به نام حضرت دوست

دانشگاه تهران

پردیس دانشکده های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

پاسخ کوئیز هشتم ریاضی مهندسی

پاسخ:

$$f(z)=\begin{cases}\underbrace{\dfrac{x^3-y^3}{x^2+y^2}}_{u}+i\underbrace{\dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2}}_{v} & z\neq 0\\ 0 & z=0\end{cases}$$

$$f'(z)=\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{f(z)-\overset{0}{f(0)}}{z-0}=\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^3-y^3+i(x^3+y^3)}{(x+iy)(x^2+y^2)}=\begin{cases}1+i & \text{روی مسیر } y=0\\ \dfrac{1+i}{2} & \text{روی مسیر } y=x\end{cases}$$

در نتیجه $f'(0)$ موجود نیست.

$$u_x(0,0)=\lim_{x\to 0}\frac{u(x,0)-u(0,0)}{x}=1 \qquad v_x(0,0)=\lim_{x\to 0}\frac{v(x,0)-v(0,0)}{x}=1$$

$$u_y(0,0)=\lim_{y\to 0}\frac{u(0,y)-u(0,0)}{y}=-1 \qquad v_y(0,0)=\lim_{y\to 0}\frac{v(0,y)-v(0,0)}{y}=1$$

$$\Rightarrow \begin{matrix}u_x=v_y\\ u_y=-v_x\end{matrix} \Rightarrow$$ شرایط کوشی-ریمان برقرار است