



برای سوالات خود در خصوص این تمرین با ایمانمه [emami.nika@gmail.com](mailto:emami.nika@gmail.com), [sorush.mes@gmail.com](mailto:sorush.mes@gmail.com), [ghosrokhavar@gmail.com](mailto:ghosrokhavar@gmail.com) یا به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.

۱) معادله موج زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.

$$\begin{aligned}u_{xx} - u_{tt} &= -\sin(\pi x) \sin(t), & 0 \leq x \leq 1, & \quad 0 \leq t \\u(0, t) &= u(1, t) = 0 \\u(x, 0) &= 0, & \quad u_t(x, 0) &= 0\end{aligned}$$

۲) معادله حرارت زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.

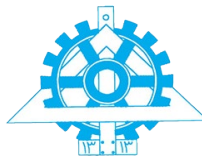
$$\begin{aligned}u_{xx} - u_t &= \sin(\pi t), & 0 \leq x \leq 1, & \quad 0 \leq t \\u_t(0, t) &= -\sin(\pi t), & \quad u(1, t) &= \frac{1}{\pi}(\cos(\pi t) - 1) \\u(x, 0) &= \sin(\pi x)\end{aligned}$$

۳) معادله حرارت زیر را به کمک تبدیل فوریه حل کنید. (فرم کانولوشنی جواب را لازم نیست ساده کنید)

$$\begin{aligned}u_{xx} - u_t &= 0, & -\infty < x < \infty, & \quad 0 \leq t \\u(x, 0) &= e^{-x} \cos(\omega_0 x) u(x)\end{aligned}$$

۴) معادله زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.

$$\begin{aligned}u_x + xu_t &= 0, & 0 \leq x, & \quad 0 \leq t \\u(x, 0) &= 0 \\u(0, t) &= t\end{aligned}$$



دانشگاه تهران - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر  
ریاضیات مهندسی - نیم سال اول سال ۱۴۰۰-۱۴۰۱  
تمرین ۹: حل معادلات PDE به کمک تبدیل لاپلاس و فوریه  
مدرس: دکتر مهدی طالع ماسوله - حل تمرین: نیکامامی - سروش مس فروش - گلهر خسروخاور

برای سوالات خود در خصوص این تمرین با ایمانامه [emami.nika@gmail.com](mailto:emami.nika@gmail.com), [sorush.mes@gmail.com](mailto:sorush.mes@gmail.com), [gkhosrokhavar@gmail.com](mailto:gkhosrokhavar@gmail.com) مکتب بنمایید.

۵) معادله زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.

$$\begin{aligned}u_{xx} - u_{tt} &= 4e^{-2t}, & 0 \leq x \leq 2, & \quad 0 \leq t \\u(0, t) &= 1 - 2t - e^{-2t}, & u(2, t) &= 3 - 2t - e^{-2t} \\u(x, 0) &= x, & u_t(x, 0) &= 0\end{aligned}$$

۶) معادله لاپلاس زیر را به کمک تبدیل فوریه حل کنید. (نیازی به گرفتن تبدیل فوریه معکوس نیست)

$$\begin{aligned}u_{xx} + u_{yy} &= 0, & -\infty < x < \infty, & \quad 0 \leq y \\u(x, 0) &= \frac{1}{2\pi} \operatorname{sinc}\left(\frac{x}{2\pi}\right), & u(x, 1) &= \frac{1}{2\pi} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{x}{2\pi}\right)\end{aligned}$$

موفق باشید.