

دانشگه تهران- دانشگه مهندی برق و کاپپوتر ریاضیات مهندی-نیم سال اول سال ۱۴۰۰-۱۴۰۰ تمرین ع: معادله ترارت و موج غیر بمکن مدرس: دکتر مهدی طالع ماموله - عل تمرین: ککمهر خسروضاور - سروش می فروش - حسین عطرسایی



رای موالات خود درخصوص این تمرین بار لیا نامه hatrsaei@gmail.com و hatrsaei@gmail.com مکلته نایید .

<mark>۱)</mark> معادله موج زیر را حل کنید.

$$9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = u, \qquad 0 \le x \le \pi, \qquad 0 \le t$$

$$u(0\ t) = u(\pi, t) = 0$$

$$u(x,0) = 0, u_t(x,0) = x$$

۲) معادله حرارت زیر را حل کنید.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \qquad 0 \le x, \qquad 0 \le t$$

$$u_x(0,t)=0$$

$$u(x,0)=e^{-x^2}$$

۳) معادله گرمای زیر را حل کنید.

$$u_t = 4u_{xx} + \Lambda(\frac{x - \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}}), \qquad 0 \le x \le \pi$$

$$u(0,t) = \sin(t)$$
, $u_x(\pi,t) = \cos(t)$

$$u(x,0) = \Pi\left(\frac{x}{\pi}\right)$$

۴) معادله با مشتقات جزئی زیر را حل کنید

$$u_t - t^2 u_{xx} - u = 0, \qquad 0 \le x \le 1, \qquad 0 \le t$$

$$u(0,t)=u(1,t)=0$$

$$u(x,0)=1$$

سیمی به طول l در دو سر خود بدون تغییر مکان بوده و تا قبل از زمان صفر در حال سکون میباشد. در زمان صفر در وسط خود تحت شدت نیرویی (Δ)

برابر با $rac{P}{2\epsilon}$ در طول 2ϵ قرار می گیرد. تغییر مکان سیم، u(x,t) را در هر لحظه بیابید. نتیجه را برای زمانی که $\epsilon o 0$ ساده کنید. (امتیازی)

$$c^2 u_{xx} - u_{tt} = g(x, t), \qquad 0 \le x \le l, \qquad 0 \le t$$

$$u(0,t) = u(l,t) = 0$$

$$u(x,0) = u_t(x,0) = 0$$

۶) معادله گرمای زیر را حل کنید.

$$u_t = u_{xx} + e^{-t} + \cos(3\pi x), \qquad 0 \le x \le 1, \qquad 0 \le t$$

$$u_x(0,t) = u_x(1,t) = 1$$

$$u(x,0) = x + \sin^2(\pi x)$$



دانش شران- دانشگده مهندی برق و کاپپوتر ریاضیات مهندی-نیم سال اول سال ۱۴۰۰-۱۴۰۰ تمرین عز: معادله تزارت و موج غیر بمکن مدرس: دکتر مهدی طالع ما موله - عل تمرین: ککمهر خسروضاور - سروش می فروش - حسین عطرسایی



براي موالات خود درخصوص اين تمرين بار ليا كلمه hatrsaei@gmail.com وsorush.mes@gmail.com مكلته غاييد.

۷) معادله حرارت غیر همگن زیر را حل کنید.

$$u_t = u_{xx} + x^2 + t(1 + \cos(\pi x)), \quad 0 \le x \le 1, \quad 0 \le t$$

$$u_x(0,t) = 2, \qquad u_x(1,t) = 2 + 2t$$

$$u(x,0)=2x$$

یک میله نیمه محدود را در نظر بگیرید. حرارت، u(x,t) را در طول میله با شرایط زیر بدست آورید. (۸

$$u_{xx} = \frac{1}{c^2} u_t, \qquad 0 \le x, \qquad 0 \le t$$

$$u_x(0,t)=0$$

$$u(x,0) = \Pi\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{a}\right)$$

۹) معادله موج زیر را حل کنید. (امتیازی)

$$u_{xx} + u_{yy} = \frac{1}{c^2} u_{tt}, \quad 0 \le x \le l_x, \quad 0 \le y \le l_y, \quad 0 \le t$$

$$u(0, y, t) = 0, \quad u(l_x, y, t) = 0$$

$$u(x, 0, t) = 0, \quad u_y(x, l_y, t) = 0$$

$$u(x, y, 0) = \Lambda \left(\frac{x - \frac{l_x}{2}}{\frac{l_x}{2}}\right) \Lambda \left(\frac{y - \frac{l_y}{2}}{\frac{l_y}{2}}\right), \quad u_t(x, y) = 0$$

موفق باشيد.