

Makine Öğrenmesi

6. hafta

- Yapay Sinir Ağlarına Giriş
- Tek katmanlı YSA'lar
 - Algılayıcı (Perceptron)
 - Adaline (Adaptive Linear Element)

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN

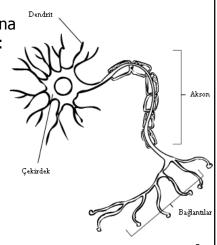
1



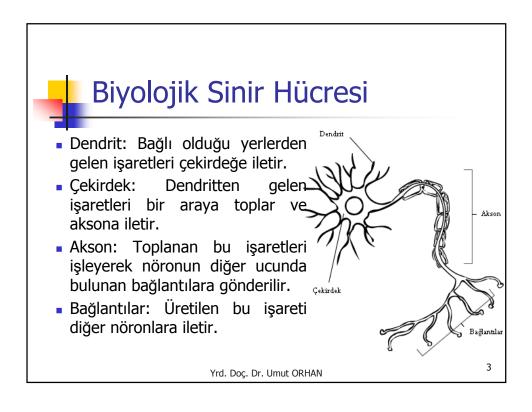
Biyolojik Sinir Hücresi

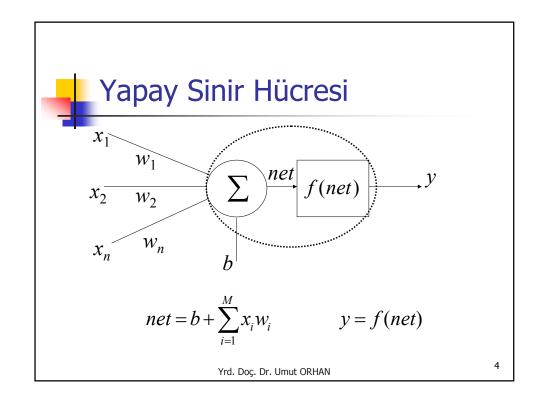
Biyolojik sinirler dört ana bölümden oluşmaktadır. Bunlar:

- Dendrit,
- Akson,
- Çekirdek,
- Bağlantılar.



Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN







Tek Katmanlı Yapay Sinir Ağı

Tek katmanlı ileri beslemeli ağlar her biri belli ağırlıklarla tüm girişlere bağlı olan bir veya daha fazla çıkış nöronuna sahiptir. Şekilde gösterildiği gibi en basit ağ, iki giriş ve bir çıkıştan oluşur. Nöronun girişi, giriş değişkenlerinin ağırlıklı toplamına sapma (b) değerinin eklenmesiyle hesaplanır. Ağın çıkışı, hesaplanan toplamın bir f fonksiyonu olan çıkış nöronunun aktivasyonuyla aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$x_1$$
 x_2
 w_2
 y
 x_M
 w_M
 w_M
 w_M

$$y = f\left(b + \sum_{i} w_{i} x_{i}\right)$$

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN

5



Aktivasyon Fonksiyonu

Tek katmanlı ağlarda f aktivasyon fonksiyonu doğrusaldır. Biyolojik hücrelerdeki gibi hesaplanan toplam değerin belirli bir eşik değerinden büyük olması durumunda çıkış aktive edilir. Diğer durumlarda çıkış pasiftir. Bu iki değer bazı çalışmalarda 0 ve 1 iken bazılarında -1 ve 1 değerlerini alır.

$$f(net) = \begin{cases} 1 & net > 0 \\ 0 & - \end{cases}$$

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN



Öğrenme Kuralı

İki öğrenme kuralını konuşacağız: 1958'de Rosenblatt tarafından önerilen Algılayıcı (perceptron) kuralı ve 1960'da Widrow ve Hoff'un önerdiği Adaline (Delta veya LMS kuralı). Her iki yöntem de birbirine çok benzer. Her ağırlık için eski değere bir düzeltme eklenerek yeni bir değer hesaplanır.

$$w_i(t+1) = w_i(t) + \Delta w_i(t),$$

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN

_



Genel Algoritma

Hem algılayıcı hem de adaline için algoritma adımları şöyledir:

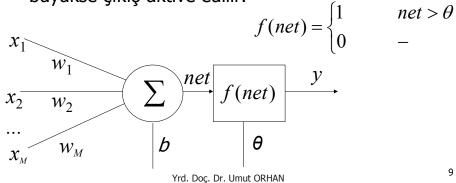
- 1. Bağlantılar için rasgele ağırlıklarla başla.
- 2. Eğitim kümesinden bir örnek seç (x örneğin girişi ve d örneğin sınıfı).
- 3. Çıkışı (y) hesapla. Eğer $y \neq d$ ise, tüm w_i bağlantı ağırlıklarını öğrenme kuralının bulduğu Δw_i değerine göre değiştir.
- 4. 2. adıma git.

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN



Algılayıcı (Perceptron)

Aktivasyon fonksiyonu için bir eşik (θ) değeri kullanılır. Hesaplanan 'net' değeri θ değerinden büyükse çıkış aktive edilir.





Algılayıcı (Perceptron)

Ağın bulduğu çıkış değeri gerçek değere uymuyorsa (mutlak hata 1 ise) $\Delta w_i(t)$ değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$e(t) = d(t) - y(t) = \{-1,0,1\}$$

$$\Delta w_i(t) = \eta e(t)x_i(t)$$

$$\Delta b(t) = \eta e(t)$$

burada η öğrenme katsayısı değeri özenle seçilmiş bir sabittir.

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN



Örnek

X ve D verisine göre algılayıcı eğitimi sonucu ağırlıkları bulalım.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Varsayımsal başlangıç değerleri şöyle olsun.

$$w = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad b = 0 \qquad \theta = -1 \qquad \eta = 0.5$$

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN

11



Örnek

İki boyutlu veri kümemizde 2 örnek mevcuttur. Buna göre sırayla ileri beslemeleri hesaplayalım.

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$
$$x_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$net_1 = b + x_{1,1}w_1 + x_{1,2}w_2$$

= $0 + 1 * 1 + 0 * 2 = 1$
 $y = f(1) = 1$ $e = 0$

$$d_1 = 1$$
$$d_2 = 0$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{1}$$

İlk veri örneği doğru sonuç üretti. Ağırlıklar güncellenmez.

$$w_1 = 1$$
$$w_2 = 2$$

$$b=0$$

$$\theta = -1$$

$$\eta = 0.5$$

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN



Örnek

İkinci örneğimizin sonucunu hesaplayalım.

$$net_2 = b + x_{2,1}w_1 + x_{2,2}w_2$$

= 0 + 0 * 1 + 1 * 2 = 2

$$y_2 = f(2) = 1$$
 $e = -1$

Yanlış sonuç ürettiği için ağırlıklar güncellenir.

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN

$$b = 0 - 0.5 = -0.5$$

$$w_1 = 1 - 0.5 * 0 = 1$$

$$w_2 = 2 - 0.5 * 1 = 1.5$$

 $x_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$x_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$d_1 = 1$$

$$d_2 = 0$$

$$w_1 = 1$$

$$w_2 = 1.5$$

$$b = -0.5$$

$$\theta = -1$$

$$\eta = 0.5$$

13



MATLAB Uygulaması

>edit Perceptron ornek.m

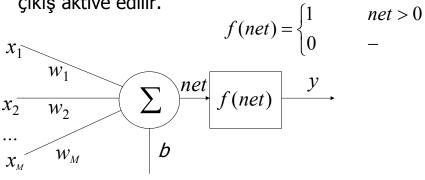
Hazırlanmış olan farklı datasetler yüklenerek Perceptron algoritması deneyi yapılmaktadır. Matlab komutları ile Perceptron benzetimi incelenmeli ve bazı değişiklikler yapılarak kodlar irdelenmelidir.

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN



Adaline (Adaptive Linear Element)

Eşik değeri, aktivasyon fonksiyonuna giren toplama eklenir. Hesaplanan net değeri sıfırdan büyükse çıkış aktive edilir.



Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN

15



Adaline (Adaptive Linear Element)

Widrow ve Hoff tarafından geliştirilen "en küçük ortalama kare" (LMS) yöntemiyle eğim azaltmayı hedefleyen öğrenme algoritmasıdır. Karesel hatalar toplamının minimum olmasına dayanır. Ağırlıkları güncellemek için aşağıdaki temel denklem kullanılır:

$$w_i(t+1) = w_i(t) - \frac{1}{2} \eta \left[\nabla \left(E \left\{ e^2(t) \right\} \right) \right]$$

burada $\nabla (E\{e^2(t)\})$ ifadesi eğim vektörüdür.

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN



Adaline (Adaptive Linear Element)

Eğim vektörünün hesaplanması için aşağıdaki denklem kullanılabilir:

$$\nabla \left(E\left\{ e^{2}(t)\right\} \right) = -2x_{i}(t)e(t)$$

Bu açılım önceki denklemde yerine konulursa ağırlık güncelleme denklemi şu şekli alır:

$$w_i(t+1) = w_i(t) + \eta x_i(t)e(t)$$

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN

17



Adaline (Adaptive Linear Element)

Bulunan ağırlık güncelleme denklemi aslında algılayıcı ile aynıdır. Tek fark algılayıcıda hata hesaplanırken aktivasyon fonksiyonun çıkışı ile istenen hedef farkı alınırken adaline için aktivasyon fonksiyonunun girişi olan "net" değeri ile istenen hedef farkı hesaplanır.

$$e_{perceptron}(t) = d(t) - f\left(\sum x_i w_i + b\right)$$

$$e_{adaline}(t) = d(t) - \sum x_i w_i + b$$

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN



Örnek

Önceki örneğimizin 2. iterasyonunu Adaline için tekrarlayalım.

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$
$$x_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$net_2 = 0 + 0*1 + 1*2 = 2$$

 $y_2 = 1$ $e = 0 - 2 = -2$

$$d_1 = 1$$
$$d_2 = 0$$

İkinci veri örneği yanlış sonuç üretti. Ağırlıklar güncellenmelidir.

$$w_1 = 1$$

$$b = 0 - 2 * 0.5 = -1$$

 $w_1 = 1 - 2 * 0.5 * 0 = 1$

$$w_2 = 1$$
$$b = -1$$

$$w_1 = 1 - 2 * 0.5 * 0 = 1$$

$$\theta = -1$$

$$w_2 = 2 - 2 * 0.5 * 1 \neq 1$$

$$\eta = 0.5$$

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN



MATLAB Uygulaması

>edit Adaline ornek.m

Hazırlanmış olan farklı datasetler yüklenerek Adaline algoritması deneyi yapılmaktadır. Matlab komutları ile Adaline benzetimi incelenmeli ve bazı değişiklikler yapılarak kodlar irdelenmelidir.

20

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN



ÖDEV

Algılayıcı ve Adaline için hazırlanmış MATLAB kodları ile üç farklı çapraz geçerlik yöntemi kullanılarak önceki derslerde verilen sentetik veri kümeleri analiz edilecek.

Yrd. Doç. Dr. Umut ORHAN