

به نام خدا

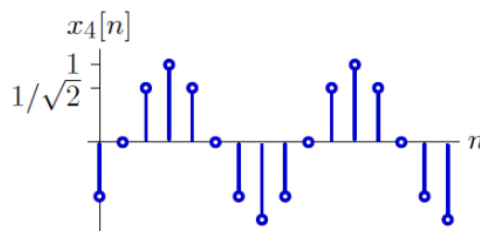
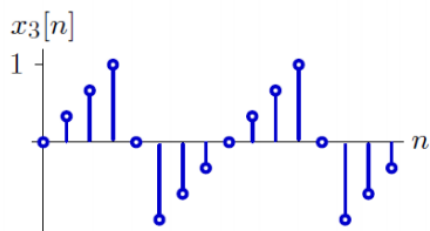
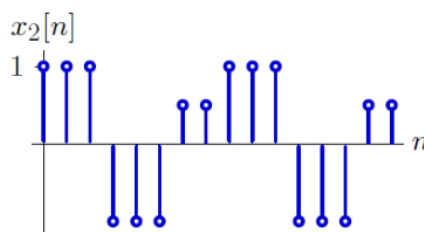
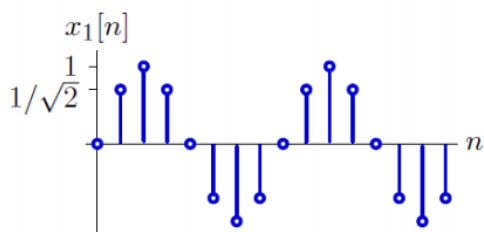
تمرین سری پنجم

درس سیگنال‌ها و سیستم‌ها – دکتر اخوان



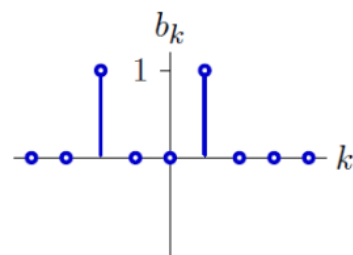
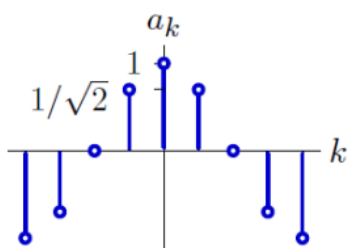
1- محاسبه ی ضرایب سری فوریه از روی شکل سیگنال

ضرایب سری فوریه ی هر یک از سیگنال‌های گسسته زمان زیر را محاسبه کنید. دوره ی تناوب اصلی هر سیگنال $N = 8$ می باشد.



2- محاسبه ی سیگنال از روی ضرایب سری فوریه

سیگنال‌های گسسته زمان زیر را از روی ضرایب سری فوریه شان تعیین کنید. فرض کنید سیگنال‌ها با دوره ی تناوب $N = 8$ متناوب اند.



3- ورودی ضربه ای!

سیگنال متناوب زیر

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - 3m) + \delta(t - 1 - 3m) - \delta(t - 2 - 3m)$$

ورودی یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان با تابع سیستم زیر می باشد.

$$H(s) = e^{s/4} - e^{-s/4}$$

ضرایب سری فوریه ی سیگنال خروجی $y(t)$ را b_k می نامیم. ضریب b_3 را تعیین کنید.

4- محاسبه ی ضرایب سری فوریه از روی اطلاعات سیگنال گسسته

$x[n]$ یک سیگنال حقیقی گسسته زمان متناوب با دوره ی تناوب $N = 5$ و با خواص زیر می باشد:

$$\sum_{n=-6}^3 x[n] = 20 \quad .$$

$$\sum_{n=4}^8 x^2[n] = 110 \quad .$$

• اعمال این ورودی به یک فیلتر ایده آل بالاگذر با فرکانس مرکزی π و فرکانس قطع بالای $\frac{3\pi}{5}$ منجر به

ایجاد خروجی $-6 \sin\left(\frac{4\pi n}{5}\right)$ می شود. (بهره ی فیلتر در بند عبور یک است)

ضرایب سری فوریه ی این سیگنال را به دست آورید.

5- تعیین سیگنال پیوسته از روی اطلاعات ضرایب سری فوریه

$x(t)$ یک سیگنال حقیقی پیوسته زمان متناوب با دوره ی تناوب $T = 6$ با ضرایب سری فوریه ی a_k با

خواص زیر می باشد:

$$x(t) = -x(t - 3) \quad \bullet$$

$$\forall |k| > 3 \quad a_k = 0 \quad \bullet$$

$$a_3 a_{-3}^* = 25 \quad \bullet$$

$$\frac{1}{6} \int_{-3}^3 |x(t)|^2 dt = 50 \quad \bullet$$

سیگنال $x(t)$ را تعیین کنید.

6- تبدیل یک رشته گسسته به دنباله ای از ضربه ها

ضرایب سری فوریه ی گسسته سیگنال $x[n]$ با دوره ی تناوب $N = 6$ را با a_k نمایش می دهیم. ضرایب

سری فوریه ی پیوسته سیگنال زیر را بر حسب a_k بدست آورید.

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta(t - 2k)$$

7- خواص ضرایب سری فوریه

فرض کنید که $x[n]$ سیگنال متناوب گسسته با دوره تناوب $N = 12$ و ضرایب سری فوریه a_k سیگنال باشد.

الف) اگر بدانیم برای $6 \leq k \leq 11$ ، $a_k = 0$ است، آنگاه ضرایب سری فوریه $y[n]$ سیگنال $x[2n]$ را به دست آورید.

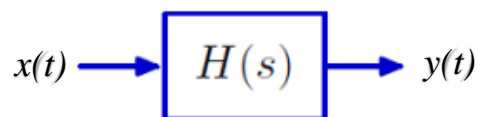
ب) اگر برای هر k داشته باشیم $a_k = a_{k+6}$ آنگاه ضرایب سری فوریه $y[n]$ سیگنال $x[2n]$ را به دست آورید.

8- عبور یک سیگنال متناوب از یک سیستم LTI

سیگنال متناوب $x(t)$ با دوره $T = 8s$ را در نظر بگیرید. ضرایب سری فوریه این سیگنال عبارت است از:

$$a_k = \begin{cases} \frac{1}{j\pi k} & k \neq 0 \\ 0 & k = 0 \end{cases}$$

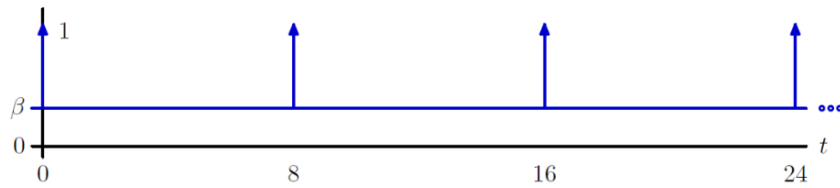
هنگامی که $x(t)$ ورودی یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان با پاسخ سیستم $H(s)$ می شود،



خروجی $y(t)$ برابر حاصل جمع یک مقدار ثابت β و یک قطار ضربه $\delta(t - 8k)$ با دوره 8 می شود.

$$y(t) = \beta + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - 8k)$$

که در شکل زیر نمایش داده شده است.



الف) β را تعیین کنید.

ب) حال خروجی همین سیستم را در نظر بگیرید، در حالیکه دوره ی تناوب سیگنال ورودی به $T = 4s$ تغییر کرده و ضرایب سری فوریه ی این سیگنال a_k بدون تغییر باقی مانده است. در این شرایط، آیا می توان سیگنال خروجی جدید را تعیین کرد؟ در صورتی که پاسخ مثبت است سیگنال خروجی جدید را بیابید و آن را رسم کنید. در صورتی که پاسخ منفی است، به صورت خلاصه توضیح دهید به چه علتی نمی توان سیگنال خروجی را یافت.