

به نام او

امتحان میان ترم درس سیگنال

زمان امتحان همراه با زمان آپلود: ۱۲۰ دقیقه - زمان امتحان به هیچ وجه تمدید نمی شود! محل آپلود در ایلرن ساعت ۱۱ بسته خواهد شد.

سوالات ۹۰ نمره دارد و ۱۰ نمره هم به صورت پیش فرض به شما تعلق گرفته است.

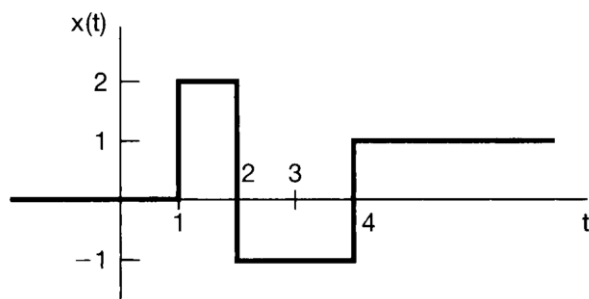
سیستم های LTI (۳۰ نمره)

سوال ۱- پاسخ یک سیستم LTI به ورودی $u(t)$ (پله) برابر با $s(t)$ می باشد.

$$s(t) = \begin{cases} 2t + 1 & -0.5 < t \leq 0 \\ -2t + 1 & 0 < t < 0.5 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

الف) سیگنال ورودی $u(t)$ و سیگنال خروجی $s(t)$ را رسم کنید. (توجه: روی این که $u(t)$ در لحظه $t = 0$ چه مقداری دارد حساس نباشید!) (۴ نمره)

ب) حال یک ورودی جدید، یعنی سیگنال $x(t)$ را در نظر بگیرید که شکل آن در زیر آمده است. این سیگنال را به صورت یک ترکیب خطی بر حسب سیگنال $u(t)$ و شیفت یافته هایش بیان کنید. (۶ نمره)



ج) پاسخ سیستم به ورودی $x(t)$ ، یعنی $y(t)$ را به دست آورده و رسم کنید. (۴ نمره)

د) پاسخ ضربه ی سیستم را به دست آورده و رسم کنید. (۴ نمره) (راهنمایی: به ارتباط پاسخ پله و پاسخ ضربه فکر کنید.)

ن) با ذکر دلیل بیان کنید آیا این سیستم بی حافظه است؟ (۴ نمره) (راهنمایی: از پاسخ ضربه ای که در قسمت د به دست آوردید استفاده کنید.)

ه) با ذکر دلیل بیان کنید آیا این سیستم علی است؟ (۴ نمره) (راهنمایی: از پاسخ ضربه ای که در قسمت د به دست آوردید استفاده کنید.)

ی) با ذکر دلیل بیان کنید آیا این سیستم پایدار است؟ (۴ نمره) (راهنمایی: از پاسخ ضربه ای ...)

معادلات تفاضلی (۳۰ نمره)

سوال ۲- معادله ی تفاضلی زیر را با فرض وجود شرایط initial rest در نظر بگیرید.

$$y[n] - \frac{1}{3} y[n-1] = x[n] \quad , \quad x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

الف) خروجی $y[n]$ را به دست آورید (احتیاجی نیست اثبات کنید سیستم LTI است). (راهنمایی: سعی نکنید به صورت بازگشتی

مساله را حل کنید. قطعاً LTI بودن سیستم شاه کلید مساله است). (۱۲ نمره)

ب) بلوک دیاگرام این سیستم را با استفاده از المان های جمع کننده، بهره و بلاک تاخیر یک واحد D رسم کنید. (۶ نمره)

ج) با ذکر دلیل بیان کنید آیا این سیستم معکوس پذیر است؟ اگر بله، پاسخ ضربه ی سیستم معکوس را به دست آورید. همچنین

معادله ی تفاضلی که سیستم معکوس را بیان می کند بنویسید. (۱۲ نمره)

سری فوریه پیوسته (۳۰ نمره)

سوال ۳- به سوالات زیر که در ادامه ی یکدیگر هستند پاسخ دهید.

الف) تساوی زیر را ثابت کنید. (۱۵ نمره) (راهنمایی: ظاهراً سمت چپ یک سیگنال متناوب داریم و سمت راست بسط سری فوریه

داریم!)

$$\left| \sin\left(\frac{\pi}{2} t\right) \right| = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2}{\pi} \frac{1}{1-4k^2} e^{j\pi k t}$$

ب) عبارت زیر را حساب کنید. (۱۵ نمره)

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{16k^4 - 8k^2 + 1} = ?$$