



درس ریاضی مهندسی

پاسخ کوئیز ۶

نیم سال دوم

۱۴۰۰-۱۴۰۱

پاسخ سوال ۱:

$$\begin{aligned}
 u(x,t) &= X(x)T(t) : \frac{X''}{X} = \frac{1}{T} \frac{T''}{T} \\
 -\infty < x < +\infty : X(x) &= \int_0^{\infty} (A(\omega) \cos \omega x + B(\omega) \sin \omega x) d\omega \Rightarrow \frac{X''}{X} = -\omega^2 \\
 T''_T &= -\omega^2 \Rightarrow T(t) = A' \cos(\omega t) + B' \sin \omega t \xrightarrow{u(x,0)=0} T(t) = A' \cos(\omega t) \\
 \Rightarrow u(x,t) &= \int_0^{\infty} (E(\omega) \cos \omega x + G(\omega) \sin \omega x) (\cos \omega t) d\omega
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u(x,0) &= \int_0^{\infty} (E(\omega) \cos(\omega x) + G(\omega) \sin \omega x) d\omega = \begin{cases} 1 & ; |x| < 2 \\ 0 & ; |x| > 2 \end{cases} = f(x) \\
 \Rightarrow \begin{cases} E(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cos(\omega x) dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \cos \omega x dx = \frac{2}{\pi \omega} \sin 2\omega \\ G(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \sin(\omega x) dx = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

موفق باشید - خان چرلی