محور الدوال العددية

التمرين 01

I نعتبر g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = x^3 - 3x^2 + 7x + 3$ ،

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0,4 < \alpha < -0,3$

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II نعتبر f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x^2 - 3x}{(x-1)^2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ ، فسر النتيجة بيانيا.

2) أ) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}\setminus\{1\}$: $f(x) = x + a + \dfrac{bx}{(x-1)^2}$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ و $-\infty$ ، يطلب تعيين معادلة له .

ج) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}\setminus\{1\}$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-1)^3}$

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أنه يوجد مماس وحيد (T_1) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

5) أ) بين أن : $f(\alpha) = 1 - \dfrac{8}{\alpha-1} - \dfrac{12}{(\alpha-1)^2}$ ثم أعط حصر للعدد $f(\alpha)$.

ب) عين دون حساب : $\lim\limits_{h\to0} \dfrac{f(\alpha+h) - f(\alpha)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

6) أكتب معادلتي (T_2) و (T_3) مماسي المنحنى (C_f) عند النقطتين ذات الفاصلتين 0 و α على الترتيب .

7) عين فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

التمرين الثاني:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 2$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) أ/ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث $-0,7 < \alpha < -0,6$

ب/ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{x^3 + x^2}{x^2 + x + 1}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \dfrac{x.g(x)}{(x^2 + x + 1)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها (نأخذ $f(\alpha) \approx 0,2$)

4) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f)

ب/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

5/ عين نقط تقاطع المنحنى

التمرين الثالث :

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = -2x^3 - 3x + 4$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f

2) أ/ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,8 < \alpha < 0,9$

ب/ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ : $f(x) = \dfrac{2x^3 + 1}{x^3 + 1}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-1^{<}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-1^{>}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم أعط تفسيرا بيانيا للنتائج

2) أ/ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$ فان ، $f'(x) = \dfrac{x.g(x)}{(x^3 + 1)^2}$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) عين معادلة لـ (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

4) عين دون حساب $\lim\limits_{h\to0} \dfrac{f(\alpha+h) - f(\alpha)}{h}$ وفسر النتيجة هندسيا

5) تحقق أن: $f(\alpha) = \dfrac{4}{3\alpha}$ ، ثم عين حصر للعدد $f(\alpha)$

[illegible]

- 01 -

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

ب/ أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

2) أ/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,2<\alpha<0,3$

ب/ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ ب : $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب/ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x<-1}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} f(x)$ ، فسر النتيجة هندسيا

2) أ/ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فان : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات f

3) عين؛ دون حساب، $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة هندسيا

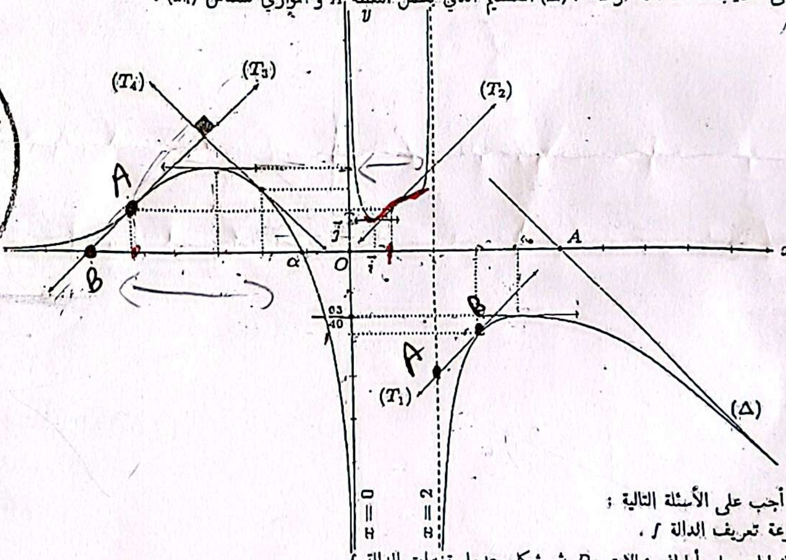
4) أحسب: $\lim\limits_{|x|\to+\infty}[f(x)-x]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادلته

5) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$

6) أثبت أن: $f(\alpha)=\dfrac{3}{(\alpha+1)^2}$ ، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$

7) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة

III) المنحنى (C_f) أدناه عبارة عن تمثيل بياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ و f قابلة للاشتقاق مرتين على كل مجال من مجموعة تعريفها D_f ، (T_1) ، (T_2) ، (T_3) و (T_4) المماسات للمنحنى (C_f) في النقاط التي فواصلها على الترتيب 3 ، 1 ، -5 و -2 ، (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة A و الموازي للمماس (T_4).



بقراءة بيانية أجب على الأسئلة التالية :

❶ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f .

❷ جد كل من النهايات على أطراف مجالات D_f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

❸ جد كل من $f(4)$ ، $f(-3)$ ، $f'(4)$ ، $f'(-3)$ ، $f''(-5)$ و $f''(1)$

❹ جد معادلة لكل من المماسات (T_1) ، (T_2) ، (T_3) و (T_4) .

❺ كم عدد المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) ؟عينها، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x-5]$

❻ جد قيمة كل من: $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{f(x)-1}{x+5}$ ، $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{f(x)+2}{x-3}$ $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f'(x)-1}{x-1}$ $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2f(x)-3}{x^2-4}$

الصفحة
- 02 -

• $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'(x_0)=$ معامل توجيه المماس عند النقطة ذات الفاصلة x_0.

• $f'(x)=$ معامل توجيه المستقيم الذي يوازيه.