقم یکان شماره دانشجویی شما ۵ است باید** به سوالات سری ۲ پاسخ دهید.

۴ نمره U = 0 $\nabla^2 U(x,y) = 0 \qquad \frac{\partial U}{\partial x} = 0$ U=0 $U = U_0 \sin\left(\frac{\pi}{2a}x\right) \qquad a \qquad x$

۲- معادله لاپلاس را برای ناحیه زیر حل نمایید:



$$u(2,\theta) = 1 - \frac{1}{\pi^2}(\theta - \pi)^2 \quad u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0, \qquad 1 < r < 2, \qquad 0 < \theta < 2\pi$$

$$u(1,\theta) = \Pi\left(\frac{\theta - \pi}{\pi}\right) \quad \begin{cases} u(r,0) = 0 \\ u(r,2\pi) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} u(1,\theta) = \Pi\left(\frac{\theta - \pi}{\pi}\right) \\ u(2,\theta) = 1 - \frac{1}{\pi^2}(\theta - \pi)^2 \end{cases}$$

$$\Pi(x) = \begin{cases} 1, & -\frac{1}{2} \le x \le \frac{1}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

۳- معادله با مشتقات جزیی زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل نمایید.

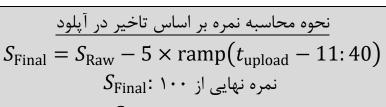
 $\begin{cases} f_{xx} - \frac{1}{\pi^2} f_{tt} = \left(\frac{1}{\pi^2} x^2 - \frac{1}{\pi} x + \frac{1}{2}\right) \sin(2t) u(t) - tu(t), & 0 < x < \pi, & 0 < t \\ \{ f(x, 0) = 0 & \begin{cases} f(0, t) = e^{-2t} u(t) \\ f(x, t) = e^{-2(t-1)} u(t-1) \end{cases} \end{cases}$ $u(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \\ 0, & t < 0 \end{cases}$ تابع پله

ورید. $u-v=e^x(\cos y-\sin y)$ را بدست آورید. f(z)=u+iv را بدست آورید.

هی نماید. $y \geq 0$ و $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ نگاشت $w = e^{-i\frac{\pi}{4}}(\sin z)^{\frac{1}{4}}$ د نگاشت $w = e^{-i\frac{\pi}{4}}(\sin z)^{\frac{1}{4}}$ ۴ نمره

موفق باشيد

۴ نمره



 $S_{
m Raw}$: ۱۰۰ نمره خام از

 $t_{
m upload}$: زمان آپلود

$$ramp(t) = \begin{cases} t, & t \ge 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

