



1- معادله موج را برای یک پوسته مرتعش مستطیلی شکل با شرایط مرزی و اولیه زیر حل کنید.

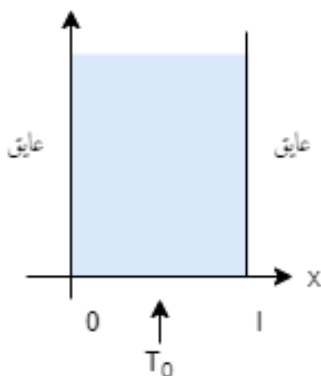
$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b, \quad t > 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0,a} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0,b} = 0, \quad u(x, y, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = f(x, y)$$

2- معادله حرارت را در ناحیه دو بعدی نشان داده شده حل کنید.

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad u(x, 0, t) = T_0 \text{ (constant)}$$

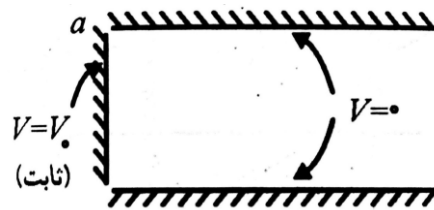
$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0, \quad u(x, y, 0) = f(x, y)$$



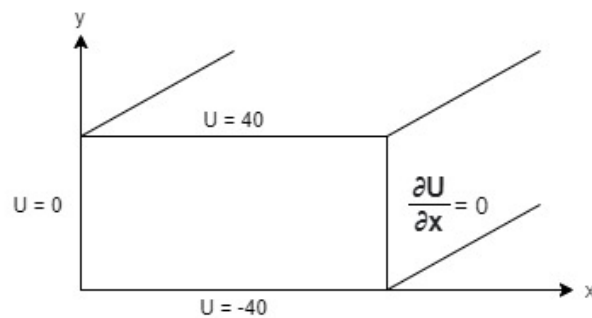
3- معادله حرارت ناهمگن  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e^{-t}[1 + \cos(\frac{\pi}{2}x)]$  که  $0 < x < 1$  است را با شرایط مرزی  $u_x(0, t) = 0$  و  $u(1, t) = 0$  و شرط اولیه  $u(x, 0) = 0$  حل کنید.



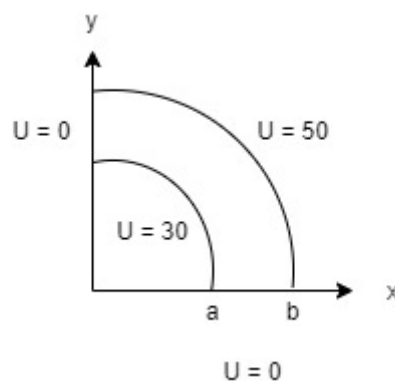
4- معادله لاپلاس را برای تابع  $v(x, y)$  در ناحیه زیر با شرایط مرزی مشخص شده در شکل حل کنید.



5- پاسخ معادله لاپلاس را در فضای داده شده زیر بدست آورید.



6- پتانسیل را با توجه به شروط مرزی در ناحیه  $a < r < b$  ربع استوانه زیر بدست آورید.





7- معادله زیر را حل کنید.

$$u_{xx} + u_{yy} = 4x + 2y \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq 1$$

$$u_x(0, y) = -y, \quad u_x(\pi, y) = y$$

$$u(x, 0) = x, \quad u(x, 1) = 2x$$

8- معادله غیرهمگن حرارت زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید. (h عددی ثابت است).

$$\frac{\partial u}{\partial t} = K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - hu$$

$$u(x, 0) = 0$$

$$u(0, t) = u_0$$

9- معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر را به کمک تبدیل لاپلاس و با شرایط داده شده زیر حل کنید.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + x \frac{\partial u}{\partial x} = x^2 \quad x > 0, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u(0, t) = 0$$

10- معادله موج زیر را به کمک تبدیل فوریه حل کنید.

$$u_{tt} = c^2 u_{xx} + h(x, t) \quad 0 < x < \pi, \quad t \geq 0$$

$$u(0, t) = g(t), \quad u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0$$