

## امتحان پایان ترم درس آمار و احتمال مهندسی

۱. (۳ نمره) برای متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  داریم:

$$f_Y(y|x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & 0 < y < x \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

اگر تابع چگالی احتمال حاشیه‌ای  $X$  برابر با  $0 < x < 1$  :  $f_X(x) = 2x$  باشد،

(الف) تابع چگالی شرطی  $f_X(x|y)$  را به دست آورید.

(ب) امید ریاضی  $E[X|Y]$  را محاسبه کنید.

(پ) تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی  $Z = XY$  را به دست آورید.

۲. (۳ نمره) تابع چگالی احتمال  $0 < x < 1$  ,  $\theta > 0$  :  $f_X(x) = \frac{1}{\theta} x^{\frac{1-\theta}{\theta}}$  را در نظر بگیرید.

(الف) یک تخمینگر ML برای پارامتر  $\theta$  پیدا کنید.

(ب) آیا تخمینگر محاسبه شده در بخش (الف) یک تخمینگر بی‌غرض است؟ چرا؟

۳. (۲ نمره) فرض کنید تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی  $X$  برای همه مقادیر  $s$  دارای خاصیت زیر باشد:

$$\phi_X(s) = e^s \phi_X(-s) \quad (*)$$

(الف) امید ریاضی  $X$  را به دست آورید.

(ب) یک متغیر تصادفی مثال بزنید که در رابطه (\*) صدق کند.

(پ) آیا رابطه (\*) متغیر تصادفی  $X$  را به صورت یکتا مشخص می‌کند؟ چرا؟

۴. (۳ نمره) پژوهشی در ارتباط با تاثیر مدرک در به دست آوردن شغل مناسب بر روی نمونه‌ای با اندازه ۲۵۷۰۳ انجام گرفته است. ۲۶/۱

درصد از ۱۳۰۳۵ مرد موجود در این نمونه دارای مدرک مناسب با شغل خود بوده‌اند، در صورتی که این نسبت برای زنان این نمونه

۳۰/۱ درصد بوده است. آیا از نظر آماری اختلاف قابل توجهی بین این دو نسبت وجود دارد؟ پاسخ خود را با طراحی و اجرای آزمون

فرض مناسب توضیح دهید.

۵. (۲ نمره) یک سکه سالم را ۹۹ مرتبه پرتاب می‌کنیم. سپس به تعداد شیرهای موجود در این ۹۹ پرتاب، مجدداً سکه را پرتاب می‌کنیم.

فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  نشان‌دهنده تعداد شیرها در مجموع همه این پرتاب‌ها (۹۹ پرتاب اول + پرتاب‌های بعدی) باشد. امید

ریاضی  $X$  را محاسبه کنید.

۶. (۲ نمره) فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی مستقل با توزیع هندسی  $Geo(p)$  باشند. تابع جرمی احتمال شرطی

$P(X|X+Y=n)$  را به دست آورید.