

به نام خدا

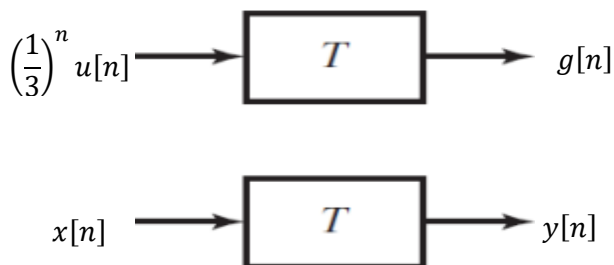
تمرین سری سوم

درس سیگنال‌ها و سیستم‌ها - دکتر اخوان



۱- شناسایی سیستم

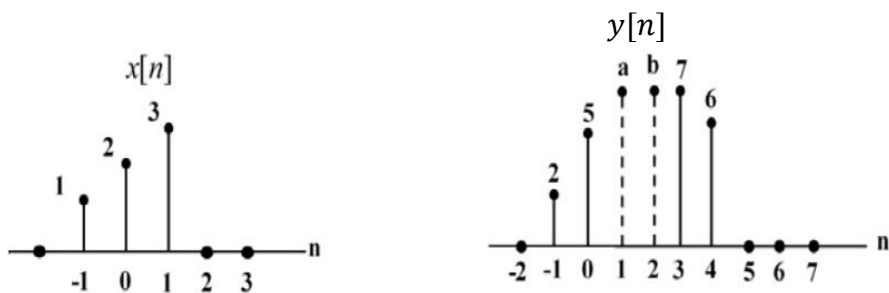
عملگر T یک سیستم LTI را نشان می‌دهد. همان‌طور که شکل زیر نشان می‌دهد، اگر ورودی سیستم $u[n]$ $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ باشد، خروجی سیستم $g[n]$ است و اگر ورودی $x[n]$ باشد، خروجی سیستم $y[n]$ خواهد بود.



$y[n]$ را بر حسب $g[n]$ و $x[n]$ بیان کنید.

۲- شناسایی سیستم

یک سیستم زمان-گسسته LTI دارای پاسخ ضربه به طول ۴ است و به ازاء ورودی $x[n]$ خروجی $y[n]$ را مطابق شکل زیر ایجاد کرده است. مقادیر مجهول $y[1] = a$ و $y[2] = b$ در دنباله‌ی خروجی را محاسبه کنید.



۳- خواص کانولوشن

(آ) در مورد کانولوشن خاصیت زیر را میدانیم (نیازی به اثبات نیست).

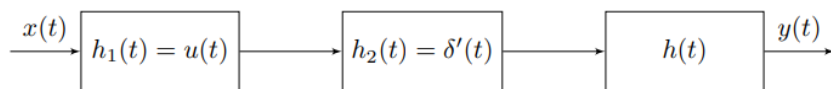
$$x_1(t) * (h_1(t) * h_2(t)) = (x_1(t) * h_1(t)) * h_2(t)$$

(ب) حال فرض کنید که پاسخ یک سیستم LTI با پاسخ ضربه ی $h(t)$ برابر $y(t)$ است. در این صورت گزاره های زیر را ثابت کنید:

$$(i) y'(t) = x'(t) * h(t) = x(t) * h'(t)$$

$$(ii) y(t) = \left(\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \right) * h'(t) = \int_{-\infty}^t [x'(\tau) * h(\tau)] d\tau = x'(t) * \left(\int_{-\infty}^t h(\tau) d\tau \right)$$

- راهنمایی: برای حل این قسمت می توانید از بلوک دیاگرام زیر و خاصیت قسمت آ استفاده کنید.



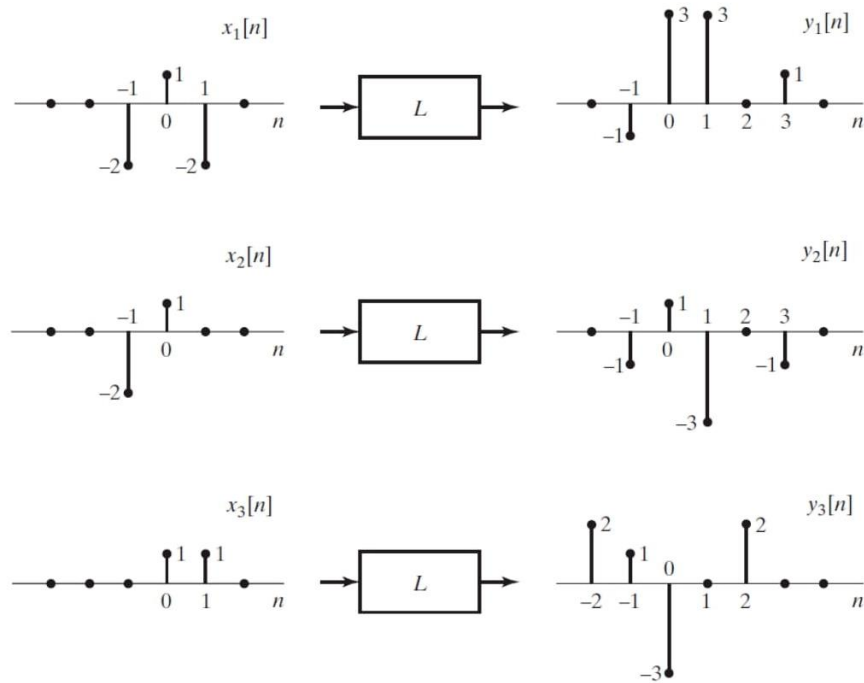
$$(iii) x(t) = x(t + kT_0) \forall k \in \mathbb{Z} \Rightarrow y(t) = y(t + kT_0) \forall k \in \mathbb{Z}$$

(ج) فرض کنید که پاسخ یک سیستم LTI با پاسخ ضربه ی $h(t)$ ، به ورودی $x(t)$ برابر $y(t)$ است. در این صورت پاسخ سیستم به ورودی های زیر را بر حسب $y(t)$ و مشتقات آن را بیابید. (حاصل می تواند به صورت کانولوشن بین چند سیگنال بر حسب $y(t)$ باشد):

- $h(t+3) * x(t-5) * x(t)$
- $x'(t) * h'(t) * x'(t)$
- $x'(t+3) * \left(\int_{-\infty}^{t-5} h(\tau) d\tau \right) * x(t)$

۴- بررسی مستقل از زمان بودن یک سیستم خطی

می دانیم که سیستم L شکل زیر خطی است. سه سیگنال خروجی $y_1[n]$ ، $y_2[n]$ و $y_3[n]$ به ترتیب پاسخ سیستم به ورودی های $x_1[n]$ ، $x_2[n]$ و $x_3[n]$ هستند.

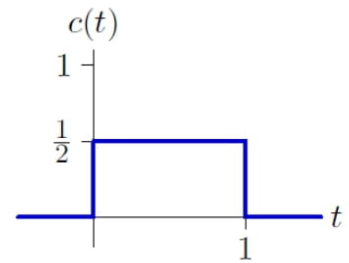
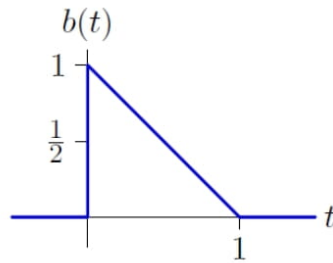
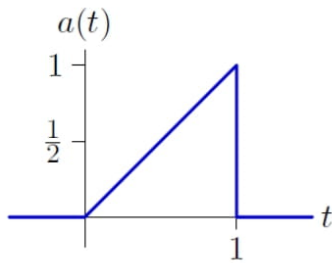


(آ) آیا سیستم L می تواند مستقل از زمان باشد؟

(ب) خروجی $y[n]$ سیستم را به ازای ورودی $x[n] = \delta[n]$ بدست آورید.

۵- کانولوشن سیگنال های پیوسته در زمان

کانولوشن دو سیگنال از سیگنال های زیر را در نظر بگیرید:



تعیین کنید کدام یک از سیگنال های زیر به وسیله ی کانوالو شدن $(a(t) \text{ or } b(t) \text{ or } c(t))$ با $(a(t) \text{ or } b(t) \text{ or } c(t))$ می تواند ساخته شود. اگر امکان ساخته شدن آن وجود دارد، نشان دهید کدام یک از سیگنال ها باید با هم کانوالو شوند، تا سیگنال ساخته شود و اگر امکان ساخته شدن آن به وسیله ی کانولوشن بین سیگنال های $(a(t) \text{ و } b(t) \text{ و } c(t))$ وجود ندارد در هر دو کادر علامت ضربدر قرار دهید.

دقت کنید که در این سوال ده پاسخ ممکن وجود دارد:

$$(a * a), (a * b), (a * c), (b * a), (b * b), (b * c), (c * a), (c * b), (c * c) \text{ or } (X, X)$$

هم چنین دقت کنید که جواب ممکن است یکتا نباشد. با استفاده از دستور *conv* در نرم افزار *MATLAB* از صحت پاسخ هایتان اطمینان حاصل نمایید.

