به نام خدا

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها - بهار ۱۴۰۲

پاسخ تمرین شماره ۲

دستیار آموزشی این مجموعه: پریا خوشتاب
paria.khoshtab2019@gmail.com

تاریخ تحویل : ۱۴۰۱/۱۲/۱۶

---

1) برای هر یک از زبان‌های زیر عبارت منظم بنویسید. (30 نمره)

الف) رشته‌هایی که تعداد aها در آن‌ها فرد باشد. ($\Sigma = \{a,\ b,\ c\}$)

(b + c)*a(a(b + c)*a + (b + c))*

ب) اعداد باینری که مقدار آن‌ها در مبنای ده، زوج و بیشتر یا مساوی 8 باشد. ($\Sigma = \{0,\ 1\}$)

0*1(0 + 1)*(0 + 1)(0 + 1)0

ج) رشته‌هایی که شامل زیررشته bc نمی‌باشند. ($\Sigma = \{a,\ b,\ c\}$)

c*(b + ac*)*

د) زبانی که شامل تمامی رشته‌ها به جز aaa باشد. ($\Sigma = \{a,\ b\}$)

ε + a + aa + (b + ab + aab + aaa(a + b))(a + b)*

ه) رشته‌هایی که حداقل شامل دو زیررشته aa باشند. ($\Sigma = \{a,\ b\}$)

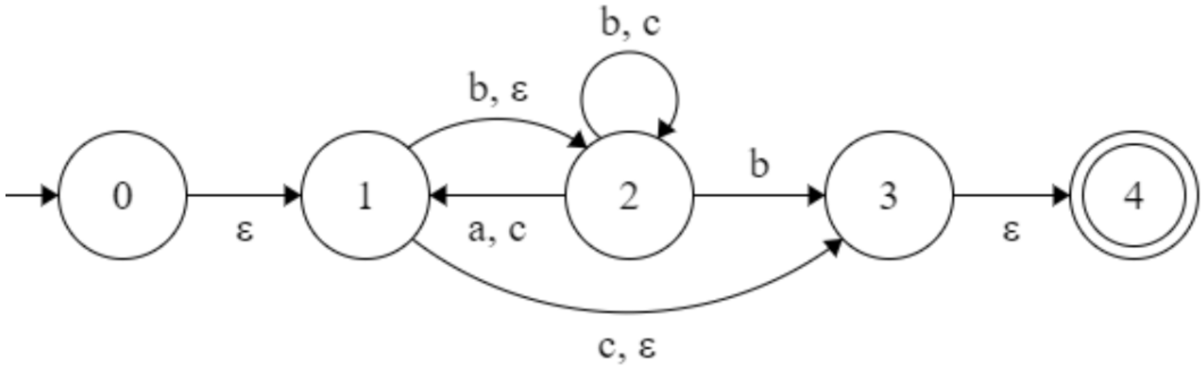
(a + b)*aa(a + b)*aa(a + b)* + (a + b)*aaa(a + b)*

و) (امتیازی) رشته‌هایی که شامل تعداد زوجی زیررشته 000 می‌باشند. ($\Sigma = \{0,\ 1\}$)

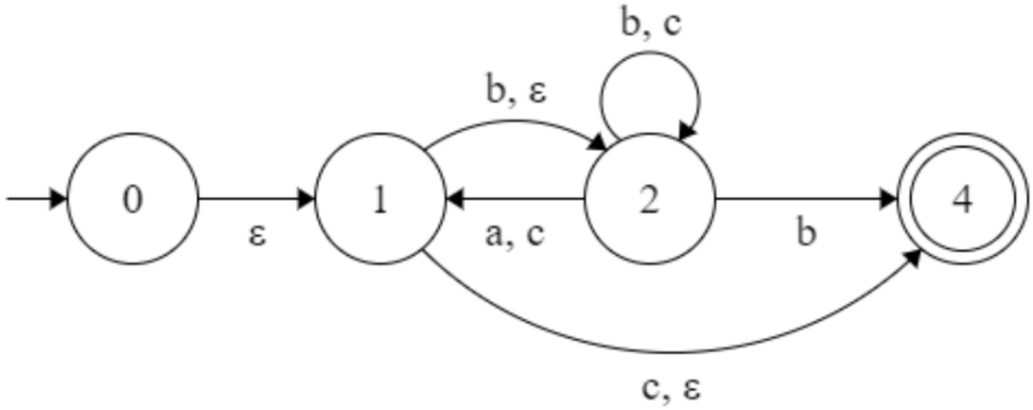
(((0 + (00)*)1)*000(00)*1((0+(00)*1)*000(00)*1)*((0+(00)*)1)*(0+(00)*)

2) عبارت منظم متناظر با هر یک از NFAهای زیر را بنویسید و مراحل تبدیل و حذف هر state را نیز رسم کنید. (30 نمره)

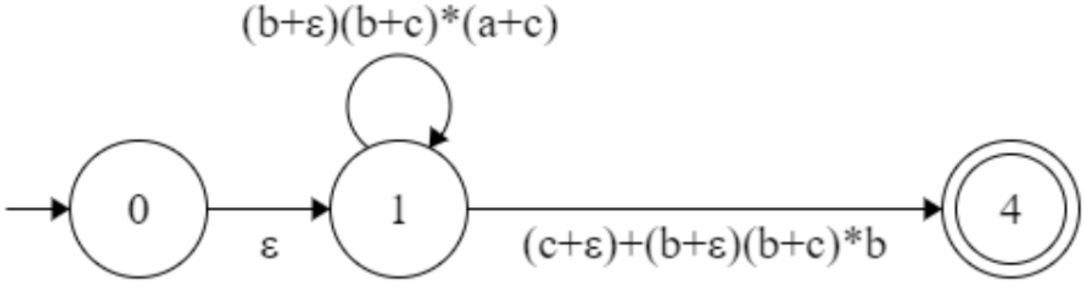
الف) ابتدا تبدیل به GNFA را انجام می‌دهیم:



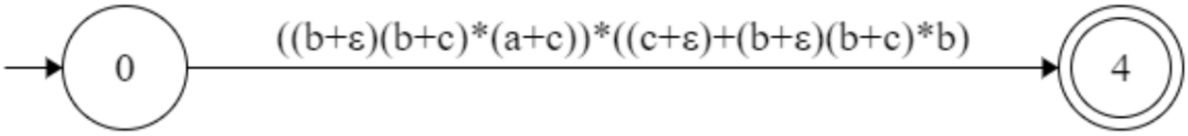
سپس استیت 3 را حذف می‌کنیم:



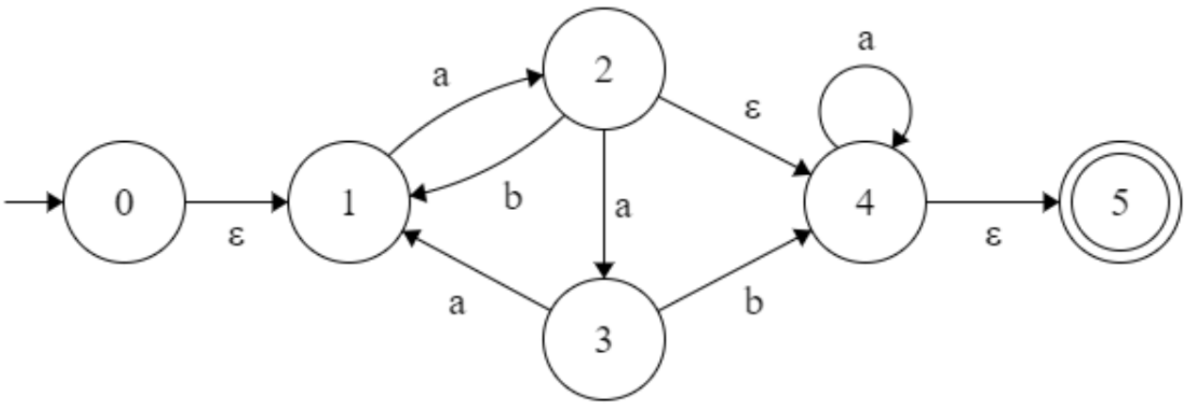
سپس استیت 2 را حذف می‌کنیم:



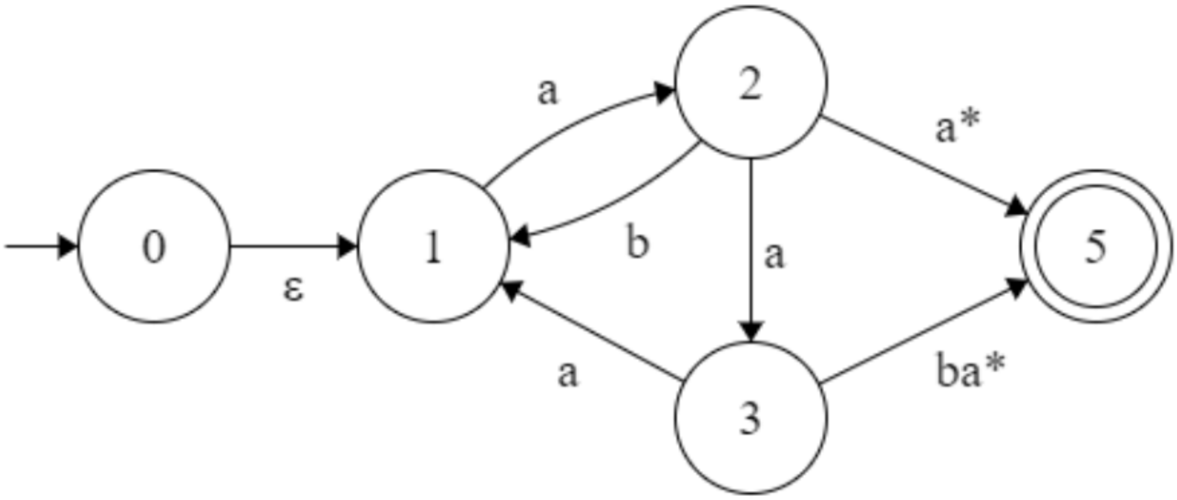
سپس استیت 1 را حذف می‌کنیم:



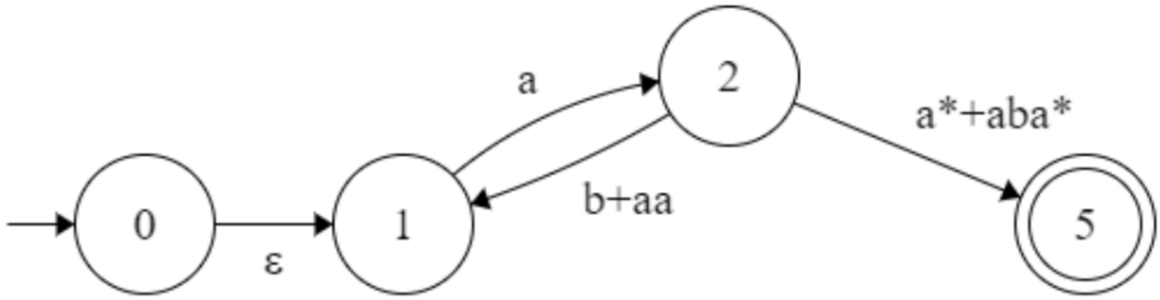
ب) ابتدا تبدیل به GNFA را انجام می‌دهیم:



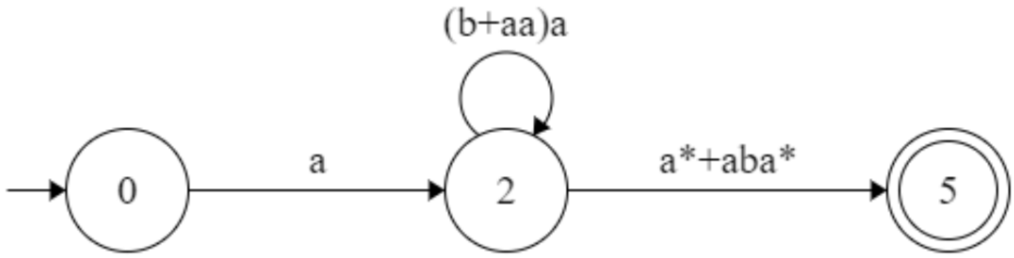
سپس استیت 4 را حذف می‌کنیم:



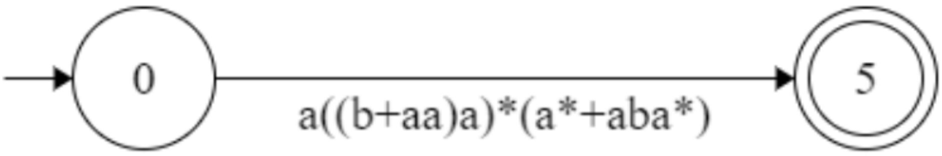
سپس استیت 3 را حذف می‌کنیم:



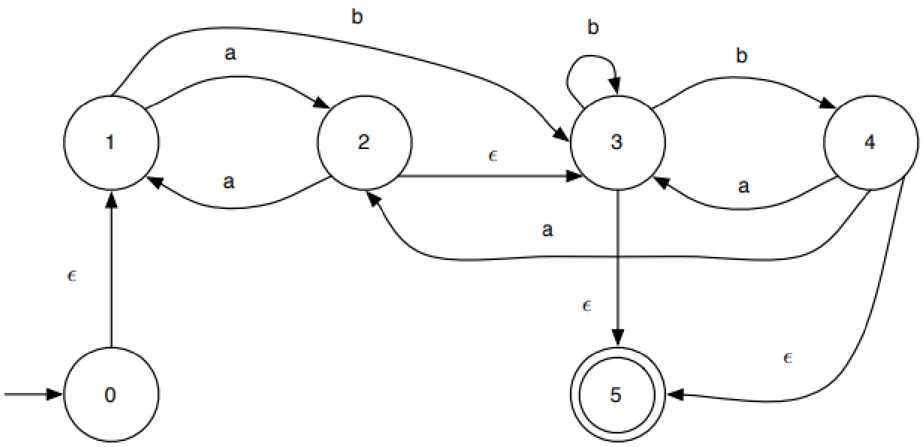
سپس استیت 1 را حذف می‌کنیم:



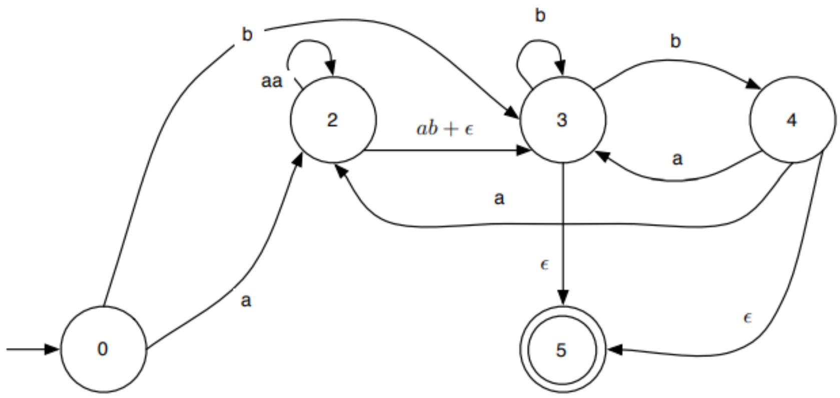
سپس استیت 2 را حذف می‌کنیم:



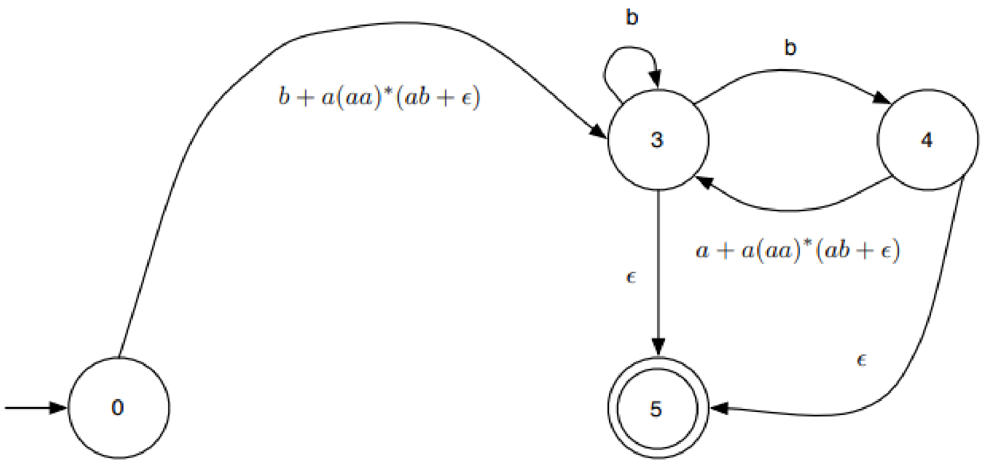
ج) ابتدا تبدیل به GNFA را انجام می‌دهیم:



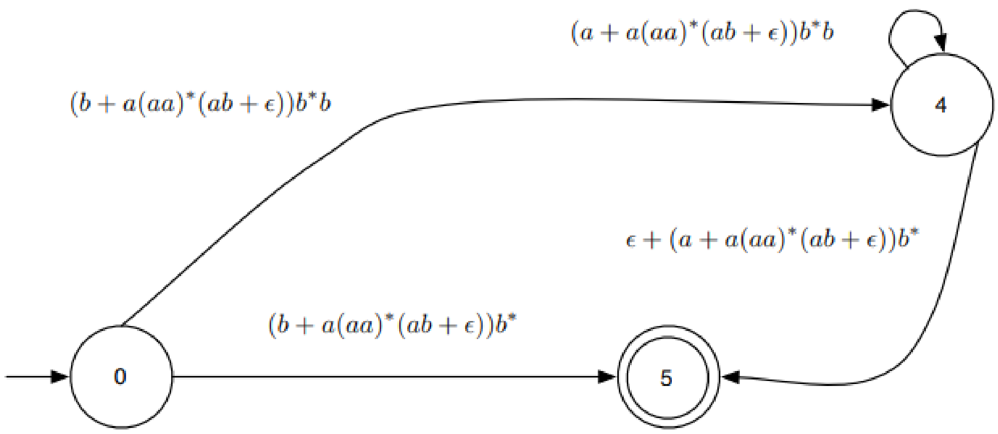
سپس استیت 1 را حذف می‌کنیم:



سپس استیت 2 را حذف می‌کنیم:



سپس استیت 3 را حذف می‌کنیم:

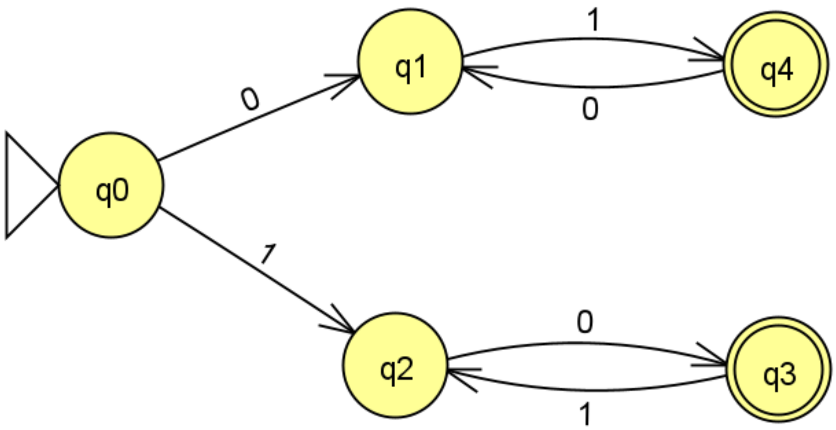


سپس استیت 4 را حذف می‌کنیم:

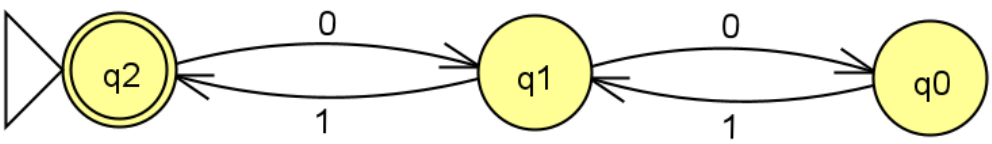
$$(b+a(aa)^*(ab+\epsilon))b^*+$$
$$((b+a(aa)^*(ab+\epsilon))b^*b)((a+a(aa)^*(ab+\epsilon))b^*b)^*(\epsilon+(a+a(aa)^*(ab+\epsilon))b^*)$$

3) برای عبارات منظم زیر DFA رسم کنید. (20 نمره) (استیت Trap به منظور ساده‌سازی رسم نشده است)

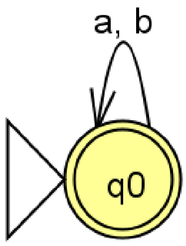
الف) 0*(10)1 + 1*(01)0



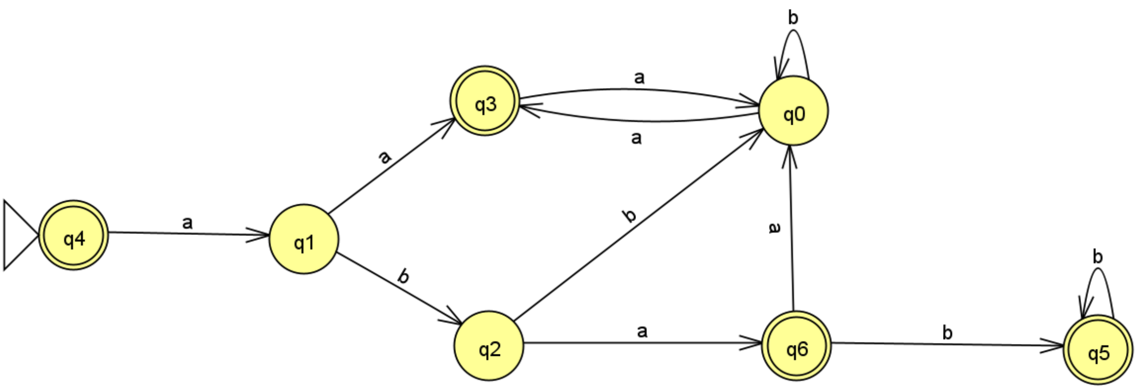
ب) *(0(01 + 10)*1)



ج) *((a*b)*(b*a)*)



د) (امتیازی) abab* + (ab*a)*



4) درستی یا نادرستی موارد زیر را مشخص کنید. (در صورت نادرست بودن مثال نقض و در صورت درستی اثبات ارائه دهید.) (20 نمره)

الف) اگر $L_1 \cap L_2$ و L_2 زبان‌های منظم باشند، زبان L_1 نیز منظم است.
نادرست؛ مثال نقض:

$$L_1 = \{a^{2^n} : n \geq 0\},\ L_2 = \phi,\ L_1 \cap L_2 = \phi$$

ب) اگر L^* منظم باشد، زبان L نیز منظم است.
نادرست؛ مثال نقض:
زبان $L = \{a^{2^n} : n \geq 0\}$ نامنظم است ولی $L^* = a^*$ به وضوح منظم است.

ج) اگر L_1 و L_2 زبان‌های منظم باشند، $L_1 \backslash L_2$ نیز منظم است. (عملگر \ نشان‌دهنده تفاضل مجموعه‌ای است)
درست؛ اثبات:
می‌دانیم زبان‌های منظم نسبت به اعمال اشتراک، اجتماع و متمم بسته‌اند و چون $L_1 \backslash L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$ بنابراین نسبت به تفاضل مجموعه‌ای نیز بسته‌اند.

د) اگر $L \backslash \{\epsilon\}$ منظم باشد، زبان L نیز منظم است. (عملگر \ نشان‌دهنده تفاضل مجموعه‌ای است)
درست؛ اثبات:
طبق فرض می‌دانیم $L \backslash \{\epsilon\}$ منظم است. همچنین می‌دانیم $\{\epsilon\}$ نیز منظم است. بنابراین با توجه به بسته بودن زبان‌های منظم نسبت به عمل اجتماع، $L = (L \backslash \{\epsilon\}) \cup \{\epsilon\}$ نیز منظم است.

ه) اگر L_1 زبان منظم و $L_2 \subseteq L_1$ باشد، زبان L_2 نیز منظم است.
نادرست؛ مثال نقض:

$$L_1 = a^*,\ L_2 = \{a^{2^n} : n \geq 0\},\ L_2 \subseteq L_1$$

5) فرض کنید A یک زبان منظم باشد و B هر زبانی باشد (لزوما منظم نیست). ثابت کنید زبان L منظم می باشد. (10 نمره)

$$L = \{w \mid wx \in A \text{ به طوریکه } x \in B\}$$

A یک زبان منظم می باشد، بنابراین یک DFA به نام M وجود دارد که زبان A را می پذیرد.
فرض می کنیم داریم: $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

برای این که ثابت کنیم L یک زبان منظم است باید یک DFA بسازیم که زبان L را بپذیرد. این DFA به نام M' را به صورت زیر می سازیم:

- $M' = (Q', \Sigma', \delta', q_0', F')$
- $Q' = Q$
- $\Sigma' = \Sigma$
- $q_0' = q_0$
- $F' = \{q \in Q \mid \exists x \in B : \hat{\delta}(q, x) \in F\}$