

به نام خداوند قلم دانشگاه تهران پردیس دانشکدگان فنی دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر



ریاضی مهندسی

پاسخ تکلیف شماره ۲

یمسال دوم ۱۴۰۱–۱۴۰۱

سری فوریه

پاسخ سوال ۱: (۲۰ نمره)

$$C_{n} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-inx} dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sinh(ax) e^{-inx} dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{e^{ax} - e^{-ax}}{2} \right] e^{-inx} dx = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left[e^{(a-in)} - e^{-(a+in)} \right] dx$$

$$= \frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{a - in} \left(e^{(a-in)\pi} - e^{-(a-in)\pi} \right) + \frac{1}{a + in} \left(e^{-(a+in)\pi} - e^{-(a+in)\pi} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{4\pi} \left[\frac{a + in}{a^{2} + n^{2}} \left(e^{a\pi} \left(-1 \right)^{n} - e^{-a\pi} \left(-1 \right)^{n} \right) + \frac{a - in}{a^{2} + n^{2}} \left(e^{-a\pi} \left(-1 \right)^{n} - e^{a\pi} \left(-1 \right)^{n} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{4\pi} \frac{\left(-1 \right)^{n}}{a^{2} + n^{2}} \left(e^{a\pi} - e^{-a\pi} \right) \left[a + in - a + in \right] = \frac{2in \left(-1 \right)^{n} \left(e^{a\pi} - e^{-a\pi} \right)}{4\pi \left(a^{2} + n^{2} \right)} = \frac{in \left(-1 \right)^{n} \sinh(a\pi)}{\left(a^{2} + n^{2} \right)}$$

$$f(x) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} \frac{in \left(-1 \right)^{n} \sinh(a\pi)}{\left(a^{2} + n^{2} \right)} e^{inx}$$

پاسخ سوال ۲: (۳۰ نمره)

$$b_{n} = 0$$

$$a_{0} = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\pi} \sin x \, dx = \frac{2}{\pi}$$

$$a_{n} = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\pi} \sin x \cos nx \, dx = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\pi} (\sin(1+n)x + \sin(1-n)x) dx = \frac{1}{\pi} \left(\frac{-1}{1+n}\cos(1+n)x + \frac{-1}{1-n}x\cos(1-n)x\right)\Big|_{0}^{\pi} = \frac{2}{\pi} \frac{1+\cos n\pi}{1-n^{2}}$$

$$f(x) = \frac{2}{\pi} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+\cos n\pi}{1-n^{2}} \cos nx \rightarrow parseval : S = \frac{\pi^{2}}{16} - \frac{1}{2}$$



به نام خداوند قلم دانشگاه تهران پردیس دانشکدگان فنی دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر



ریاضی مهندسی

پاسخ تکلیف شماره ۲

نیمسال دوم ۱۴۰۱–۱۴۰۱

پاسخ سوال ۳: (۲۰ نمره)

$$T = 1 \text{ and } l = 0.5$$

$$a_0 = 2 \int_0^1 x \, dx = 1$$

$$a_n = 0$$
 and $b_n = 2 \int_0^1 x \sin 2n\pi x \, dx = \frac{-2x}{2n\pi} \cos 2n\pi x + \frac{2}{4n^2\pi^2} \sin 2n\pi x$) $\Big|_0^1 = \frac{-1}{n\pi}$

پاسخ سوال ۴ قسمت (الف): (۱۵ نمره)

$$f(x) = e^{x|x|}, T = f(x) \Rightarrow L = \pi \Leftrightarrow (U(x)) \Rightarrow f(x) \Rightarrow f(x)$$



به نام خداوند قلم دانشگاه تهران پردیس دانشکدگان فنی دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

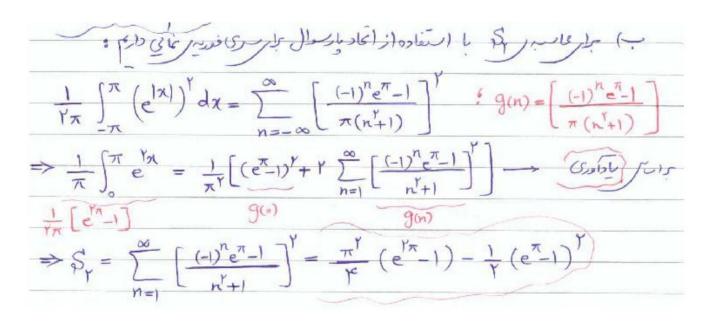


ریاضی مهندسی

پاسخ تکلیف شماره ۲

نیمسال دوم ۱۴۰۱–۱۴۰۱

پاسخ سوال ۴ قسمت (ب): (۱۵ نمره)



موفق باشید – خان چرلی