

TD Chapitre 01 : Logique Booléenne

Objectifs

- Maîtriser les tables de vérité
- Construire des portes à partir de NAND
- Appliquer les lois de De Morgan
- Comprendre le Mux et le DMux

Durée estimée : 1h30

Exercice 1 : Tables de Vérité (Échauffement)

Objectif : Remplir des tables de vérité à partir des définitions

1.1 Table de la porte NAND

Complétez la table de vérité de NAND(A, B) :

A	B	NAND
0	0	?
0	1	?
1	0	?
1	1	?

► Solution

1.2 Table de la porte XOR

Complétez la table de vérité de XOR(A, B) :

A	B	XOR
0	0	?
0	1	?
1	0	?
1	1	?

► Solution

Exercice 2 : Construction à partir de NAND

Objectif : Prouver que NAND est universel

2.1 Construire NOT

Comment construire un NOT en utilisant uniquement une porte NAND ?

Indice : Que se passe-t-il si on connecte le même signal aux deux entrées ?

► **Solution**

2.2 Construire AND

Comment construire un AND en utilisant NOT et NAND ?

Indice : $\text{NAND} = \text{NOT}(\text{AND})$, donc $\text{AND} = \text{NOT}(\text{NAND})$

► **Solution**

2.3 Construire OR (Théorème de De Morgan)

En utilisant le théorème de De Morgan :

$$A \text{ OR } B = \text{NOT}(\text{NOT}(A) \text{ AND } \text{NOT}(B))$$

Écrivez OR uniquement avec des NAND.

► **Solution**

Exercice 3 : Lois de De Morgan

Objectif : Appliquer les lois de De Morgan

Rappel des lois

1. $\text{NOT}(A \text{ AND } B) = \text{NOT}(A) \text{ OR } \text{NOT}(B)$
2. $\text{NOT}(A \text{ OR } B) = \text{NOT}(A) \text{ AND } \text{NOT}(B)$

3.1 Simplification

Simplifiez l'expression suivante en utilisant De Morgan :

$\text{NOT}(\text{NOT}(A) \text{ AND } \text{NOT}(B))$

► **Solution**

3.2 Vérification par table de vérité

Vérifiez que $\text{NOT}(A \text{ OR } B) = \text{NOT}(A) \text{ AND } \text{NOT}(B)$:

A	B	A OR B	NOT(A OR B)	NOT(A)	NOT(B)	NOT(A) AND NOT(B)
0	0	?	?	?	?	?
0	1	?	?	?	?	?
1	0	?	?	?	?	?
1	1	?	?	?	?	?

► Solution

Exercice 4 : Multiplexeur (Mux)

Objectif : Comprendre le fonctionnement du Mux

4.1 Table de vérité du Mux

Complétez la table de vérité pour `Mux(a, b, sel)` :

a	b	sel	out
0	0	0	?
0	1	0	?
1	0	0	?
1	1	0	?
0	0	1	?
0	1	1	?
1	0	1	?
1	1	1	?

► Solution

4.2 Formule du Mux

Exprimez la sortie du Mux en fonction de a, b et sel :

out = ?

Indice : "Soit (a ET non-sel) soit (b ET sel)"

► **Solution**

Exercice 5 : Démultiplexeur (DMux)

Objectif : Comprendre le routage avec DMux

5.1 Table de vérité du DMux

Le DMux a une entrée **in**, un sélecteur **sel**, et deux sorties **a** et **b**.

Complétez la table :

in	sel	a	b
0	0	?	?
1	0	?	?
0	1	?	?
1	1	?	?

► Solution

5.2 Formules du DMux

Exprimez les sorties a et b :

a = ?
b = ?

► Solution

Exercice 6 : Fonction Mystère

Objectif : Analyser un circuit à partir de sa description

Énoncé

On a le circuit suivant :

```
w1 = NOT(A)
w2 = NOT(B)
w3 = AND(w1, B)
w4 = AND(A, w2)
out = OR(w3, w4)
```

6.1 Complétez la table de vérité

A	B	w1	w2	w3	w4	out
0	0	?	?	?	?	?
0	1	?	?	?	?	?
1	0	?	?	?	?	?
1	1	?	?	?	?	?

6.2 Quelle porte connue ce circuit implémente-t-il ?

► Solution

Exercice 7 : Défi - Porte IMPLIES

Objectif : Construire une nouvelle porte

L'implication logique $A \rightarrow B$ (si A alors B) vaut FAUX uniquement si $A=1$ et $B=0$:

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Construisez cette porte avec NOT et OR.

► **Solution**

Récapitulatif

Compétences validées

Après ce TD, vous devez savoir :

- [] Remplir une table de vérité pour toute porte
- [] Construire NOT, AND, OR à partir de NAND
- [] Appliquer les lois de De Morgan
- [] Expliquer le fonctionnement du Mux et DMux
- [] Analyser un circuit et identifier sa fonction

Prochaine étape

➡ **TP Chapitre 01** : Implémenter ces portes en HDL dans le simulateur

📖 **Référence** : Livre Seed, Chapitre 01 - Logique Booléenne