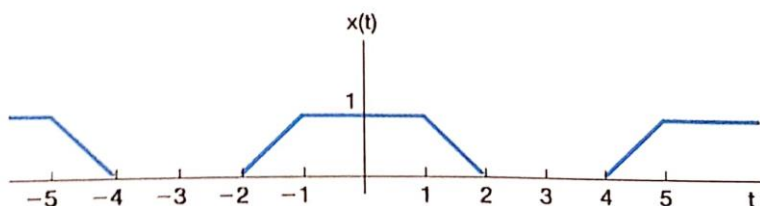




(۱) سری فوریه توابع زیر را به دست آورید.

(الف)



(ب) $f(x) = |x|$ $\frac{-1}{2} < x < \frac{1}{2}$ $T = 1$

(2)

(الف) تابع $f(x) = x(\pi - x)$ را که در بازه $0 < x < \pi$ تعریف شده است، گسترش فرد داده و سری فوریه سینوسی آن را بیابید.

(ب) به کمک سری قبل، حاصل سری عددی زیر را به دست آورید.

$$A = \left(\frac{1}{1^3} - \frac{1}{5^3} \right) + \left(\frac{1}{7^3} - \frac{1}{11^3} \right) + \left(\frac{1}{13^3} - \frac{1}{17^3} \right) + \dots$$

(3) ابتدا سری فوریه تابع $f(x) = \cosh(ax)$ را در بازه $-\pi \leq x \leq \pi$ به دست آورید و سپس به کمک آن حاصل عبارت زیر را به دست آورید.



$$A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a^2 + n^2}$$

(۴) به کمک سری فوریه تابع $f(x)$ حاصل سری زیر را به دست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ \sin(x), & 0 < x < \pi \end{cases}$$

$$A = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots$$

(۵) اگر $f(x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cos(nx) + \frac{1}{n^2} \sin(nx)$ ، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$I = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)(\sin(3x) + \cos(3x))^2 \cos(6x) dx$$

(۶) بسط سری فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} -1 & -\pi < x < 0 \\ 1 & 0 < x < \pi \end{cases}$ به صورت $f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2k-1)x}{2k-1}$ است. به کمک آن حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$S = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots$$



(۷) اگر $f(x) = x$ و $g(x) = x^2 - \frac{\pi^2}{3}$ باشند، به ازای $-\pi < x < \pi$ ؛

(الف) سری فوری توابع $f(x)$ و $g(x)$ را بدست آورید.

(ب) به کمک قضیه پارسوال، حاصل $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{f(x)^2 - g(x)^2}{2\pi} dx$ را محاسبه کنید.

(۸) جواب خصوصی معادله‌ی زیر را بیابید.

$$y'' + 24y = r(t) \quad r(t) = \begin{cases} t + \frac{\pi}{2}, & -\pi < t < 0 \\ -t + \frac{\pi}{2}, & 0 < t < \pi \end{cases} \quad r(t) = r(t + \pi);$$

(۹) سری فوری تابع متناوب $f(t)$ با دوره تناوب 2π را به دست بیاورید و سپس به کمک آن، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$f(t) = \begin{cases} -tsint, & -\pi < t < 0 \\ tsint, & 0 < t < \pi \end{cases}$$

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(2n+1)^2(2n-1)^2}$$

موفق باشید.