



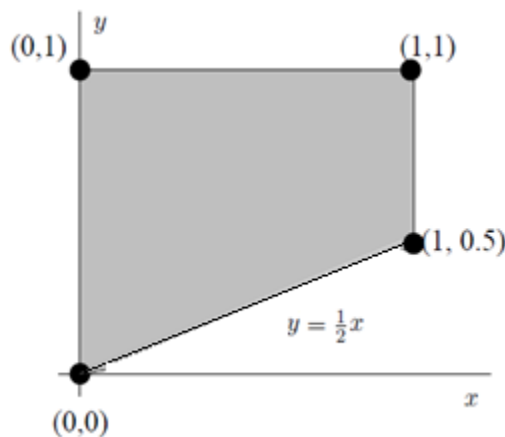
آزمون پایان ترم درس آمار و احتمال مهندسی

گروه ۳



نام و نام خانوادگی:

۱. متغیرهای تصادفی پیوسته X و Y که تابع چگالی احتمال مشترک آنها دارای توزیع یکنواخت در محدوده خاکستری شکل زیر است را در نظر بگیرید. (۲۰ نمره)



الف) تابع چگالی احتمال مشترک X و Y را بیابید.

ب) تابع چگالی احتمال $\frac{X}{Y}$ را به دست آورید.

پ) تابع چگالی احتمال شرطی $f_{X|Y}(x|y)$ را محاسبه کنید.

ت) امید ریاضی شرطی $E(Y|X)$ را محاسبه کنید.

۲. فرض کنید دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل از هم و دارای توزیع یکسان نرمال استاندارد $N(0,1)$ با تابع مولد گشتاور $\Phi(s) = e^{\frac{1}{2}s^2}$ باشد. حد زیر را محاسبه نمایید. (۱۰ نمره)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cos\left(\frac{X_1^4 + X_2^4 + \dots + X_n^4}{n}\right)$$

۳. تخمین ML پارامترهای θ_1 و θ_2 را برای توزیع احتمال زیر بیابید: (۱۰ نمره)

$$f_X(x; \theta_1, \theta_2) = \theta_1 \theta_2^{\theta_1} x^{-\theta_1-1}, \quad \theta_2 \leq x, \theta_1, \theta_2 > 0$$

۴. برای هر دو متغیر تصادفی X و Y نشان دهید: (۲۰ نمره)

$$\text{var}(X) = E(\text{var}(X|Y)) + \text{var}(E(X|Y)) \quad \text{الف)}$$

ب) اگر $E(X|Y) = 0$ ، آنگاه X و Y ناهمبسته‌اند.

۵. میانگین معدل ۱۰۰ دانشجوی دانشگاه تهران که به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند برابر با ۱۵ و انحراف معیار آن برابر با ۲ است. (۲۰ نمره)

الف) یک بازه اطمینان ۹۵٪ برای میانگین معدل دانشجویان دانشگاه تهران پیدا کنید.

ب) با انجام یک آزمون فرض با $\alpha = 0.01$ تصمیم بگیرید که آیا میانگین معدل دانشجویان دانشگاه تهران برابر با ۱۴ است و یا بیشتر؟

موفق باشید

جدول توزیع نرمال استاندارد

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990