

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2025 – Métropole

Épreuve de Physique-Chimie

Sujet de spécialité n° 1



Proposition de corrigé

Ce corrigé est composé de 7 pages.

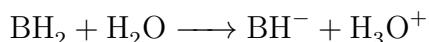
Exercice 1 — Un emballage intelligent au rayon poissonnerie

1. Synthèse du bleu de bromophénol

- Q1.** Dans l'étape 1, on transforme les réactifs, puis on opère une séparation dans l'étape 2. Les étapes 3 et 4 consistent en une analyse du produit brut.
- Q2.** On remarque, sur le chromatogramme qui nous est donné, la présence au niveau du spot c d'un front ayant davantage migré que les réactifs (spots a et b de référence), nous avons donc formé une nouvelle espèce.
- Q3.** Le spectre d'absorption laisse apparaître un maximum d'absorbance du produit brut pour une longueur d'onde presque identique au produit de référence, il est donc raisonnable de penser que le brut réactionnel contient du BBP.
- Q4.** Afin d'identifier le produit formé, on aurait pu utiliser un banc Kofler ou réaliser une analyse par spectrométrie RMN du proton.

2. Identification du produit synthétisé par mesure de pKa

- Q5.** On a la réaction du BBP sur l'eau :



Et il vient donc la constante d'acidité :

$$K_A = \frac{[\text{BH}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{BH}_2]c^\circ} \quad (1)$$

- Q6.** En prenant (1) et passant au logarithme, il vient (avec $c^\circ = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$) :

$$\text{pKa} = -\log(K_A) = -\log\left(\frac{[\text{BH}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{BH}_2]}\right) = -\log([\text{H}_3\text{O}^+]) - \log\left(\frac{[\text{BH}^-]}{[\text{BH}_2]}\right)$$

Et comme $\text{pH} = -\log([\text{H}_3\text{O}^+])$, il vient bien :

$$\text{pKa} = \text{pH} - \log\left(\frac{[\text{BH}^-]}{[\text{BH}_2]}\right) \implies \text{pH} = \text{pKa} + \log\left(\frac{[\text{BH}^-]}{[\text{BH}_2]}\right) \quad (2)$$

- Q7.** Par définition, l'équivalence d'un titrage est atteinte lorsque les réactifs sont ajoutés dans les proportions stoechiométriques.
- Q8.** On lit graphiquement le volume V_E en exploitant le fait que le maximum de la dérivée première du pH permette de lire les coordonnées du point d'inflexion de $\text{pH} = f(V)$. On lit alors $V_E = 14,75 \text{ mL}$.
- Q9.** D'après la réaction support du titrage, à la demi-équivalence, on a introduit $[\text{OH}^-] = \frac{C_a}{2}$ (donc consommé la moitié de BH_2), ce qui a permis de former $[\text{BH}^-] = \frac{C_a}{2}$. Et on a alors bien $[\text{BH}^-] = [\text{BH}_2]$ à la demi-équivalence.
- Q10.** Et en prenant $[\text{BH}^-] = [\text{BH}_2]$ dans (2), il vient à la demi-équivalence :

$$\text{pH} = \text{pKa} + \log(1) = \text{pKa} + 0 \implies \boxed{\text{pH} = \text{pKa}}$$

Ainsi, par lecture graphique, on a pKa = 3,9.

- Q11.** La valeur tabulée (4,1) étant comprise dans l'intervalle $3,9 \pm u(\text{pKa})$, la mesure de pKa réalisée est bien compatible avec la présence de BBP dans le milieu.

3. Étude de la couleur de la pastille dans l'emballage intelligent

- Q12.** La solution contenant le BBP présente un maximum d'absorption pour $\lambda = 430 \text{ nm}$. Une solution colorée ayant généralement la couleur correspondant à l'opposé de son maximum d'absorption sur l'étoile chromatique, la solution de BBP acide sera donc bien jaune.
- Q13.** Pour une solution à $\text{pH} = 2,0$, il faut une solution d'acide à $C = 10^{-2} = 0,01 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Pour la solution commerciale, on nous indique un titre massique $t_m = 37\%$, ce qui signifie qu'elle contient cette quantité, en masse, de HCl. Ce qui correspond à une concentration massique :

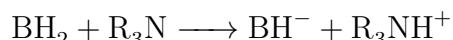
$$C_m = t_m d\rho_{\text{eau}}$$

Ou, en quantité de matière :

$$C_0 = \frac{t_m d\rho_{\text{eau}}}{M(\text{HCl})} = \frac{0,37 \times 1,18 \times 1000}{36,5} = 11,9 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

On remarque alors bien qu'il sera difficile de préparer la solution voulue en seulement une dilution avec la verrerie disponible au laboratoire.

- Q14.** On remarque qu'une seule molécule présente une amine tertiaire portant deux groupes méthyle, ce qui permet d'affirmer que la N,N-diméthylméthanamine est la molécule B.
- Q15.** La réaction entre la forme acide du BBP et l'amine engendrant le changement de couleur est la suivante :



4. Cinétique d'ordre 1 de la décoloration du BBP en présence d'ion hydroxyde

- Q16.** On remarque en étudiant l'équation de réaction que BH^- est l'acide associé à B^{2-} . Or, il est aussi la base associée à BH_2 .

Étant à la fois acide et base, BH^- est donc bien un ampholyte¹.

- Q17.** On cherche à lire graphiquement le temps de demi-réaction, ce dernier étant le temps nécessaire à la disparition de la moitié du réactif étudié.

On lit alors sur, la figure 4, $t_{1/2} = 760 \text{ s} = 13 \text{ minutes}$.

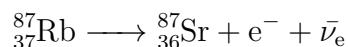
L'objectif étant de fournir une indication de la fraîcheur du poisson grâce à la pastille, le temps nécessaire à cette décoloration peut être considéré comme tout à fait acceptable (le changement de couleur aura le temps de se faire même entre l'achat du poisson et la volonté de le consommer).

Ainsi, lorsque le poisson est frais, la pastille sera jaune (forme acide du BBP). Cette dernière tournera vers le bleu au fur et à mesure de la dégradation du poisson et l'augmentation du pH, jusqu'à éventuellement pouvoir finir incolore en cas de dégradation prononcée du poisson le rendant non consommable.

Exercice 2 — Datation d'une roche

1. Le rubidium 87, un isotope radioactif adapté pour dater une roche

- Q1.** Deux noyaux isotopes ont le même nombre de protons mais ont un nombre de neutrons différent.
- Q2.** On a la désintégration du rubidium 87 en strontium 87 :



1. Culture chimique et linguistique : ampholyte = nom ; amphotère = adjectif

- Q3.** Par l'augmentation du numéro atomique lors de la désintégration, on peut affirmer qu'il s'agit d'une désintégration β^- .
- Q4.** Le temps de demi-vie d'un isotope est le temps nécessaire à la désintégration de la moitié des noyaux d'une population donnée (donc le temps $t_{1/2}$ tel que $N(t = t_{1/2}) = N_0/2$).
- Q5.** On cherche le nombre maximal n_M de demi-vies marquant la limite de détection. Si on divise par deux le nombre de noyaux à chaque demi-vie, cela signifie qu'après $n \geq 0$ demi-vies, il reste :

$$N(n) = \frac{N_0}{2^n}$$

Et alors :

$$N(n) = N_{\min} = 2,0 \times 10^9 \iff \frac{N_0}{2^n} = 2,0 \times 10^9 \iff \boxed{\frac{N_0}{2,0 \times 10^9} = 2^n}$$

Et comme on nous précise que $\frac{5,8 \times 10^{20}}{2,0 \times 10^9} \in [2^{38}; 2^{39}]$, on peut affirmer que le nombre de noyaux sera insuffisant pour permettre la détection au-delà de 38 demi-vies.

- Q6.** En prenant en compte la durée d'une demi-vie de l'isotope étudié, on peut calculer :

$$38t_{1/2} = 38 \times 49,2 \times 10^9 = \underline{1,9 \times 10^{12} \text{ ans}}$$

Et comme la roche du site de Meymac n'aura pas plus de 2000 milliards d'années, le rubidium 87 est bien adapté à la datation.

2. Datation radioactive au rubidium 87 dans une roche

Remarque : pour alléger la notation, on pose $N_R(t) = N_{\text{Rb}}(t)$ et $N_S(t) = N_{\text{Sr}}(t)$.

- Q7.** Soit $N_R(t) = N_R(0)e^{-\lambda t}$ la solution proposée. Dans ce cas, on a bien :

$$\boxed{\frac{dN_R(t)}{dt} = -\lambda N_R(0)e^{-\lambda t} = -\lambda N_R(t)}$$

La fonction proposée est donc bien solution de l'équation différentielle.

- Q8.** On a t_f tel que $N_R(t = t_f) = N_{\min}$. Alors avec l'expression de la solution, il vient :

$$N_R(t_f) = N_{\min} \implies N_R(0)e^{-\lambda t_f} = N_{\min} \implies e^{-\lambda t_f} = \frac{N_{\min}}{N_0}$$

Et finalement, comme $\frac{N_{\min}}{N_0} > 0$, en passant au logarithme :

$$-\lambda t_f = \ln\left(\frac{N_{\min}}{N_0}\right) \implies \boxed{t_f = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N_{\min}}{N_0}\right)}$$

- Q9.** D'où,

$$t_f = -\frac{1}{1,41 \times 10^{-11}} \times \ln\left(\frac{2,0 \times 10^9}{5,8 \times 10^{20}}\right) = \underline{1,9 \times 10^{12} \text{ ans}}$$

On remarque donc que notre première estimation était plutôt bonne, le résultat est identique.

3. Datation d'une roche du site de Meymac au strontium 87

Q10. Comme chaque noyau de rubidium forme un noyau de strontium, il vient très logiquement :

$$\boxed{N_{S,\text{formé}}(t) = N_R(0) - N_R(t)} \quad (3)$$

Q11. On a la solution à l'équation différentielle modélisant la désintégration du rubidium :

$$N_R(t) = N_R(0)e^{-\lambda t} \implies N_R(0) = N_R(t)e^{\lambda t}$$

Et en injectant ce résultat dans (3), il vient :

$$N_{S,\text{formé}}(t) = N_R(t)e^{\lambda t} - N_R(t) \implies \boxed{N_{S,\text{formé}}(t) = N_R(t)(e^{\lambda t} - 1)}$$

Q12. Par lecture graphique, et d'après la forme proposée pour l'équation 3, il vient :

$$e^{\lambda t_{\text{roche}}} - 1 = 0,0042 \implies e^{\lambda t_{\text{roche}}} = 1,0042 \implies \boxed{t_{\text{roche}} = \frac{1}{\lambda} \ln(1,0042)}$$

D'où,

$$t_{\text{roche}} = \frac{1}{1,41 \times 10^{-11}} \ln(1,0042) = \underline{2,97 \times 10^8 \text{ ans}}$$

Exercice 3 — Viscosimètre à chute de bille

Q1. On cherche à vérifier l'unité de la viscosité η_C à partir d'une analyse dimensionnelle. On a, avec la formule des frottements :

$$[f] = [\alpha][\eta_C][v] \implies [\eta_C] = [f][\alpha]^{-1}[v]^{-1} = [N]L^{-1}(LT^{-1})^{-1}$$

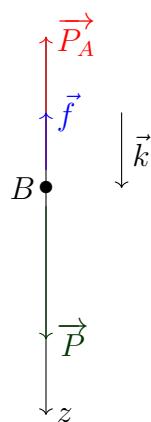
Et finalement, on a bien :

$$[\eta_C] = [N]L^{-2}T$$

La viscosité est donc homogène à des $N \cdot m^{-2} \cdot s$.

Q2. En observant l'expression de la force de frottement, on remarque qu'elle est linéairement dépendante de la vitesse de la bille. Ainsi, lorsque v augmente, la norme de la force \vec{f} augmente également.

Q3. On représente sur un schéma les forces appliquées sur la bille lorsque sa vitesse limite est atteinte, ce qui signifie que l'accélération est nulle, donc la somme des forces également :



Q4. Lorsque la vitesse limite est atteinte, la somme des forces est nulle (système à l'équilibre). Et en appliquant la loi de quantité de mouvement à la bille de masse constante en mouvement rectiligne dans le référentiel terrestre supposé galiléen, il vient, projeté sur \vec{k} :

$$0 = \rho_b V_b g - \rho_h V_b g - \alpha \eta_C v_{\text{lim}} = V_b g (\rho_b - \rho_h) - \alpha \eta_C v_{\text{lim}}$$

Et finalement, on trouve bien, en isolant la vitesse :

$$\boxed{\alpha \eta_C v_{\text{lim}} = \frac{4\pi r^3 g (\rho_b - \rho_h)}{3}} \quad (4)$$

Q5. En isolant la viscosité dans (4) il vient :

$$\boxed{\eta_C = \frac{4\pi r^3 g (\rho_b - \rho_h)}{3 \alpha v_{\text{lim}}}}$$

D'où,

$$\eta_C = \frac{4\pi \times (0,993 \times 10^{-3})^3 \times 9,81 \times (1,06 \times 10^3 - 8,31 \times 10^2)}{3 \times 1,92 \times 10^{-2} \times 5,37 \times 10^{-3}} = \underline{8,9 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}}$$

Q6. On calcule, à partir de la valeur de référence et l'incertitude sur la mesure, le Z-score :

$$Z = \frac{0,093 - 0,089}{0,003} = \underline{1,33}$$

La valeur mesurée est donc tout à fait compatible avec la grandeur tabulée (moins de deux écarts-type d'écart).

Q7. On applique la deuxième loi de Newton à la bille de masse constante en mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{P}_A + \vec{f} = mg\vec{k} - \rho_h V_b g \vec{k} - \alpha \eta_C v \vec{k}$$

Et comme $\vec{a} = a\vec{k}$, on peut projeter l'égalité précédente :

$$ma = mg - \rho_h V_b g - \alpha \eta_C v \implies a = g - \frac{\rho_h V_b g}{m} - \frac{\alpha \eta_C v}{m}$$

Et finalement, en factorisant par g :

$$\boxed{a = g \left(1 - \frac{\rho_h V_b}{m} \right) - \frac{\alpha \eta_C v}{m}} \quad (5)$$

Q8. On reprend (5) et on exprime la masse en fonction du volume :

$$a = g \left(1 - \frac{\rho_h V_b}{\rho_b V_b} \right) - \frac{\alpha \eta_C}{\rho_b V_b} v = g \left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_b} \right) - \frac{\alpha \eta_C}{\rho_b V_b} v$$

On isole alors les termes liés à la dynamique du système :

$$a + \frac{\alpha \eta_C}{\rho_b V_b} v = g \left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_b} \right)$$

Et comme $a = \frac{dv}{dt}$, il vient finalement l'équation différentielle du premier ordre après avoir exprimé le volume de la bille :

$$\boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{3\alpha \eta_C}{4\pi \rho_b r^3} v = g \left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_b} \right)} \quad (\mathcal{E})$$

Q9. On calcule la valeur de la constante τ :

$$\tau = \frac{4\rho_b\pi r^3}{3\alpha\eta_C} = \frac{4 \times 1,06 \times 10^3 \times \pi \times (0,993 \times 10^{-3})^3}{3 \times 1,92 \times 10^{-2} \times 0,093} = \underline{\underline{2,4 \times 10^{-3} \text{ s}}}$$

On remarque alors que $\tau \ll 1$, il est donc possible d'affirmer que sur la durée du mouvement dans le tube, $e^{-t/\tau} \sim 0$, et alors effectivement, $v(t) = v_{\lim}$.

* * *

*