



۱) هر یک از توابع زیر را ابتدا در بازه‌ی داده شده رسم کنید، سپس سری فوریه‌ی آن‌ها را حساب کنید. برای قسمت (ه) ضابطه‌ی تابع را به دست آورید.

الف) $f(x) = |\cos(x)| \quad -\pi < x < \pi \quad T = 2\pi$

ب) $g(x) = x^2 - x \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \quad T = \pi$

ج) $h(x) = \sin^2(x) - 4 \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \quad T = \pi$

د) $z(x) = \sinh(ax) \quad 0 < x < \pi \quad T = \pi$

ه)



۲) اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = x^2$ باشند، به ازای $-\pi < x < \pi$ ؛

الف) سری فوریه‌ی توابع $f(x)$ و $g(x)$ را بدست آورید.

ب) به کمک قضیه پارسوال، حاصل $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{f(x)^2 - g(x)^2}{2\pi} dx$ را محاسبه کنید.



۳) اگر $f(x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cos(nx) + \frac{1}{n^2} \sin(nx)$ ، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$I = \int_{-\pi}^{\pi} f(x) (\sin(2.5x) + \cos(2.5x))^2 \cos(5x) dx$$

۴) سری فوریه‌ی تابع $f(x)$ را در بازه‌ی $0, 2l$ به دست آورید، سپس مقدار A و B را به کمک سری فوریه بیابید.

$$f(x) = \begin{cases} l - x, & 0 < x \leq l \\ 0, & l \leq x < 2l \end{cases}$$

$$A = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

$$B = 1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \dots$$

۵) جواب خصوصی معادلات زیر را به دست آورید.

الف) $y' + 4y = f(x)$

$$-\pi \leq x \leq \pi$$

$$f(x) = x^2 + x$$

ب) $y'' + 50y = f(t)$

$$f(t) = f(t + 2\pi)$$

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < \pi \\ 0 & t = 0, \pi, 2\pi \\ -1 & \pi < t < 2\pi \end{cases}$$



دانشگاه تهران - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

ریاضیات مهندسی - نیم سال دوم سال ۱۴۰۰-۱۳۹۹

تمرین ۱: سری فوریه

مدرس: دکتر مهدی طالع ماسوله - عل تمرین: آرمان اکبری

برای سوالات خود و مخصوص این تمرین با ایمانامه arr3aan@gmail.com مکاتبه نمایید.

۶) اطلاعات زیر درباره‌ی سیگنال $x(t)$ داده شده است:

الف) این سیگنال حقیقی و فرد است.

ب) دارای دوره تناوب $T = 2$ و ضرایب سری فوریه‌ی b_k است.

ج) به ازای $|k| > 1$ ، $b_k = 0$.

د) $\frac{1}{2} \int_0^2 |x(t)|^2 dt = 1$.

دو سیگنال مختلف برای ارضای این شرایط پیدا کنید.

موفق باشید.