✧ مسائل نموذجية للبكالوريا ✧ الدوال العددية ✧

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية | المادة : رياضيات

المسألة رقم 01 :

I ـ ليكن a و b عددين حقيقيين و f دالة معرفة على $\mathbb{R}/\{1\}$ بـ : $f(x)=\frac{ax^2+bx+1}{x-1}$.

◄ (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

⊡ عين العددين الحقيقيين a و b حتى تكون $f(-1)=0$ قيمة حدية لـ f .

II ـ نضع فيما يلي : $a=1$ و $b=2$.

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

❷ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\>}} f(x)$ ثم فسر النتائج هندسيا .

❸ أ ـ أثبت أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}/\{1\}$: $f'(x)=\frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$.

بـ ـ استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

❹ أ ـ أثبت أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

بـ ـ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

❺ جد إحداثيي Ω نقطة تقاطع (Δ) مع المستقيم المقارب العمودي .

❻ أثبت أن النقطة Ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

❼ أثبت أنه لايوجد أي مماس للمنحنى (C_f) يشمل النقطة Ω .

❽ بين أن (C_f) يقبل مماسين موازيين للمستقيم ذو المعادلة $y=-3x-5$ ثم اكتب معادلة كل منهما .

❾ أرسم (C_f) ، المستقيمان المقاربان و المماس (T) .

III ـ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}/\{-1;1\}$ بـ : $g(x)=\frac{x^2+2|x|+1}{|x|-1}$

◄ (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

❶ أثبت أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}/\{-1;1\}$: $g(x)=f(|x|)$.

❷ اشرح كيفية رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه .

❸ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $g(x)=m$.

✿ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ✿ 2024 ✿

المسألة رقم 02 : باك علوم 2014 ـ بتصرف بسيط ـ

I ـ g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

❷ أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

❸ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,7 < \alpha < 0,8$.

❹ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II ـ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$

◄ (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

❷ أ ـ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = \dfrac{1}{2}(x+1) + \dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب ـ أثبت أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

جـ ـ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

❸ أ ـ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \dfrac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$.

ب ـ استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيرات f (نأخذ : $f(\alpha) = -0.1$) .

❹ أحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.

❺ أرسم (C_f) والمستقيم (Δ) .

III ـ h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = \dfrac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$

◄ (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

❶ تحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن : $h(x) = f(x) - 2$

❷ استنتج أن المنحنى (C_h) هو صورة المنحنى (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعينه .

❸ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $h(x) = m$.

✧ مسائل نموذجية للبكالوريا ✧ الدوال العددية ✧

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية — المادة : رياضيات

المسألة رقم 03 :

I ـ لتكن g دالة كثير حدود معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^3-3x-4$.

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

❷ أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

❸ أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2.1<\alpha<2.2$.

❹ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II ـ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}/\{-1;1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$.

◄ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

❶ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\<}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\>}} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا .

❷ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

❸ أ ـ أثبت أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}/\{-1;1\}$: $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$.

ب ـ استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

❹ عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

❺ أ ـ عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c و d حيث من أجل كل $x\in\mathbb{R}/\{-1;1\}$: $f(x)=ax+b+\dfrac{cx+d}{x^2-1}$

ب ـ أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته .

جـ ـ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

❻ بين أن : $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha+2$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-1}) .

❼ أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين موازيين للمستقيم (Δ) (لا يطلب كتابة معادلتيهما) .

❽ أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

❾ ناقش بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=m$.

III ـ نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}/\{-1;1\}$ بـ : $h(x)=\dfrac{|x|^3+2x^2}{x^2-1}$.

◄ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

❶ أثبت أن الدالة h زوجية .

❷ اشرح طريقة إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

✿ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ✿ 2024 ✿

✧ مسائل نموذجية للبكالوريا ✧ الدوال العددية ✧

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية — المادة : رياضيات

المسألة رقم 04 :

I ـ لتكن a ، b و c أعداد حقيقية و f دالة معرفة على $\mathbb{R}/\{2\}$ بـ : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$.

◄ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

◄ الجدوال الموالي يمثل جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$

⊡ اعتماداً على جدول التغيرات :

❶ عين قيمة كل من الأعداد الحقيقية a ، b و c .

❷ بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا عموديا يطلب تعيين معادلته .

❸ قارن بين العددين الحقيقيين $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ و $f\left(-\frac{1}{3}\right)$.

II ـ نضع : $a = -1$ ، $b = 2$ و $c = -1$

❶ أ ـ أثبت أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

ب ـ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

❷ أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}/\{2\}$ فإن : $4 - x \in \mathbb{R}/\{2\}$ و $f(4-x) + f(x) = 0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

❸ ليكن T_0 و T_1 مماسا (C_f) عند x_0 و x_1 من D_f حيث $x_0 \neq x_1$.

⊡ جد علاقة بين x_0 و x_1 حتى يكون T_0 و T_1 متوازيين .

❹ أنشئ (C_f) ، (Δ) والمستقيم المقارب العمودي .

❺ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = m - x$.

III ـ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}/\{-2\}$ بالعلاقة : $g(x) = -f(-x)$

◄ (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

⊡ اشرح كيفية إنشاء (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم أنشئه .

✿ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ✿ 2024 ✿

✧ مسائل نموذجية للبكالوريا ✧ الدوال العددية ✧

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية | المادة : رياضيات

المسألة رقم 05 :

I نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-1-\sqrt{\frac{x}{x-1}}$.

◄ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

❶ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

❷ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

❸ أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0=0$ من اليسار ثم فسر النتيجة هندسيا .

❹ أ ـ أثبت أنه من أجل كل $x\in]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$: $f'(x)=1+\dfrac{1}{2(x-1)^2\sqrt{\frac{x}{x-1}}}$.

بـ ـ استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

❺ أحسب $\lim\limits_{|x|\to+\infty}[f(x)-x+1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

بـ ـ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) .

❻ أثبت أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\alpha\in\left]2;\frac{5}{2}\right[$.

❼ بين أن معادلة المماس (T_α) للمنحنى (C_f) عند $x_0=\alpha$ تكتب على الشكل : $y=\left[1+\dfrac{1}{2(\alpha-1)^3}\right](x-\alpha)$.

❽ أكتب معادلة المستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(0;-1)$ ويوازي (Δ) .

❾ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمين (Δ) و (d) .

❿ ناقش بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=x+m$.

II ـ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-\left(|x|+1+\sqrt{\dfrac{|x|}{|x|+1}}\right)$.

◄ وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

❶ أثبت أن الدالة g زوجية .

❷ اشرح طريقة إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

✿ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ✿ 2024 ✿

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية　　　　المادة : رياضيات

المسألة رقم 06 :

I ـ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1\right)$.

◄ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ مفسرا النتيجتين هندسيا .

❷ أ ـ أثبت أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{1}{2(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

ب ـ استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

❸ أ ـ أثبت أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f''(x)=-\frac{3x}{2(x^2+1)^2\sqrt{x^2+1}}$.

ب ـ أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف Ω يطلب تعيين إحداثياتها .

جـ ـ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة Ω .

❹ أثبت أن النقطة Ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

❺ أنشئ المنحنى (C_f) والمماس (T) .

II ـ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $\begin{cases} g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)\ ;\ x\in\mathbb{R}^* \\ g(0)=-1 \end{cases}$.

◄ (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

❶ أثبت أن الدالة g مستمرة عند $x_0=0$ من اليسار .

❷ أثبت أن الدالة g غير مستمرة عند $x_0=0$ من اليمين .

❸ أدرس قابلية اشتقاق الدالة g عند $x_0=0$ من اليسار ثم فسر النتيجة هندسيا .

❹ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ مفسرا النتيجتين هندسيا .

❺ أ ـ أثبت أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$: $g'(x)=-|x|\,f'(x)$.

ب ـ استنتج تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

❻ أثبت أن النقطة Ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_g) .

❼ أثبت أن المنحنى (C_g) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثييهما .

❽ أنشئ المنحنى (C_g) .

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية　　　　المادة : رياضيات

المسألة رقم 07 :

I ـ g دالة معرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^3-4x^2+5x+4$

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

❷ أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-2;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

❸ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-2;+\infty[$ ثم تحقق أن : $-0.6<\alpha<-0.5$.

❹ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-2;+\infty[$.

II ـ نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-2;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^2+2x}{x^2+1}\sqrt{x+2}$

◄ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

❷ أثبت أن الدالة f قابلة للإشتقاق عند $x_0=-2$ من اليمين ثم فسر النتيجة هندسيا .

❸ أ ـ أثبت أنه من أجل كل $x\in\,]-2;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}\times g(x)}{2(x^2+1)^2}$.

ب ـ أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[-2;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

❹ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند $x_0=0$.

❺ أدرس إشارة $f(x)$ على المجال $[-2;+\infty[$.

❻ أرسم (C_f) والمماس (T) .

❼ من أجل $x\geq -2$: ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$x(x+2)^{\frac{3}{2}}=|m|\left(x^2+1\right)$$

III ـ h الدالة المعرفة على المجال $[-2;+\infty[$ بـ : $h(x)=f(x)\times|f(x)|$

❶ أحسب $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.

❷ شكل جدول تغيرات الدالة h على المجال $[-2;+\infty[$.

✧ مسائل نموذجية للبكالوريا ✧ الدوال العددية ✧

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية المادة : رياضيات

المسألة رقم 08 :

I ـ نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;-1[\cup[1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\sqrt{\dfrac{(x-1)^3}{x+1}}$

◄ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

❷ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ <}} f(x)$ مفسرا النتيجة هندسيا .

❸ أدرس قابلة إشتقاق الدالة f عند $x_0=1$ من اليمين ثم فسر النتيجة هندسيا .

❹ أ ـ أثبت أنه من أجل كل $x\in]-\infty;-1[\cup[1;+\infty[$: $f'(x)=(x+2)\sqrt{\dfrac{x-1}{(x+1)^3}}$.

ب ـ أدرس تغيرات الدالة f على $]-\infty;-1[\cup[1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

❺ أ ـ أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.

ب ـ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) على المجال $]2;+\infty[$.

❻ أ ـ أثبت أن المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y=-x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $-\infty$.

ب ـ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ') على المجال $]-\infty;-1[$.

❼ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمات المقاربة .

II ـ g الدالة المعرفة على $]-\infty;-1]\cup]1;+\infty[$ بـ : $g(x)=|x+1|\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$.

◄ (C_g) التمثيل البياني للدالة g في المعلم السابق .

❶ بين أنه من أجل كل $x\in]-\infty;-1]\cup]1;+\infty[$: $g(x)=f(-x)$.

❷ إشرح طريقة إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

III ـ h الدالة المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $h(x)=f(x)\times g(x)$.

◄ (C_h) التمثيل البياني للدالة h في المعلم السابق .

❶ أثبت أن الدالة h زوجية .

❷ أثبت أن المنحنى (C_h) هو صورة جزء من منحنى الدالة مربع بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه .

❸ أنشئ المنحنى (C_h) .

✿ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ✿ 2024 ✿

✧ مسائل نموذجية للبكالوريا ✧ الدوال العددية ✧

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية — المادة : رياضيات

المسألة رقم 09 :

I ـ نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{1-x\sqrt{x^2-x}}{x}$

◄ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

❷ أ ـ بين أنه من أجل كل $x\in]1;+\infty[$: $\dfrac{f(x)-1}{x-1}=-\dfrac{1}{x}-\sqrt{\dfrac{x}{x-1}}$

ب ـ أدرس قابلة إشتقاق الدالة f عند $x_0=1$ من اليمين ثم فسر النتيجة هندسيا .

❸ أ ـ أثبت أنه من أجل كل $x\in]1;+\infty[$: $f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}$.

ب ـ أدرس تغيرات الدالة f على المجال $]1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

❹ أ ـ أثبت أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{x^2-x}\right)=\dfrac{1}{2}$.

ب ـ أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\dfrac{1}{2}-x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.

جـ ـ أثبت أنه من أجل كل $x\in]1;+\infty[$:

$$f(x)-\left(\frac{1}{2}-x\right)=\frac{1}{x}+\frac{1}{2\left(2x-1+2\sqrt{x^2-x}\right)}$$

د ـ استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) على المجال $]1;+\infty[$.

❺ أثبت أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $1.3<\alpha<1.4$.

❻ أثبت أن معادلة المماس (T_α) للمنحنى (C_f) عند $x_0=\alpha$ هي : $y=\left(\dfrac{3}{2}\alpha-2\alpha^2\right)(x-\alpha)$.

❼ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمان المقاربان .

II ـ g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ : $g(x)=\dfrac{1}{1-x}-\sqrt{x^2-x}$.

◄ (C_g) التمثيل البياني للدالة g في المعلم السابق .

❶ بين أنه من أجل كل $]-\infty;0[$: $g(x)=f(1-x)$.

❷ أثبت أن المنحنى (C_g) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β يطلب تعيين حصر لها .

❸ أثبت أن معادلة المماس (T_β) للمنحنى (C_g) عند $x_0=\beta$ هي : $y=\left(2\alpha^2-\dfrac{3}{2}\alpha\right)(x-\beta)$.

❹ إشرح طريقة إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

✿ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ✿ 2024 ✿

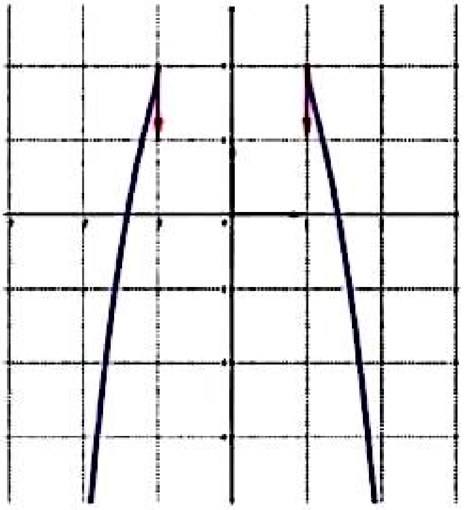
✧ مسائل نموذجية للبكالوريا ✧ الدوال العددية ✧

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية — المادة : رياضيات

المسألة رقم 10 :

I ـ نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=2-x^2\sqrt{x^2-1}$$



◄ (C_g) التمثيل البياني للدالة g كما هو موضح في الشكل المقابل .

❶ أحسب $g(-\sqrt{2})$ و $g(\sqrt{2})$.

❷ أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

❸ بقراءة بيانية حدد $\lim_{\substack{x\to-1\\<}} \frac{g(x)-2}{x+1}$ و $\lim_{\substack{x\to1\\>}} \frac{g(x)-2}{x-1}$.

❹ بقراءة بيانية حدد إشارة $g(x)$ على $]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$

II ـ نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ بـ : $f(x)=1-x+\frac{2\sqrt{x^2-1}}{x}$.

◄ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

❶ أدرس قابلية إشتقاق الدالة f عند $x_0=-1$ من اليسار مفسرا النتيجة هندسيا .

❷ أدرس قابلية إشتقاق الدالة f عند $x_0=1$ من اليمين مفسرا النتيجة هندسيا .

❸ أ ـ أثبت أنه من أجل كل $x\in]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2\sqrt{x^2-1}}$.

ب ـ أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

❹ أ ـ أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x+3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.

ب ـ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) على المجال $[1;+\infty[$.

❺ أ ـ أثبت أن المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y=-x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $-\infty$.

ب ـ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ') على المجال $]-\infty;-1]$.

❻ أثبت أن النقطة $\Omega(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

❼ أ ـ أثبت أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α تختلف عن 1 حيث : $2.8<\alpha<2.9$.

ب ـ بين أن معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند $x_0=-\alpha$ هي : $y=f'(\alpha)x+2f'(\alpha)$.

❽ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمان (Δ) و (Δ') .

❾ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\left(\sqrt{|m|}-1\right)x-2\sqrt{x^2-1}=0$.