

(۱) معادله موج زیر را حل کنید.

$$9 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = u, \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq t$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = x$$

(۲) معادله حرارت زیر را حل کنید.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad 0 \leq x, \quad 0 \leq t$$

$$u_x(0, t) = 0$$

$$u(x, 0) = e^{-x^2}$$

(۳) معادله گرمای زیر را حل کنید.

$$u_t = 4u_{xx} + \Lambda\left(\frac{x - \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}}\right), \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$u(0, t) = \sin(t), \quad u_x(\pi, t) = \cos(t)$$

$$u(x, 0) = \Pi\left(\frac{x}{\pi}\right)$$

(۴) معادله با مشتقات جزئی زیر را حل کنید

$$u_t - t^2 u_{xx} - u = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0$$

$$u(x, 0) = 1$$

(۵) سیمی به طول l در دو سر خود بدون تغییر مکان بوده و تا قبل از زمان صفر در حال سکون می باشد. در زمان صفر در وسط خود تحت شدت نیرویی

برابر با $\frac{P}{2\epsilon}$ در طول 2ϵ قرار می گیرد. تغییر مکان سیم، $u(x, t)$ را در هر لحظه بیابید. نتیجه را برای زمانی که $\epsilon \rightarrow 0$ ساده کنید. (امتیازی)

$$c^2 u_{xx} - u_{tt} = g(x, t), \quad 0 \leq x \leq l, \quad 0 \leq t$$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0$$

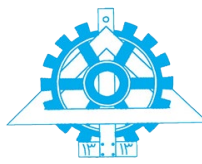
$$u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0$$

(۶) معادله گرمای زیر را حل کنید.

$$u_t = u_{xx} + e^{-t} + \cos(3\pi x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t$$

$$u_x(0, t) = u_x(1, t) = 1$$

$$u(x, 0) = x + \sin^2(\pi x)$$



۷) معادله حرارت غیر همگن زیر را حل کنید.

$$u_t = u_{xx} + x^2 + t(1 + \cos(\pi x)), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t$$

$$u_x(0, t) = 2, \quad u_x(1, t) = 2 + 2t$$

$$u(x, 0) = 2x$$

۸) یک میله نیمه محدود را در نظر بگیرید. حرارت، $u(x, t)$ را در طول میله با شرایط زیر بدست آورید.

$$u_{xx} = \frac{1}{c^2} u_t, \quad 0 \leq x, \quad 0 \leq t$$

$$u_x(0, t) = 0$$

$$u(x, 0) = \Pi\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{a}\right)$$

۹) معادله موج زیر را حل کنید. (امتیازی)

$$u_{xx} + u_{yy} = \frac{1}{c^2} u_{tt}, \quad 0 \leq x \leq l_x, \quad 0 \leq y \leq l_y, \quad 0 \leq t$$

$$u(0, y, t) = 0, \quad u(l_x, y, t) = 0$$

$$u(x, 0, t) = 0, \quad u_y(x, l_y, t) = 0$$

$$u(x, y, 0) = \Lambda\left(\frac{x - \frac{l_x}{2}}{\frac{l_x}{2}}\right) \Lambda\left(\frac{y - \frac{l_y}{2}}{\frac{l_y}{2}}\right), \quad u_t(x, y) = 0$$

موفق باشید.