

به نام خدا



دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده برق و کامپیوتر



درس آمار و احتمال

تمرین شماره ۲

مهر ماه ۱۳۹۹

### سوال اول – تاس شرطی

یک تاس سالم را دوبار متوالی می‌اندازیم. احتمال اینکه جمع دو عدد دیده شده بیشتر از ۷ باشد را در هر یک از حالت‌های زیر محاسبه کنید.

(الف) عدد اول مشاهده شده ۴ باشد.

(ب) عدد اول مشاهده شده بیشتر از ۳ باشد.

(پ) عدد اول مشاهده شده ۱ باشد.

(ت) عدد اول مشاهده شده کمتر از ۵ باشد.

### سوال دوم – مثلث درونی

مثلثی به راس های  $N$  و  $L$  و  $T$  داریم که درون یک دایره محاط شده است. می‌دانیم که رئوس مثلث به طور تصادفی روی محیط دایره انتخاب شده و تمام رئوس نیز روی یک نیم دایره هستند. احتمال اینکه تمامی زوایای داخلی مثلث  $NLT$  کمتر از  $120^\circ$  درجه باشند را محاسبه کنید.

### سوال سوم – فاصله خطی

دو نقطه را به طور تصادفی روی محور افقی انتخاب می‌کنیم به طوری که هر دو بین ۰ و ۱ باشند. اگر بدانیم که فاصله دو نقطه کمتر از  $0.25$  است، احتمال اینکه یکی از مختصات یکی از نقاط کمتر از  $0.5$  و دیگری بیشتر از  $0.5$  باشد را محاسبه کنید.

### سوال چهارم – سه سکه

فرض کنید که سه سکه سالم داریم. هر کدام را به طور مستقل می‌اندازیم. می‌دانیم که نتیجه حداقل دو تا از سکه‌ها مشابه خواهد بود. همچنین می‌دانیم که سکه سوم به احتمال برابر شیر یا خط خواهد بود. آیا می‌توان نتیجه گرفت که احتمال اینکه همه سکه‌ها نتیجه مشابه داشته باشند، برابر  $0.5$  است؟ برای نظر خود دلیل بیاورید.

### سوال پنجم – مهمانان فراموش کار

در یک مهمانی هر فردی که وارد می‌شود کلید خود را روی تنها میز موجود می‌گذارد. فرض کنید که در کل تعداد  $k$  نفر مهمان داریم. هنگام خروج نیز هر مهمان بدون توجه به کلیدها یک کلید را به طور تصادفی برداشته و می‌رود. احتمال این که در آخر هیچ مهمانی کلید اصلی خود را برنداشته باشد را محاسبه کنید.

### سوال ششم – انتخاب واحد

در جریان انتخاب واحد ترم سوم احتمال اینکه یک دانشجو درس آمار و احتمال مهندسی را داشته باشد ۷۰ درصد و این احتمال برای درس مدارهای منطقی ۹۰ درصد است. حداقل احتمال اینکه در یک گروه دوستی ۴ نفره اکثر افراد هر دو درس را داشته باشند چقدر است؟

### سوال هفتم – خانواده

در خانواده‌ای ۳ بچه حضور دارند، که هر کدام مستقل از بقیه می‌توانند پسر یا دختر باشند. با توجه به سه پیشامد زیر، به سوالات هر بخش پاسخ دهید:

$E_1$ : {هر سه بچه جنسیت یکسان داشته باشند}

$E_2$ : {حداکثر یک پسر بین بچه ها باشد}

$E_3$ : {خانواده یک پسر و یک دختر را داشته باشد}

الف) نشان دهید  $E_1$  مستقل از  $E_2$  است و همچنین  $E_2$  مستقل از  $E_3$  است.

ب) آیا  $E_1$  مستقل از  $E_3$  است؟

پ) آیا نتایج فوق در حالتی که احتمال پسر بودن با دختر بودن متفاوت است، همچنان صدق می‌کنند؟

ت) آیا نتایج فوق در حالتی که در خانواده ۴ بچه حضور داشته باشند نیز صدق می‌کنند؟

### سوال هشتم – زوج مرتب

از میان تمام زوج مرتب‌های به شکل  $(a, b)$  که دو عدد  $a$  و  $b$  از میان اعداد ۱ تا ۹۹ انتخاب شده اند  $a$  و  $b$  می‌توانند یکسان باشند، یک زوج مرتب را با احتمال یکسان میان همه آنها انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم جمع دو عضو زوج مرتب انتخاب شده، عددی زوج است، احتمال اینکه جمع یکان این دو عدد کمتر از ۱۰ باشد را محاسبه کنید.

### سوال نهم (امتیازی) – دنباله تصادفی

یک دنباله باینری  $n$ -بیتی تصادفی در اختیار داریم. احتمال صفر و یک بودن هر بیت برابر  $0.5$  است. احتمال این که طول بلندترین رشته از یک‌های متوالی در این دنباله برابر  $k$  ( $0 \leq k \leq n$ ) باشد، چقدر است؟