



درس ریاضی مهندسی

تاریخ تحویل

۱۴۰۱/۰۲/۲۶

تکلیف شماره ۶

نیم سال دوم

۱۴۰۰-۱۴۰۱

معادلات لاپلاس

۱- معادله لاپلاس زیر را با شرایط مرزی داده شده حل کنید.

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & , \quad (0 < x < 6, \quad 0 < y < \pi) \\ u(x, 0) = u(x, \pi) = 0 \\ u(0, y) = y \sin y, \quad u(6, y) = 0 \end{cases}$$

۲- $u(r, \theta)$ تابع پتانسیل الکتریکی نقاط مختلف یک دیسک دایروی به شعاع R می باشد و با حل معادله لاپلاس در دستگاه قطبی (معادله زیر) قابل محاسبه است. اگر پتانسیل الکتریکی روی مرز دیسک تابعی از θ باشد به طوریکه $u(R, \theta) = f(\theta)$ و با فرض کراندار بودن تابع پتانسیل الکتریکی در همه نقاط دیسک، $u(r, \theta)$ را بدست آورید.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0$$

۳- پتانسیل روی کره ای به شعاع a به صورت $u(a, \theta) = f(\theta)$ داده شده است. با حل معادله لاپلاس، پتانسیل را در داخل و خارج کره مذکور بدست آورید.

۴- معادله لاپلاس را در ناحیه زیر و با شرایط مرزی مشخص شده حل کنید.

