

دانشگاه تهران- دانشده مهندی برق و کامپیوتر ریاضیات مهندی نیمهال دوم 1398-1399



تمرین 6: PDE دو بعدی و لایلاس

مدرس: دکتر مهدی طالع ماسوله - حل تمرین: اشکان جعفری ـ محمد ادی معصومی

براى بوالات خود در خصوص اين تمرين با رايالمه mhmasoumi@yahoo.com يا Ashkan.jafari@ut.ac.ir

كاتبه ناسد.

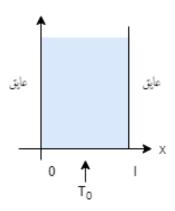
1 معادله موج را برای یک پوسته مرتعش مستطیلی شکل با شرایط مرزی و اولیه زیر حل کنید.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \qquad 0 < x < a, \qquad 0 < y < b, \qquad t > 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0,a} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y}|_{y=0,b}, \quad u(x,y,0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = f(x,y)$$

2- معادله حرارت را در ناحیه دو بعدی نشان داده شده حل کنید.

$$\nabla^{2} u - \frac{1}{c^{2}} \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad u(x, 0, t) = T_{0} \quad (constant)$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0} = \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=l} = 0, \quad u(x, y, 0) = f(x, y)$$



$$u_x(0,t)=u_x(0,t)=0$$
 که $0< x< 1$ که نید.



دانشگاه تهران- دانشگده مهندی برق و کامپیوتر ریاضیات مهندی نیمال دوم 1398-1399

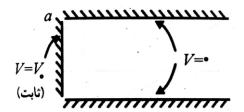


تمرین 6: PDE دو بعدی و لاپلاس مدرس: دکتر مهدی طالع ماموله - ^عل تمرن: اشکان جعفری - محمد فادی معصومی

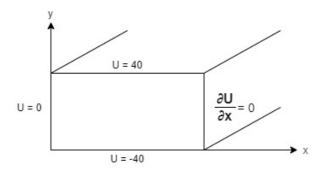
برای موالات خود در خصوص این تمرین با را پالمه mhmasoumi@yahoo.com یا Ashkan.jafari@ut.ac.ir

ئاتبه ناسد.

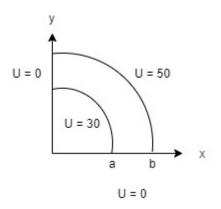
. معادله لاپلاس را برای تابع v(x,y) در ناحیه زیر با شرایط مرزی مشخص شده در شکل حل کنید. -4



5- پاسخ معادله لاپلاس را در فضای داده شده زیر بدست آورید.



.6- پتانسیل را با توجه به شروط مرزی در ناحیه a < r < b ربع استوانه زیر بدست آورید.





دانشگاه تهران- دانشده مهندی برق و کامپیوتر ریاضیات مهندی نیمهال دوم 1398-1399



تىرىن 6: PDE دو بعدى و لاپلاس

مدرس: دکتر مهدی طالع ماسوله - حل تمرین: اشکان جعفری - محمد دادی معصومی

برای بوالات خود در خصوص این تمرین با را یا کمه شه mhmasoumi@yahoo.com یا Ashkan.jafari@ut.ac.ir

كاتبه ناسد.

7- معادله زير را حل كنيد.

$$u_{xx} + u_{yy} = 4x + 2y$$
 $0 \le x \le \pi$, $0 \le y \le 1$
 $u_x(0,y) = -y$, $u_x(\pi,y) = y$
 $u(x,0) = x$, $u(x,1) = 2x$

8- معادله غيرهمگن حرارت زير را به كمك تبديل لاپلاس حل كنيد. (h عددى ثابت است.)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - hu$$
$$u(x, 0) = 0$$
$$u(0, t) = u_0$$

9- معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر را به کمک تبدیل لاپلاس و با شرایط داده شده زیر حل کنید.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + x \frac{\partial u}{\partial x} = x^2 \qquad x > 0, \quad t > 0$$
$$u(x, 0) = 0, \qquad u(0, t) = 0$$

10- معادله موج زير را به كمك تبديل فوريه حل كنيد.

$$u_{tt} = c^2 u_{xx} + h(x,t)$$
 $0 < x < \pi$, $t \ge 0$
 $u(0,t) = g(t)$, $u(\pi,t) = 0$, $u(x,0) = 0$, $u_t(x,0) = 0$