

الجزء الأول :

لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ : $g(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ ، و (C_g) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) أدرس تغيرات الدالة g .
- (2) برهن أن (C_g) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيها ثم برهن أن هذه النقطة هي مركز تناظر للمنحنى (C_g) .
- (3) α و β عدنان حقيقيان .
- برهن أنه إذا كان $\beta > \alpha$ فإن $g(\beta) > g(\alpha)$ ثم إستنتج مقارنة العددين $g(2021)$ و $g(2022)$ دون حساب قيمتها .
- (4) أعط إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} ثم إستنتج وضعية (C_g) بالنسبة لمحور الفواصل .
- (5) أرسم المنحنى (C_g) .

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{(x-1)^2}$ ، (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) عين العددين الحقيقيين a و b حيث : $f(x) = ax + \frac{bx}{(x-1)^2}$.
- (2) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .
- (3) أحسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .
- (4) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^3}$.
- (5) إستنتج إتجاه تغير الدالة f على مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.
- (6) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
- (7) بين أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) في نقطة وحيدة A يطلب تعيينها ثم أكتب معادلة لـ (T) .
- (8) أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.
- (9) أعط إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R} - \{1\}$ ثم إستنتج وضعية (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل .
- (10) أرسم (Δ) ، (T) ، ثم (C_f) في معلم جديد يختلف عن (C_g) .
- (11) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلات التالية :

$$x^3 - 2x^2 = mx(x-1)^2 ; f(x) = x + m^2 - 4 ; -\frac{x}{(x-1)^2} = m ; f(x) = f(m) ; f(x) = |m| - 1 ; f(x) = m$$

الجزء الثالث :

لتكن الدوال العددية التالية : h_1 ، h_2 ، h_3 حيث :

$$D_{h_3} = \mathbb{R} - \{2\} \text{ و } h_3(x) = f(x-1) + 2, D_{h_2} = D_f \text{ و } h_2(x) = |f(x)|, D_{h_1} = \mathbb{R} - \{-1; 1\} \text{ و } h_1(x) = f(|x|)$$

- (1) بين أن h_1 دالة زوجية .
- (2) إشرح كيف يتم رسم المنحنيات (C_{h_3}) ، (C_{h_2}) ، (C_{h_1}) إنطلاقا من منحنى (C_f) ثم أنشئها .

الجزء الرابع :

لتكن الدالة k المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ : $k(x) = f(x^2)$

- (1) أدرس إتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.