



دانشگاه تهران - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

ریاضیات مهندسی - نیم سال دوم سال ۱۴۰۰-۱۳۹۹

تمرین ۲: سری فوری مختلط

مدرس: دکتر مهدی طالع ماسوله - تل تمرین: وصال بخت آزاد

برای سوالات خود، خصوصاً این تمرین با رایانامه bakhtazad.v@gmail.com مکاتبه نمایید.

(۱) سری فوری مختلط توابع زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } f(x) = \begin{cases} \sin(\pi x), & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & 2 < x \leq 4 \end{cases} \quad T = 4$$

$$\text{ب) } g(x) = x^2 \quad -1 < x < 1 \quad T = 2$$

$$\text{ج) } h(x) = e^{-|x|} \cos(20\pi x) \quad -2 < x < 2 \quad T = 4$$

(۲) در هریک از موارد زیر ضرائب سری فوری تابع متناوب $f(x)$ دارای دوره‌ی تناوب ۴ بیان شده است. تابع $f(x)$ را در هر مورد بیابید.

$$\text{الف) } c_n = \begin{cases} jk, & |k| < 3 \\ 0, & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$$\text{ب) } c_n = \begin{cases} 0, & k = 0 \\ \frac{2}{k\pi} \sin\left(\frac{9k\pi}{40}\right) \cos\left(\frac{k\pi}{40}\right), & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

(۳) سیگنال متناوب $x(t)$ را فرد هماهنگ می نامیم اگر در نمایش سری فوری مختلط آن به ازای مقادیر زوج k داشته باشیم: $a_k = 0$

الف) نشان دهید که اگر $x(t)$ فرد هماهنگ باشد، آنگاه

$$x(t) = -x\left(t + \frac{T}{2}\right)$$

ب) نشان دهید اگر $x(t)$ در رابطه قسمت قبل صدق کند، آنگاه فرد هماهنگ است.



دانشگاه تهران - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

ریاضیات مهندسی - نیم سال دوم سال ۱۴۰۰-۱۳۹۹

تمرین ۲: سری فوریه مختلط

مدرس: دکتر مهدی طالع ماسوله - تل تمرین: وصال بخت آزاد

برای سوالات خود، مخصوص این تمرین با رایانامه bakhtazad.v@gmail.com مکاتبه نمایید.

۴) با استفاده از سری فوریه مختلط تابع $f(x) = e^{a|x|}$ و $-\pi \leq x \leq \pi$ و $f(x) = f(x + 2\pi)$ حاصل سری زیر را محاسبه کنید.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n e^{5\pi} - 1}{n^2 + 25} \right]^2$$

۵) سری فوریه نمایی $f(x) = \sin^3 x$ را در بازه $(0, 2\pi)$ بدست آورید و سپس به کمک رابطه ی پارسوال حاصل رابطه $\int_0^{\pi} \sin^6 x \, dx$ را بیابید.

۶) اگر $f(x) = \frac{\sinh a\pi}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n}{a - in} e^{inx}$ باشد آنگاه عبارت زیر را بدست آورید.

$$A = \int_{-\pi}^{\pi} (f'(x)e^{2ix} + |f(x)|^2) \, dx$$

۷) تابع $f(x, y) = x^2y - xy^2$ را به صورت سری فوریه ی دوگانه در فاصله ی $0 < x < \pi$ و $0 < y < \pi$ بیابید.