



## ریاضی مهندسی

تاریخ تحویل

۱۴۰۰/۱۲/۱۴

تکلیف شماره ۱

نیم سال دوم

۱۴۰۰-۱۴۰۱

## سری فوریه

۱- تعامد توابع زیر را در بازه‌های مشخص شده، بررسی نمایید.

$$f_1(x) = 2x, f_2(x) = \sin x; -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ (الف)}$$

$$g_1(x) = \cosh x, g_2(x) = \cos x; -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ (ب)}$$

۲- در صورتی که  $a_n$  و  $b_n$  ضرایب اویلر سری فوریه تابع متناوب  $f(x)$  در بازه  $-l \leq x \leq l$  باشند، یعنی:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{n\pi}{l} x + b_n \sin \frac{n\pi}{l} x \right)$$

ثابت کنید:

$$\frac{1}{l} \int_{-l}^l [f(x)]^2 dx = \frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

۳- بسط سری فوریه توابع زیر را بدست آورید.

$$f(x) = x \sin x; -\pi \leq x < \pi \text{ (الف)}$$

$$g(x) = \sin 2x - \cos x + x^2 + x \cos^2 x; 0 \leq x < \pi \text{ (ب)}$$

$$h(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^{k+1} \delta(x - kL) \text{ (ج)}$$

۴- الف) بسط سری فوریه تابع  $f(x) = x; -\pi \leq x < \pi$  را بدست آورده و با استفاده از آن مقدار سری زیر را محاسبه نمایید.

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6} = \frac{\pi^6}{945}$$



## ریاضی مهندسی

تاریخ تحویل

۱۴۰۰/۱۲/۱۴

تکلیف شماره ۱

نیم سال دوم

۱۴۰۰-۱۴۰۱

۵- اگر تابع  $f(x)$  در بازه  $-\pi \leq x < \pi$  به صورت

$$f(x) = \frac{\pi}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3(-1)^{n+1}}{n^2} \cos(nx) - \frac{1}{n} \sin(nx) \right)$$

بیان شده باشد، حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$I = \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \left( \cos^3 x - 2 \sin^2 \frac{x}{2} \right) dx$$

موفق باشید