



(۱) معادله موج زیر را حل کنید.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad 0 \leq x \leq l$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0$$

$$u(x, 0) = e^{-x}, \quad u_t(x, 0) = 0$$

(۲) معادله موج زیر را حل کنید.

$$u_{tt} = 9u_{xx}$$

$$u_x(0, t) = 0, \quad u_x(\pi, t) = 0$$

$$u(x, 0) = x^2, \quad u_t(x, 0) = e^{-x}$$

(۳) معادله گرمای زیر را حل کنید.

$$u_t = 2u_{xx}, \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$u(0, t) = 0, \quad u_x(\pi, t) = 0$$

$$u(x, 0) = \Pi\left(\frac{x}{\pi}\right)$$

(۴) معادله موج زیر را حل کنید.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{16} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u_x(0, t) = u(1, t) = 0$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \delta\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

(۵) معادله حرارت زیر را حل کنید.

$$u_t = 4u_{xx}, \quad 0 \leq x \leq 2\pi$$

$$u_x(0, t) = u_x(2\pi, t) = 0$$

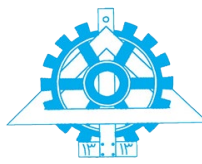
$$u(x, 0) = \cos(2x)$$

(۶) معادله گرمای زیر را حل کنید.

$$16u_t = u_{xx}, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u_x(0, t) = u(1, t) = 0$$

$$u(x, 0) = x \cos(\pi x)$$



۷) معادله موج زیر را حل کنید

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{4} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u(0, t) = u_x(1, t) = 0$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 4x(1 - x)$$

۸) ابتدا و انتهای یک میله به طول l در مخلوط آب و یخ قرار دارد. اگر توزیع دما در لحظه اولیه روی میله به صورت $U(x, 0) = \Lambda\left(\frac{x - \frac{l}{2}}{\frac{l}{2}}\right)$ باشد، دما در میانه میله را حساب کنید. ($c^2 = 1$)

۹) معادله حرارت زیر را حل کنید. (امتیازی)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad -1 \leq x \leq 1$$

$$u(-1, t) = u(1, t), \quad u_x(-1, t) = u_x(1, t)$$

$$u(x, 0) = |x|$$

موفق باشید.