

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2022

PHYSIQUE-CHIMIE

Jour 1

Durée de l'épreuve : **3 heures 30**

*L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisé.*

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 15 pages numérotées de 1/15 à 15/15.

L'annexe page 15/15 est à rendre avec la copie.

Le candidat traitera l'exercice 1 ainsi que 2 des exercices au choix parmi les 3 proposés (A,B,C).

EXERCICE 1 commun à tous les candidats (10 points)

LUNETTE ASTRONOMIQUE ET OBSERVATION DE MARS

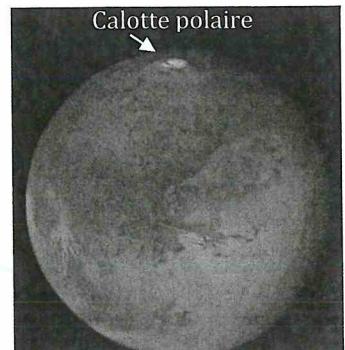
Un astronome amateur vient d'acquérir une lunette astronomique avec l'intention d'observer la calotte polaire Nord de la planète Mars.

Cette lunette est dotée d'un objectif de distance focale 910 mm et d'un oculaire de distance focale 20 mm.

Les objectifs de cet exercice sont :

- Déterminer la distance maximale Terre-Mars pour pouvoir observer cette calotte polaire à travers la lunette (**Partie A**) ;
- Estimer le temps de mise en température de la lunette pour optimiser les conditions d'observation (**Partie B**).

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment.



Mars le 30/10/2020
<https://blogs.futura-sciences.com/>

Partie A - Distance maximale Terre-Mars permettant d'observer la calotte polaire Nord

La lunette astronomique étudiée est afocale. Elle est modélisée sur un banc optique par deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 (voir figure en ANNEXE page 15/15 à rendre avec la copie) placées de telle sorte que le foyer image F'_1 de la lentille L_1 coïncide avec le foyer objet F_2 de la lentille L_2 .

On cherche à former l'image à travers la lunette d'un objet $A_\infty B_\infty$ situé « à l'infini ». Le point A_∞ est sur l'axe optique, le point B_∞ est hors axe optique.

- Les rayons issus de A_∞ arrivent sur la lunette parallèlement à l'axe optique.
- Les rayons issus de B_∞ arrivent sur la lunette parallèles entre eux, avec une inclinaison α par rapport à l'axe optique.

L'angle α est l'angle sous lequel est vu l'objet $A_\infty B_\infty$ à l'œil nu. L'angle α est donc l'angle entre les rayons issus de A_∞ et les rayons issus de B_∞ . On note α' l'angle sous lequel on voit l'image $A'B'$ de l'objet $A_\infty B_\infty$ à travers la lunette.

Données :

- Pouvoir séparateur de l'œil humain : pour pouvoir distinguer deux points A et B , l'angle θ sous lequel un œil humain les observe doit être supérieur à l'angle $\theta_0 = 2,7 \times 10^{-4}$ rad (voir figure ci-dessous).



- ✓ Pour un angle θ petit, $\tan \theta \approx \theta$, où l'angle θ est exprimé en radians.
- ✓ Une lunette est dite « afocale » si elle forme une image à l'infini d'un objet situé à l'infini.
- ✓ L'unité astronomique (UA) est une unité de distance qui correspond à la distance moyenne Soleil-Terre. $1 \text{ UA} = 150 \text{ millions de km soit } 1,50 \times 10^{11} \text{ m.}$
- ✓ Distance moyenne Soleil-Mars : 1,5 UA.

La lunette modélisée

1. Compléter les cadres 1 et 2 sur le schéma, en ANNEXE page 15/15 à rendre avec la copie, en indiquant les noms spécifiques donnés aux lentilles L_1 et L_2 .
2. Sur le schéma, en ANNEXE page 15/15 à rendre avec la copie, représenter le faisceau émergent issu du point A_∞ délimité par les rayons 1 et 2 et traversant la lunette.
3. Sur le schéma, en ANNEXE page 15/15 à rendre avec la copie, représenter de même le faisceau émergent issu du point B_∞ délimité par les rayons 3 et 4 et traversant la lunette.
4. Sur le schéma, en ANNEXE page 15/15 à rendre avec la copie, faire apparaître l'angle α' sous lequel est vue l'image de l'objet à l'infini à travers la lunette ainsi que l'image intermédiaire A_1B_1 (c'est-à-dire l'image de $A_\infty B_\infty$ à travers la lentille L_1).
5. Justifier le terme « afocal » pour caractériser cette lunette.

Visibilité de la calotte polaire

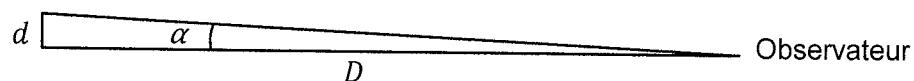
6. Rappeler la définition du grossissement G de la lunette faisant intervenir α et α' .
7. Montrer que le grossissement de la lunette afocale peut se mettre sous la forme :

$$G = \frac{f'_1}{f'_2}$$

où f'_1 est la distance focale de la lentille L_1 et f'_2 est la distance focale de la lentille L_2 . On utilisera l'approximation des petits angles pour les angles α et α' .

On note α_{\min} la valeur minimale que doit avoir l'angle α pour que l'objet soit observable par un œil humain à l'aide de cette lunette.

8. Déterminer l'expression de α_{\min} en fonction f'_1 , f'_2 et θ_0 . Vérifier que, pour la lunette de l'astronome amateur, $\alpha_{\min} = 5,9 \times 10^{-6}$ rad.
9. Sachant que la taille de la calotte polaire Nord de Mars a un diamètre d d'environ 10^3 km, donner une estimation, en km, de la distance maximale D entre Mars et la Terre permettant d'observer cette calotte polaire.



La distance Terre-Mars n'est pas constante. Elle varie au cours du temps entre 0,5 et 2,5 unités astronomiques (UA).

10. Compte tenu de la valeur de D trouvée à la question 9, préciser si l'astronome amateur pourra finalement observer la calotte polaire Nord de Mars avec sa lunette.

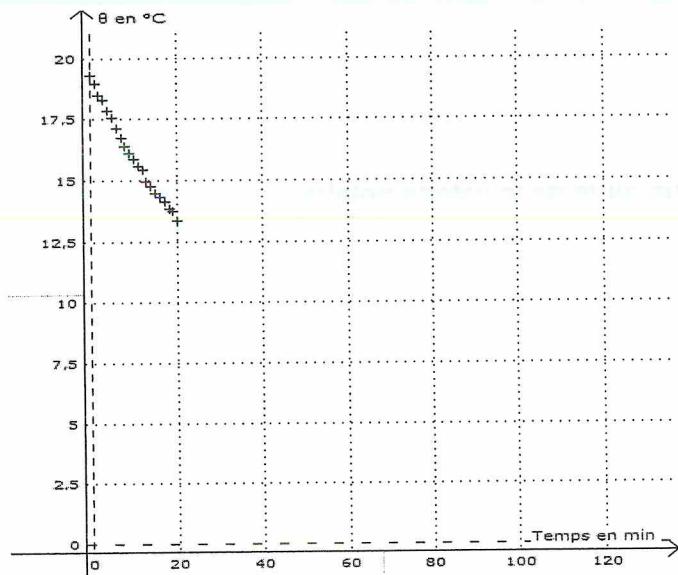
Partie B - Mise en température avant observation

Lors d'une observation astronomique, l'un des problèmes auxquels sont confrontés les astronomes est la turbulence de l'air. Elle apparaît lorsque l'air n'est plus un milieu homogène. La lumière ne se propage alors plus tout-à-fait en ligne droite et l'image de ce que l'on observe est déformée. La turbulence peut avoir plusieurs origines. L'une d'elles est la *turbulence instrumentale*, qui se produit lorsque l'instrument d'optique utilisé et l'air environnant ne sont pas à la même température. Il est ainsi conseillé de mettre l'instrument « *en température* », c'est-à-dire de le sortir suffisamment à l'avance sur le site d'observation afin que sa température s'écarte de moins de 1°C de la température de l'air extérieur.

L'astronome cherche à savoir si une durée de deux heures pour la mise en température de son instrument est suffisante pour limiter la turbulence instrumentale.

Pour cela, à l'instant $t = 0$, il met la lunette en contact avec l'air extérieur et mesure sa température pendant 20 minutes à intervalles de temps réguliers. Les résultats sont représentés sur le graphique ci-contre.

Il utilise ensuite une modélisation théorique afin de prédire l'évolution de la température sur des durées plus longues.



Loi de Newton

Le flux thermique Φ entre un système à la température θ et un thermostat à la température θ_e est proportionnel à la différence de température ($\theta_e - \theta$).

Φ : flux thermique (W)

h : coefficient d'échange thermique ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot {}^\circ\text{C}^{-1}$)

S : aire de la surface d'échange entre le corps et le thermostat (m^2)

θ : température du corps (${}^\circ\text{C}$)

θ_e : température du thermostat (${}^\circ\text{C}$)

$$\Phi = h S (\theta_e - \theta)$$

Cette loi modélise correctement les échanges dominés principalement par la convection.

Données :

- Température initiale de la lunette : $\theta_0 = 19,5 \text{ } {}^\circ\text{C}$ à la date $t = 0$.
- Température extérieure, supposée constante : $\theta_e = 9,0 \text{ } {}^\circ\text{C}$.
- Lorsque un système incompressible au repos subit une variation de température $\Delta\theta$, sa variation d'énergie interne est donnée par la relation $\Delta U = C \Delta\theta$ (C étant sa capacité thermique).
- Rappel mathématique : $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$

Modélisation théorique

Le système étudié est la lunette astronomique. Il est en contact avec l'air extérieur qui joue le rôle de thermostat.

On considère qu'à chaque instant de date t les différents constituants de la lunette sont à la même température $\theta(t)$.

La modélisation utilisée s'appuie sur la loi de Newton (Cf. encadré ci-dessus).

11. Indiquer le sens du transfert thermique qui a lieu au cours du refroidissement de la lunette.
12. Enoncer le premier principe de la thermodynamique.
13. Montrer que la variation de la température $\Delta\theta$ de la lunette sur une petite durée Δt vérifie la relation :

$$C \Delta\theta = h S (\theta_e - \theta) \Delta t \quad (1)$$

C étant la capacité thermique de la lunette.

14. En déduire que la température $\theta(t)$ de la lunette vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{d\theta(t)}{dt} + \frac{\theta(t)}{\tau} = \frac{\theta_e}{\tau} \quad (2)$$

où τ est le temps caractéristique du refroidissement, dont on précisera l'expression.

La solution de l'équation différentielle (2) est de la forme :

$$\theta(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{avec } A \text{ et } B \text{ deux constantes}$$

15. Indiquer la valeur que devrait avoir la température de la lunette à l'issue du refroidissement. En déduire la valeur de la constante B .

16. Déterminer la valeur de la constante A , en fonction de θ_0 et θ_e , en raisonnant sur la valeur de la température initiale de la lunette.

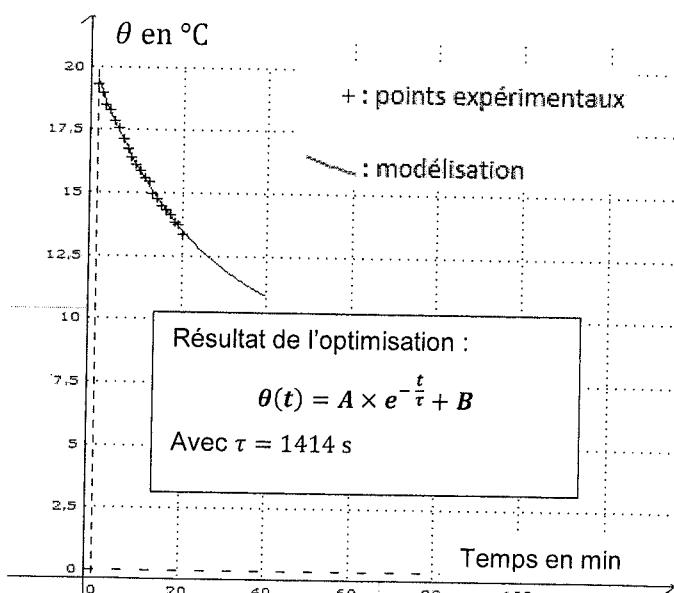
Simulation

La solution de l'équation différentielle a été utilisée pour réaliser un tracé sur la base des points expérimentaux, en laissant comme paramètre libre τ .

Les valeurs de A et B ont été fixées respectivement à $10,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ et $9,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Le résultat est optimisé pour une valeur de $\tau = 1414 \text{ s}$ (Voir graphique ci-contre).

Sur le graphique ci-contre, les points expérimentaux sont représentés par des '+' et le modèle théorique optimisé est représenté par la courbe en trait plein.



17. Discuter qualitativement l'accord du modèle théorique avec les résultats expérimentaux.

18. En utilisant le résultat de l'optimisation, vérifier que la lunette peut être considérée comme « à température » à la date $t = 2,0 \text{ h}$

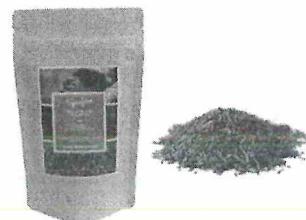
EXERCICES au choix du candidat

EXERCICES du chapitre du CHIOT
Vous indiquerez sur votre copie **les 2 exercices choisis** :
exercice A ou exercice B ou exercice C

EXERCICE A - LA SPIRULINE (5 points)

Mots-clés : dosage, absorbance, incertitudes

La spiruline est un produit à base de cyanobactéries généralement séchées et broyées. Ce produit est vendu en tant que complément alimentaire supposé améliorer le tonus et la vitalité. La spiruline est très riche en phycocyanine, un pigment bleu, également utilisé comme colorant alimentaire naturel.



Une entreprise commercialisant de la spiruline déshydratée utilise la teneur en phycocyanine comme critère qualité pour sa production.

Pour une qualité optimale du produit fabriqué, la teneur en phycocyanine doit être comprise entre 10 et 15 grammes pour 100 grammes de spiruline déshydratée.

Dans la partie A, on s'intéresse à la validité d'une méthode de dosage par spectrophotométrie ; dans la partie B, on utilise cette méthode pour déterminer la qualité de la spiruline.

Partie A – Validité d'une méthode de dosage

On met en œuvre une méthode de dosage de la phycocyanine par spectrométrie suivant le protocole ci après :

- On dispose d'une solution mère de phycocyanine, notée S_0 , de concentration en masse $C_0 = 25,0 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$.
 - Préparer une gamme de cinq solutions notées S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 , par dilution à partir de la solution mère.
 - Mesurer l'absorbance A de chacune des cinq solutions à une longueur d'onde fixée.
 - Tracer le graphique présentant l'absorbance en fonction de la concentration.
 - Mesurer l'absorbance de la solution aqueuse étudiée et en déduire sa concentration par lecture graphique.

Données

- On considère que, dans les solutions étudiées, seule la phycocyanine absorbe la lumière dans la gamme de longueurs d'onde considérée.
 - Le spectre d'absorption d'une solution aqueuse de phycocyanine est donné ci-contre (Figure 1).

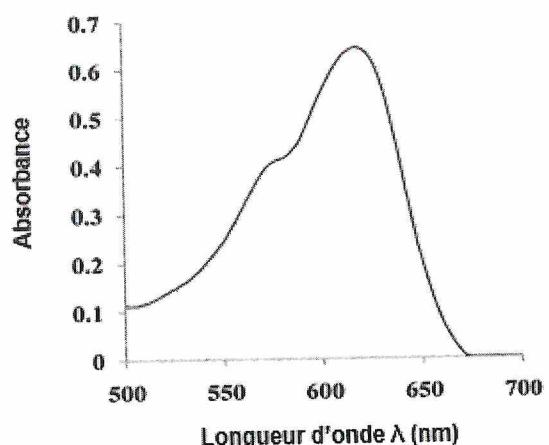


Figure 1 : spectre d'absorption de la phycocyanine

1. Décrire un protocole de dilution permettant d'obtenir 100 mL de la solution S_2 de concentration $C_2 = 5,00 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$ à partir de la solution S_0 .
2. Indiquer une valeur de la longueur d'onde adaptée pour mesurer l'absorbance de la solution à l'aide du spectrophotomètre.

Pour valider la méthode de dosage mise en œuvre, on dispose d'une solution aqueuse étalon de phycocyanine, notée S_E , de concentration en masse connue $C_E = 15,0 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$. On cherche donc à savoir dans un premier temps si cette méthode permet de retrouver cette valeur.

Le tableau ci-dessous récapitule les résultats obtenus.

Solution	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_E
Concentration en phycocyanine en $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$	2,00	5,00	8,00	10,0	20,0	
Absorbance A	0,050	0,20	0,30	0,37	0,72	0,54

Le nuage de points de l'absorbance pour différentes concentrations en masse de phycocyanine des solutions est donné ci-dessous (figure 2).

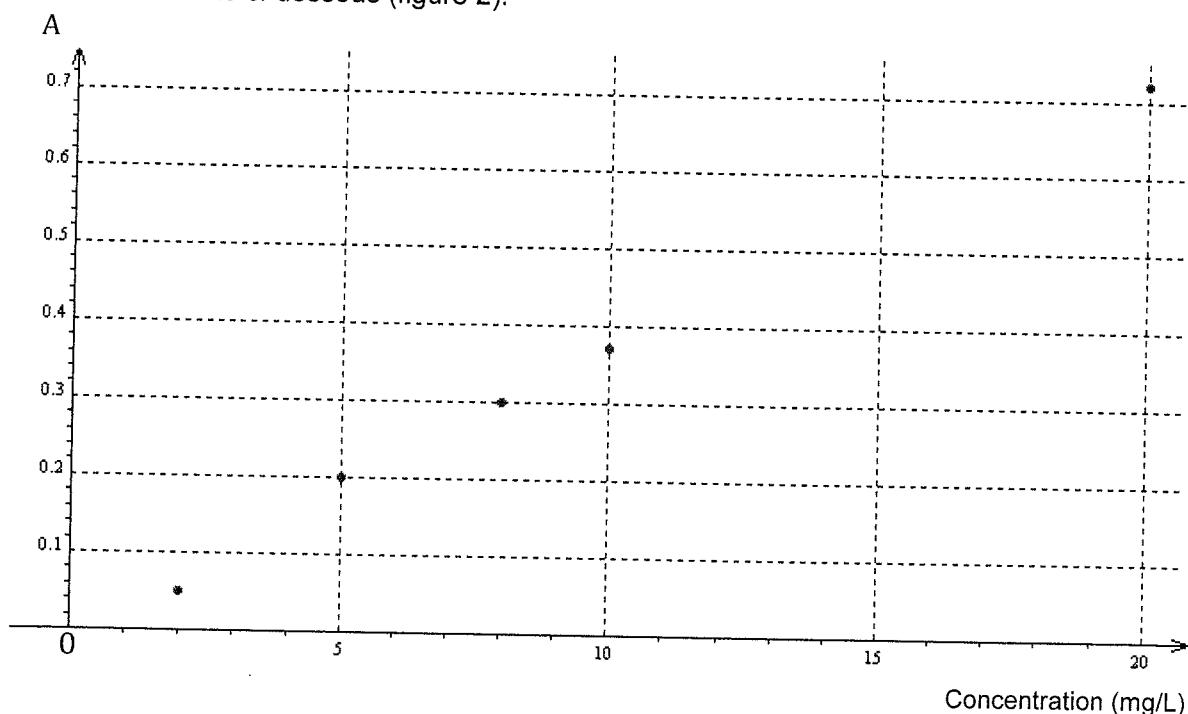


Figure 2 : absorbance en fonction de la concentration en phycocyanine

3. Rappeler la loi de Beer-Lambert. Discuter l'accord des mesures obtenues avec cette loi.
4. En précisant la méthode utilisée, déterminer la concentration en masse C_E de la solution S_E .

Le même mode opératoire est répété 10 fois. Les résultats obtenus sont réunis ci-dessous.

C_E (en mg·L ⁻¹)	14,2	14,7	15,2	15,9	14,7	14,1	14,9	14,4	15,1	14,6

La valeur de l'écart type de cette série de mesures est $\sigma = 0,53 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$.

L'incertitude-type $u(X)$ d'une grandeur X associée à la moyenne de N mesures est donnée par :

$$u(X) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

5. Calculer la valeur moyenne \bar{C}_E et l'incertitude-type $u(C_E)$ liées à cette série de mesures. Ecrire le résultat de cette mesure avec son incertitude-type en conservant trois chiffres significatifs sur la valeur de C_E .
6. Conclure quant à la validité de la méthode de dosage.

Partie B – Contrôle de la qualité de la spiruline

On utilise cette méthode de dosage pour vérifier la teneur en phycocyanine de la spiruline déshydratée fabriquée par l'entreprise.

La solution de spiruline à doser, notée S, est réalisée en dissolvant 5,0 mg de spiruline déshydratée dans 50,0 mL d'eau déminéralisée. L'absorbance de cette solution, mesurée dans les mêmes conditions expérimentales que précédemment, est $A_S = 0,44$.

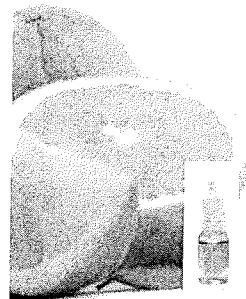
7. Déterminer la concentration en masse en phycocyanine de la solution de spiruline S.
8. Calculer la teneur en phycocyanine, exprimée en g pour 100 g, de spiruline déshydratée. Conclure sur la qualité de la spiruline déshydratée.

EXERCICE B - SYNTHESE D'UN ARÔME D'ORANGE (5 points)

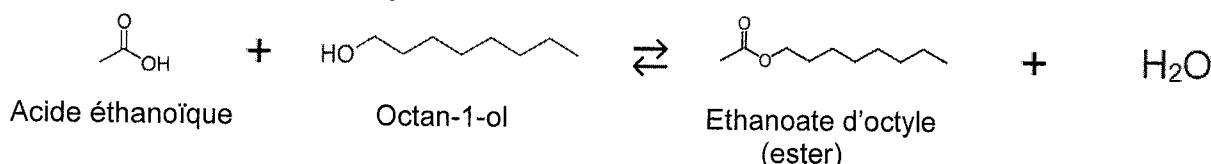
Mots-clés : Synthèse organique, spectroscopie IR, quotient de réaction, rendement

Du fait de son odeur fruitée, l'éthanoate d'octyle est un ester utilisé pour préparer des arômes artificiels, en particulier des arômes d'orange.

Cet exercice porte sur la synthèse de l'éthanoate d'octyle. Dans un premier temps, on détermine le rendement d'un protocole donné de synthèse de l'éthanoate d'octyle. Dans un second temps, on cherche à optimiser ce protocole afin d'augmenter le rendement.



Equation de la réaction de synthèse



Protocole simplifié de la synthèse de l'éthanoate d'octyle

Synthèse

Introduire, dans un ballon, une quantité $n_1 = 0,100 \text{ mol}$ d'acide éthanoïque et $n_2 = 0,100 \text{ mol}$ d'octan-1-ol.

Ajouter quelques grains de pierre ponce.

Adapter un réfrigérant à eau sur le ballon.

Chauffer à reflux à 40°C pendant 2 heures.

Après chauffage, laisser refroidir jusqu'à température ambiante.

Traitement du milieu réactionnel

Ajouter, par le haut du réfrigérant, 50 mL d'une solution aqueuse d'hydrogénocarbonate de sodium.

Transvaser le contenu du ballon dans une ampoule à décanter.

Extraire la phase organique.

Données :

- Sur les espèces chimiques mises en jeu

Espèce chimique	Acide éthanoïque	Octan-1-ol	Ethanoate d'octyle
Formule brute	$\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$	$\text{C}_8\text{H}_{18}\text{O}$	$\text{C}_{10}\text{H}_{20}\text{O}_2$
Représentation topologique			
Solubilité en solution aqueuse	Total	Faible	Très faible
Masse molaire	$60,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$	$130 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$	$172 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

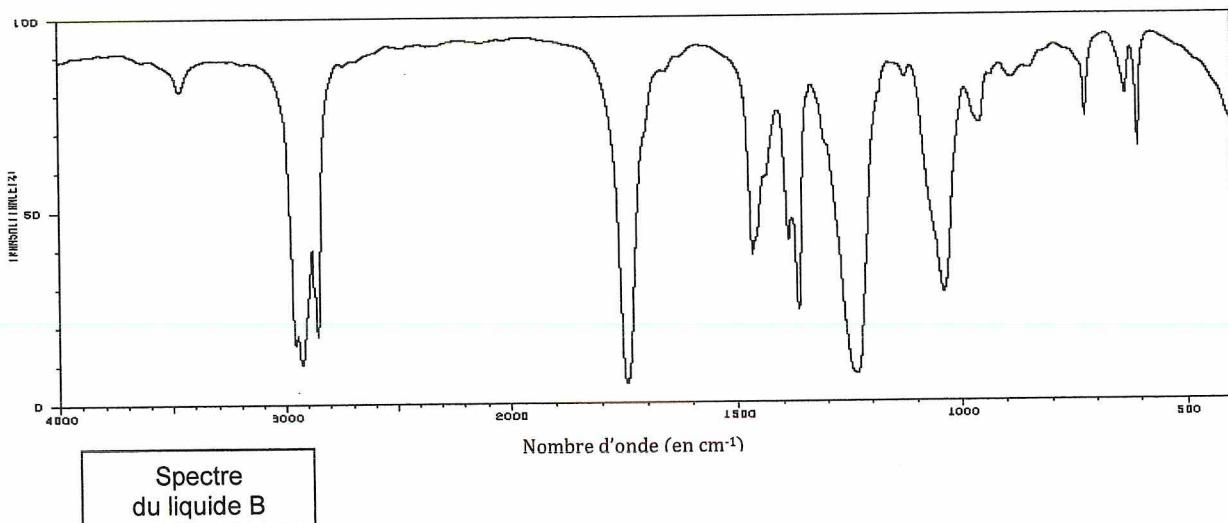
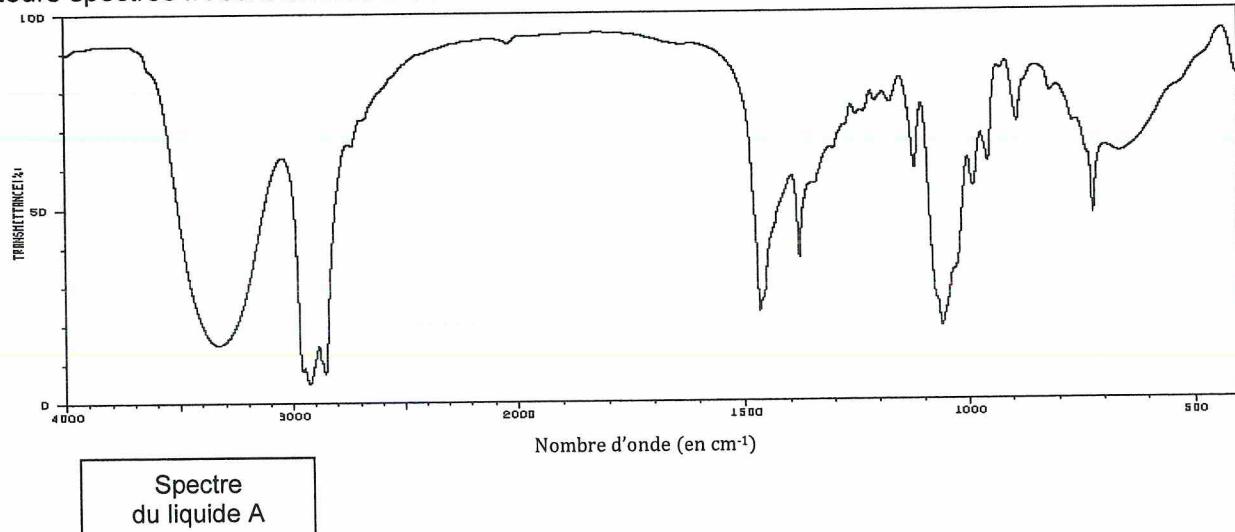
- Table de données de spectroscopie infrarouge

Liaison	O – H	C = O
Nombres d'onde (en cm^{-1})	3 200 à 3 500	1 650 à 1 740
Intensité du pic	Forte	Forte
Largeur du pic	Large	Fine

Rendement de la synthèse

Une première analyse de la phase organique obtenue après la synthèse est faite par chromatographie sur couche mince (CCM). Celle-ci révèle la présence de deux espèces chimiques. Une séparation est réalisée. Deux liquides, A et B, de masse respective $m_A = 4,30\text{ g}$ et $m_B = 11,34\text{ g}$ sont obtenus.

Leurs spectres IR sont donnés ci-dessous :



https://sdbs.db.aist.go.jp/sdbs/cgi-bin/direct_frame_top.cgi

- Expliquer l'intérêt d'ajouter une solution aqueuse dans le milieu réactionnel avant de procéder à la séparation par décantation (comme indiqué dans la partie « traitement du milieu réactionnel » du protocole).
- Identifier, en justifiant, les espèces chimiques pouvant être présentes dans la phase organique.
- Recopier et nommer les groupes fonctionnels présents dans les molécules d'acide éthanoïque et d'éthanoate d'octyle.

4. À l'aide des deux spectres, montrer que le liquide A correspond à l'alcool et le liquide B à l'ester.
5. Déterminer les quantités de matière en octan-1-ol et en éthanoate d'octyle obtenues.

Le rendement de la synthèse est défini par :

$$\eta = \frac{n(C_{10}H_{20}O_2)_f}{n(C_{10}H_{20}O_2)_{max}}$$

où $n(C_{10}H_{20}O_2)_f$ représente la quantité de matière d'éthanoate d'octyle à l'état final, à l'équilibre, et $n(C_{10}H_{20}O_2)_{max}$ la quantité de matière d'éthanoate d'octyle si la réaction était totale.

6. Calculer le rendement de cette synthèse.

Optimisation de la synthèse

Durant la synthèse, avant la séparation des deux phases, le quotient de réaction peut être exprimé en fonction des quantités de matière des espèces suivant la relation :

$$Q_r = \frac{n(C_{10}H_{20}O_2) \times n(H_2O)}{n(C_2H_4O_2) \times n(C_8H_{18}O)}$$

Données :

- La constante d'équilibre de la réaction de synthèse vaut $Q_{r,\text{éq}} = K = 4,0$.
- Avec un mélange équimolaire initial en acide et en alcool, le rendement de cette réaction de synthèse a pour valeur : $\eta = 66\%$.

Afin d'augmenter le taux d'avancement de la synthèse, on introduit un réactif en excès.

7. En raisonnant sur le quotient de réaction, expliquer pourquoi l'ajout d'un réactif permet de déplacer l'équilibre.

On note :

- n'_1 la nouvelle quantité d'acide éthanoïque initiale ;
- pour rappel, n_2 , la quantité d'octan-1-ol initiale ($n_2 = 0,100 \text{ mol}$) ;
- $x_{\text{éq}}$ l'avancement de la réaction à l'équilibre.

On admet que le quotient de réaction dans l'état d'équilibre du système peut s'exprimer sous la forme :

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}^2}{(n'_1 - x_{\text{éq}}) \times (n_2 - x_{\text{éq}})}$$

8. Déterminer la quantité n'_1 d'acide éthanoïque à introduire pour obtenir un rendement d'au moins 0,95.

EXERCICE C – DEGRADATION D’UN PRODUIT DE CONTRASTE (5 points)
Mots-clés : Schéma de Lewis, réaction acide-base, vitesse volumique, Python

Afin d’améliorer l’interprétation d’une radiographie, des produits de contraste peuvent être administrés aux patients avant l’examen. Ces produits de contraste, non toxiques, une fois éliminés par l’organisme du patient, ne sont pas dégradés par la majorité des stations d’épuration. Pour éviter leur accumulation dans la nature, des chercheurs ont étudié la dégradation des produits de contraste sous l’effet du rayonnement ultraviolet.

Cet exercice traitera dans sa première partie des propriétés chimiques de l’un de ces produits de contraste (l’acide diatrizoïque) puis dans une seconde partie de la cinétique de dégradation de l’acide diatrizoïque et de deux autres produits de contraste (l’acide iotalamique et l’iopamidol) par action d’un rayonnement ultraviolet.

La formule topologique de l’acide diatrizoïque est donnée à la figure 1 ci-dessous.

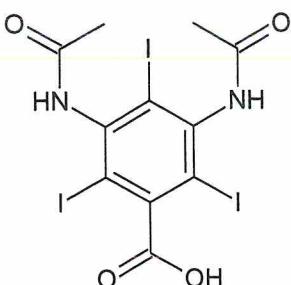


Figure 1. Acide diatrizoïque

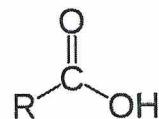


Figure 1 bis. Notation simplifiée de l’acide diatrizoïque

Données :

- Masses molaires atomiques :

Élément	H	C	O
M (g·mol ⁻¹)	1,00	12,0	16,0

Première partie : propriétés chimiques de l’acide diatrizoïque

- En utilisant la notation simplifiée de l’acide diatrizoïque, donnée figure 1 bis, représenter le schéma de Lewis de l’acide diatrizoïque et le schéma de Lewis de l’ion carboxylate correspondant.

Dans la suite de l’exercice, on utilisera, pour l’acide diatrizoïque et l’ion correspondant, les notations simplifiées RCOOH et RCOO⁻.

- Établir l’équation de réaction acide-base de l’acide diatrizoïque avec l’eau. Exprimer la constante d’acidité K_A du couple acide diatrizoïque / ion diatrizoate en fonction des concentrations à l’équilibre des espèces en solution.
- Représenter le diagramme de prédominance du couple de l’acide diatrizoïque et identifier l’espèce prédominante dans les eaux usées.

Données :

- La valeur du pKa du couple acide diatrizoïque / ion diatrizoate est 1,1.
- La valeur du pH des eaux usées est comprise entre 6,5 et 8.

Seconde partie : cinétique de dégradation de produits de contraste

Sous l'effet du rayonnement ultraviolet, les produits de contraste sont dégradés. On s'intéresse à la cinétique de dégradation des trois produits de contraste : l'acide diatrizoïque, l'acide iotalamique et l'iopamidol, étudiée dans un article signé par Allard S., Criquet J. et al.

On s'intéresse dans un premier temps à la dégradation des acides diatrizoïque et iotalamique.

La figure 2 suivante représente la variation de concentration des acides diatrizoïque et iotalamique en solution aqueuse en fonction du temps.

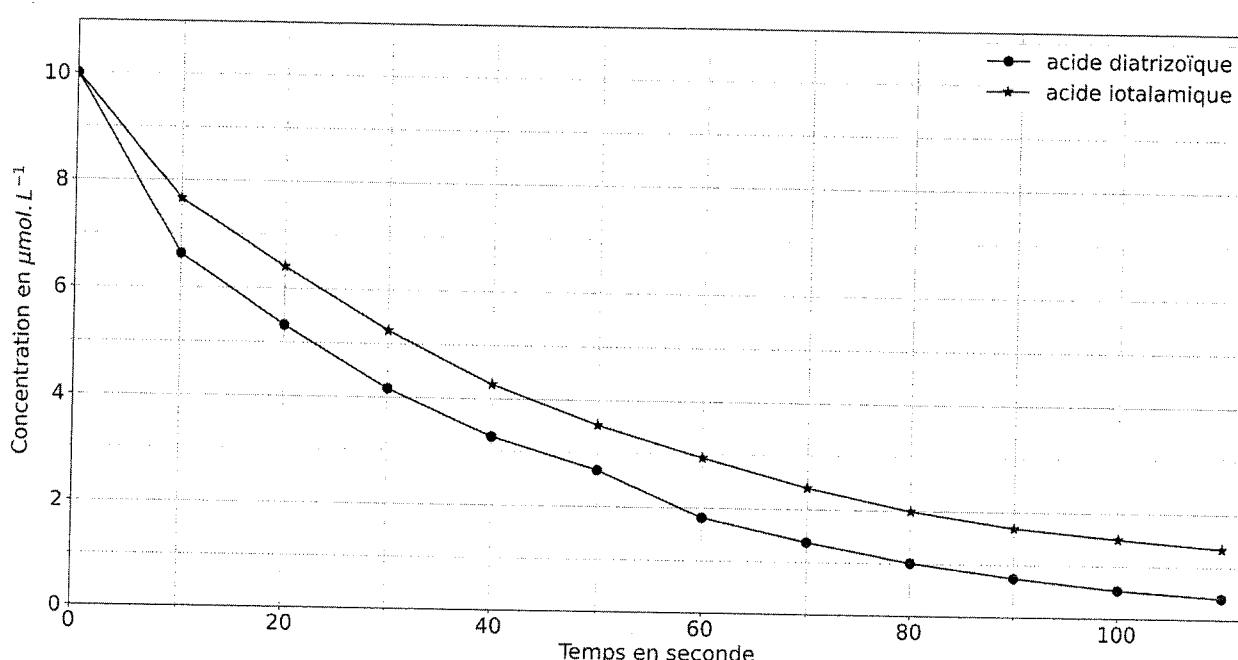


Figure 2. Cinétique de dégradation de deux produits de contraste

Source : Allard S., Criquet J. et al. Water Research. 2016

4. À l'aide de la figure 2, déterminer les valeurs des temps de demi-réaction pour les deux acides. Identifier le produit de contraste qui se dégrade le plus rapidement.

On s'intéresse dans un second temps à la dégradation de l'iopamidol en solution aqueuse. On note $[\text{Iop}](t)$ la concentration en iopamidol à la date t .

5. Donner la définition de la vitesse volumique V de disparition de l'iopamidol en fonction de sa concentration $[\text{Iop}](t)$.

Si la cinétique de dégradation est d'ordre 1 alors la vitesse volumique de disparition de l'iopamidol peut s'écrire également : $V = k \times [\text{Iop}](t)$ où k est une constante positive.

6. En déduire que, dans ce cas, l'évolution temporelle de la concentration peut être modélisée par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d[\text{Iop}](t)}{dt} + k \times [\text{Iop}](t) = 0$$

À l'aide d'un programme Python (voir ci-dessous), les données de Allard S., Criquet J. et al. ont été modélisées en utilisant la solution de cette équation différentielle, qui est de la forme :

$$[\text{Iop}](t) = [\text{Iop}]_0 \times e^{-(k.t)}$$

Dans cette expression, $[\text{Iop}]_0$ est égale à $[\text{Iop}](t = 0)$, concentration en iopamidol à la date $t = 0$.

Programme Python permettant de modéliser les données :

```
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit

#Données
temps = np.array([0,10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110])
Iopamidol = np.array([10.0,7.74,6.22,5.24,4.36,3.67,2.98,2.43,1.99,1.66,1.39,1.11])

def func(x, a, b):
    return a * np.exp(-b*x) #modèle de notre fonction

#modélisation des données expérimentale par notre fonction
popt, pcov = curve_fit(func, temps, Iopamidol, bounds=(0, [15, 0.1]))
```

Les valeurs obtenues à l'aide du programme Python sont : $a = 9,70$ et $b = 0,020$.

7. À partir des données et de la courbe de modélisation représentée figure 3 ci-dessous, justifier que le modèle de la cinétique d'ordre 1 est validé. Relier les deux paramètres a et b du programme Python aux constantes $[Iop]_0$ et k .

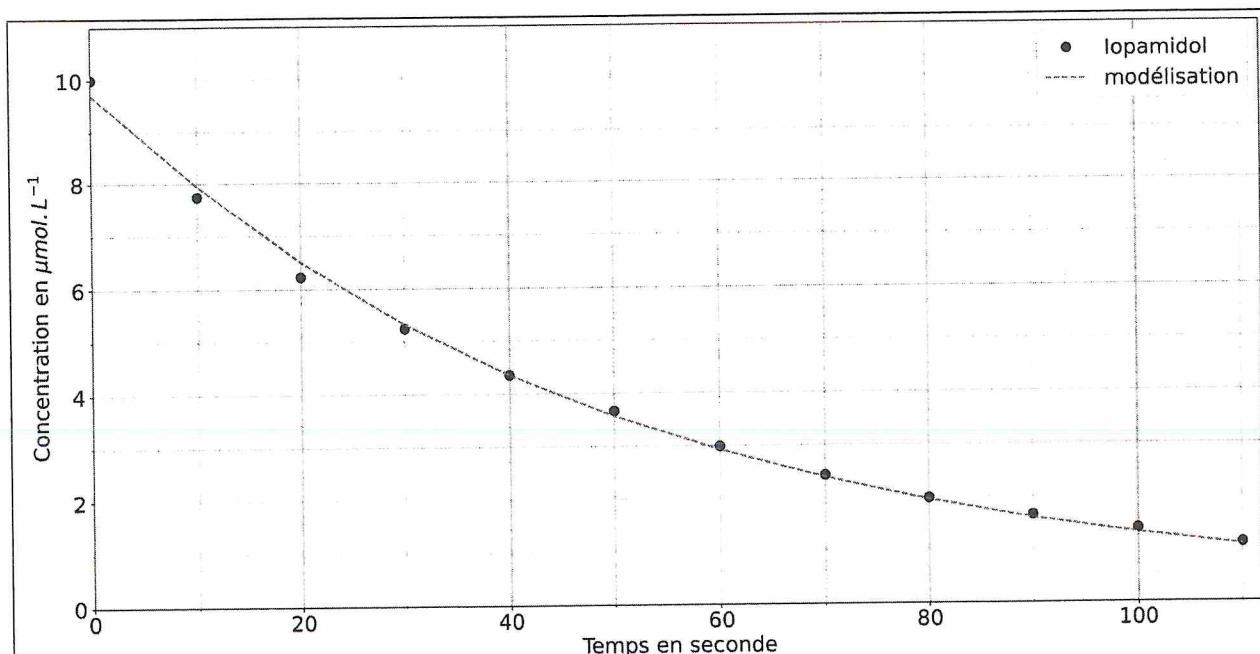


Figure 3 : Graphique représentant les données expérimentales et la modélisation pour une cinétique d'ordre 1

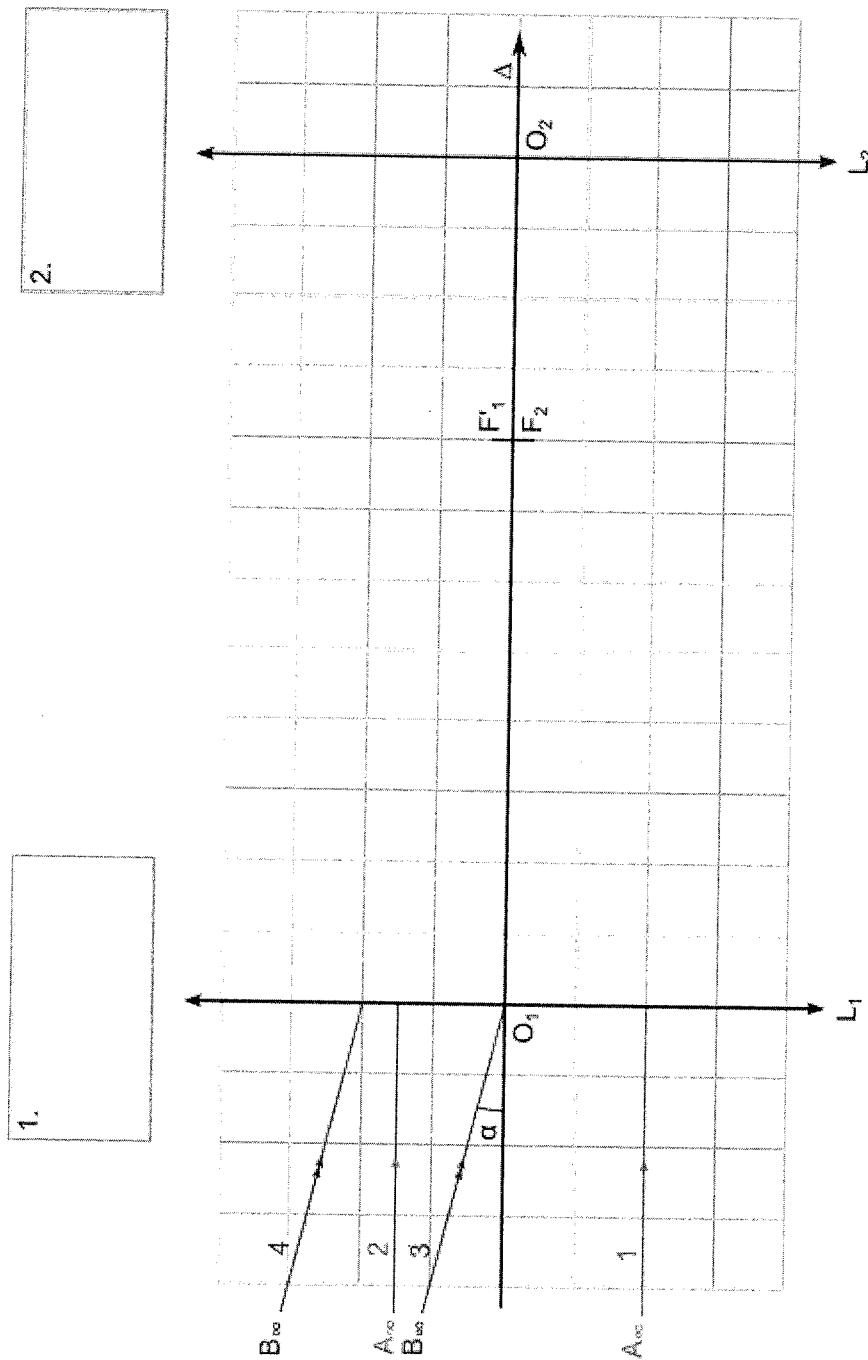
Un établissement de santé souhaite traiter ses eaux usées à l'aide de rayonnement ultraviolet identique à celui utilisé par les chercheurs pour limiter son rejet d'iopamidol. La valeur de la concentration initiale de ses eaux usées en iopamidol $[Iop]_0$ est de $10,0 \mu\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Il souhaite ne pas dépasser une concentration en masse de $2,0 \text{ mg}\cdot\text{L}^{-1}$ pour l'eau traitée.

8. En précisant la méthode, déterminer la durée minimum t_m nécessaire du traitement.

Donnée : La valeur de la masse molaire de l'iopamidol est égale à $777 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice I - Partie A



Nom de famille : _____
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)



Prénom(s) : _____

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)