# TOÁN RỜI RẠC

## CHƯƠNG I : KHÁI NIỆM CƠ BẢN
## Logic vị từ

# LOGIC VỊ TỪ

## NỘI DUNG

1. Các công thức trong logic vị từ.

2. Dạng chuẩn tắc, dạng chuẩn tắc hội và dạng chuẩn tắc tuyển của công thức.

3. Các công thức kiểm tra tính hằng đúng và tính hằng sai của công thức trong logic vị tự cấp 1.

# LOGIC VỊ TỪ

## NỘI DUNG

1. Các công thức trong logic vị từ.
2. Dạng chuẩn tắc, dạng chuẩn tắc hội và dạng chuẩn tắc tuyển của công thức.
3. Các công thức kiểm tra tính hằng đúng và tính hằng sai của công thức trong logic vị tự cấp 1.

# 1.1. Vị từ và giá trị chân lý của vị từ

- Biểu thức $P(x_1, x_1,\dots, x_n)$ ($n\geq 1$, với $x_i$ lấy giá trị trên tập $M_i$ ($i=1,2,\dots,n$)) được gọi là vị từ n biến xác định trên trường $M=M_1\times M_2\times\dots\times M_n$ khi và chỉ khi biểu thức $P(x_1, x_1,.., x_n)$ không phải là một mệnh đề hoặc đúng hoặc sai.
- Nếu ta thay biến $x_i$ bởi $a_i \in M_i$ ($i=1,2,\dots,n$) ta được $P(x_1, x_1,\dots, x_n)$ là một mệnh đề hoặc đúng hoặc sai.
- Thường ký hiệu vị từ bởi các chữ P, Q, R, F… (có thể kèm chỉ số) và gọi là các biến vị từ.
- Vị từ 1 biến được gọi là vị từ cấp 1.

# 1.2. Các phép toán trên vị từ 1 biến (1/2)

***Cho vị từ 1 biến P(x) và Q(x) trên trường M***

- **Phủ định của P(x)** ký hiệu là $\overline{P}(x)$ cũng là 1 vị từ trên trường M mà khi thay x=a $\in$M ta được mệnh đề $\overline{P}(a)$ nhận giá trị đúng khi P(a) nhận giá trị sai và ngược lại.
- **Hội (∧) vị từ P(x) với vị từ Q(x)** ta được vị từ P(x)∧Q(x) trên trường M mà khi thay x=a $\in$M ta được mệnh đề P(a)∧Q(a) nhận giá trị đúng khi P(a) và Q(a) nhận giá trị đúng, sai trong các trường hợp còn lại.

# 1.2. Các phép toán trên vị từ 1 biến (2/2)

***Cho vị từ 1 biến P(x) và Q(x) trên trường M***

- **Tuyển (∨) vị từ P(x) với vị từ Q(x)** ta được vị từ P(x)∨Q(x) trên trường M mà khi thay x=a ∈M ta được mệnh đề P(a)∨Q(a) nhận giá trị sai khi P(a) và Q(a) nhận giá trị sai, đúng trong các trường hợp còn lại.
- **Vị từ P(x) suy ra (→) vị từ Q(x)** trên trường M mà khi thay x=a ∈M ta được mệnh đề P(a)→Q(a) đúng khi P(a) sai hoặc P(a) và Q(a) đúng. Mệnh đề này sai khi giả thiết P(a) đúng còn kết luận Q(a) sai.

# 1.3. Ý nghĩa vị từ theo lý thuyết tập hợp

- Cho P(x) là vị từ cấp 1 trên trường M ≠ ∅, tập tất cả các điểm $x \in M$ mà P(x) đúng được ký hiệu là $E_P = \{x \in M \mid P(x)$ đúng$\}$.
- Ứng với mỗi vị từ P(x) trên trường M ta có $E_P \subseteq M$. Ngược lại, ứng với mỗi tập con $E \subseteq M$ có tồn tại vị từ P(x) xác định trên M sao cho $E = E_P$.
- Gọi $E_P = \{x \in M \mid P(x)$ đúng$\}$ là miền đúng của vị từ P(x) trên trường M, còn $E_{\overline{P}} = M \setminus E_P$ là miền sai của P(x) trên trường M. ta có: $E_P \cup E_{\overline{P}} = M$

$$E_P \cap E_{\overline{P}} = \varnothing$$

# 1.4. Định nghĩa công thức trong logic vị từ (1/3)

- Mỗi biến mệnh đề X, Y, Z (có thể có chỉ số) hoặc mỗi biến vị từ P, Q, R, F (có thể có chỉ số) gọi là công thức.
- Nếu A, B là công thức thì biểu thức: (A∧B), (A∨B), (A→B), $\overline{A}$ cũng là công thức.
- Nếu A là công thức thì (∀x)A và (∃x)A cũng là công thức.

***Nhận xét***:

- Từ định nghĩa ta thấy, trong logic vị tự gồm các phép toán hội (∧), tuyển (∨), kéo theo (→), phủ định (-) được định nghĩa như trong logic mệnh đề.
- Trong logic mệnh đề còn sử dụng 2 lượng từ: với mọi (∀) và tồn tại (∃).

# 1.4. Định nghĩa công thức trong logic vị từ (2/3)

***Định nghĩa về ∀ và ∃:***

- Giả sử A là một công thức xác định trên trường M, khi đó:
  - **(∀x)A là một mệnh đề**. Mệnh đề này đúng khi A đúng với mọi giá trị x trên trường M và sai trong trường hợp ngược lại. Mệnh đề (∀x)A không phụ thuộc vào x và được diễn đạt: "đối với mọi x, A). Ký hiệu ∀ gọi là lượng từ với mọi (lượng từ phổ dụng).
  - **(∃x)A là một mệnh đề**. Mệnh đề này đúng khi và chỉ khi có 1 phần tử trong M để A đúng và sai trong trường hợp ngược lại. Biểu diễn (∃x)A được diễn đạt: "tồn tại x, A). Lượng từ ∃ phụ thuộc vào x và được gọi là lượng từ tồn tại.

# 1.4. Định nghĩa công thức trong logic vị từ (3/3)

***Một số nhận xét và lưu ý:***

- Các mệnh đề (∀x)A, (∃x)A được gọi là lượng từ hóa của vị từ A bởi lượng từ phổ dụng (∀) và lượng từ tồn tại (∃).
- Trong công thức (∀x)A ((∃x)A) thì A là miền tác dụng của lượng tử phổ dụng (lượng từ tồn tại).
- Nếu P(x) là vị từ xác định trên trường M={$a_1$, $a_2$,…, $a_n$} thì ta luôn có:

$$(\forall x)P(x) \equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \ldots \wedge P(a_n)$$
$$(\exists x)P(x) \equiv P(a_1) \vee P(a_2) \vee \ldots \vee P(a_n)$$

# 1.5. Công thức đồng nhất bằng nhau, công thức hằng đúng, công thức hằng sai (1/2)

- **Công thức A đồng nhất bằng công thức B** (A≡B) trên trường M khi và chỉ khi A, B cùng nhận giá trị đúng, sai như nhau đối với mọi bộ giá trị đúng, sai của các biến mệnh đề và các vị từ cụ thể có mặt trong A và B.
- **Công thức A là hằng đúng** (A≡**1**) trên trường M khi và chỉ khi A luôn nhận giá trị đúng với mọi bộ giá trị đúng, sai của các biến mệnh đề và các vị từ cụ thể có mặt trong A.
- **Công thức A là hằng sai** (A≡**0**) trên trường M khi và chỉ khi A luôn nhận giá trị sai với mọi bộ giá trị đúng, sai của các biến mệnh đề và các vị từ cụ thể có mặt trong A.

# II.1.5. Công thức đồng nhất bằng nhau, công thức hằng đúng, công thức hằng sai (2/2)

- ***Chú ý:***
  - Logic mệnh đề là trường hợp riêng của logic vị từ. Như vậy, các công thức đồng nhất bằng nhau, hằng đúng, hằng sai trong logic mệnh đề vẫn đúng trong logic vị từ.
  - Vị từ cụ thể là vị từ mà các biến của nó được thay đổi bởi giá trị cụ thể trên trường xác định của nó.

# LOGIC VỊ TỪ

## NỘI DUNG

1. Các công thức trong logic vị từ.

**2. Dạng chuẩn tắc, dạng chuẩn tắc hội và dạng chuẩn tắc tuyển của công thức.**

3. Các công thức kiểm tra tính hằng đúng và tính hằng sai của công thức trong logic vị tự cấp 1.

# 2.1. Dạng chuẩn tắc (DCT)

- Cho A là một công thức trong logic vị từ. Công thức B được gọi là dạng chuẩn tắc (DCT) của A nếu B≡A và trong B ***không có phép kéo theo, các lượng từ ∀ và ∃ đều đứng trước các phép toán logic ∧, ∨, —***.
- ***Định lý 1:***
  - Trong logic vị từ mọi công thức đều có dạng chuẩn tắc (DCT).

# 2.2. Dạng chuẩn tắc hội (DCTH) và dạng chuẩn tắc tuyển (DCTT) của công thức A

- Nếu trong DCT B của A mà phần đứng sau các lượng từ đều có dạng chuẩn tắc hội - DCTH (dạng chuẩn tắc tuyển - DCTT) như trong logic mệnh đề thì ta nói B là DCTH (B là DCTT) của A.
- ***Chú ý:***
  - Dưới đây chỉ xét vị từ cấp 1, tức vị từ chỉ chứa 1 biến.
- ***Định lý 2:***
  - Trong logic vị từ cấp 1, mọi công thức đều có DCTH và DCTT.

# LOGIC VỊ TỪ

## NỘI DUNG

1. Các công thức trong logic vị từ.
2. Dạng chuẩn tắc, dạng chuẩn tắc hội và dạng chuẩn tắc tuyển của công thức.
3. **Các công thức kiểm tra tính hằng đúng và tính hằng sai của công thức trong logic vị tự cấp 1.**

# 3.1. Bảng các công thức đồng nhất bằng nhau trong logic vị từ cấp 1 (1/4)

| STT | Công thức |
|---|---|
| 1 | $\overline{\overline{A}} \equiv A$ |
| 2 | $A \vee B \equiv B \vee A$ |
| 3 | $A \wedge B \equiv B \wedge A$ |
| 4 | $(A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C) \equiv A \vee B \vee C$ |
| 5 | $(A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C) \equiv A \wedge B \wedge C$ |
| 6 | $\overline{A \vee B} \equiv \overline{A} \wedge \overline{B}$ |
| 7 | $\overline{A \wedge B} \equiv \overline{A} \vee \overline{B}$ |
| 8 | $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ |
| 9 | $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ |

# 3.1. Bảng các công thức đồng nhất bằng nhau trong logic vị từ cấp 1 (2/4)

| STT | Công thức |
|---|---|
| 10 | $A \rightarrow B \equiv \overline{A} \vee B$ |
| 11 | $A \wedge A \equiv A$ |
| 12 | $A \vee A \equiv A$ |
| 13 | $A \wedge 1 \equiv A$ |
| 14 | $A \wedge 0 \equiv 0$ |
| 15 | $A \vee \overline{A} \equiv 1$ |
| 16 | $A \wedge \overline{A} \equiv 0$ |
| 17 | $A \vee 1 \equiv 1$ |
| 18 | $A \vee 0 \equiv A$ |

# 3.1. Bảng các công thức đồng nhất bằng nhau trong logic vị từ cấp 1 (3/4)

| STT | Công thức |
|---|---|
| 19 | $A \vee (A \wedge B) \equiv A$ |
| 20 | $A \wedge (A \vee B) \equiv A$ |
| 21 | $\overline{(\forall x)A} \equiv (\exists x)\overline{A}$ |
| 22 | $\overline{(\exists x)A} \equiv (\forall x)\overline{A}$ |
| 23 | $(\forall x)A \vee H \equiv (\forall x)(A \vee H)$ |
| 24 | $(\forall x)A \wedge H \equiv (\forall x)(A \wedge H)$ |
| 25 | $(\exists x)A \vee H \equiv (\exists x)(A \vee H)$ |
| 26 | $(\exists x)A \wedge H \equiv (\exists x)(A \wedge H)$ |
| 27 | $(\forall x)P(x) \wedge (\forall x)Q(x) \equiv (\forall x)(P(x) \wedge Q(x))$ |

# 3.1. Bảng các công thức đồng nhất bằng nhau trong logic vị từ cấp 1 (4/4)

| STT | Công thức |
|---|---|
| 28 | $(\exists x)P(x) \vee (\exists x)Q(x) \equiv (\exists x)(P(x) \vee Q(x))$ |
| 29 | $(\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x) \equiv (\forall x)(\forall y)(P(x) \vee Q(y))$ |
| 30 | $(\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \equiv (\exists x)(\exists y)(P(x) \wedge Q(y))$ |
| 31 | $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \equiv (\forall x)(\exists y)(P(x) \wedge Q(y))$ |
| 32 | $(\exists x)P(x) \vee (\forall x)Q(x) \equiv (\exists x)(\forall y)(P(x) \vee Q(y))$ |
| 33 | $(\exists x)P(x) \wedge (\forall x)Q(x) \equiv (\exists x)(\forall y)(P(x) \wedge Q(y))$ |
| 34 | $(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x) \equiv (\forall x)(\exists y)(P(x) \vee Q(y))$ |

Chú ý: Công thức H trong các công thức [23], [24], [25], [26] không chứa các vị từ (H là công thức trong logic mệnh đề).

# 3.2. Bảng tính giá trị chân lý của các vị từ cấp 1 và cấp 2 (1/2)

| Phủ định | Mệnh đề tương đương | Khi nào phủ định đúng? | Khi nào sai? |
|---|---|---|---|
| $\overline{(\exists x)P(x)}$ | $(\forall x)\overline{P}(x)$ | P(x) sai với mọi x | Có một x để P(x) đúng |
| $\overline{(\forall x)P(x)}$ | $(\exists x)\overline{P}(x)$ | Có một x để P(x) sai | P(x) đúng với mọi x |

**Bảng 1: Phủ định các lượng từ một biến và giá trị chân lý của chúng**

| Mệnh đề | Khi nào đúng? | Khi nào sai? |
|---|---|---|
| $(\forall x)P(x)$ | P(x) đúng với mọi x | Có một x để P(x) sai |
| $(\exists x)P(x)$ | Có một x để P(x) đúng | P(x) sai với mọi x |

**Bảng 2: Các lượng từ một biến và giá trị chân lý của chúng**

# 3.2. Bảng tính giá trị chân lý của các vị từ cấp 1 và cấp 2 (2/2)

| Phủ định | Khi nào phủ định đúng? | Khi nào sai? |
|---|---|---|
| $(\forall x)(\forall y)P(x,y)$<br>$(\forall y)(\forall x)P(x,y)$ | P(x,y) đúng với mọi cặp (x,y) | Có một cặp (x,y) để P(x,y) sai |
| $(\forall x)(\exists y)P(x,y)$ | Với mọi x có một y để P(x,y) đúng | Có một x với mọi y để P(x,y) sai |
| $(\exists x)(\forall y)P(x,y)$ | Có một x để P(x,y) đúng với mọi y | Với mọi x có một y để P(x,y) sai |
| $(\exists x)(\exists y)P(x,y)$<br>$(\exists y)(\exists x)P(x,y)$ | Có một cặp (x,y) để P(x,y) đúng | P(x,y) sai với mọi cặp (x,y) |

**Bảng 3: Các lượng từ hai biến và giá trị chân lý của chúng**

# 3.3. Thuật toán tìm DCTH và DCTT của công thức trong logic vị từ cấp 1 (phương pháp biến đổi tương đương) (1/5)

- **Bài toán**:
  - ***Input***: A công thức bất kỳ.
  - ***Output***: DCTH và DCTT của A.
- **Thuật toán**:
  - ***Bước 1***: Khử tất cả các phép kéo theo (→) trong A được công thức $A_1$ (≡A) bằng cách áp dụng công thức đồng nhất bằng nhau ( $X \rightarrow Y \equiv \overline{X} \vee Y$ )

# 3.3. Phương pháp biến đổi tương đương (2/5)

- ***Bước 2***: Đưa phép toán phủ định (—) trong $A_1$ về liên quan trực tiếp tới từng biến mệnh đề X, Y, Z và từng biến vị từ P, Q, R, F có mặt trong $A_1$ ta được công thức mới $A_2$ ($\equiv A_1 \equiv A$) bằng việc áp dụng các công thức đồng nhất bằng nhau:

$$\overline{X \vee Y} \equiv \overline{X} \wedge \overline{Y}$$

$$\overline{X \wedge Y} \equiv \overline{X} \vee \overline{Y}$$

$$\overline{(\forall x)A} \equiv (\exists x)\overline{A}$$

$$\overline{(\exists x)A} \equiv (\forall x)\overline{A}$$

# 3.3. Phương pháp biến đổi tương đương (3/5)

- ***Bước 3***: Đưa các ký hiệu lượng từ ∀ và ∃ trong $A_2$ lên trước mọi phép toán ∨,∧,— ta được công thức $A_3$ ($\equiv A_2 \equiv A_1 \equiv A$) bằng cách áp dụng các công thức đồng nhất bằng nhau ([23] đến [34])

$$(\forall x)A \vee H \equiv (\forall x)(A \vee H) \qquad (\forall x)A \wedge H \equiv (\forall x)(A \wedge H)$$

$$(\exists x)A \vee H \equiv (\exists x)(A \vee H) \qquad (\exists x)A \wedge H \equiv (\exists x)(A \wedge H)$$

(với H là công thức trong logic mệnh đề)

$$(\forall x)P(x) \wedge (\forall x)Q(x) \equiv (\forall x)(P(x) \wedge Q(x)) \qquad (\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x) \equiv (\forall x)(\forall y)(P(x) \vee Q(y))$$

$$(\exists x)P(x) \vee (\exists x)Q(x) \equiv (\exists x)(P(x) \vee Q(x)) \qquad (\exists x)P(x) \vee (\forall x)Q(x) \equiv (\exists x)(\forall y)(P(x) \vee Q(y))$$

$$(\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x) \equiv (\forall x)(\forall y)(P(x) \vee Q(y)) \qquad (\exists x)P(x) \wedge (\forall x)Q(x) \equiv (\exists x)(\forall y)(P(x) \wedge Q(y))$$

$$(\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \equiv (\exists x)(\exists y)(P(x) \wedge Q(y)) \qquad (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x) \equiv (\forall x)(\exists y)(P(x) \vee Q(y))$$

Nếu trong $A_3$ phần công thức đứng sau các ký hiệu lượng từ ∀,∃ ta ký hiệu qua $A_0$ thì $A_3 \equiv (\forall,\exists)A_0$.

# 3.3. Phương pháp biến đổi tương đương (4/5)

- ***Bước 4***:

  a. Trong $A_0$ của $A_3$, nếu ta áp dụng công thức đồng nhất bằng nhau $X \vee (Y \wedge Z) \equiv (X \vee Y) \wedge (X \vee Z)$ ta sẽ được $A^*_0 \equiv A_0$, với $A^*_0$ là DCTH của $A_0$, hay $A_4 \equiv$ (lượng từ) $A^*_0$ ($\equiv A$) là DCTH của A.

  b. Trong $A_0$ của $A_3$, nếu ta áp dụng công thức đồng nhất bằng nhau $X \wedge (Y \vee Z) \equiv (X \wedge Y) \vee (X \wedge Z)$ ta sẽ được $A^+_0 \equiv A_0$, với $A^+_0$ là DCTT của $A_0$, hay $A_4 \equiv$ (lượng từ) $A^+_0$ ($\equiv A$) là DCTT của A.

# 3.3. Phương pháp biến đổi tương đương (5/5)

- ***Bước 5***:
  a. Nếu trong DCTH của A mà mỗi TSC đều chứa một biến đồng nhất với phủ định của nó thì A là hằng đúng.
  b. Nếu trong DCTT của A mà mỗi HSC đều chứa một biến đồng nhất với phủ định của nó thì A là hằng sai.

# 3.4. Quy tắc và mô hình suy diễn trong logic vị từ cấp 1 (1/10)

- Logic mệnh đề là trường hợp riêng của logic vị từ cấp 1. Mọi công thức hằng đúng, hằng sai trong logic mệnh đề là công thức hằng đúng, hằng sai trong logic vị từ cấp 1, và mọi mô hình suy diễn đúng trong logic mệnh đề cũng đúng trong logic vị từ cấp 1.

***Các quy tắc suy diễn trong logic vị từ cấp 1:***

1. **Quy tắc suy diễn 1 (rút gọn)**:

Công thức cơ sở: $(A \wedge B) \rightarrow A \equiv 1$

Mô hình suy diễn:

$$\frac{\begin{matrix} A \\ B \end{matrix}}{\therefore A}$$

# 3.4. Quy tắc và mô hình suy diễn trong logic vị từ cấp 1 (2/10)

***Các quy tắc suy diễn trong logic vị từ cấp 1:***

2. **Quy tắc suy diễn 2 (cộng)**:

Công thức cơ sở: $A \to (A \vee B) \equiv 1$

Mô hình suy diễn: $$\frac{A}{\therefore A \vee B}$$

3. **Quy tắc suy diễn 3 (luật Modus ponens – khẳng định)**

Công thức cơ sở: $(A \wedge (A \to B)) \to B \equiv 1$

Mô hình suy diễn: $$\frac{\begin{array}{c} A \\ A \to B \end{array}}{\therefore B}$$

# 3.4. Quy tắc và mô hình suy diễn trong logic vị từ cấp 1 (3/10)

***Các quy tắc suy diễn trong logic vị từ cấp 1:***

4. **Quy tắc suy diễn 4 (luật Modus ponens – phủ định)**

   Công thức cơ sở: $\left(\left(A \to B\right) \wedge \overline{B}\right) \to \overline{A} \equiv 1$

   Mô hình suy diễn :
   $$\frac{\begin{array}{c} A \to B \\ \overline{B} \end{array}}{\therefore \overline{A}}$$

5. **Quy tắc suy diễn 5 (luật bắc cầu)**

   Công thức cơ sở: $\left(\left(A \to B\right) \wedge \left(B \to C\right)\right) \to \left(A \to C\right) \equiv 1$

   Mô hình suy diễn:
   $$\frac{\begin{array}{c} A \to B \\ B \to C \end{array}}{\therefore A \to C}$$

# 3.4. Quy tắc và mô hình suy diễn trong logic vị từ cấp 1 (4/10)

***Các quy tắc suy diễn trong logic vị từ cấp 1:***

6. **Quy tắc suy diễn 6 (luật tam đoạn luật tuyển)**

Công thức cơ sở: $\left(\left(A \vee B\right) \wedge \overline{A}\right) \rightarrow B \equiv 1$

Mô hình suy diễn :

$$\begin{array}{c} A \vee B \\ \overline{A} \\ \hline \therefore B \end{array}$$

7. **Quy tắc suy diễn 7 (luật từng trường hợp)**

Công thức cơ sở: $(A \rightarrow B) \wedge (D \rightarrow B) \rightarrow \left(\left(A \vee D\right) \rightarrow B\right) \equiv 1$

Mô hình suy diễn:

$$\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ D \rightarrow B \\ \hline \therefore (A \vee D) \rightarrow B \end{array}$$

# 3.4. Quy tắc và mô hình suy diễn trong logic vị từ cấp 1 (5/10)

***Các quy tắc suy diễn trong logic vị từ cấp 1:***

8. **Quy tắc suy diễn 8 (luật mâu thuẫn)**

Công thức cơ sở:

$$(A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n) \rightarrow B \equiv (A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n \wedge \overline{B}) \rightarrow 0 \equiv 1$$

Mô hình suy diễn :

$$\begin{array}{l} A_1 \\ A_2 \\ \ldots \\ A_n \\ \hline \therefore B \end{array} \qquad \begin{array}{l} A_1 \\ A_2 \\ \ldots \\ A_n \\ \overline{B} \\ \hline \therefore 0 \end{array}$$

# 3.4. Quy tắc và mô hình suy diễn trong logic vị từ cấp 1 (6/10)

***Các quy tắc suy diễn trong logic vị từ cấp 1:***

9. **Quy tắc suy diễn 9 (đặc biệt hóa phổ dụng)**

   Nếu mệnh đề (∀x)P(x) đúng trên trường M thì khi thay x bởi phần tử a bất kỳ trong M được mệnh đề P(a) đúng.

   Công thức cơ sở: $(\forall x)P(x) \rightarrow P(a) \equiv 1$

   Mô hình suy diễn : $\dfrac{(\forall x)P(x)}{\therefore P(a)}$ (với a $\in$ M)

# 3.4. Quy tắc và mô hình suy diễn trong logic vị từ cấp 1 (7/10)

***Các quy tắc suy diễn trong logic vị từ cấp 1:***

10. **Quy tắc suy diễn 10 (tổng quát hóa phổ dụng)**

Cho mệnh đề $(\forall x)P(x)$ trên trường M. Khi đó, nếu P(a) đúng với mọi phần tử a trên trường M thì mệnh đề $(\forall x)P(x)$ cũng đúng trên trường M.

Công thức cơ sở: $P(a) \rightarrow (\forall x)P(x) \equiv 1$

Mô hình suy diễn : $\dfrac{P(a)}{\therefore (\forall x)P(x)}$ (với a bất kỳ $\in$ M)

# 3.4. Quy tắc và mô hình suy diễn trong logic vị từ cấp 1 (8/10)

***Các quy tắc suy diễn trong logic vị từ cấp 1:***

## 11. Quy tắc suy diễn 11

Công thức cơ sở: $((\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge P(a)) \rightarrow Q(a) \equiv 1$

với a $\in$ M mà P(a) đúng

Mô hình suy diễn :
$$\begin{array}{c} (\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)) \\ P(a) \\ \hline \therefore Q(a) \end{array}$$

# 3.4. Quy tắc và mô hình suy diễn trong logic vị từ cấp 1 (9/10)

***Các quy tắc suy diễn trong logic vị từ cấp 1:***

## 12. Quy tắc suy diễn 12

Công thức cơ sở:

$$\big((\forall x)(P(x) \to Q(x)) \wedge (\forall x)(Q(x) \to R(x))\big) \to (\forall x)(P(x) \to R(x)) \equiv 1$$

Mô hình suy diễn :

$$\begin{array}{l} (\forall x)(P(x) \to Q(x)) \\ (\forall x)(Q(x) \to R(x)) \\ \hline \therefore (\forall x)(P(x) \to R(x)) \end{array}$$

# 3.4. Quy tắc và mô hình suy diễn trong logic vị từ cấp 1 (10/10)

***Các quy tắc suy diễn trong logic vị từ cấp 1:***

13. **Quy tắc suy diễn 13 (mở rộng từng trường hợp)**

Công thức cơ sở:

$$\left(\left(\forall x\in M_1\right)P(x)\wedge\left(\forall x\in M_2\right)P(x)\wedge\ldots\wedge\left(\forall x\in M_n\right)P(x)\right)\rightarrow$$
$$\left(\forall x\in M\right)P(x)\equiv 1$$

Mô hình suy diễn :

$$\begin{array}{l}(\forall x\in M_1)P(x)\\(\forall x\in M_2)P(x)\\\ldots\\(\forall x\in M_n)P(x)\\\hline\therefore(\forall x\in M)P(x)\end{array}$$

$M=M_1\cup\ldots\cup M_n$
Với $M_i\cap M_j=\varnothing$ (i≠j)

# 3.5. Phương pháp chứng minh bằng quy nạp toán học

- Để chứng minh mệnh đề P(n) đúng với mọi n $\geq n_0$ trên trường số tự nhiên N, ta thực hiện các bước sau:
  - Chỉ ra $P(n_0)$ đúng.
  - Giả sử P(k) đúng với k $\geq n_0$ , ta chứng minh P(k+1) cũng đúng.
  - Khi đó kết luận P(n) đúng với mọi n $\geq n_0$ .
- Cơ sở: $\left(P(n_0) \wedge \left((\forall n \geq n_0)(P(n) \rightarrow P(n+1))\right)\right) \rightarrow (\forall n \geq n_0)P(n) \equiv 1$

***Mô hình suy diễn:***

$$\begin{array}{l} P(n_0) \\ (\forall n \geq n_0)(P(n) \rightarrow P(n+1)) \\ \hline \therefore (\forall n \geq n_0)P(n) \end{array}$$