

Identification des personnes par les empreintes digitales

TIPE 2024-2025

Taha Moutaki Allah

SCEI: 17675

- **PROBLEMATIQUE**

- I. Qu'est ce que la biométrie, pourquoi les empreintes digitales, et comment se fait la reconnaissance ?





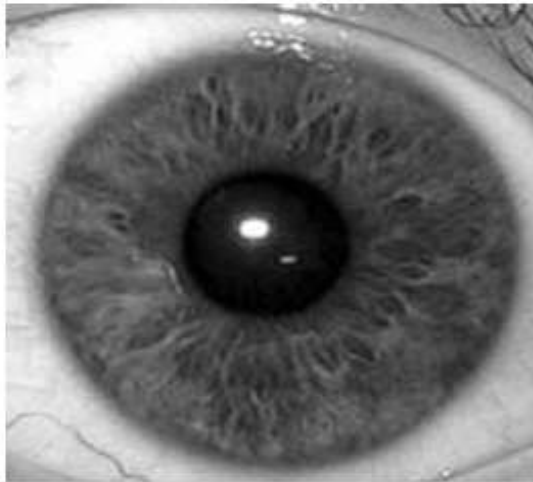
a.



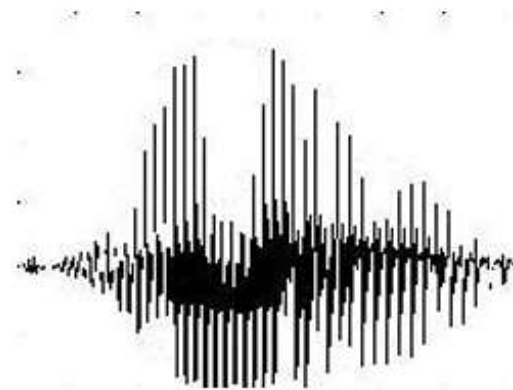
b.



c.



d.



e.



f.

Figure 1 : Exemples de différentes caractéristiques biométriques : empreinte digitale (a), visage (b), main (c), iris (d), empreinte vocale (e), signature (f).

- ***Historique***



Caractéristiques des empreintes



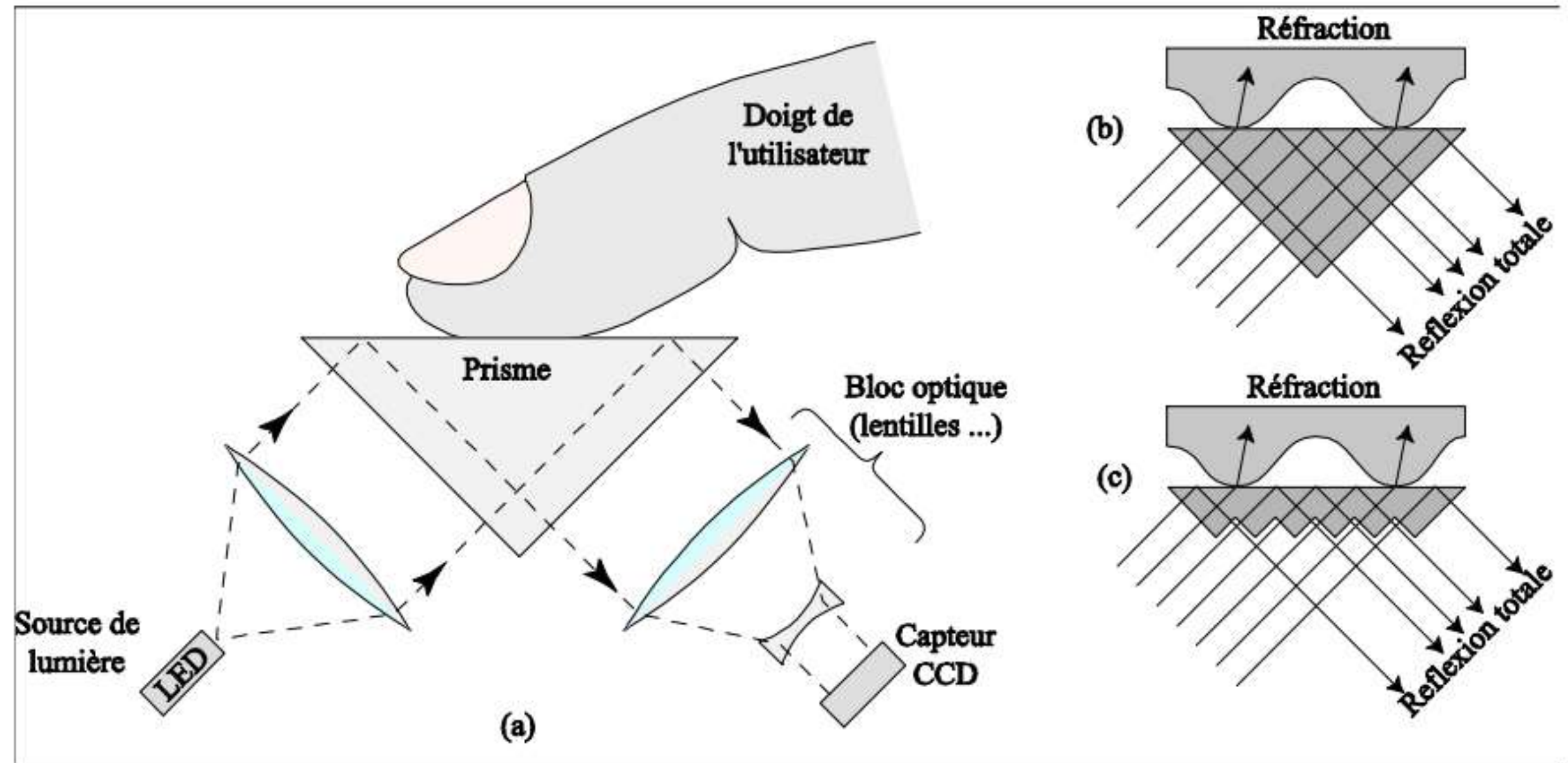


Figure II-2: Principe de fonctionnement d'un capteur d'empreintes digitales optique (a) et détail du principe de mesure avec un prisme entier (b) ou prisme plat (c).

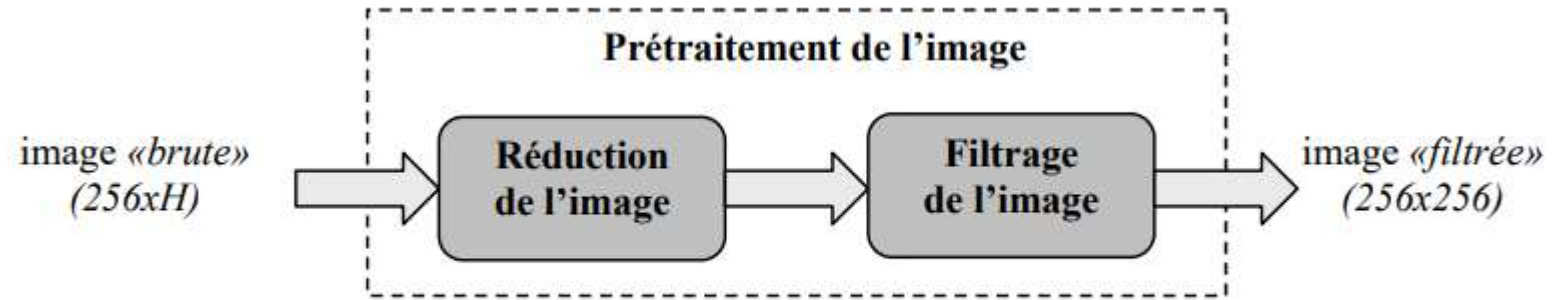


Figure II : Principe du prétraitement de l'image

III.1. Le rééchantillonnage de l'image

III.1.1. Intérêt

En raison du mode de balayage de notre capteur l'image brute de sortie fait 256pixels de large et a une hauteur H variable dépendante de la durée de l'acquisition (relative à la vitesse de déplacement du doigt). En théorie la seule contrainte est $H > 1$. En pratique nous limitons la plage de valeurs que peut prendre H : $H_{\min} \leq H \leq H_{\max}$. En effet une hauteur trop faible (cas d'un déplacement rapide du doigt) rend l'image inexploitable car l'information utile est beaucoup trop concentrée. Nous imposons donc une limite inférieure de 192pixels ($H_{\min} = 192$). Il est également nécessaire de fixer la limite supérieure (cas d'un déplacement lent du doigt) de H afin de limiter l'espace mémoire nécessaire au stockage de l'image, c'est pourquoi nous avons choisi de limiter la hauteur à deux fois la largeur de l'image: $H_{\max} = 512$. Le protocole d'acquisition de l'image au moyen du capteur sera détaillé dans le chapitre V.

L'opération de filtrage va nécessiter de stocker une image temporaire de taille identique à l'image d'origine. Afin de limiter l'espace mémoire et les opérations de calcul nécessaires au traitement de l'image nous avons donc envisagé de rééchantillonner les images de sortie de hauteur trop grande. Ainsi toute image de hauteur $H > 256$ est réduite pour former une image carrée de 256pixels de large. Les images de hauteur $H \leq 256$ sont conservées sans subir d'agrandissement car dans ce cas il conduirait à l'augmentation du nombre d'opérations de calcul dans la chaîne de traitement suivante.

III.1.2. La méthode d'interpolation du plus proche voisin

Soit I_0 l'image d'origine de hauteur $H > 256$ et I_1 l'image après réduction. La méthode du PPV consiste à attribuer à chaque pixel (x, y) de I_1 la valeur du pixel de I_0 le plus proche par homothétie de rapport $\frac{H}{256}$:

$$I_1(x, y) = I_0\left(x, \left\lfloor y \times \frac{H}{256} \right\rfloor\right) \quad (\text{Equ.1})$$

Ce type de sous-échantillonnage privilégie un seul pixel et est donc particulièrement sensible au bruit.

III.1.3. La réduction de l'image par interpolation bilinéaire

Soit $I_1(X, Y)$ un pixel de l'image réduite d'un facteur $k = \frac{H}{256}$. On note $a = k \cdot Y - \lfloor k \cdot Y \rfloor$. La valeur de (X, Y) dans la nouvelle image est alors définie par:

$$I_1(X, Y) = (1 - a) \times I_0\left(x, \lfloor k \cdot Y \rfloor\right) + a \times I_0\left(x, \lceil k \cdot Y \rceil\right) \quad (\text{Equ.2})$$

Cette méthode est un peu plus complexe que la précédente mais elle est moins sensible au bruit car elle tient compte de la valeur des pixels voisins.

Le filtrage de L'image

1. Caractéristiques fréquentielles de l'empreinte

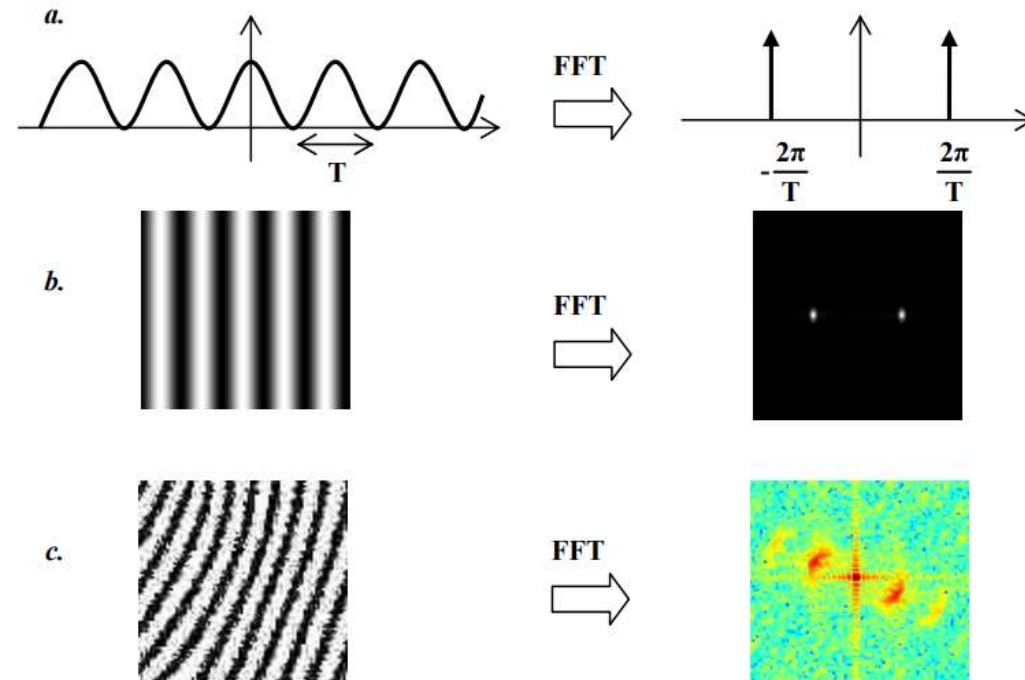


Figure III-2: La transformée de Fourier d'une sinusoïde 1D (a), d'une sinusoïde 2D (b), d'un ensemble de stries localement parallèles (c).

Soit \bar{d} la distance moyenne entre les stries présentes dans l'image. Il est communément admis que la distance inter-strie locale au sein d'une image est globalement constante et ne subit que de légères variations ($d_{\min} \leq \bar{d} \leq d_{\max}$) notamment au niveau des minuties. Localement la distance inter-strie d est associée à la direction des stries et va donc provoquer dans le spectre de l'image un pic de fréquence r de direction perpendiculaire à celle des stries. Si N correspondant à la largeur du spectre de l'image

on a $r_{\min} \leq \bar{r} \leq r_{\max}$ avec $r_{\min} = \frac{N}{d_{\max}}$, $r_{\max} = \frac{N}{d_{\min}}$ et $\bar{r} = \frac{N}{\bar{d}}$.

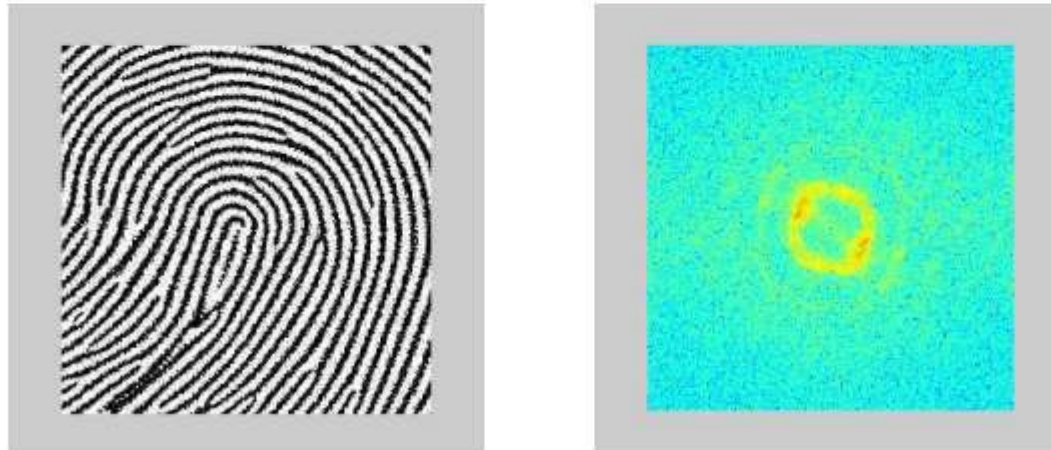


Figure III-3: Représentation fréquentielle d'une empreinte digitale.

Méthodes basées sur l'estimation
spatiale des caractéristiques locales d'une
empreinte digitale

b. Le calcul de la direction locale d'un pixel

Pour calculer la direction associée à un pixel (x, y) de l'image on considère son voisinage V de taille $W \times W$ pixels. On calcule les gradients $G_x(i, j)$ en x et $G_y(i, j)$ en y (Equ.3) pour chaque pixel (i, j) du voisinage V . Pour le calcul du gradient l'utilisation des masques de Sobel s'est avérée la plus efficace dans le cas de nos images. Ainsi la direction locale au voisinage V est estimée par la relation suivante

$$\theta(x, y) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^W 2 \cdot G_x(i, j) \cdot G_y(i, j)}{\sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^W (G_x^2(i, j) - G_y^2(i, j))} \right) \quad (\text{Equ.3})$$

$$\text{avec } G_x = V(x, y) \otimes \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } G_y = V(x, y) \otimes \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Il est ainsi possible de calculer la direction locale en chaque pixel de l'image ([5]) mais ceci est très coûteux en temps de calculs, ainsi il est beaucoup plus efficace de diviser l'image en blocs adjacents et d'évaluer la direction moyenne locale au bloc quitte à interpoler la direction pour chaque pixel.

c. *Le lissage de la carte directionnelle*

Pratiquement il est possible d'avoir localement un bloc tellement bruité que l'estimation directionnelle soit complètement faussée. Ceci provoque alors une très importante variation angulaire entre deux blocs adjacents. Or une empreinte possède une certaine continuité directionnelle, une telle variation entre deux blocs adjacents est alors représentative d'une mauvaise estimation. Pour éliminer de telles discontinuités un filtre passe-bas est appliqué à la carte directionnelle. Cette opération de lissage ne pouvant être effectuée directement sur les valeurs d'angle en raison de la discontinuité de la fonction arc tangente on calcule la table des sinus (Equ.4) et des cosinus (Equ.5) au lieu de la table des angles (Equ.3):

$$\sin(2\theta) = \frac{\sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^W (G_x^2(i, j) - G_y^2(i, j))}{\sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^W (G_x^2(i, j) + G_y^2(i, j))} \quad (\text{Equ.4})$$

$$\cos(2\theta) = \frac{\sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^W 2 \cdot G_x(i, j) \cdot G_y(i, j)}{\sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^W (G_x^2(i, j) + G_y^2(i, j))} \quad (\text{Equ.5})$$

Un filtre binomial 3×3 est ensuite appliqué à la carte des sinus et cosinus.

d. *Quantification de la carte directionnelle*

Dans les algorithmes de traitement que nous allons présenter la direction est utilisée pour choisir un filtre, or θ peut prendre une infinité de valeurs ce qui nécessiterait de calculer un filtre différent pour chaque nouveau bloc. Bien que cela soit tout à fait faisable une puissance de calcul très importante serait nécessaire, c'est pourquoi nous limitons le nombre de filtres utilisés. Si on choisit d'utiliser N_d filtres, l'espace angulaire est divisée en N_d parties distinctes et chaque valeur d'angle est quantifiée selon sa zone d'appartenance (voir Figure III-8).

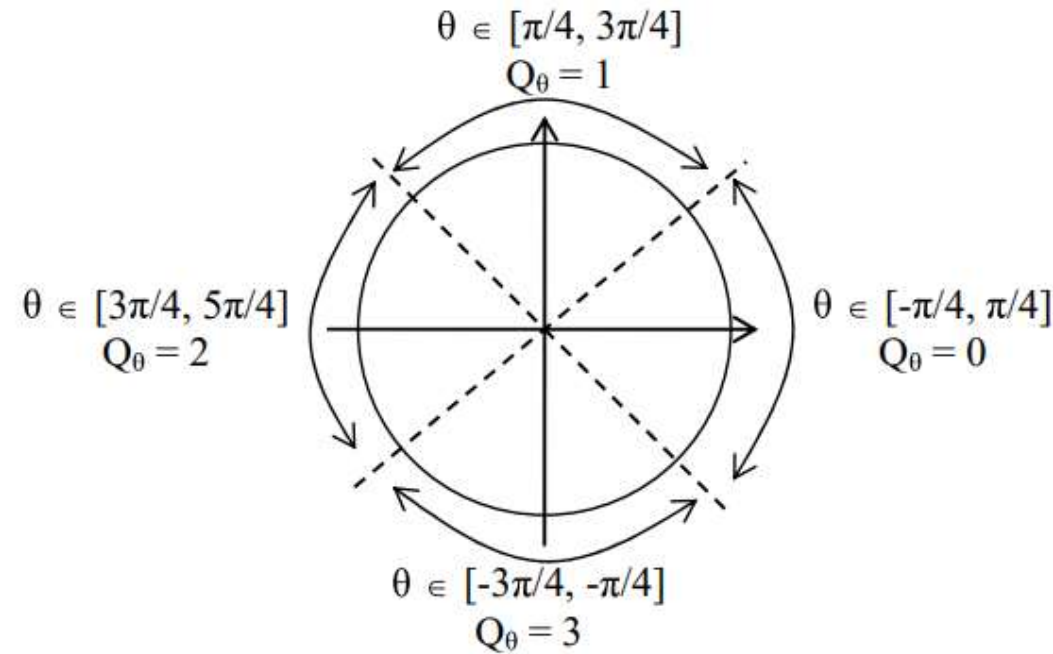


Figure III-8: Quantification Q_α de l'orientation α selon 4 directions.

La taille T des blocs et du nombre de filtres N_d sont liés et doivent être choisis avec précaution. En effet si T est trop grand la variation directionnelle à l'intérieur du bloc sera importante, il faudra choisir alors N_d suffisamment petit pour que la variation angulaire (π/N_d) du filtre puisse couvrir celle du bloc.

III.2.3.1.2 Estimation spatiale de la carte fréquentielle de l'image

a. Le calcul de la fréquence d'un bloc

La carte fréquentielle de l'image consiste, de manière similaire à la carte directionnelle, à estimer la fréquence locale des stries en chaque pixel. Cette carte est souvent utilisée dans le calcul des filtres directionnels (), la détection des minuties et la phase de reconnaissance .

La fréquence locale à un bloc peut être facilement calculée lorsque l'on dispose de la direction du bloc

La direction θ de chaque bloc est connue grâce au calcul de la carte directionnelle. En effectuant la projection du bloc orthogonalement à sa direction (c'est à dire dans la direction $\frac{\pi}{2} - \theta$) on obtient un vecteur V présentant un ensemble d'extrema (Figure III-9). Les maxima correspondent aux centres des tries) et les minima aux centres des vallées. La période locale inter-stries est alors estimée en calculant la distance moyenne entre deux maxima consécutifs.

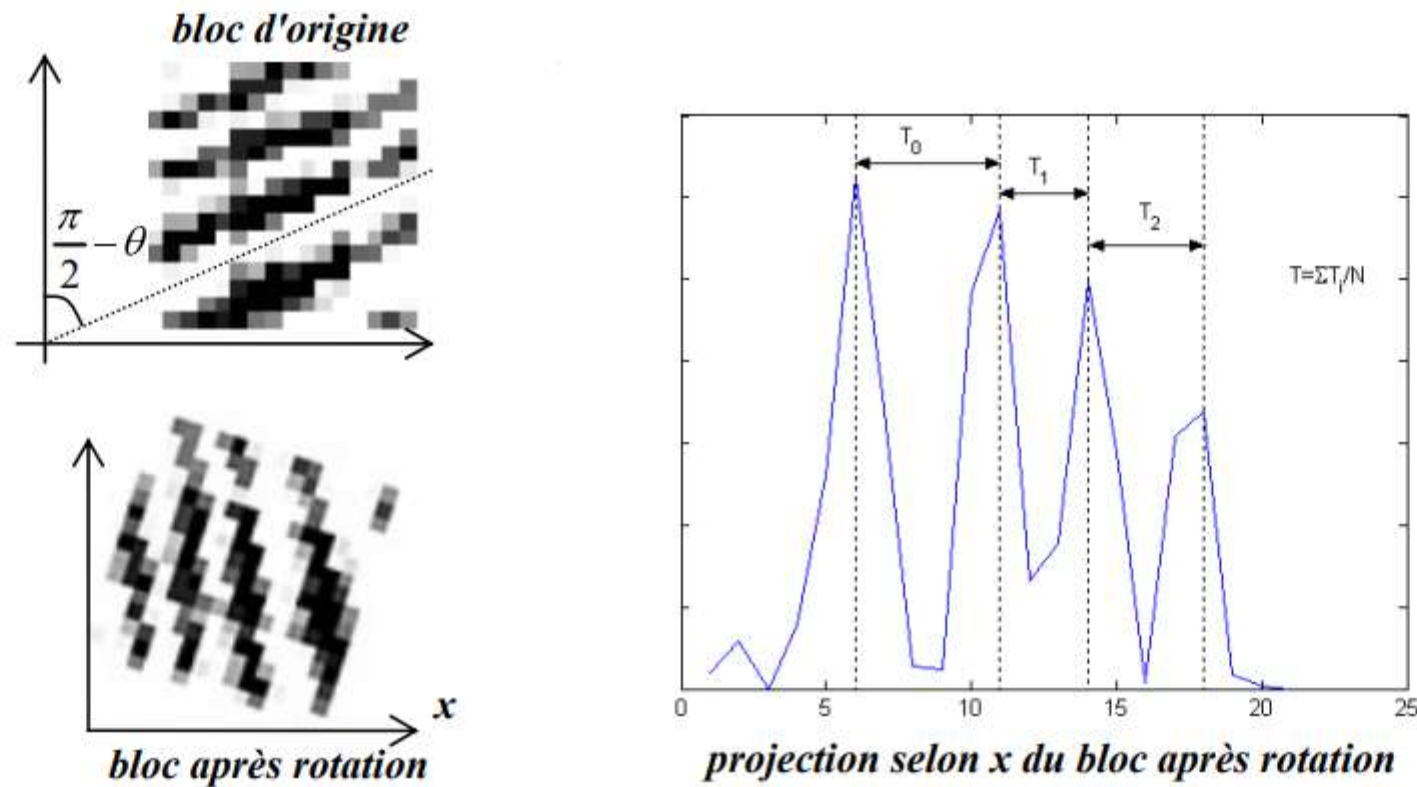


Figure III-9: Evaluation de la distance inter-stries.

La détection des extrema étant très sensible au bruit, le vecteur V issu de la projection est d'abord filtré par un filtre gaussien 1D. Les maxima (M_j) et les minima (m_j) sont extraits en détectant les passages par zéro de la dérivée du vecteur V , ce qui permet d'obtenir la suite $\{M_1, m_1, \dots, M_k, m_k, M_{k+1}\}$. Si la différence entre un maximum M_j et un minimum m_j est inférieure à un seuil T alors on considère que M_j correspond à du bruit et il est éliminé.

b. Le lissage de la carte fréquentielle

Pour éliminer d'éventuelles discontinuités locales la carte fréquentielle obtenue est lissée. Habituellement la variation de la distance inter-stries est faible dans l'image et un filtre passe-bas 3×3 classique est suffisant. Dans notre cas les caractéristiques du capteur font que la fréquence des stries peut subir localement de fortes variations en fonction de la direction il faut donc adapter le filtre en fonction de la direction des blocs adjacents.

Pour chaque bloc B_0 de direction quantifiée θ_0 et de fréquence locale f_0 on considère l'ensemble VB des blocs adjacents de direction équivalente et on effectue une moyenne de leurs fréquences locales (Equ.7).

$$\begin{aligned} VB &= \left\{ B_i(f_0^i, \theta_i), i \in \llbracket 1..8 \rrbracket \mid \theta_i = \theta_0 \right\} \\ D &= \left\{ B_i \in VB \mid f_0^i \neq 0 \text{ et } \theta_i = \theta_0 \right\} \end{aligned} \quad (\text{Equ.7})$$
$$f_0 = \begin{cases} \frac{1}{|D|} \sum_D f_0^i & \text{si } f_0 = 0 \\ f_0 & \text{si } |D| = 0 \\ \frac{1}{|D|+1} \left(f_0 + \sum_D f_0^i \right) & \text{si } f_0 \neq 0 \end{cases}$$

III.2.3.2. Masquage fréquentiel directionnel

III.2.3.2.1 Principe

Nous avons vu que le spectre d'une empreinte est constitué d'un anneau contenant l'information utile (Figure III-3). Bien qu'il soit tout à fait possible d'extraire directement cet anneau en utilisant un masque fréquentiel en anneau, il est plus efficace d'utiliser un ensemble de masques directionnels. En effet, en privilégiant une direction particulière on élimine l'influence du bruit originaire des autres directions.

Pour filtrer l'image dans une direction donnée nous utilisons un masque fréquentiel directionnel passe-bande constitué du produit (Equ.8) d'une composante radiale $H_{radial}(r)$ (Equ.9) agissant sur le caractère fréquentiel des stries, et d'une composante angulaire $H_{angle}(\theta)$ (Equ.10) agissant sur l'orientation des stries.

$$H(r, \theta) = H_{radial}(r) \cdot H_{angle}(\theta) \quad (\text{Equ.8})$$

$$H_{radial}(r) = \sqrt{\frac{(r \cdot r_{BW})^{2n}}{(r \cdot r_{BW})^{2n} + (r^2 - r_0^2)^{2n}}} \quad (\text{Equ.9})$$

$$H_{angle}(\theta) = h_{\theta_c}(\theta) \times \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\theta - \theta_c}{\theta_{BW}}\right) \text{ avec } h_{\theta_c}(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\theta - \theta_c| < \theta_{BW} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{Equ.10})$$

La *composante radiale* utilisée est un filtre de Butterworth passe-bande (Figure III-12) et a trois paramètres:

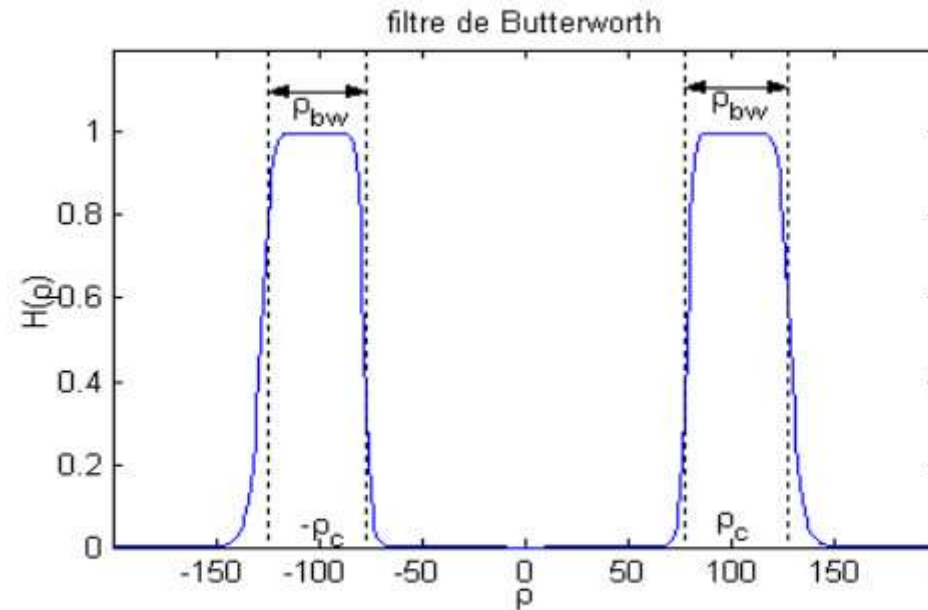


Figure III-12: Représentation 1-D du filtre de Butterworth.

La bande passante radiale r_{BW} permet de définir la plage de fréquences désirées $\left[r_0 - \frac{r_{BW}}{2}, r_0 + \frac{r_{BW}}{2} \right]$.

Ce paramètre permet de pallier aux différences de fréquences localisées dues à l'élasticité de la peau par exemple ainsi qu'aux variations de vitesse de déplacement du doigt.

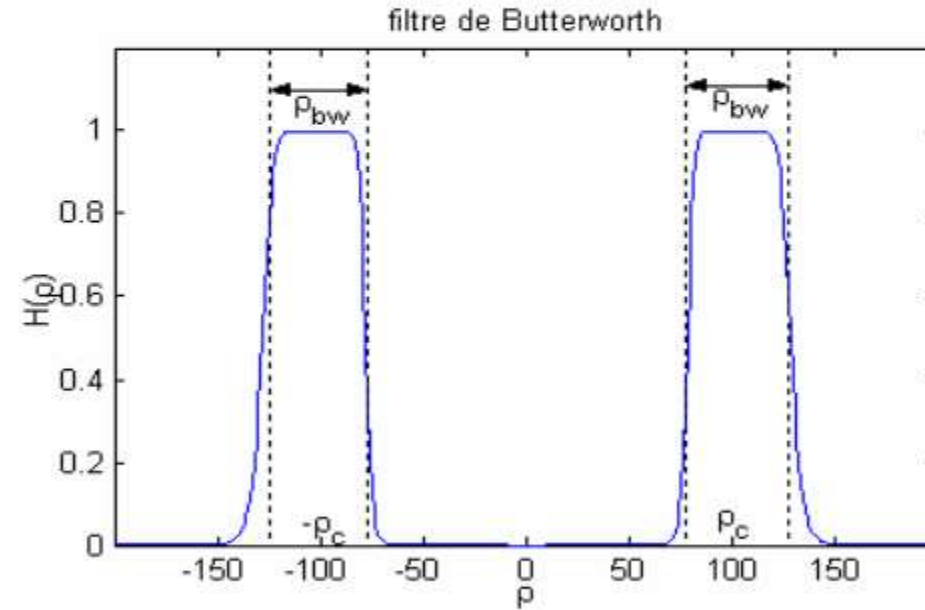


Figure III-12: Représentation 1-D du filtre de Butterworth.

- La bande passante angulaire θ_{BW} permet de définir une plage d'orientations

la carte directionnelle est quantifiée de sorte que l'espace soit divisée en N_d directions et un masque H_i est associé à chacune des directions quantifiées i . Ainsi en choisissant $\theta_{BW} = \pi/N_d$ et $\theta_c = k\pi/N_d, k \in [0..N_d - 1]$ on remarque que la somme des N_d composantes angulaires est égale à 1 (Equ.11). L'ensemble des masques recouvre donc l'espace entier.

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^N H_k(\theta) &= \sum_{k=1}^N h_k(\theta) \times \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\theta}{\theta_{BW}} + \frac{k\pi}{2}\right) \\
 &= \left(\sum_{k=1}^{N/2} h_{2k}(\theta)\right) \times \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\theta}{\theta_{BW}}\right) + \left(\sum_{k=0}^{N/2-1} h_{2k+1}(\theta)\right) \times \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\theta}{\theta_{BW}} + \frac{\pi}{2}\right) \\
 &= 1 \times \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\theta}{\theta_{BW}}\right) + 1 \times \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\theta}{\theta_{BW}}\right) \\
 &= 1
 \end{aligned} \tag{Equ.11}$$

Le masque ainsi créé par le produit des deux composantes est représenté sur la Figure III-13.

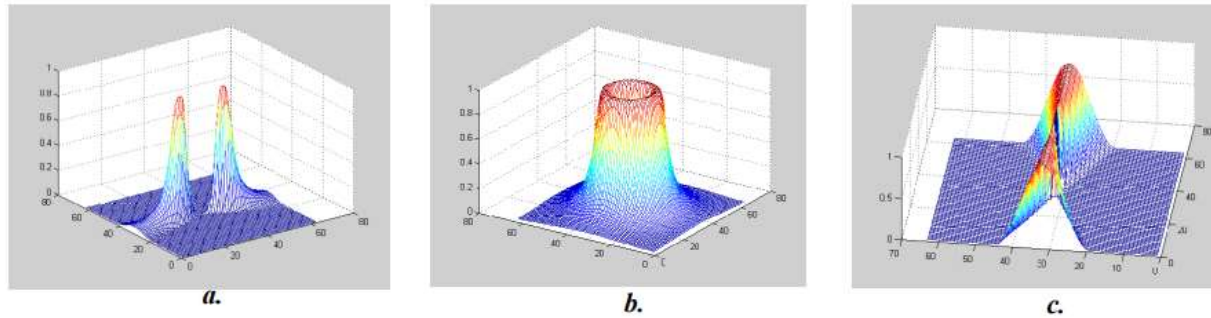


Figure III-13: Représentation 3-D du masque directionnel (a), de la composante radiale (b) et de la composante angulaire (c).

Pour construire l'image finale nous utilisons la carte directionnelle de l'image d'origine. En effet chaque pixel (x, y) appartient à un bloc de direction θ_i , on peut donc lui faire correspondre le pixel $TF_i(x, y)$ puisque TF_i correspond à l'image d'origine améliorée dans la plage de directions contenant θ_i . Vu que l'on dispose de toutes les images un meilleur résultat peut être obtenu en effectuant une interpolation des deux images les plus proches de θ_i (Equ.12). Ceci permet notamment d'éliminer les effets de bord entre blocs adjacents.

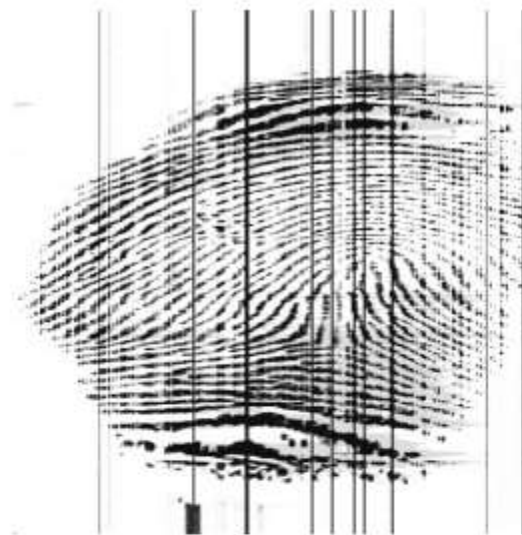
$$I(x, y) = a(x, y) \cdot TF_{j(x, y)}(x, y) + (1 - a(x, y)) \cdot TF_{k(x, y)}(x, y)$$

avec $j(x, y) = \left\lfloor \frac{\theta(x, y)}{\pi/N} \right\rfloor$, $k(x, y) = (j(x, y) + 1) \equiv N$ et $a(x, y) = \frac{\theta(x, y)}{\pi/N} - j(x, y)$ (Equ.12)

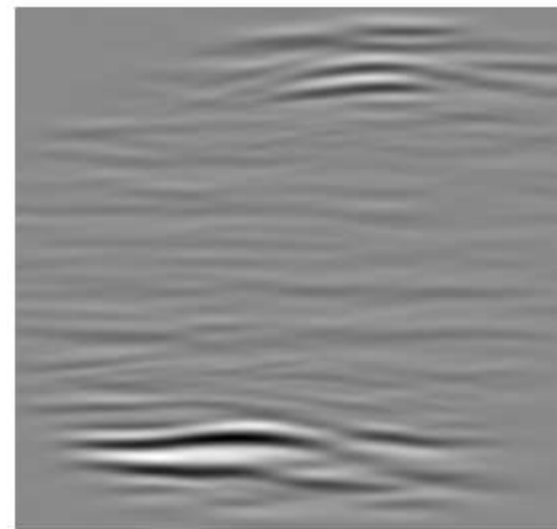
III.2.3.2.2 Réglage des paramètres du filtre

Le réglage des paramètres du filtre de Butterworth est critique pour le bon fonctionnement du filtrage. On peut voir différents essais de filtrage fréquentiel dans la direction $\pi/2$ sur l'empreinte de la Figure III-16-a:

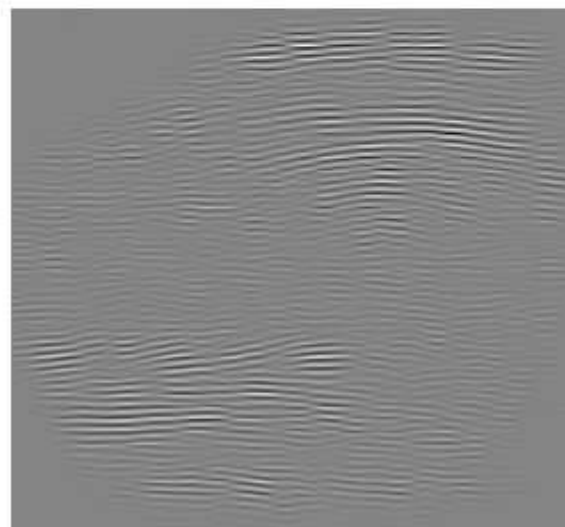
- $r_0 = 20$ et $r_{BW} = 25$ (Figure III-16-b): on a une bande passante étroite et on sélectionne les basses fréquences, les zones à vitesse lente sont améliorées tandis que les zones à vitesse rapide sont effacées.
- $r_0 = 80$ et $r_{BW} = 25$ (Figure III-16-c): on a une bande passante étroite et on sélectionne les hautes fréquences, les zones à vitesse rapide sont améliorées tandis que les zones à vitesse lente sont effacées.
- $r_0 = 50$ et $r_{BW} = 85$ (Figure III-16-d): la bande passante et la fréquence centrale sont choisies de telle manière à sélectionner les zones à vitesse lente *et* rapide. On peut noter que les fréquences de (b) et (c) sont bien sélectionnées mais on a une baisse de qualité



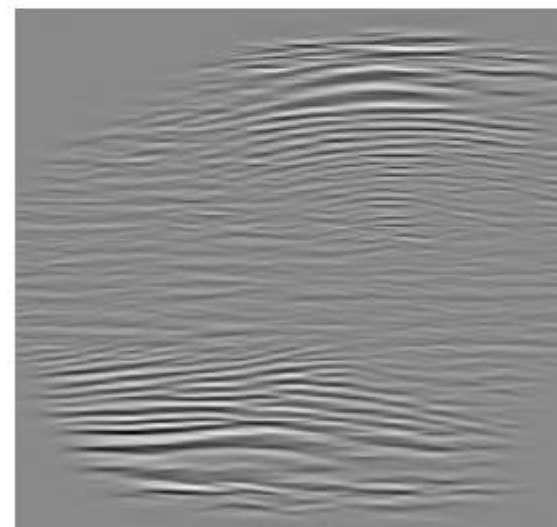
a.



b.



c.



d.

Figure III-16: Influence de la fréquence et de la bande passante radiale d'un filtre de Butterworth dans le cas d'un filtrage de direction horizontale.



image originale



image filtrée

Figure III-17: Résultat obtenu par un masquage fréquentiel directionnel de Butterworth.

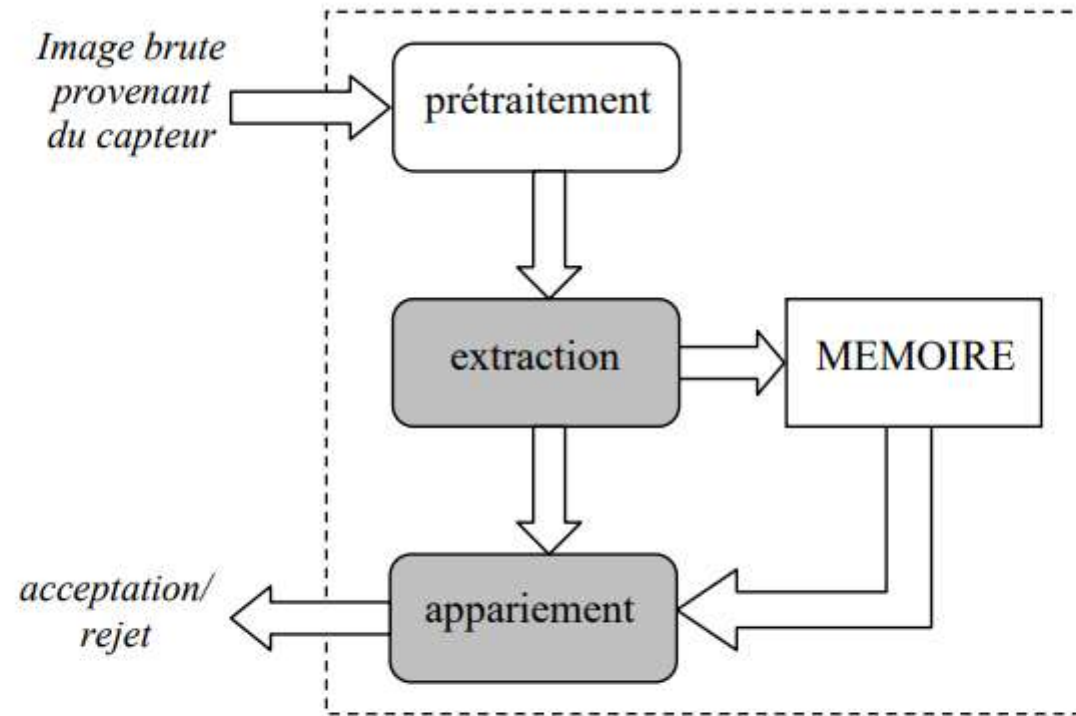


Figure IV-1: Schéma général des différentes étapes d'un système de reconnaissance.

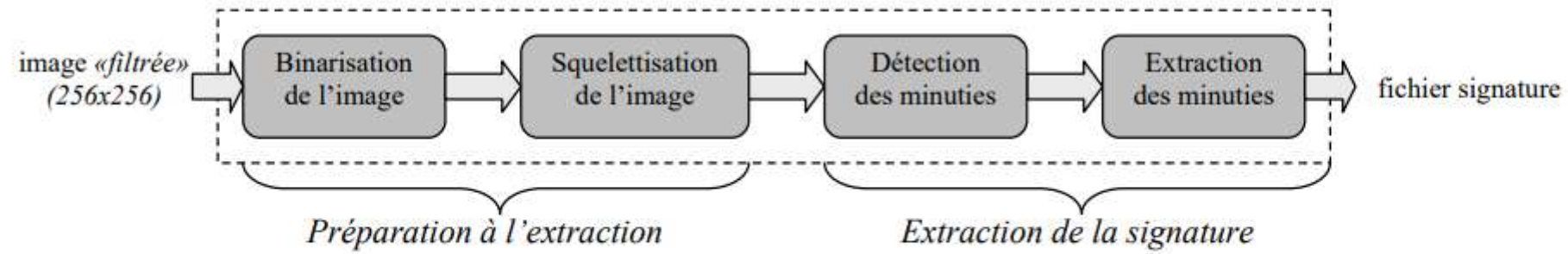


Figure IV-2: La phase d'extraction de la signature.

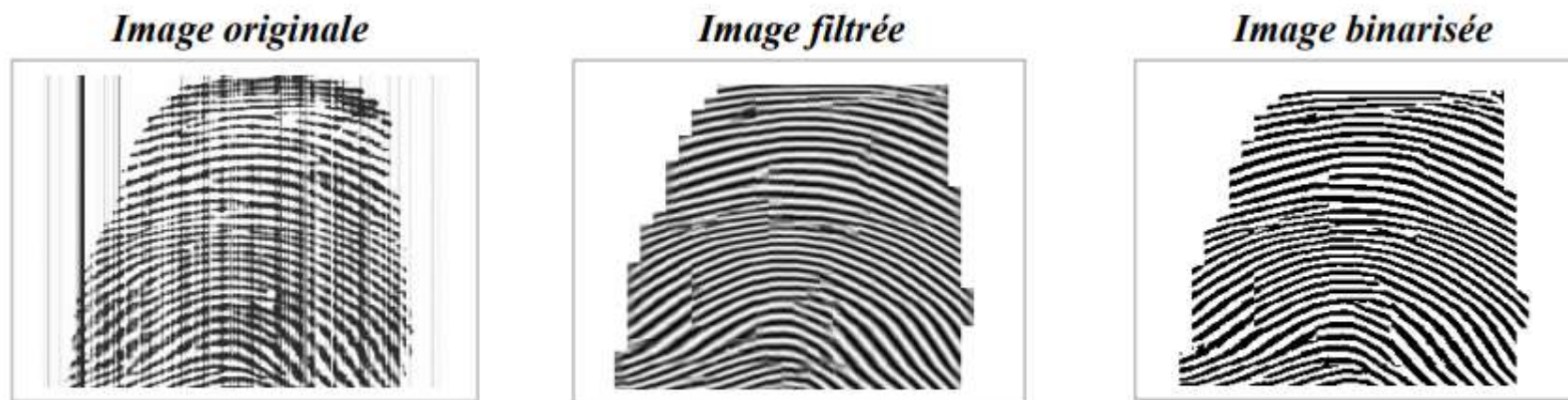


Figure IV-3: Résultats de l'étape de binarisation.

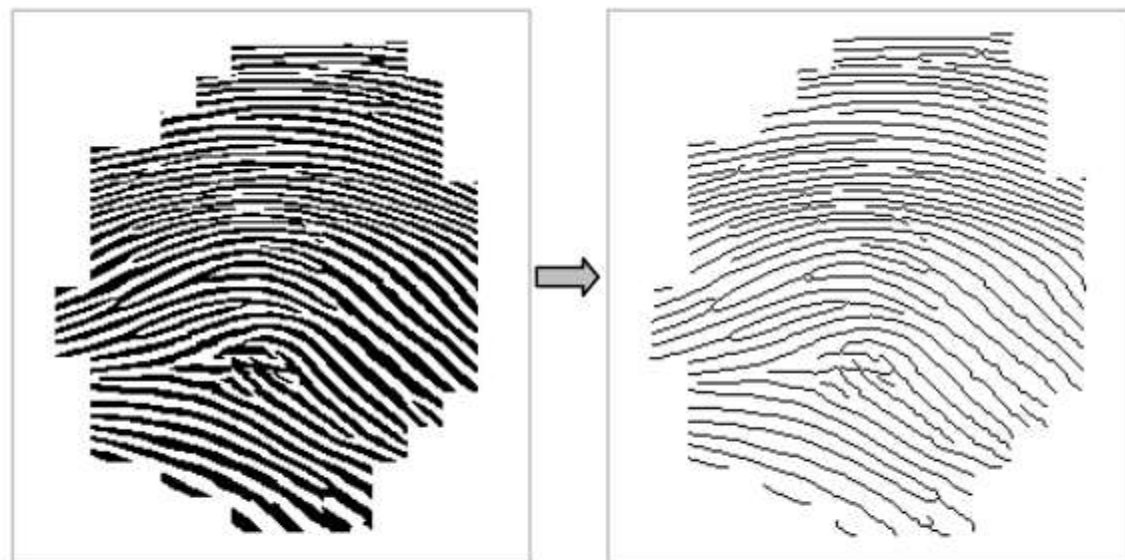
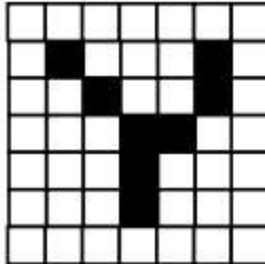


Figure IV-4: Squelette de l'image binaire de l'empreinte.

*représentation graphique
d'une partie du squelette*



codage binaire

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

codage du CN

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	2	0	0	2	0	0
0	0	0	3	2	0	0	0
0	0	0	2	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

P ₁	P ₂	P ₃
P ₈	P	P ₄
P ₇	P ₆	P ₅

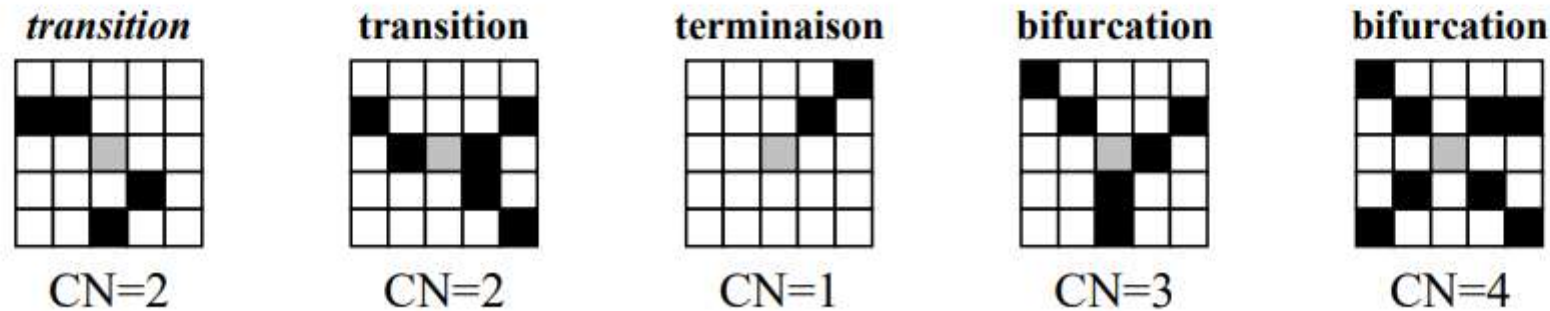
$$CN(P) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^8 |P_i - P_{i-1}|$$

avec $P_8 = P_0$ et $P_i \in \{0,1\}$

Figure IV-5: Les différentes représentations du squelette.

pour chaque pixel P appartenant à une strie (c'est-à-dire pour chaque pixel ayant une valeur de 1) le calcul de CN peut prendre cinq valeurs:

- $CN(P) = 0$: dans ce cas il s'agit d'un pixel isolé et nous n'en tenons pas compte car même si ce type de minutie existe il est très rare et à ce stade du traitement de l'image il est probablement dû à un résidu de bruit.
- $CN(P) = 1$: dans ce cas nous avons à faire à une minutie de type *terminaison*.
- $CN(P) = 2$: c'est le cas le plus courant, le pixel se situe sur une strie, il n'y a pas de minutie.
- $CN(P) = 3$: nous sommes en présence d'une *bifurcation* triple.
- $CN(P) = 4$: nous sommes en présence d'une *bifurcation* quadruple. Ce type de minutie étant assez rare il est probablement dû à du bruit et nous l'ignorons.



(Dans chaque cas on considère le pixel gris au centre du carré.)

Figure IV-6: Exemples de détermination du type de minutie en fonction du calcul de CN .

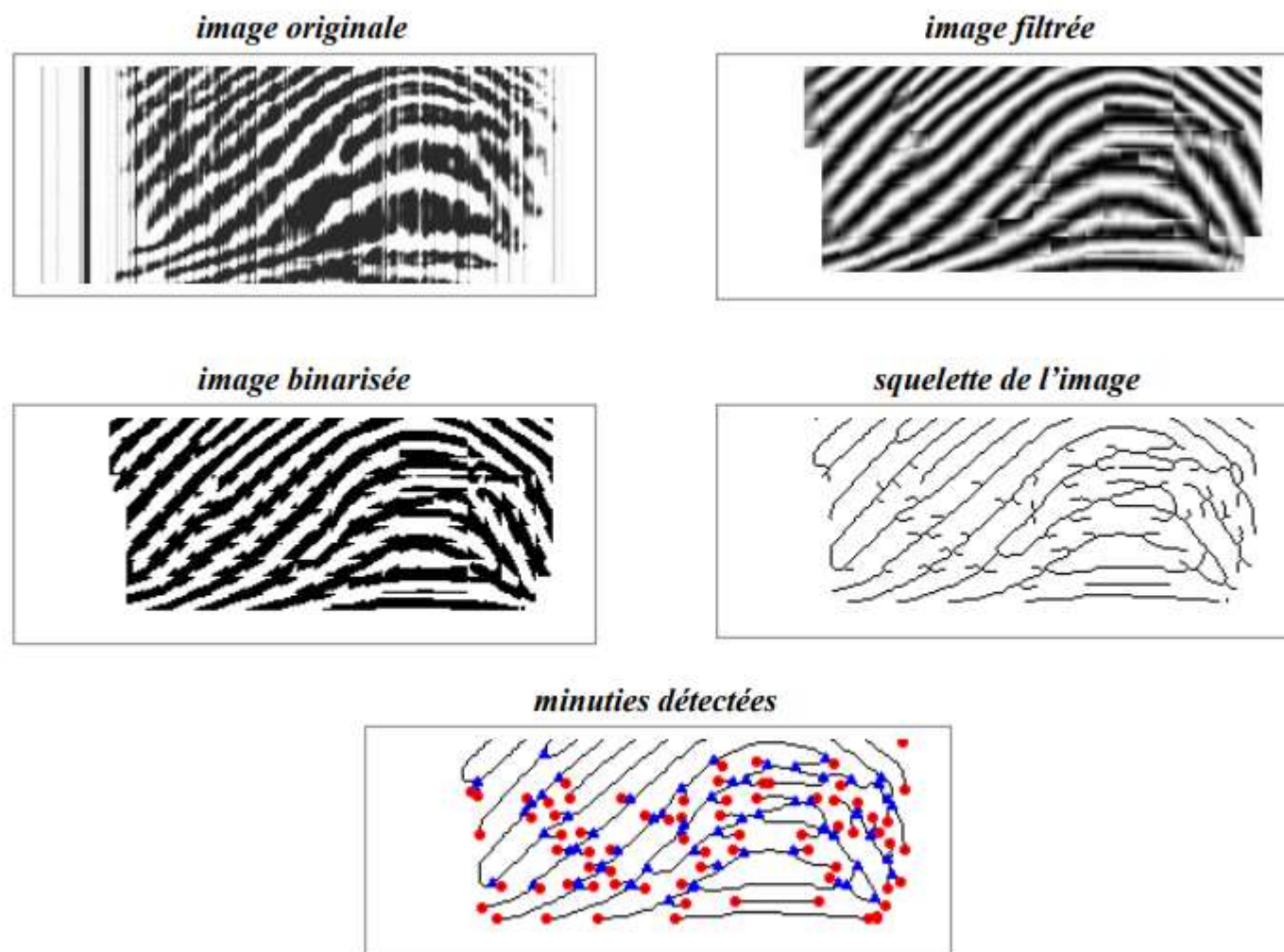


Figure IV-7: Exemple de détection de fausses minuties.

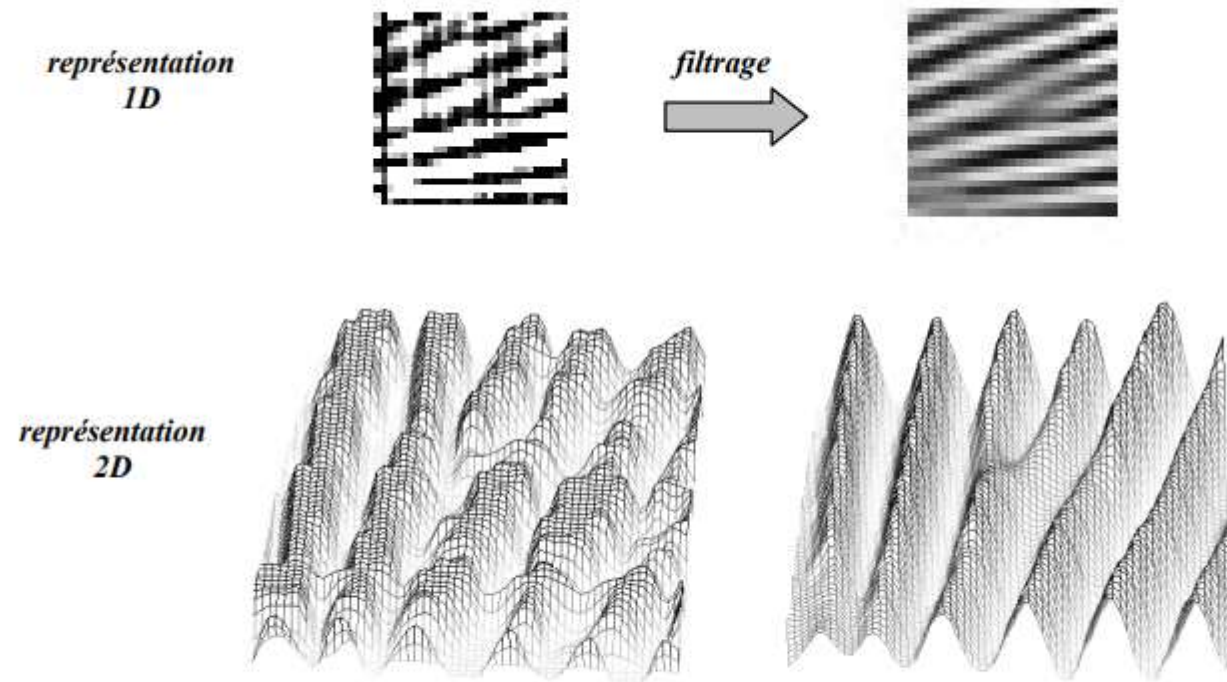


Figure IV-12: Représentation tridimensionnelle d'un morceau d'empreinte et de son image filtrée.

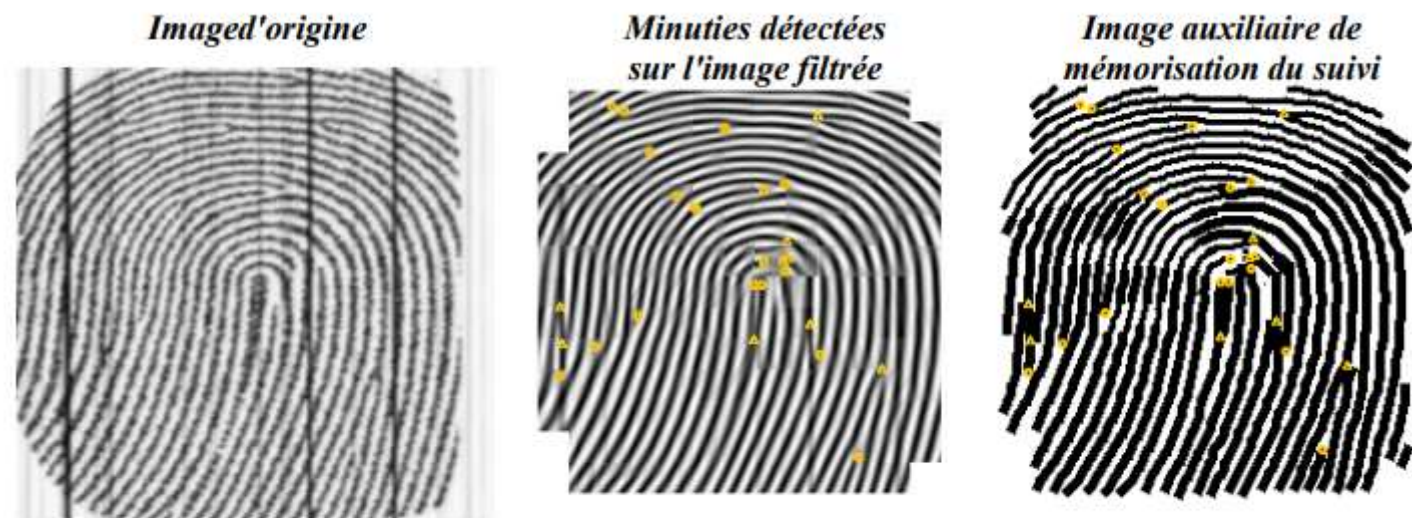


Figure IV-16: Détection des minuties par le suivi des stries de l'image filtrée.

IV.2. La phase de reconnaissance

IV.2.1. Principe général

Notre système de reconnaissance est un système de vérification, c'est-à-dire qu'il consiste à confirmer ou infirmer l'identité d'une personne (*suis-je celui que je prétends être?*) par rapport à un enregistrement de référence. On distingue alors deux opérations: l'enregistrement et la vérification.

Lors de l'enregistrement, la signature S_p extraite de l'empreinte est stockée en mémoire. Lors de la vérification la signature S_o de l'utilisateur est comparée à S_p . Bien entendu ces deux signatures ne seront jamais strictement identiques car l'empreinte ne sera jamais acquise de manière similaire (vitesse, poussière, pression...) et des distorsions localisées (élasticité de la peau) apparaîtront. L'authentification de la personne consiste alors à calculer le degré de similarité entre les deux signatures S_p et S_o . Cette similitude quantifiée est ensuite comparée à un seuil défini par avance en fonction de l'application choisie (voir chapitre I) pour déterminer si oui ou non la personne est la bonne.

Habituellement les algorithmes de reconnaissance cherchent à estimer la transformation \mathbf{T} permettant d'obtenir S_p à partir de S_o (Equ.25). La recherche d'une transformation affine est souvent considérée:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & k^{-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \alpha \end{pmatrix} \quad (\text{Equ.25})$$

Les paramètres $\{k, \alpha, \Delta x, \Delta y\}$ caractérisent la distorsion provoquée par l'acquisition:

IV.2.2. La distorsion engendrée par l'acquisition

IV.2.2.1. Estimation du facteur d'échelle local

IV.2.2.1.1 Préambule mathématique

Considérons une zone rectangulaire $ABCD$ contenant deux lignes parallèles de direction θ et espacées d'une distance r (Figure IV-18-a). Si l'on effectue une homothétie verticale de rapport k on obtient une nouvelle zone rectangulaire $A'B'C'D'$ contenant deux nouvelles lignes parallèles de direction θ' et espacées d'une distance r' (Figure IV-18-b).

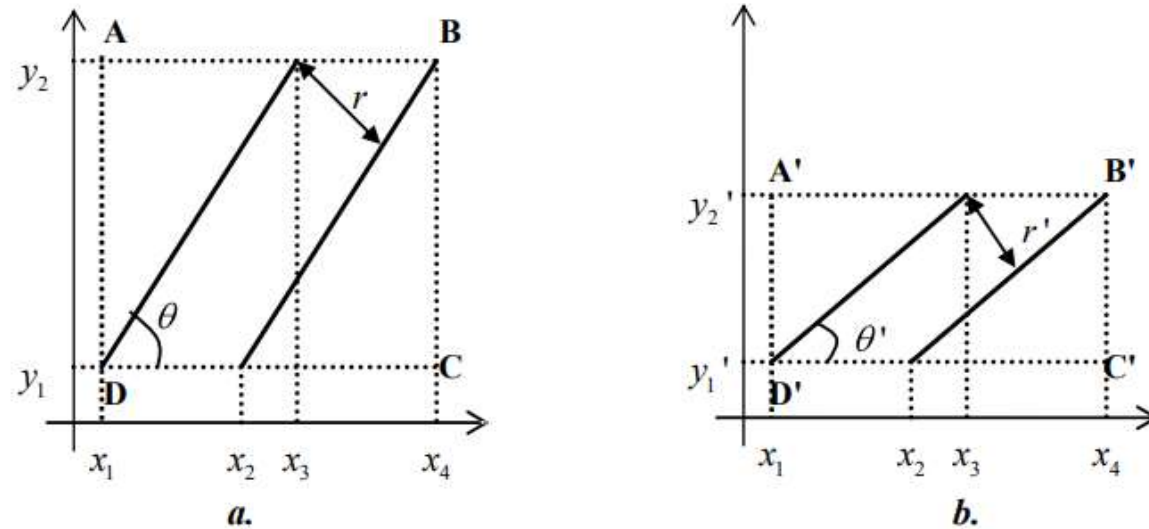


Figure IV-18: Estimation de la distorsion verticale locale à un bloc.

En considérant les deux zones de la Figure IV-18 on obtient les 3 relations suivantes:

$$y_1' - y_2' = k \cdot (y_1 - y_2) \quad (\text{Equ.27})$$

$$\tan \theta = \frac{y_2 - y_1}{x_3 - x_1} \text{ et } \tan \theta' = \frac{y_2' - y_1'}{x_3 - x_1} \quad (\text{Equ.28})$$

$$\sin \theta = \frac{r}{x_2 - x_1} \text{ et } \sin \theta' = \frac{r'}{x_2 - x_1} \quad (\text{Equ.29})$$

En éliminant les coordonnées x,y de ces relations on obtient:

$$k \cdot \tan \theta = \tan \theta' \text{ et } \sin \theta = \frac{r}{r'} \cdot \sin \theta' \quad (\text{Equ.30})$$

Ceci permet de définir le facteur d'échelle k en fonction de r , r' et θ' :

$$\begin{aligned} k^2 &= \left(\frac{\tan \theta'}{\tan \theta} \right)^2 = \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} - 1 \right) \times \tan^2 \theta' \\ &= \left(\frac{r'^2}{r^2} \times \frac{1}{\sin^2 \theta'} - 1 \right) \times \tan^2 \theta' \\ &= \frac{r'^2}{r^2} \times \frac{1}{\cos^2 \theta'} \times \left(1 - \frac{r^2}{r'^2} \times \sin^2 \theta' \right) \end{aligned} \quad (\text{Equ.31})$$

IV.2.2.1.2 Application au cas réel

Dans le chapitre III nous avons calculé les cartes directionnelle et fréquentielle de l'image grâce à un découpage de l'image en blocs de taille $H \times H$. Pour chaque bloc (x, y) de l'image on connaît donc sa direction $\theta(x, y)$ et la distance locale inter-strie $r(x, y)$. Idéalement on suppose la vitesse de déplacement du doigt constante à l'échelle du bloc, la distorsion subie par le bloc peut donc être modélisée par la Figure IV-18. En considérant r_{global} la distance moyenne inter-strie de l'empreinte sans distorsion on peut exprimer pour chaque bloc la distorsion locale engendrée par la vitesse de déplacement du doigt:

$$k(x, y) = \frac{r(x, y)}{r_{global}} \times \frac{1}{|\cos \theta(x, y)|} \times \left[1 - \frac{r_{global}^2}{r(x, y)^2} \times \sin^2 \theta(x, y) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{Equ.32})$$

Une valeur de $k(x, y)$ supérieure à 1 implique des stries éloignées et par conséquent une vitesse de déplacement du doigt localement lente. Inversement une valeur inférieure à 1 signifie des stries rapprochées et donc une vitesse de déplacement du doigt localement rapide.

Quelques précautions sont à prendre avant d'évaluer la distorsion d'un bloc:

- Si les stries sont localement verticales dans le bloc ($\theta(x, y) = \pi/2$) il est impossible d'estimer le facteur d'échelle car $r' = r$ sur la Figure IV-18, cela se traduit d'ailleurs par un résultat non réel de la relation précédente (Equ.32).

$$RMOYEN = \frac{1}{2}(d_{\min} + d_{\max}) = 9 \text{ pixels } ([d_{\min}..d_{\max}] = [6..12]).$$

$$B = \{(x, y) \mid |\sin \theta(x, y)| \geq \cos \theta_{\max}\}$$

$$r_{global} = \begin{cases} \frac{1}{\|B\|} \times \sum_{(x,y) \in B} r(x, y) & \text{si } \|B\| \geq N_{B_{MIN}} \\ RMOYEN & \text{si } \|B\| < N_{B_{MIN}} \end{cases} \quad (\text{Equ.33})$$

IV.2.2.1.3 Estimation de la distorsion de l'image

Etant donné que nous négligeons la distorsion engendrée par l'élasticité locale de la peau et que le doigt est toujours déplacé verticalement nous pouvons considérer que $k(x, y)$ est constant pour une ligne y donnée. Pour chaque ligne nous définissons donc le facteur d'échelle moyen k_y (Equ.34) où $k(x, y)$ est le facteur d'échelle du bloc x sur la ligne y (Equ.32). La moyenne est effectuée sur

l'ensemble des blocs $S(y)$ dont les caractéristiques vérifient les conditions d'existence du facteur d'échelle définies dans la section précédente.

$$S(y) = \left\{ x \mid r(x, y) \geq r_{global} \times |\sin \theta(x, y)| \text{ et } \theta(x, y) \neq \frac{\pi}{2} \right\}$$

$$k_y = \begin{cases} \frac{1}{|S(y)|} \sum_{x \in S(y)} k(x, y) & \text{si } S(y) \neq \emptyset \\ 1 & \text{si } S(y) = \emptyset \end{cases} \quad (\text{Equ.34})$$

Chaque ligne où est calculée k_y a pour longueur la largeur de l'image L ($L = 256 \text{ pixels}$) et pour hauteur la taille H des blocs. L'estimation du facteur d'échelle de chaque ligne permet de reconstruire l'image d'origine par interpolation (Figure IV-19) où chaque nouvelle ligne a pour hauteur $\frac{H}{k_y}$, mais ceci est inutile dans notre système.

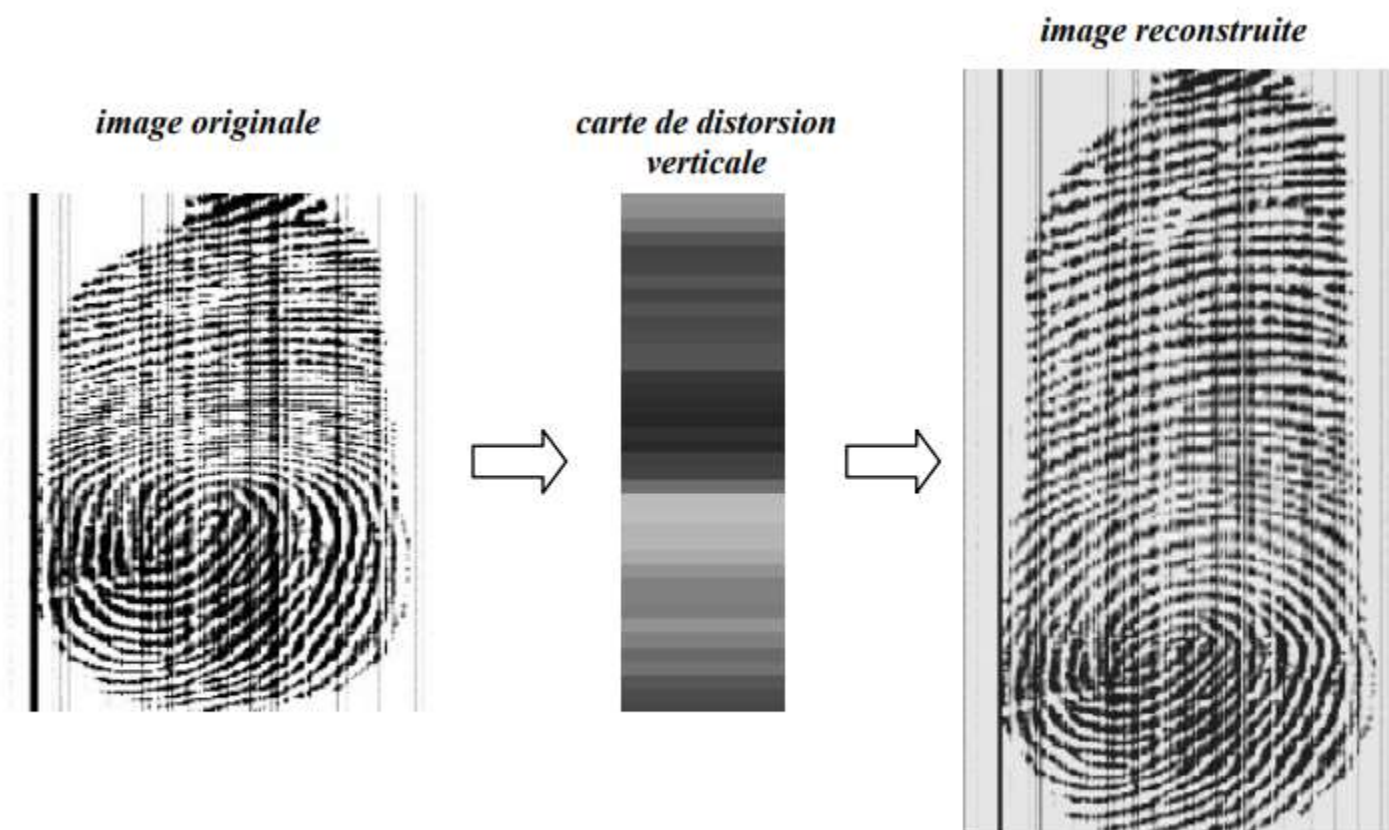


Figure IV-19: Reconstruction de l'image par interpolation bicubique avec Matlab.

En effet à ce stade nous ne travaillons plus sur l'image mais sur les minuties. Lors de la phase d'extraction de la signature nous avons obtenu les coordonnées spatiales (x, y) et l'orientation locale $\theta(x, y)$ de chaque minutie. Pour calculer les coordonnées (X, Y) des minuties sans distorsion il suffit d'intégrer la fonction inverse de la distorsion (Equ.35).

$$\begin{aligned} \exists (p, \Delta y) \in \mathbb{N} \times \llbracket 0..H-1 \rrbracket \mid y &= p \times H + \Delta y \\ (x, y) \mapsto (x, f(y)) &= (X, Y) \\ f(y) = \int_0^y \frac{1}{k_y} dy &= \sum_{i=0}^{p-1} \frac{H}{k_i} + \frac{\Delta y}{k_p} \end{aligned} \quad (\text{Equ.35})$$

En utilisant les résultats précédents (Equ.30 et Equ.32), on obtient également la nouvelle valeur de l'orientation locale:

$$\begin{aligned} \theta(x, y) \mapsto \Theta(x, y) &= g(\theta(x, y)) \\ g(\theta(x, y)) &= \tan^{-1} \left(\frac{\tan \theta(x, y)}{k(x, y)} \right) \end{aligned} \quad (\text{Equ.36})$$

Bien entendu ce modèle n'est pas parfait car il n'est pas continu. En effet l'estimation se fait par blocs et dans le cas, par exemple, d'une succession rapprochée de changement de vitesse (e.g. cas d'un utilisateur peu coopératif) il s'avérera peu efficace. Néanmoins il permet de limiter sensiblement les faibles variations possibles avec un utilisateur entraîné.

IV.2.3. Enregistrement de la signature

Avant d'enregistrer la signature S_p extraite on élimine la distorsion verticale engendrée par le mode de balayage du capteur. La distance inter-strie moyenne r_{global}^P de l'image sans distorsion est d'abord calculée puis la carte de la distorsion de chaque bloc est estimée. Les caractéristiques de chaque minutie contenues dans S_p sont alors transformées suivant le modèle précédent (Equ.35, Equ.36). C'est ce nouvel ensemble obtenu E_p qui est stocké en mémoire. r_{global}^P est également stocké car il sera utilisé dans la phase de vérification.

Comme l'illustre la Figure IV-20 les cartes directionnelle et fréquentielle de l'image sont utilisées dans chacun de ces calculs.

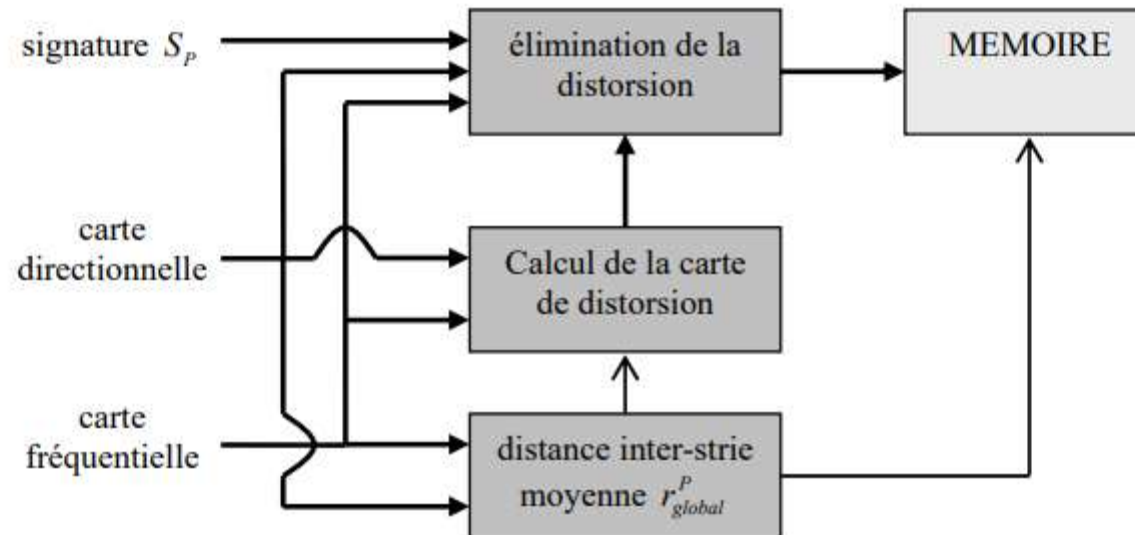


Figure IV-20: Elimination de la distorsion au cours de l'enregistrement de la signature.

IV.2.4. Vérification de la signature

On cherche à vérifier la similarité entre la signature E_p enregistrée en mémoire la signature S_Q de l'utilisateur. En raison du bruit généré au cours des différentes étapes précédentes du système il est possible que l'estimation de la distances inter-strie moyenne r_{global}^Q de S_Q (Equ.33) soit différente de celle E_p (r_{global}^P) même pour deux empreintes provenant de la même personne. Pour éviter cette différence la carte de distorsion de S_Q est calculée en fonction de r_{global}^P (Equ.32). Puis la distorsion de S_Q est éliminée (Equ.35, Equ.36). A ce stade on dispose donc de deux nouveaux ensembles de minuties E_p et E_Q (Equ.37) pour lesquels la distorsion introduite par le déplacement vertical du doigt a été supprimée.

$$\begin{aligned} E_p &= \left\{ M_i = (x_i, y_i, \theta_i, t_i) \mid i \in [1..N_p] \right\} \quad \|E_p\| = N_p \\ E_Q &= \left\{ M_j = (x_j, y_j, \theta_j, t_j) \mid j \in [1..N_Q] \right\} \quad \|E_Q\| = N_Q \end{aligned} \quad (\text{Equ.37})$$

Nous avons vu dans la section que nous n'avons pas de facteur de rotation et la distorsion a été éliminée. Donc, idéalement, si E_p et E_Q proviennent de la même empreinte alors ils sont identiques à une translation près $T[\Delta x, \Delta y]$ (Equ.38).

$$\begin{pmatrix} x^P \\ y^P \\ \theta^P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^Q \\ y^Q \\ \theta^Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{Equ.38})$$

L'algorithme d'appariement agit alors de la manière suivante:

1. On cherche une paire de minutes $(M_{i_R}^P, M_{j_R}^Q) \in E_P \times E_Q$ de *référence*. Il s'agit de toute paire de minutes ayant le même type $(t_{i_R}^P = t_{j_R}^Q)$ et une direction associée sensiblement équivalente $(|\sin(\theta_{i_R}^P - \theta_{j_R}^Q)| < \sin(\theta_{MAX}^R))$. Nous avons pris $\theta_{MAX}^R = 10^\circ$.
2. On calcule le vecteur de translation $T[\Delta x, \Delta y]$ permettant d'obtenir $M_{j_R}^Q$ à partir de $M_{i_R}^P$:

$$\Delta x = x_{j_R}^Q - x_{i_R}^P \text{ et } \Delta y = y_{j_R}^Q - y_{i_R}^P \quad (\text{Equ.39})$$

3. On translate E_Q suivant la transformation $T[\Delta x, \Delta y]$. Les deux ensembles sont maintenant alignés par rapport à la paire de référence et on calcule le nombre de minutes qui se superposent. Bien entendu il est très peu probable que deux minutes coïncident avec exactitude, c'est pourquoi une zone de tolérance doit être définie. A chaque minute M_i^P de E_P on associe une zone rectangulaire de dimension $L \times H$ centrée en M_i^P représentant la marge d'erreurs que l'on s'autorise. Une minute M_j^Q de E_Q peut *s'apparier* à une minute M_i^P de E_P (Equ.40) si elle se situe à l'intérieur de la zone associée à M_i^P et si elle vérifie la condition $C_a == \text{"vrai"}$ (nous reviendrons sur cette condition dans le chapitre V). Si plusieurs minutes répondent au critère d'appariement, alors on choisit celle qui est la plus proche de M_i^P .

$$[M_i^P \equiv M_j^O] \Leftrightarrow \begin{cases} |x_i^P + \Delta x - x_j^O| \leq L/2 \\ |y_i^P + \Delta y - y_j^O| \leq H/2 \\ C_1 = \text{"vrai"} \end{cases} \quad (\text{Equ.40})$$

Les trois transformations précédentes sont effectuées pour chaque paire de référence possible. A chaque fois on estime le nombre de minuties qui peuvent s'apparier après l'application de la transformation T . Finalement on ne retient que la transformation ayant conduit au plus grand nombre N_m de minuties appariées. Il faut noter que nous imposons une condition "sévère" sur le critère de référence afin de limiter les calculs car plus le nombre de paires de référence est important et plus les calculs sont longs.

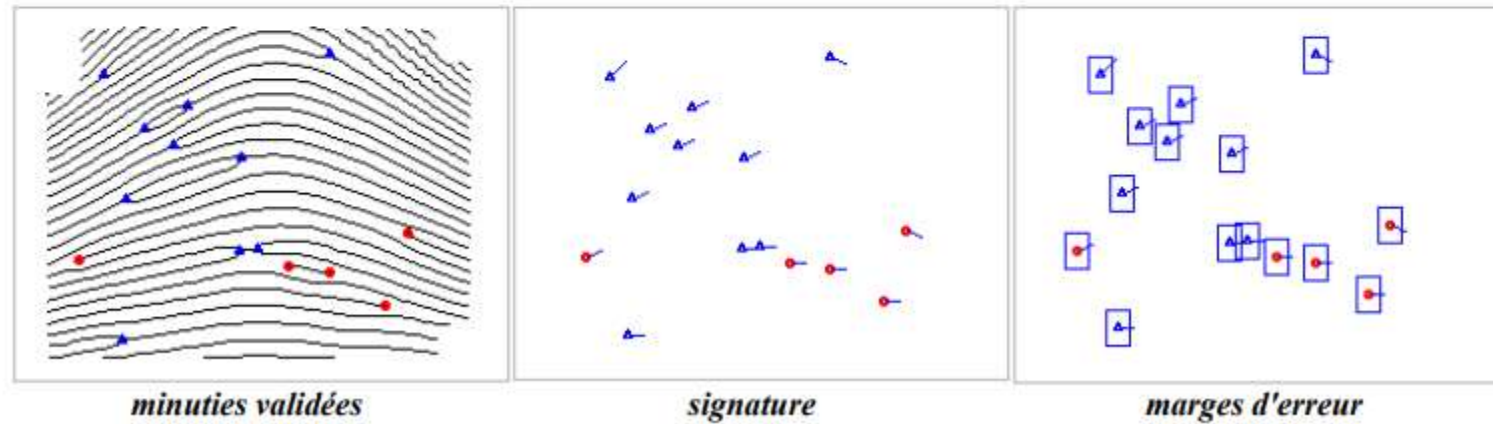


Figure IV-21: Illustration des marges d'erreur associées à la signature.

Le nombre N_m caractérise le degré de similitude entre E_p et E_Q . La valeur d'appariement MS (*Matching Score*) est une fonction de N_m , N_p et N_Q : $MS(N_m, N_p, N_Q)$. Une fois calculée MS est comparé à un seuil fixé λ à l'avance: si $MS \geq \lambda$ alors il y a suffisamment d'informations similaire entre E_p et E_Q pour considérer que l'utilisateur est identique, si $MS < \lambda$ alors l'utilisateur est rejeté (Figure IV-22). Les choix du taux d'appariement (MS), du seuil de décision (λ) et des critères d'appariement (L, H, C_a) influencent les performances du système, c'est pourquoi ils seront définis dans le chapitre suivant.

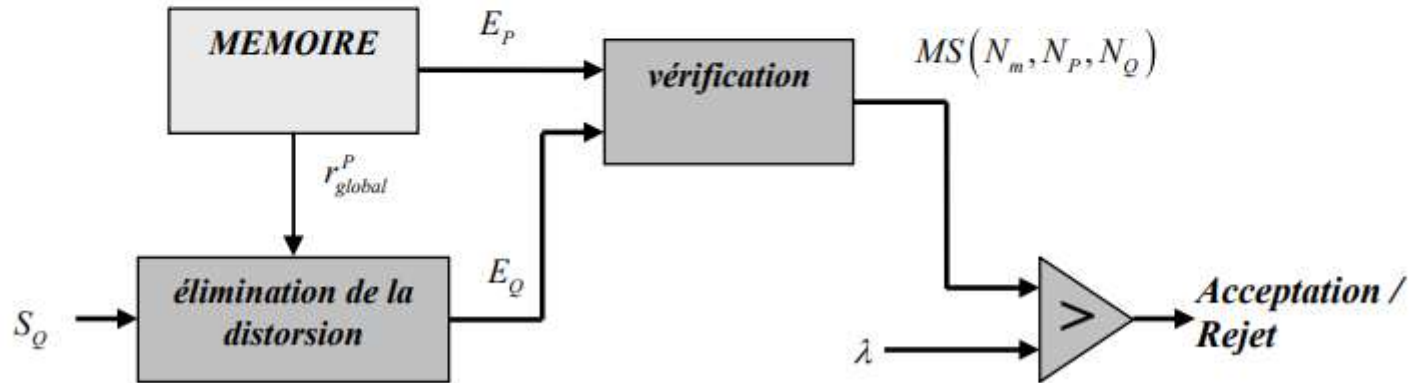


Figure IV-22: Principe de la vérification de la signature.

**MERCI DE
VOTRE
ATTENTION**

