selection algorithm

问题描述：在一组乱序的数组之中寻找任意第K小的元素
输入：数组指针与待查找的序号k
输出：返回第k小的元素

> 解决思路:
> 选取第k小的元素，最直观的思路就是先直接把数组排序，选取秩为k-1的数组元素就是第k小的数字。
> 如果选取的是mergesort，quicksort之类的排序算法，时间复杂度也能达到nlogn的程度。
> 但是，还有更省时间的算法，把复杂度降低到θ(n)或者O(n)的程度。

> 主体思路是:
> quicksort每一层递归都可以在O(n)的时间之内把一个元素摆到正确的位置上，且保证 {左边部分}<{a[p]}<{右边部分}
> 然后，如果k-1比p小，那么下一次只用处理左边；如果k-1等于p，那么直接返回p;如果k-1>p，那么下一次只用处理右边.

实现方式:

> - random selection
> - determinstic selection

1.random selection 的实现

> 算法流程:

1. 随机选择一个数组的元素，并把它和数组末尾元素交换
2. 把末尾元素放到正确的位置上，保证排在左边的元素全部小于它，排在右边的元素全部大于它
3. 比较k-1与末尾元素的位置r，三种可能：k-1 < r，目标一定在左边部分，返回左边的递归；k-1==r，目标命中，直接返回;k-1>r，目标一定在右边，返回右边的递归

> 伪代码

```
int random_selection(int a[],int first,int last,int k):
    if(first>=last) return a[first];
    在first到last，随机取第p个元素;
    把a[p]交换到末尾;
    p=partition(a,first,last,k);
    if（k-1>p)  return random_selection(a,p+1,last,k);
    else if(k-1==p) return a[p];
    else return random_selection(a,first,p-1);
```

代码描述：

```
//假设k是合法的，不越界的
int random_selection(int a[], int first, int last, int k);
int partition(int a[], int first, int last);
void swap(int& a, int& b);


int random_selection(int a[], int first, int last, int k) {
    if (k > last + 1) return -1;
    if (first >= last) return a[first];//递归基，按照原理来说，其实不用它也不会出错
    else {
        int p = (rand() % (last - first + 1)) + first;//first不要漏加
        swap(a[p], a[last]);
        int pivot_r = partition(a, first, last);
        if (k - 1 > pivot_r) {
            return random_selection(a, pivot_r + 1, last, k);//多个功能相似的函数一起写的时候，这个地方不要不小心写错
        }
        else if (k - 1 == pivot_r) {
            return a[pivot_r];
        }
        else {
            return random_selection(a, first, pivot_r - 1, k);
        }
    }

}
int partition(int a[], int first, int last) {
    int pivot = a[last];
    int i = first, j = last - 1;//左边是first右边是last，绝对不要默认是从0到length
    while (true) {
        while (a[i] < pivot) {
            i++;
            if (i == last) break;//不要漏写，因为对于升序的数组，是有可能会到末尾的，要防止越界
        }
        while (a[j] >= pivot) {
            j--;
            if (j == first) break;//不要漏写，因为对于降序的数组，是有可能会到末尾的，要防止越界
        }
        if (i >= j) break;//注意跳出条件，也必须要写在交换前，否则会导致错误的交换
        swap(a[i], a[j]);
    }
    swap(a[i], a[last]);
    return i ;
}
void swap(int& a, int& b) {//交换注意要使用引用
    int t = a;
    a = b;
    b = t;
}

```

random每次递归调用都可以减小一定的数据规模，但是在十分十分微小的概率下，也会出现很不巧每次选的都是最大或者最小元素，一次只能排除一个的情况。在这种极端情况下，时间复杂度会到达O（n^2)。如果没有rand过程，对于有序数组几乎一定会出现这种情况。

于是，优化的思路是，如果保证每次选取的元素都是中位数，那么就几乎绝对安全了，不过对于所有元素同名的情况，似乎还是会很慢。

2.determinsitc selection 的实现

> 伪代码：

```
int determinstic_selection(int[] a,int first,int last,int k):
    if(a中的元素小于等于10个):
        调用选择排序，直接选出秩为k-1的元素；
        return a[k-1];
    else:
        把a切分，每5个元素为一组，多余的自成一组；
        每组调用基础排序,取每个组的中位数；
        针对中位数数组调用determinstic_selection函数，寻找到中位数；
        在原数组中找到此中位数位置为pivot，交换它为末尾元素；
        p=partition(a,first,last);
        if(k-1<p) return determinstic_selection(a,first,p-1,k);
        else if(k-1==p) return a[p];
        else return determinstic_selection(a,p+1,last,k);
```

> 代码正文：

```
int determinstic_selection(int* a, int first, int last, int k);
int partition(int a[], int first, int last);//使用上面写的
void swap(int& a, int& b);//使用上面写的，不过algrithm库似乎就有swap。。。
void select_pivot(int* a, int first, int last);



int determinstic_selection(int* a, int first, int last, int k) {
    if (first >= last) return a[first];
    if (last - first + 1 < 10) {
        _selection_sort(a, first, last);
        return a[k - 1];
    }
    select_pivot(a, first, last);
    int p = partition(a, first, last);
    if (k - 1 < p) return determinstic_selection(a, first, p - 1, k);
    else if (k - 1 == p) return a[p];
    else return determinstic_selection(a, p + 1, last, k);
}
void select_pivot(int* a,int first,int last) {
    int n_num = ceil((last - first + 1) / 5.0); //除以5然后向上取整，注意是5.0
    int* b = new int [n_num];//b中装的将是小组中位数
    int k = 0;//k指示b的元素;

    for (int i = first; i <= last; i += 5) {  //i指示每一组的头部
        int j = i + 4;
        if (j <= last) {
            _selection_sort(a, i, j);
```

```
            b[k++] = a[i + 2];
        }
        else {
            _selection_sort(a, i, last);
            b[k++] = a[(i + last) / 2];
        }
    }

    //selection_sort(b,0,n_num-1); 这种做法是有问题的，万一b很长，时间很长

    int* c = new int[n_num];
    for (int i = 0; i < n_num; i++) c[i] = b[i];
    int element = determinstic_selection(b, 0, n_num - 1, (n_num - 1) / 2);
    int rank = 0;//指示中位数在原始的b中的位置，借此可以求出中位数在a中的位置
    for (int i = 0; i < n_num; i++) {
        if (c[i] == element)  rank = i;
    }
    if (first + rank * 5 + 4 > last) {
        rank = (first + rank * 5 + last) / 2; //这是中位数在数组a中的位置
    }
    else {
        rank = (first + rank * 5 + 2);
    }
    swap(a[rank], a[last]);
}
```

3.debug记录(下面写的和上面的代码不太一样)

- 递归函数名写错

```
int _determinstic__selection(int* a, int first, int last, int rth) {
    if (rth > last) return -1;
    if (first >= last) return a[first];//有点不清晰
    select_pivot(a, first, last);

    int p = partition(a, first, last);
    if (rth < p) return _selection(a, first, p - 1, rth);
    else if (rth == p) return a[p];
    else if (rth > p) return _selection(a, p + 1, last, rth);
}
```

函数主体叫*determinstic_selection但是递归调用的时候怎么写成了*selection

感想：1.这段代码是从_selection那里复制过来修改的，这个地方忘记修改了

2.精神状态不好的时候容易恍惚，然而对于代码来说是致命的

- 函数中的数组不一定是从0开始的，要提醒自己是不是忘记加左端了

```
void select_pivot(int* a, int first, int last) {
    int n_num = ceil((last - first + 1) / 5);
    int* b = new int[n_num];
    int k = 0;
    for (int i = 0; i <= last; i+=5) {
        int j = i + 4;
        if (j <= last) {
            _insertion_sort(a, i, j);
            b[k] = a[i + 2]; k++;
        }
        else if (j > last) {
            b[k] = a[i];
        }
    }
    int* c = new int[n_num];
    for (int i = 0; i < n_num; i++) {
        c[i] = b[i];
    }
    _insertion_sort(b, 0, n_num-1);
    int pivot = n_num / 2;
    int i = 0;
    for (; i < n_num; i++) {
        if (c[i] == b[pivot]) break;
    }
    pivot = i * 5 + 2;
    swap(a, pivot, last);
}
```

两处的错误都是一样的i不是从0开始的，而是从first开始的，pivot也不能直接是i*5+2而应该再加上first

感想：或许要养成一种从first到last的习惯，在草稿上或是什么别的东西上都要先有first开头的意识;

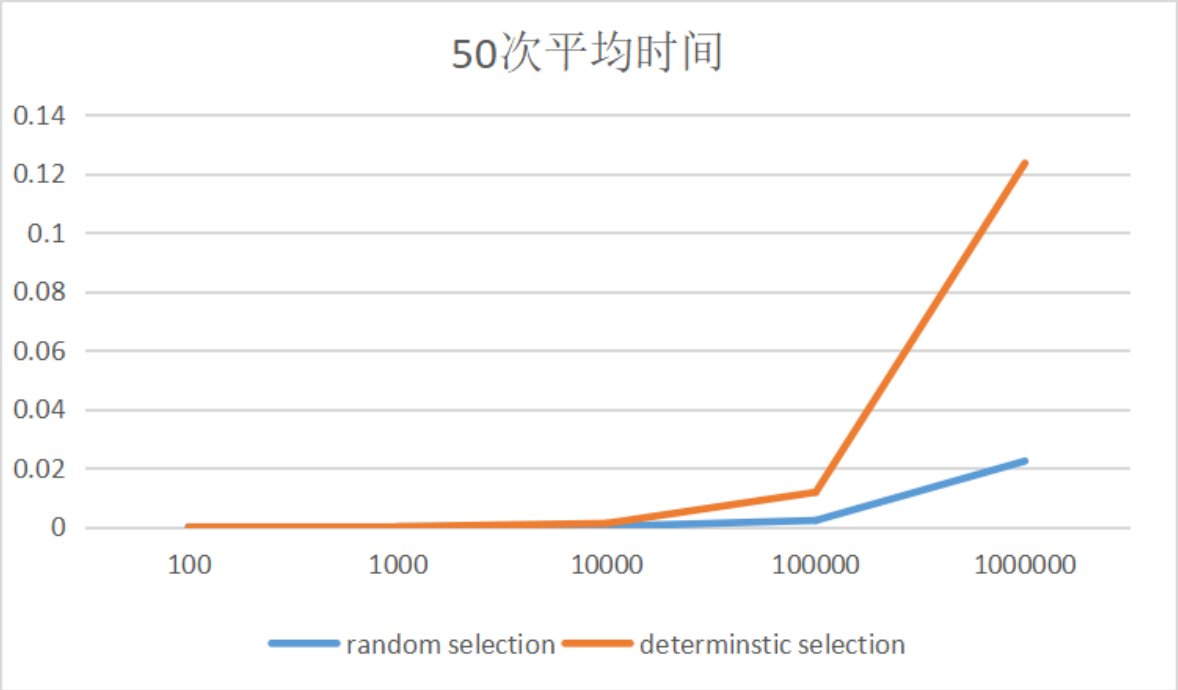
- partition最后的i位置就是last元素应该交换的位置，写成i-1就错了

```
int partition(int* a, int first, int last) {
    int pivot = a[last];
    int i = first, j = last - 1;
    while (true)
    {
        while (a[i] < pivot) {
            i++;
            if (i == last) break;
        }
        while (a[j] >= pivot) {
            j--;
            if (j == first) break;
        }
        if (i >= j) break;
        swap(a, i, j);
    }
    swap(a, i-1, last);
    return i-1;
}
```

我写的partition所做的工作是把last元素选作pivot，放置到合适的位置，使得左边的元素全部小于pivot，右边的元素大于pivot。方法是双指针，i指针指示比pivot小的元素，j指针指示大于等于pivot的元素，一旦i>=pivot而j<pivot，那么交换i与j，循环的条件是i>=j。那么可以直接确定i最后所指的元素必然大于等于last,j最后所指位置必然小于last。

我犯的错误就是把last与i-1互换，想当然认为既然i所指比last大，那么肯定last元素正确的位置是i-1，实际上，信息还有i左边的元素一定比last小，也就是说，一旦把i-1与last互换，就把一个小于last的元素交换到最右端。

4.代码比较(每个规模50次运行取平均值)




```
Microsoft Visual Studio 调试控制台
数据规模为：100
random selection       平均时间为  0
determinstic selection 平均时间为  0
数据规模为：1000
random selection       平均时间为  2e-05
determinstic selection 平均时间为  0.00012
数据规模为：10000
random selection       平均时间为  0.00022
determinstic selection 平均时间为  0.00122
数据规模为：100000
random selection       平均时间为  0.00222
determinstic selection 平均时间为  0.0118
数据规模为：1000000
random selection       平均时间为  0.02236
determinstic selection 平均时间为  0.12346

F:\C++\selection_sort\Debug\selection_sort.exe (进程 5336)已退出，代码为 0。
按任意键关闭此窗口. . .
```

> 结论：
> selection 中random比determinstic要快
> 原因推测是：
> random中的pivot是很不对称的pivot，有些时候可以一下子舍弃很多数据，然后只在很小的数据之中寻找元素
> 而determinstic的pivot是中位数，太过于保守了，虽然避免了random可能出现的最坏情况

> n^2(极其小的概率)，但是中规中矩，很少会出现一次性舍弃大量的幸运情况(除非重复的元素很多).