

TD série N°2: optimisation du coût d'une production série limitée de Lafuma

Christoph Samuel

I-Position du problème :

Ce TD a comme objectif de proposer une **solution optimisée** pour la **production de sacs** de randonnée de prestige par l'entreprise Lafuma. Cette entreprise française de renom, spécialisée dans la conception et dans la fabrication d'équipements de sport et de loisirs, propose chaque année des sacs de randonnée de haute qualité en série limitée à des clients sélectionnés d'Europe...

Cependant, le chef de production doit faire face à **des pré-commandes** et des **commandes finalisées** variables pour les mois **d'avril à juillet**, ainsi qu'à des **contraintes de production** et des coûts variables en fonction des ateliers. Trois hypothèses sont envisagées pour **optimiser la production** de sacs tout en **minimisant les coûts**, et je vais proposer une solution pour chacune d'entre elles.



Pour cela je peux construire un graphe, en y incorporant un **problème de flot maximum/coût minimum**. Un **réseau de flots** est un graphe orienté valué positivement, possédant une **source S** et un **puits P** et, où chaque arc possède une capacité et peut **recevoir un flot**.

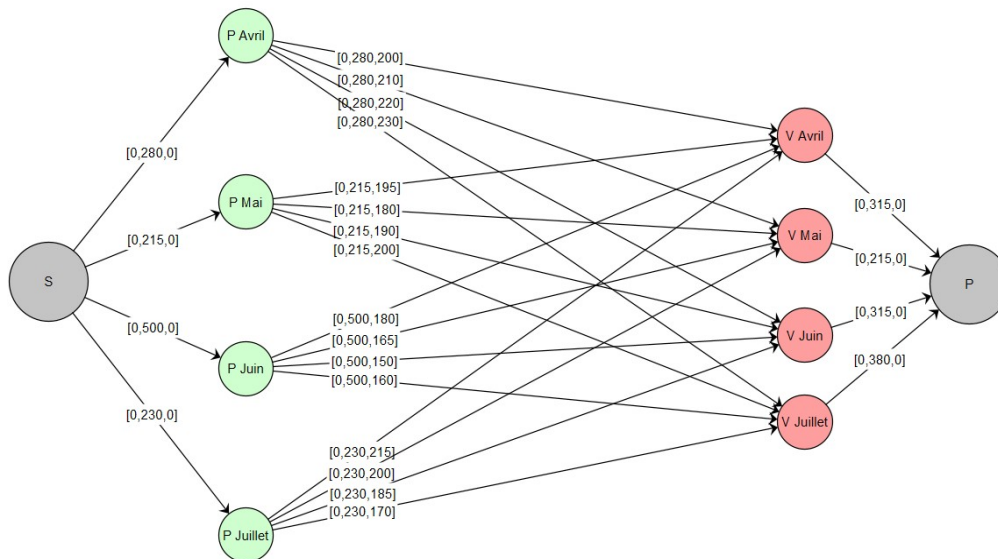
La somme des flots sur une arête ne peut pas excéder sa capacité. Un graphe orienté est souvent appelé **réseau en recherche opérationnelle**. Les sommets sont appelés des nœuds et les arêtes, des arcs. De plus, on sait que tout flot rentrant dans un nœud doit en sortir, sauf pour la source et le puits, c'est la **loi de conservation**.

L'un des problèmes de l'ingénieur consiste à s'assurer que le montage respecte bien la **cohérence du réseau de flots**. Dans le cadre de ce TD, j'ai décidé de m'aider de **JGraphT**, une bibliothèque Java implémentant mon **graphe représentant le système étudié**. Elle permet entre autres de **calculer le chemin optimal**. Je me suis également servi de **yEd Graph Editor**, une application me permettant de créer et générer différents graphes, pour une représentation graphique plus adéquate du réseau de flots.

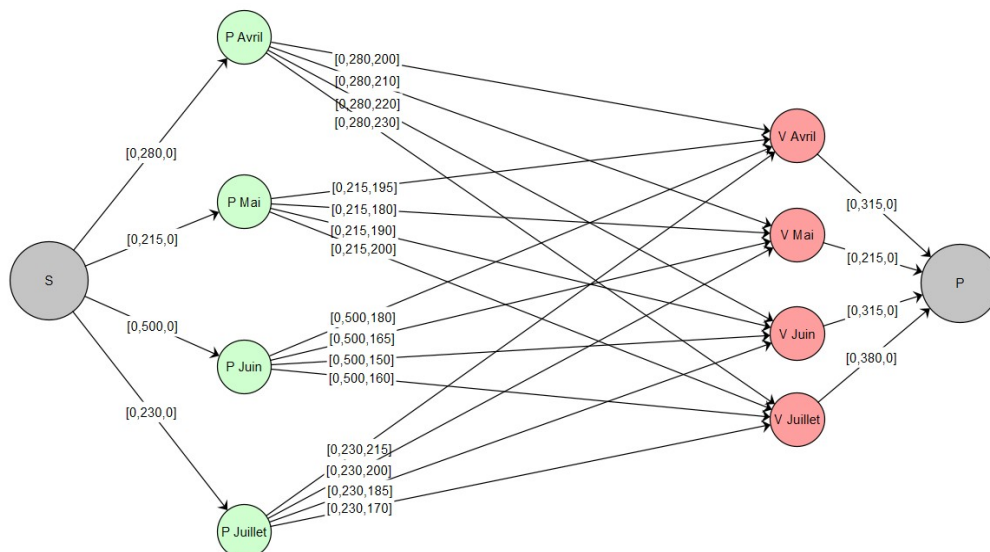
II-Réalisation :

Le problème à résoudre est un problème **typique de coût min flot max**. Donc, afin de le résoudre, j'ai ramené le problème à un problème de **réseau de flots maximum/coût minimum**. Soit $G = (S, A, C)$, un **graphe orienté valué positivement**, avec S les **nœuds du graphe**, S (super source), P (super puits), A les **différents arcs du graphe**, et C les flux représentant les **coûts de production / vente** des sacs de l'entreprise.

Dans le cadre de ce problème, on constate alors **l'apparition de deux cas**, gentlemen et lady, pour cela, deux **graphes de flux** seront utilisés. Définis ci-dessous, les deux **cas concrets** du problème, j'obtiens alors les **graphes orientés suivant**:



graphe cas gentlemen



graphe cas lady

Pour **répondre à ce problème**, je vais créer un programme java, contenant les données définies dans le sujet du problème afin de **visualiser le graphe sous forme d'un réseau de flots**. J'amènerais par la suite ce même problème à un problème de **flot max à coût min** d'un graphe afin **d'établir une solution** sous forme d'un **programme linéaire**. Je commence alors par définir les **variables de mon système** selon les différents **mois prédéfinis**.

Le nombre de sacs produit en Avril :

AA les sacs vendus en *Avril*
AM les sacs vendus en *Mai*
AJ les sacs vendus en *Juin*
AK les sacs vendus en *Juillet*

Le nombre de sacs produit en Mai :

MA les sacs vendus en *Avril*
MM les sacs vendus en *Mai*
MJ les sacs vendus en *Juin*
MK les sacs vendus en *Juillet*

Le nombre de sacs produit en Juin :

JA les sacs vendus en *Avril*
JM les sacs vendus en *Mai*
JJ les sacs vendus en *Juin*
JK les sacs vendus en *Juillet*

Le nombre de sacs produit en Juillet :

KA les sacs vendus en *Avril*
KM les sacs vendus en *Mai*
KJ les sacs vendus en *Juin*
KK les sacs vendus en *Juillet*

De plus, je sais que l'**algorithme du simplexe** est un algorithme de résolution des problèmes **d'optimisation linéaire**, je m'en servirais donc afin de **résoudre les 3 hypothèses suivantes** pour chaque cas (gentlemen/lady).

[Étude de la première hypothèse](#)

La **première hypothèse** consiste à prendre en compte uniquement les **pré-commandes** faites initialement par les clients. Pour répondre à cette **hypothèse**, j'ai créé un **programme java** donnant le renseignement sur le chemin le plus court et **moins coûteux**, de plus j'ai par la suite réaliser l'ensemble des graphes avec **yEd Graph Editor** pour une représentation graphique du réseau de flots.

(version Gentlemen)

Je cherche donc à **réduire le coût de production des sacs**, qui correspond à la somme de tous les coûts des **sacs gentlemen** produits pour les mois vendus, cela se traduit donc par **l'équation Z à minimiser** ainsi que par les conditions suivantes.

$$Z = 200AA + 210AM + 220AJ + 230AK + 195MA + 180MM + 190MJ + 200MK + 180JA + 16$$

(production)

$$AA + AM + AJ + AK = 280$$

$$MA + MM + MJ + MK = 215$$

$$JA + JM + JJ + JK = 500$$

$$KA + KM + KJ + KK = 230$$

(vente)

$$AA + MA + JA + KA = 315$$

$$AM + MM + JM + KM = 215$$

$$AJ + MJ + JJ + KJ = 315$$

$$AK + MK + JK + KK = 380$$

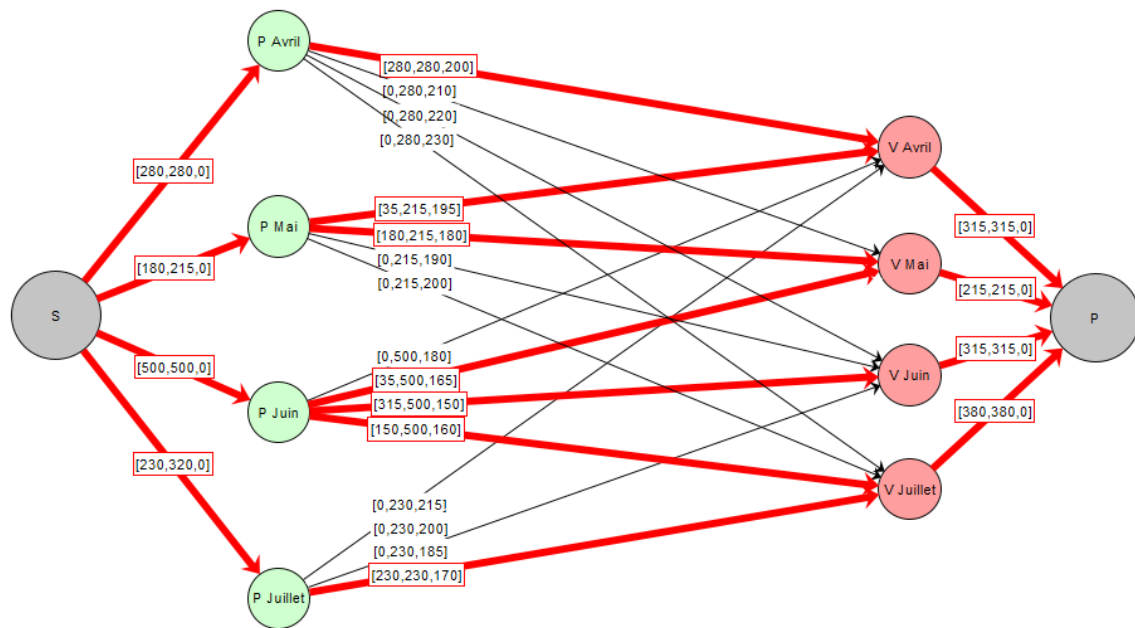
(condition)

$$AA, AM, AJ, AK, MA, MM, MJ, MK, JA, JM, JJ, JK, KA, KM, KJ, KK \geq 0$$

Après avoir mis cette **équation** dans un **solveur Simplex** j'obtiens que la **solution optimale** est atteinte pour $Z = 211350$ avec les variables $AA = 280$, $MA = 35$, $MM = 180$, $JM = 35$, $JJ = 315$, $JK = 150$ et $KK = 230$. Cela se traduit par la **détermination du coût de production** optimal de **211,350 euros** en fabriquant les **quantités de sacs** définis ci-dessous.

mois de production	mois de vente	quantités
avril	avril	280
mai	avril	35
mai	mai	180
juin	mai	35
juin	juin	315
juin	juillet	150
juillet	juillet	230

Par ailleurs à l'aide **des valeurs obtenues** ci-dessus ainsi que du **graphe de base** réalisé en début de compte-rendu, j'ai la possibilité de **générer le réseau de flots max à coût min** suivant pour l'étude de la **première hypothèse** dans le cas gentlemen.



réseau de flots pour l'hypothèse 1 (gentlemen)

(version Lady)

Après avoir minimisé les coûts des sacs pour les gentlemen, nous allons optimiser les coûts des sacs pour les Ladies, cela se traduit donc par **l'équation Z à minimiser** ainsi que par les conditions suivantes.

$$Z = 210AA + 220AM + 230AJ + 240AK + 200MA + 185MM + 195MJ + 205MK + 185JA + 17$$

(production)

$$AA + AM + AJ + AK = 200$$

$$MA + MM + MJ + MK = 335$$

$$JA + JM + JJ + JK = 350$$

$$KA + KM + KJ + KK = 270$$

(vente)

$$AA + MA + JA + KA = 195$$

$$AM + MM + JM + KM = 335$$

$$AJ + MJ + JJ + KJ = 295$$

$$AK + MK + JK + KK = 310$$

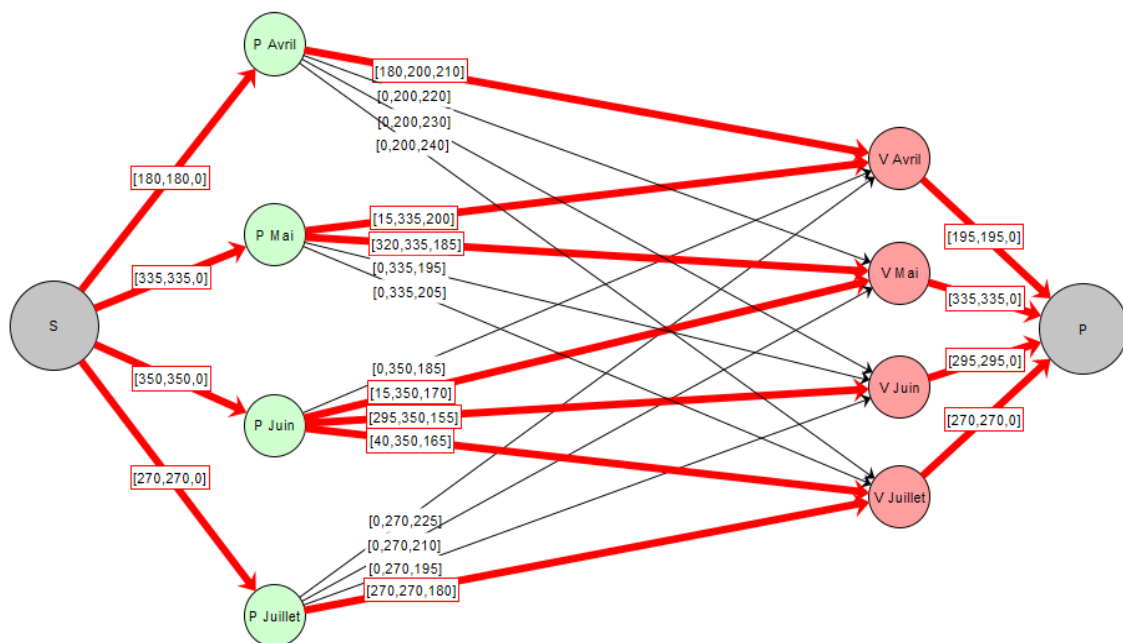
(condition)

$$AA, AM, AJ, AK, MA, MM, MJ, MK, JA, JM, JJ, JK, KA, KM, KJ, KK \geq 0$$

Après avoir mis cette **équation** dans un **solveur Simplex** j'obtiens que la **solution optimale** est atteinte pour $Z = 203475$ pour les variables $AA = 180$, $MA = 15$, $MM = 320$, $JM = 15$, $JJ = 295$, $JK = 40$, $KK = 270$. Cela se traduit par la **détermination du coût de production optimal de 203,475 euros** en fabriquant les **quantités de sacs** définis ci-dessous.

mois de production	mois de vente	quantités
avril	avril	180
mai	avril	15
mai	mai	320
juin	mai	15
juin	juin	295
juin	juillet	40
juillet	juillet	270

Par ailleurs à l'aide **des valeurs obtenues** ci-dessus ainsi que du **graphe de base** réalisé en début de compte-rendu, j'ai la possibilité de **générer le réseau de flots max à coût min** suivant pour l'étude de la **première hypothèse** dans le cas lady.



réseau de flots pour l'hypothèse 1 (lady)

Étude de la seconde hypothèse

La **seconde hypothèse** consiste à planifier une **production exceptionnelle** pour juillet afin d'honorer les commandes finalisées par les clients. Cependant, le **coût unitaire de fabrication** par l'atelier prévu sera plus élevé : **215€(L) et de 205€(G)**. Sur la base du **modèle précédemment** établi, j'ai ramené le problème posé une **recherche de flot maximum à coût minimum** dans un réseau de flot, à l'aide du **simplex** de mon algorithme en java ainsi que de **yEd Graph Editor**.

(version Gentlemen)

Je cherche donc à **réduire le coût de production des sacs**, qui correspond à la somme de tous les coûts des **sacs gentlemen** produits pour les mois vendus, cela se traduit donc par **l'équation Z à minimiser** ainsi que par les conditions suivantes.

$$Z = 200AA + 210AM + 220AJ + 230AK + 195MA + 180MM + 190MJ + 200MK + 180JA + 16$$

(production)

$$AA + AM + AJ + AK = 280$$

$$MA + MM + MJ + MK = 215$$

$$JA + JM + JJ + JK = 500$$

$$KA + KM + KJ + KK = 420$$

(vente)

$$AA + MA + JA + KA = 325$$

$$AM + MM + JM + KM = 265$$

$$AJ + MJ + JJ + KJ = 425$$

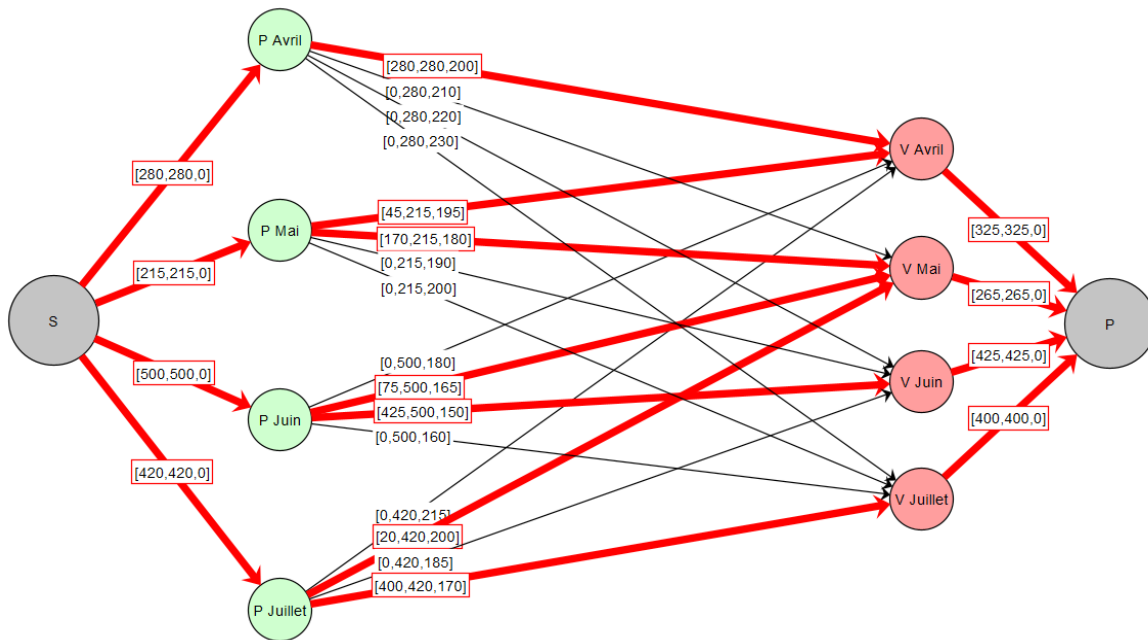
$$AK + MK + JK + KK = 400$$

(condition)

$$AA, AM, AJ, AK, MA, MM, MJ, MK, JA, JM, JJ, JK, KA, KM, KJ, KK \geq 0$$

Après avoir mis cette **équation** dans un **solveur Simplex** j'obtiens que la **solution optimale** est atteinte pour $Z = 258200$ pour les variables $AA = 280$, $MA = 45$, $MM = 170$, $JM = 75$, $JJ = 425$, $KM = 20$, $KK = 400$. Cela se traduit par la **détermination du coût de production** optimal de **258,200 euros** en fabriquant les **quantités de sacs** définis ci-dessous.

mois de production	mois de vente	quantités
avril	avril	280
mai	avril	45
mai	mai	170
juin	mai	75
juin	juin	425
juillet	mai	20
juillet	juillet	400



réseau de flots pour l'hypothèse 2 (gentlemen)

(version Lady)

Après avoir minimisé les coûts des sacs pour les gentlemen, je vais optimiser les coûts des sacs pour les Ladies, cela se traduit donc par **l'équation Z à minimiser** ainsi que part les conditions suivantes.

$$Z = 210AA + 220AM + 230AJ + 240AK + 200MA + 185MM + 195MJ + 205MK + 185JA + 17$$

(production)

$$AA + AM + AJ + AK = 200$$

$$MA + MM + MJ + MK = 335$$

$$JA + JM + JJ + JK = 350$$

$$KA + KM + KJ + KK = 550$$

(vente)

$$AA + MA + JA + KA = 215$$

$$AM + MM + JM + KM = 385$$

$$AJ + MJ + JJ + KJ = 495$$

$$AK + MK + JK + KK = 340$$

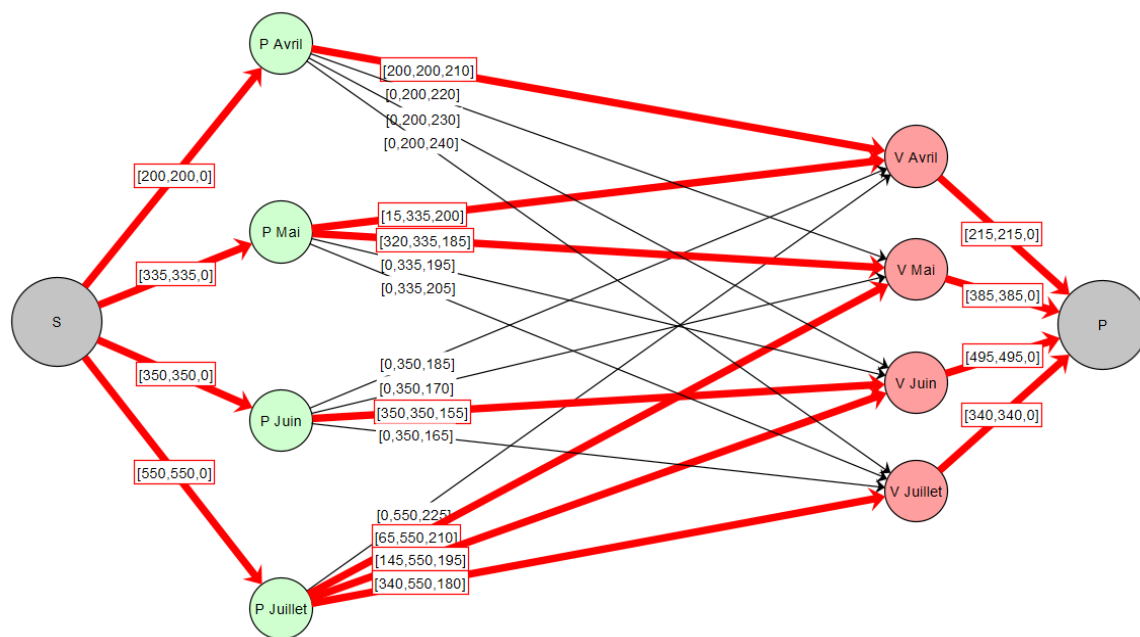
(condition)

$$AA, AM, AJ, AK, MA, MM, MJ, MK, JA, JM, JJ, JK, KA, KM, KJ, KK \geq 0$$

Après avoir mis cette **équation** dans un **solveur Simplex** j'obtiens que la **solution optimale** est atteinte pour $Z = 261575$ pour les variables $AA = 200$, $MA = 15$, $MM = 320$, $JJ = 350$, $KM = 65$, $KJ = 145$, $KK = 340$. Cela se traduit par la **détermination du coût de production** optimal de **203,475 euros** en fabriquant les **quantités de sacs** définis ci-dessous.

mois de production	mois de vente	quantités
avril	avril	200
mai	avril	15
mai	mai	320
juin	juin	350
juillet	mai	65
juillet	juillet	145
juillet	juin	340

Par ailleurs à l'aide **des valeurs obtenues** ci-dessus ainsi que du **graphe de base** réalisé en début de compte-rendu, j'ai la possibilité de **générer le réseau de flots max à coût min** suivant pour l'étude de la **première hypothèse** dans le cas lady.



réseau de flots pour l'hypothèse 2 (lady)

Étude de la troisième hypothèse

La **troisième hypothèse** consiste à planifier, toujours pour juillet, une production exceptionnelle d'une **quantité minimale de 550 unités**: 300 G + 250 L. Le coût de fabrication serait de 200€ (L) et de 190€(G). Sur la base du **modèle précédemment** établi, j'ai ramené le problème posé une **recherche de flot maximum à coût minimum** dans un réseau de flot, à l'aide du **simplex** de mon algorithme en java ainsi que de **yEd Graph Editor**.

Je cherche donc à **réduire le coût de production des sacs**, qui correspond à la somme de tous les coûts des **sacs gentlemen** produits pour les mois vendus, cela se traduit donc par **l'équation Z à minimiser** ainsi que par les conditions suivantes.

$$Z = 200AA + 210AM + 220AJ + 230AK + 195MA + 180MM + 190MJ + 200MK + 180JA + 16$$

(production)

$$AA + AM + AJ + AK = 280$$

$$MA + MM + MJ + MK = 215$$

$$JA + JM + JJ + JK = 500$$

$$KA + KM + KJ + KK = 420$$

(vente)

$$AA + MA + JA + KA = 325$$

$$AM + MM + JM + KM = 265$$

$$AJ + MJ + JJ + KJ = 425$$

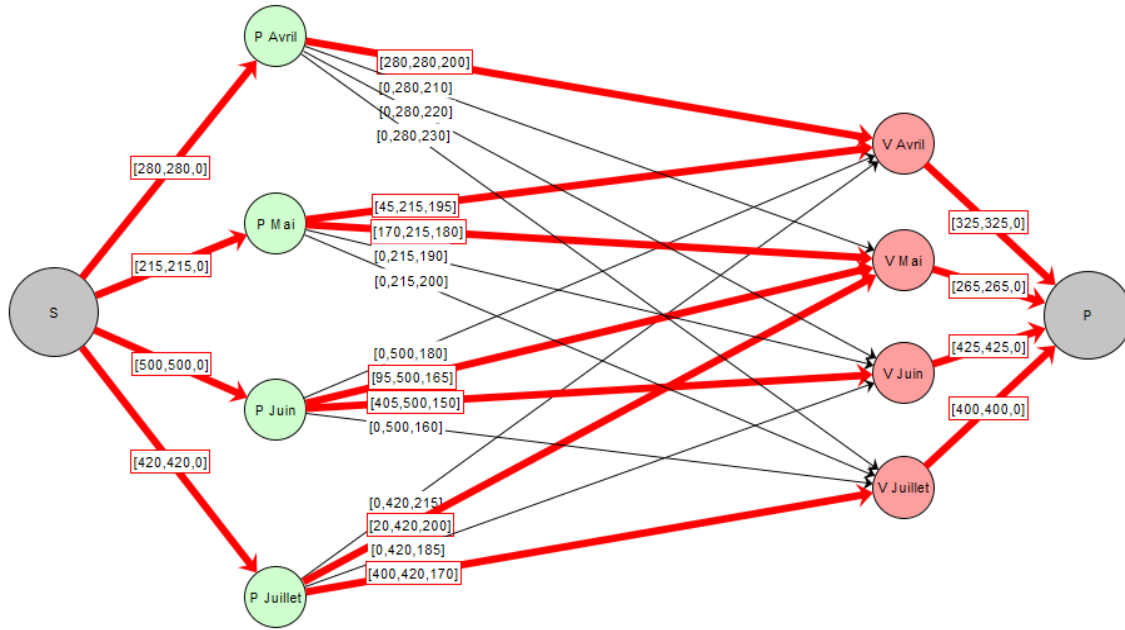
$$AK + MK + JK + KK = 400$$

(condition)

$$AA, AM, AJ, AK, MA, MM, MJ, MK, JA, JM, JJ, JK, KA, KM, KJ, KK \geq 0$$

Après avoir mis cette **équation** dans un **solveur Simplex** j'obtiens que la **solution optimale** est atteinte pour $Z = 260700$ pour les variables $AA = 280$, $MA = 45$, $MM = 170$, $JM = 95$, $JJ = 405$, $KM = 20$, $KK = 400$. Cela se traduit par la **détermination du coût de production** optimal de **260,700 euros** en fabriquant les **quantités de sacs** définis ci-dessous.

mois de production	mois de vente	quantités
avril	avril	280
mai	avril	45
mai	mai	170
juin	mai	95
juin	juin	405
juillet	mai	20
juillet	juillet	400



réseau de flots pour l'hypothèse 3 (gentlemen)

(version Lady)

Après avoir minimisé les coûts des sacs pour les gentlemen, je vais optimiser les coûts des sacs pour les Ladies, cela se traduit donc par **l'équation Z à minimiser** ainsi que par les conditions suivantes.

$$Z = 210AA + 220AM + 230AJ + 240AK + 200MA + 185MM + 195MJ + 205MK + 185JA + 17$$

(production)

$$AA + AM + AJ + AK = 200$$

$$MA + MM + MJ + MK = 335$$

$$JA + JM + JJ + JK = 350$$

$$KA + KM + KJ + KK = 550$$

(vente)

$$AA + MA + JA + KA = 215$$

$$AM + MM + JM + KM = 385$$

$$AJ + MJ + JJ + KJ = 495$$

$$AK + MK + JK + KK = 340$$

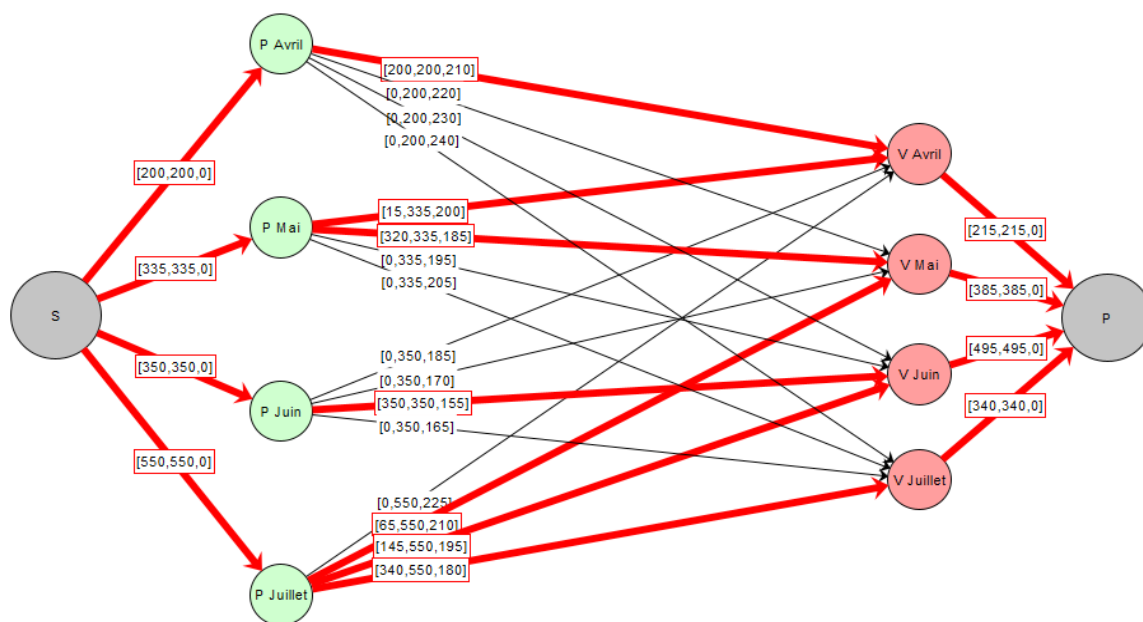
(condition)

$$AA, AM, AJ, AK, MA, MM, MJ, MK, JA, JM, JJ, JK, KA, KM, KJ, KK \geq 0$$

Après avoir mis cette **équation** dans un **solveur Simplex** j'obtiens que la **solution optimale** est atteinte pour $Z = 261575$ pour les variables $AA = 200$, $MA = 15$, $MM = 320$, $JJ = 350$, $KM = 65$, $KJ = 145$, $KK = 340$. Cela se traduit par la **détermination du coût de production optimal de 203,475 euros** en fabriquant les **quantités de sacs** définis ci-dessous.

mois de production	mois de vente	quantités
avril	avril	200
mai	avril	15
mai	mai	320
juin	juin	350
juillet	mai	65
juillet	juillet	340
juillet	juin	145

Par ailleurs à l'aide **des valeurs obtenues** ci-dessus ainsi que du **graphe de base** réalisé en début de compte-rendu, j'ai la possibilité de **générer le réseau de flots max à coût min** suivant pour l'étude de la **première hypothèse** dans le cas lady.



réseau de flots pour l'hypothèse 3 (lady)

On observe via le **terminal Apache** les différents éléments concernant l'étude de cas **d'optimisation Lafuma** retranscrite sous la forme de réseau **flot max à coût min** d'un graphe, en effet, on observe le **chemin le plus optimal entre S et P**, pour une production et une vente pour les mois d'Avril, de Mai, de Juin et Juillet.

```
-----< com.mycompany:Optimisation_Lafuma >-----
Building OptimisationLafuma_070423 1.0-SNAPSHOT
-----[ jar ]-----

--- exec-maven-plugin:3.0.0:exec (default-cli) @ Optimisation_Lafuma ---
Hypothèse 1 : Gentleman : [S, F Juin, V Juin, P]
Hypothèse 2 : Gentleman : [S, F Juin, V Juin, P]
Hypothèse 3 : Gentleman : [S, F Juin, V Juin, P]

Hypothèse 1 : Lady : [S, F Juin, V Juin, P]
Hypothèse 2 : Lady : [S, F Juin, V Juin, P]
Hypothèse 3 : Lady : [S, F Juin, V Juin, P]
-----
BUILD SUCCESS
-----
Total time: 1.142 s
Finished at: 2023-04-12T15:33:54+02:00
-----
```

terminal Apache lors de la compilation de mon programme

Comme nous le montre si bien, **les résultats obtenus** après compilation de mon programme (OptimisationLafuma_230323.java), le chemin le plus court pour une **production optimale** est de **produire en Juin et de vendre en Juin** ce qui sera plus **rentable** pour **l'entreprise Lafuma**, une fois ce **choix saturé**, les données **générées par le simplex** nous donnent les autres chemins à prendre.

Enter a linear programming problem below. (Press "Examples" to cycle through some problems already set up.) Then press "Solve".

```
Minimize Z = 200AA + 210AM + 220AJ + 230AK + 195MA + 180MM + 190MJ + 200MK + 180JA + 16
AA + AM + AJ + AK = 280
MA + MM + MJ + MK = 215
JA + JM + JJ + JK = 500
KA + KM + KJ + KK = 230
AA + MA + JA + KA = 315
AM + MM + JM + KM = 215
AJ + MJ + JJ + KJ = 315
AK + MK + JK + KK = 380
AA >= 0
AM >= 0
AJ >= 0
AK >= 0
MA >= 0
MM >= 0
```

exemple de l'utilisation du solver simplex

III-Bilan/Conclusion :

Sur le plan de l'application des modèles et algorithmes de recherche opérationnelle sur les graphes, ce TD démontre qu'il est aisé de **ramener de nombreux problèmes réels à un problème de recherche opérationnelle**, ici celui du calcul de flot maximum à coût minimum au sein d'un graphe et la puissance de ses solutions algorithmiques en utilisant **l'algorithme du simplexe** pour résoudre les-dits problèmes. J'ai appris à appliquer mes connaissances sur **le calcul de flot maximum à coût minimum** pour réaliser un **graphe**, mais également l'utilisation de programmation linéaire afin de résoudre de **manière efficace** un problème réel.

Sur le plan de résolution des problèmes réels, cet exemple me démontre **l'importance des réseaux de flots maximum à coût minimum** via **l'optimisation** du coût de production/vente d'une entreprise, cela me donne un aperçu d'un futur travail qui m'attend.