



دانشگاه تهران - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

ریاضیات مهندسی - نیم سال اول سال ۱۳۹۹-۱۴۰۰

تمرین ۲: سری فوریه مختلط

مدرس: دکتر مهدی طالع ماسوله - حل تمرین: وصال بخت آزاد - آرمان اکبری - نگین مغاری

برای سوالات خود، خصوصاً این تمرین با رایانامه bakhtazad.v@gmail.com مکتب کنید.

(۱) یک سیگنال ولتاژ متناوب به صورت زیر در دست است:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & -T < t < T \\ 0 & T < t < \frac{T_0}{2}, \frac{-T_0}{2} < t < -T \end{cases}$$

(الف) شکل مختلط سری فوریه موج داده شده، $f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$ ، را به دست آورید که در آن $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ مقدار dc شکل موج ولتاژ فوق چقدر است؟

(ب) با در نظر گرفتن رابطه پارسوال $\sum_{-\infty}^{\infty} |C_n|^2$ را به دست آورید. این عبارت متناسب با کدامیک از کمیت‌های الکتریکی سیگنال است؟

(۲) ضرایب سری فوریه مختلط یک تابع با دوره ی تناوب ۴ به صورت زیر است. آن تابع را بیابید.

$$c_k = \frac{\sin k\pi/8}{2k\pi}$$

(۳) برای $-\pi < x < \pi$ ؛

(الف) سری فوریه مختلط تابع $f(x) = x^2$ را محاسبه کنید.

(ب) با مقایسه ضرایب سری فوریه مختلط تابع، با ضرایب سری فوریه ساده آن، توضیح دهید که آیا رابطه‌ای میان آنها وجود دارد؟ در صورت وجود داشتن این روابط را نشان دهید.

(نیازی به نوشتن محاسبات سری فوریه ساده نیست. $x^2 = \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos nx}{n^2}$)



دانشگاه تهران - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

ریاضیات مهندسی - نیم سال اول سال ۱۳۹۹-۱۴۰۰

تمرین ۲: سری فوری مختلط

مدرس: دکتر مهدی طالع ماسوله - حل تمرین: وصال بخت آزاد - آرمان اکبری - نگین مغاری

برای سوالات خود، خصوصاً این تمرین با ایمانامه bakhtazad.v@gmail.com مکتوبه نمایند.

۴) سری فوریه نمایی تابع $f(x) = \cos^4(x)$ را در بازه $(0, 2\pi)$ را به دست بیاورید سپس عبارت زیر را محاسبه کنید.

$$A = \int_0^{\pi} \cos^8 x \, dx$$

۵) فرض کنید تابع $x(t)$ یک سیگنال متناوب با $T = 2$ و ضرایب فوریه c_k است.

$$x(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq 1 \\ 2 - t, & 1 \leq t \leq 2 \end{cases}$$

الف) c_0 را بیابید.

ب) نمایش سری فوریه مختلط $\frac{dx(t)}{dt}$ را تعیین کنید.

پ) با استفاده از نتیجه ی بند ب ضرایب سری فوریه $x(t)$ بیابید.

۶) اگر $f(x) = \frac{\sinh a\pi}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n}{a - in} e^{inx}$ باشد آنگاه عبارات زیر را بدست آورید. (جواب بر حسب $f(x)$ باشد).

$$A = \int_{-\pi}^{\pi} (f'(x)e^{2ix} + f^2(x)) \, dx$$

$$B = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 16}$$



دانشگاه تهران - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

ریاضیات مهندسی - نیم سال اول سال ۱۳۹۹-۱۴۰۰

تمرین ۲: سری فوریه مختلط

مدرس: دکتر مهدی طالع ماسوله - حل تمرین: وصال بخت آزاد - آرمان اکبری - نگین سفاری

برای سوالات خود، خصوصاً این تمرین با رایانامه bakhtazad.v@gmail.com مکتوب کنید.

۷) سری فوریه مختلط $f(x)$ را به دست بیاورید.

$$G(x) = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{in(\pi+x)} - e^{inx}}{n^2}$$

$$f(x) = G(x) \sin^3 x \quad -\pi < x < \pi$$

۸) اطلاعات زیر در مورد تابع $x(t)$ داده شده است:

۱. $x(t)$ حقیقی است.

۲. تابع $x(t)$ متناوب است با دوره ی تناوب $T = 6$ و ضرایب سری فوریه ی آن c_k هستند.

۳. به ازای $k = 0$ و $k > 2$ داریم $c_k = 0$

$$x(t) = -x(t - 3) \quad 4.$$

$$\int_{-3}^3 |x(t)|^2 dt = 3 \quad 5.$$

۶. c_1 حقیقی و مثبت است.

تابع $x(t)$ را بیابید.



دانشگاه تهران - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

ریاضیات مهندسی - نیم سال اول سال ۱۳۹۹-۱۴۰۰

تمرین ۲: سری فوریه مختلط

مدرس: دکتر مهدی طالع ماسوله - حل تمرین: وصال بخت آزاد - آرمان اکبری - نگین مغاری

برای سوالات خود در خصوص این تمرین با ایمانمه bakhtazad.v@gmail.com مکتبه بنامید.

9) سری فوریه مختلط تابع زیر را بدست آورید.

$$f(x) = \frac{1 - k \cos x}{1 - 2k \cos x + k^2} \quad |k| < 1$$

10) سری فوریه توابع زیر را حساب کنید.

a) $\ln(\sin x)$ $0 < x < \pi$

b) $\ln(\cos x)$ $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

11) با توجه به اطلاعات داده شده در مورد $f(x)$ بسط سری فوریه $f(x)$ را تا هارمونیک سوم به دست آورید.

(امتیازی)

x:	0	1	2	3	4	5
f(x):	9	18	24	28	26	20