

به نام خدا

تمرین سری هشتم

درس سیگنال‌ها و سیستم‌ها - دکتر اخوان



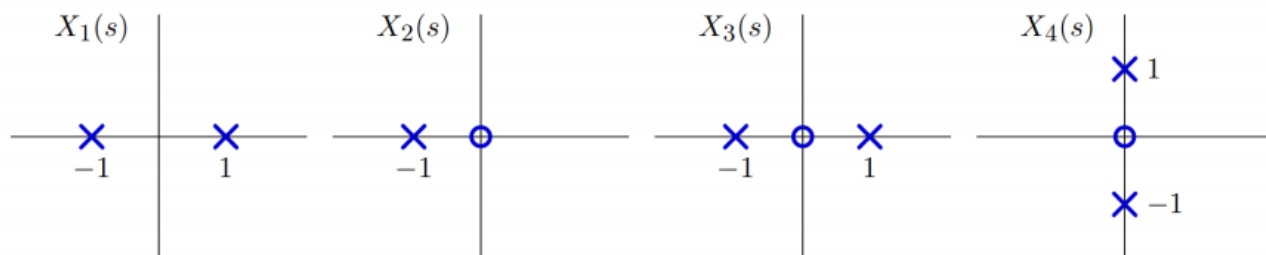
۱- محاسبه ی وارون تبدیل لاپلاس

برای هر یک از تبدیل لاپلاس های زیر، تمام وارون های ممکن را بیابید. یعنی تمام سیگنال هایی را بیابید که تبدیل لاپلاس آن ها برابر عبارت داده شده است.

- $X_1(s) = \frac{s+2}{(s+1)^2}$
- $X_2(s) = \frac{1}{s^2(s-1)}$
- $X_3(s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2}$
- $X_4(s) = \left(\frac{1-e^{-s}}{s}\right)^2$

۲- نمودار صفر و قطب

نمودارهای زیر، نمایش دهنده ی صفرها و قطب های تبدیل لاپلاس سیگنال در صفحه ی مختلط است. کدام یک از نمودارهای زیر می تواند مربوط به سیگنالی زوج باشد؟



۳- محاسبه ی تبدیل لاپلاس

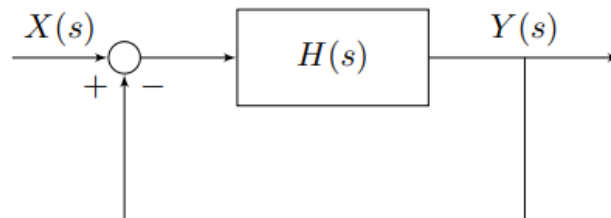
تبدیل لاپلاس سیگنال $y(t) = x_1(t - 2) * x_2(-t + 3)$ و ناحیه ی همگرایی آن را به دست آورید.

$$x_1(t) = e^{-2t}u(t) \quad x_2(t) = e^{-3t}u(t)$$

۴- شناسایی سیستم

سیستمی LTI با پاسخ ضربه ی حقیقی و تابع تبدیل $H(s)$ در نظر بگیرید. در مورد این سیستم می دانیم:

- پاسخ این سیستم به e^t برابر e^t است.
- سیستم سه قطب در صفحه ی محدود s داشته و صفر ندارد.
- سیستم یک قطب در $s = j$ دارد.
- پاسخ پله ی سیستم زیر، در زمان بی نهایت به یک میل می کند.

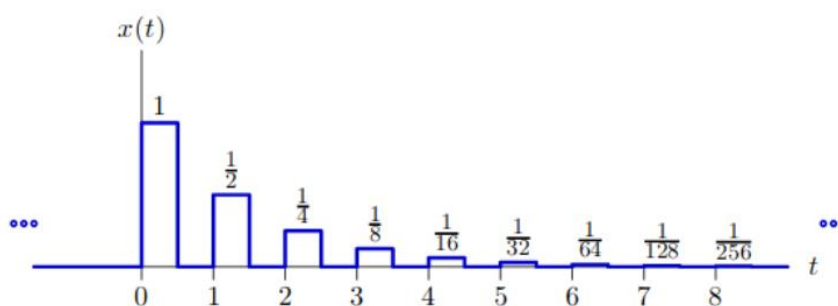


$H(s)$ را به طور کامل به دست آورید.

۵- محاسبه ی تبدیل لاپلاس

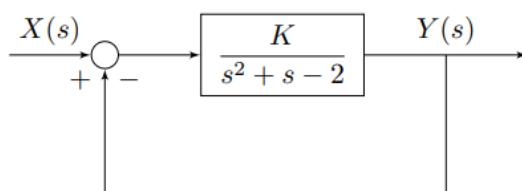
تبدیل لاپلاس و ناحیه ی همگرایی آن را برای سیگنال زیر (شکل صفحه بعد) به دست آورید.

$$x(t) = \begin{cases} 10 < t < 0/5 \\ 1/2 < t < 1/5 \\ 1/4 < t < 2/5 \\ 1/8 < t < 3/5 \\ 1/16 < t < 4/5 \\ \vdots \\ 1/2^n < t < n + 0/5 \\ \vdots \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



۶- فیدبک در سیستم های پیوسته

سیستمی پیوسته را با دیاگرام بلوکی زیر در نظر بگیرید:



(الف) بازه ای برای K بیابید که در آن بازه، سیستم علی فوق، پایدار باشد.

(ب) K هایی را بیابید که به ازای آن K ها، سیستم فوق، قطب های حقیقی دارد.

۷- محاسبه ی تبدیل لاپلاس

تبدیل لاپلاس سیگنال های «تناوبی» علی را می توان برحسب تبدیل لاپلاس اولین تناوب آن ها بیان کرد. فرض کنید سیگنال Finite Duration $x(t)$ دارای تبدیل لاپلاس $X(s)$ باشد. تبدیل لاپلاس سیگنال زیر را، برحسب $X(s)$ بیابید.

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x(t - kT)$$

۸- نمونه برداری با قطار ضربه

سیگنال $x(t)$ ، یک سیگنال نمونه برداری شده با دوره ی نمونه برداری T ، با تعریف زیر می باشد:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-2nT} \delta(t - nT)$$

الف) تابع $X(s)$ و ناحیه ی همگرایی آن را به دست آورید.

ب) نمودار قطب و صفر $X(s)$ را رسم کنید.

۹- یافتن معادله ی دیفرانسیل و رسم دیاگرام بلوکی

هر یک از توابع زیر، تابع تبدیل یک سیستم LTI هستند. دیاگرام بلوکی هر یک از سیستم های زیر را رسم کرده و معادله ی دیفرانسیل حاکم بین ورودی و خروجی هر یک را به دست آورید.

(الف)

$$H(s) = \frac{s + 5}{s^2 + 3s + 8}$$

(ب)

$$H(s) = \frac{5s^2 + 7s + 2}{s^2 - 2s + 5}$$

(ج)

$$H(s) = \frac{s^2 + 3s + 5}{s^3 + 8s^2 + 5s + 7}$$

۱۰- حل معادلات دیفرانسیل به کمک تبدیل لاپلاس

پاسخ ضربه ی هر یک از سیستم های توصیف شده با معادلات دیفرانسیل زیر را به دست آورید. فرض کنید شرط Initial Rest برای آن ها برقرار است.

(الف)

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 11\frac{dy(t)}{dt} + 24y(t) = 5\frac{dx(t)}{dt} + 3x(t)$$

(ب)

$$\frac{d^4y(t)}{dt^4} + 4\frac{dy(t)}{dt} = 2x(t)$$