



Tokyo Tech

提出日：2023 年 2 月 2 日

光子の波動的性質

第一章 光

鈴木泰雅 (Taiga Suzuki)

物理学実験 A 実験レポート

学籍番号：21B00817

実験日：

一日目：2022 年 1 月 23 日

二日目：2022 年 1 月 26 日

共同実験者：菅野宙輝

目次

1	実験 1	1
1.1	実験目的	1
1.2	実験原理	1
1.3	実験装置・実験手順	1
1.4	実験結果	2
1.5	考察 (課題)	3
1.5.1	課題 1-1	3
1.5.2	課題 1-2	3
2	実験 2	8
2.1	実験目的	8
2.2	実験原理	8
2.2.1	レーザー光	8
2.2.2	偏光板	8
2.2.3	1/2 波長版	9
2.2.4	1/4 波長版	10
2.3	実験手順	12
2.4	実験結果	12
2.4.1	レーザー光の偏光角	12
2.4.2	1/2 波長板	13

2.4.3	1/4 波長板	13
2.4.4	実験 2-6	14
2.5	考察 (課題)	14
2.5.1	課題 2-1	14
2.5.2	課題 2-2	16
2.5.3	課題 2-3	16
2.5.4	課題 2-4	16
2.5.5	課題 2-5	16
2.5.6	課題 2-6	16
3	実験 3	18
3.1	実験目的	18
3.2	実験の原理	18
3.3	実験装置・実験方法	19
3.4	実験結果	19
3.5	考察 (課題)	20
3.5.1	課題 3-1	20
3.5.2	課題 3-2	20
4	実験 4	22
4.1	実験目的	22
4.2	実験の原理	22

4.2.1	ブリュースター角に関して	23
4.2.2	s 偏光にブリュースター角がない説明	24
4.3	実験の装置・実験方法	25
4.4	実験結果	25
4.4.1	レーザー光の入射光強度・反射強度の測定	25
4.4.2	p 偏光の反射強度の測定	25
4.4.3	s 偏光の反射強度の測定	26
4.5	考察 (課題)	27
4.5.1	課題 4-1	27
4.5.2	課題 4-2	27
4.5.3	課題 4-3	29
4.5.4	課題 4-4	29
5	文献	30

1 実験 1

1.1 実験目的

レンズの公式を実際の実験装置を使い観察し、その解析を行う。

1.2 実験原理

レンズの公式は、あるレンズの焦点距離を f 、回折した球面波の光源からレンズまでの距離を a 、レンズからスクリーンまでの距離を b とすると、

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad (1.1)$$

で与えられる。また、誤差の伝搬に関しては、 a を固定し、 b を測定する際に、 $b \pm \delta$ だけ誤差があるとする、誤差がある時の焦点距離を f' 、ない時の焦点距離を f で、それぞれ a, b の関数として、

$$f' = f'(a, b \pm \delta) = f(a, b) + \frac{\partial f}{\partial b} (\pm \delta) \quad (1.2)$$

$$= \frac{ab}{a+b} \pm \delta \left(\frac{a}{a+b} \right)^2 \quad (1.3)$$

である。よって、伝搬誤差 e は、

$$e = \delta \left(\frac{a}{a+b} \right)^2 \quad (1.4)$$

である。

1.3 実験装置・実験手順

以下の図のように、スクリーンにてレーザー光を回折させ、そこからレンズまでの距離を a 、レンズからスクリーンまでの距離を b としてそれぞれを記録した。

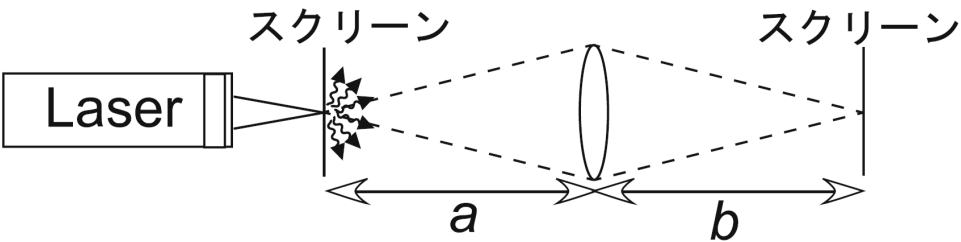


図 1.1: 実験 1 の実験装置を横から見た図

次に，以下の図のように，レーザーを横にずらした時のスクリーン上での位置のずれを記録した．

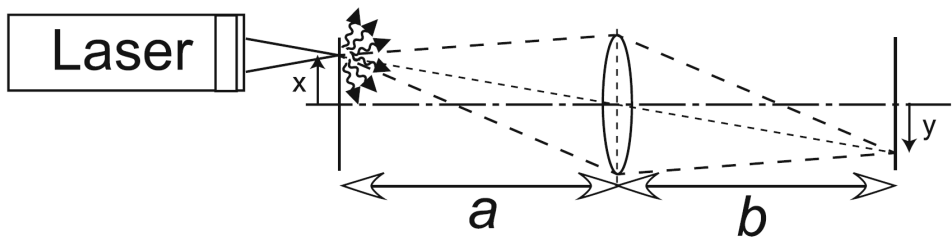


図 1.2: 実験 1 の実験装置を上から見た図

1.4 実験結果

実験結果をまとめると以下の表を得た．単位はすべて mm である．

表 1.1: 実験の結果をまとめた表

(b は計測の中央の値であり，エラーはその値に ± を付けるものである．)

項目 (mm)	計測 1	計測 2	計測 3	計測 4	計測 5
a[mm]	300	250	200	275	225
b(mean)[mm]	184.5	230.5	297.5	210	244
b(error)[mm]	2.5	2.5	4.5	2	4
x[mm]	10	10	10	10	10
y[mm]	7	9	15	7.5	11

1.5 考察 (課題)

1.5.1 課題 1-1

指示をされた通りの表を作成すると以下ようになった。なお、すべてのデータは表 (1.1) のデータを用いた。なお、単位はすべて mm である。なお、誤差の伝播公式は、セクション (1.2) でまとめている。

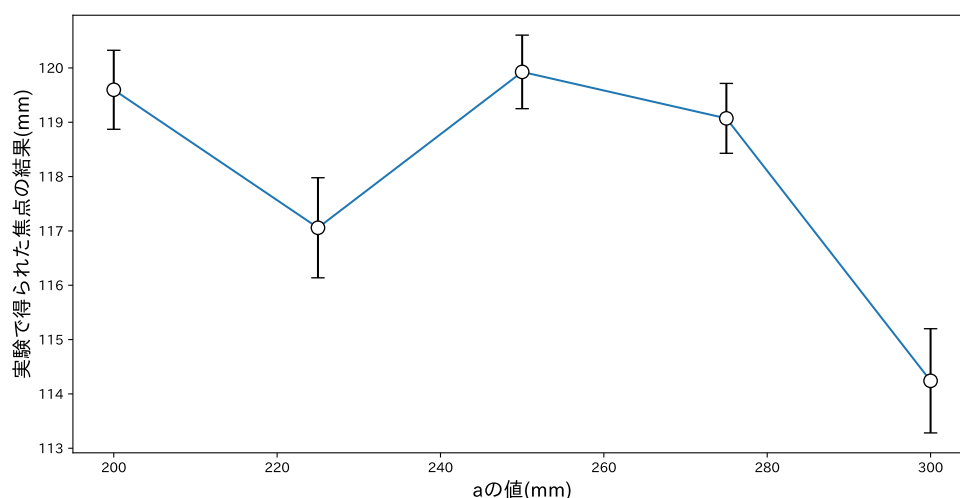
表 1.2: 実験の結果をまとめた表

項目	a=200mm	a=225mm	a =250mm	a = 275mm	a=300mm
b/a	1.48 ± 0.0225	1.084 ± 0.0178	0.922 ± 0.0100	0.764 ± 0.0073	0.615 ± 0.0083
y/x	1.5	1.1	0.9	0.75	0.70
f[mm]	119.598 ± 0.727	117.058 ± 0.921	119.927 ± 0.677	119.072 ± 0.643	114.241 ± 0.959

1.5.2 課題 1-2

まず、得られた表 (1.2) の焦点距離が一定であるかに関して考察を進めていく。誤差棒付きのグラフを作成すると以下の表が得られた。

図 1.3: 焦点距離の実験結果を誤差棒付きでグラフ化したもの



上記の表を見て分かるように、これは一定の値と言えない。少なくとも、一回目の測定がかなりずれている。これに関して考察をする。そもそも第一回目の計測、つまり、 a の値が一番離れているときである、この時の測定された b としては、得た結果の誤差が小さいほうであった。スクリーンを遠くに離れた時に起こる、定規での測定誤差を考慮に入れることができる。この影響を見るために、 x/y をプロットすると以下の図 (1.4) を得られた。これは、幾何光学の原理で

は直線であるはずである．そこで， a の値が 200mm から 275mm の 3 つのデータで単回帰をして，グラフを求め，その誤差を実際の焦点距離の誤差にで補正をして確かめる．というのも，単回帰をした場合， 200mm から 275mm の 3 つのデータのみの時の決定係数 (R^2) は，

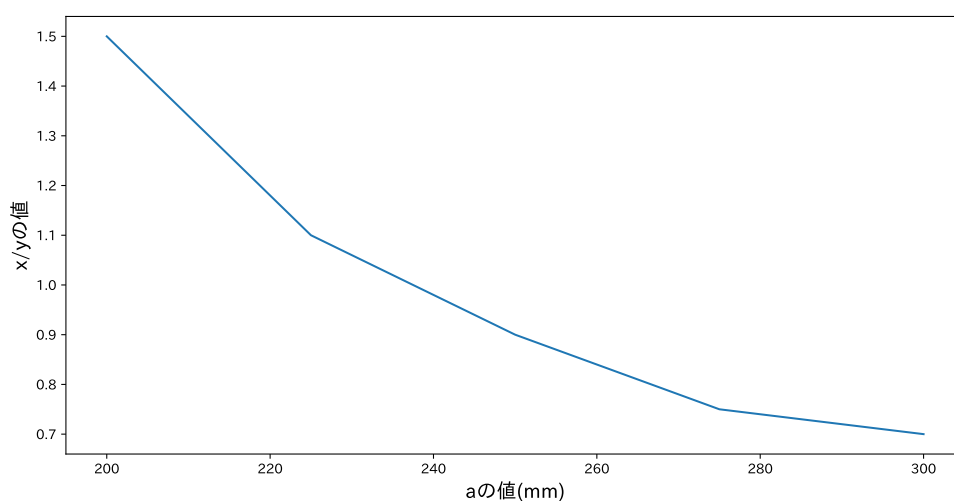
$$3 \text{ つのデータのみの時の決定係数} = 0.8998027613412227 \quad (1.5)$$

一方，すべてのデータで単回帰をすると，

$$\text{すべてのデータの時の決定係数} = 0.9010663507109006 \quad (1.6)$$

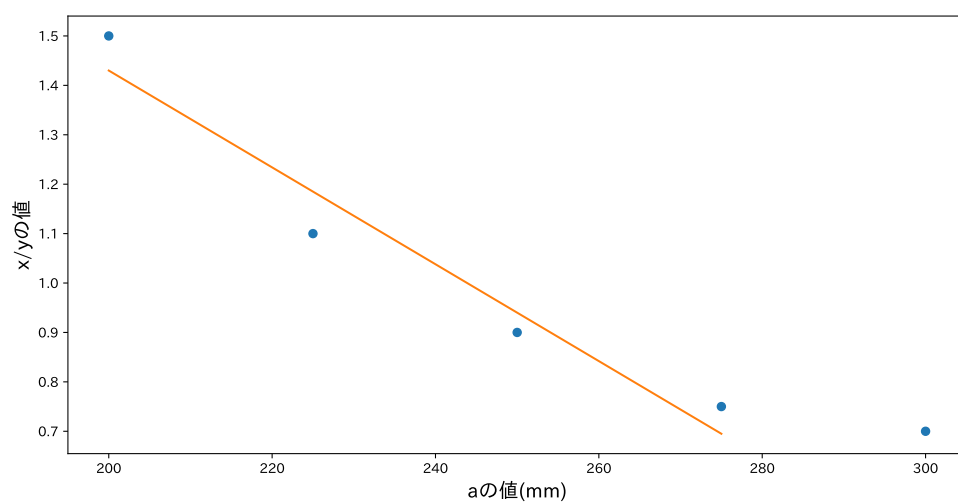
であり，上記の決定係数を見ると実験データが少ないためどちらも大きく大差がなく，3 つのデータで回帰をした時でもすべてのデータを使用した時でも回帰分析はできているからである．

図 1.4: x/y の実験結果をグラフ化したもの



ここで，3 つのグラフのみで単回帰をして得られたグラフは以下の通りである．

図 1.5: 3つのデータのみで回帰したモデル



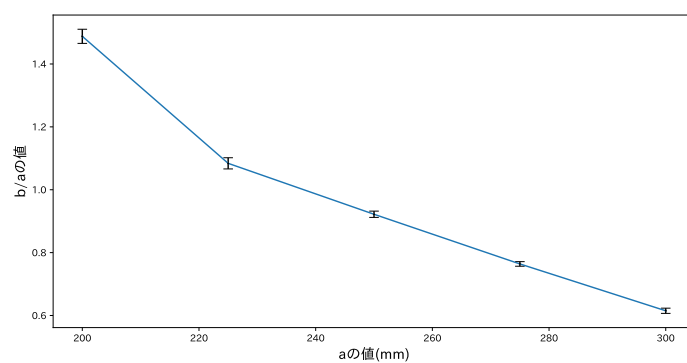
である．ここで，この単回帰直線と， $a = 300mm$ の部分の差は，

$$0.7(\text{実際の値})/0.45(\text{単回帰の理論値}) = 1.56 \dots \quad (1.7)$$

である．ここで， x の値は $10mm$ ですべての計測で不変であるので， $a = 300mm$ の時の誤差は，

$$(y \text{ の実際の値}) / (y \text{ の単回帰の理論値}) \approx 1.56 \quad (1.8)$$

であった．よって， $a = 300mm$ の時に y/x が大きくずれていることが分かった．また， b/a に関しても，プロットすると以下の結果が得られた．

図 1.6: b/a の誤差棒付きグラフ

ここで、そもそもレンズの公式から、

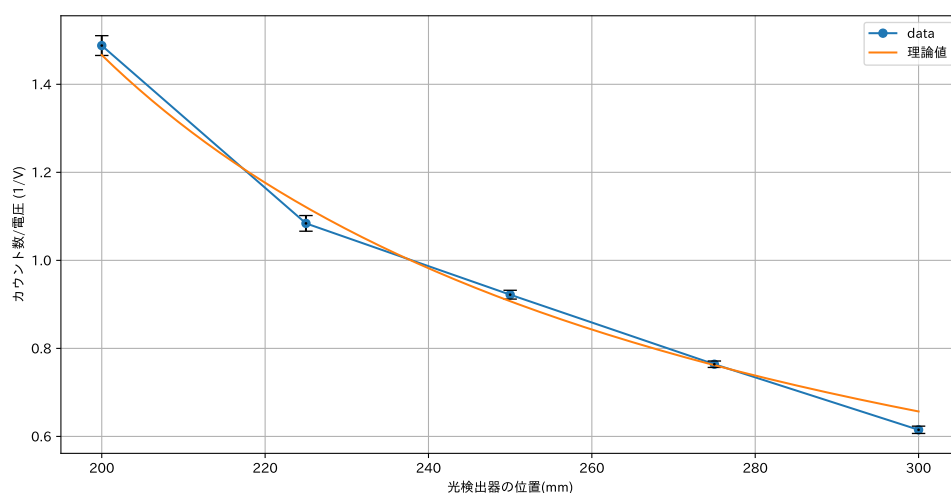
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad (1.9)$$

であり、理論値では、

$$\frac{b}{a} = \frac{f}{a - f} \quad (1.10)$$

であるので、これをデータと理論値でプロットすると以下ようになった。なお、焦点距離 f は $a = 200\text{mm}$ から 275mm の平均値を取った。

図 1.7: b/a のデータと理論値とグラフ



ここで、理論値と実際の値を比べると、

$$0.656(\text{理論値})/0.615(\text{実際の値}) \approx 1.068 \quad (1.11)$$

である。よって、同じ a の値で比べているので、この 1.068 の値は、 f' を理論値、 f を実際の値として

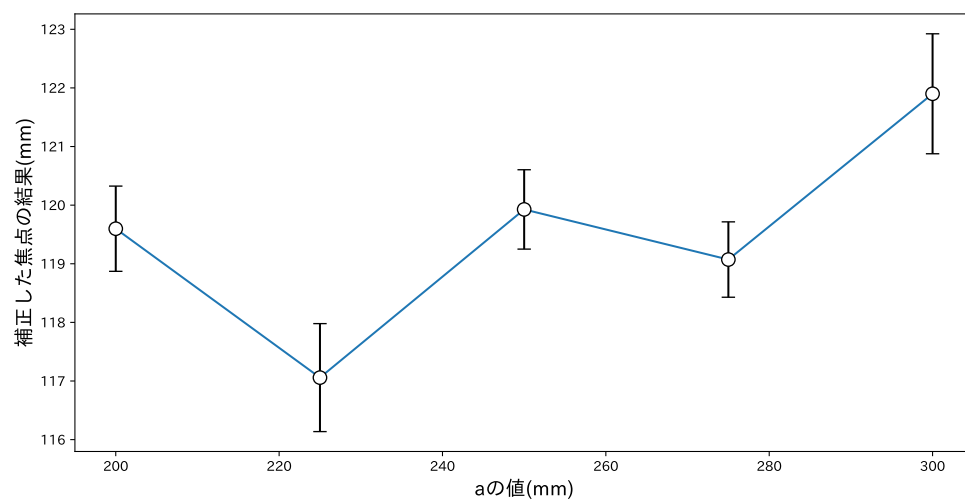
$$\frac{\frac{f'}{a-f'}}{\frac{f}{a-f}} \approx \frac{f'}{f} = 1.067 \quad (1.12)$$

であることから、 a が 300mm の際の値に、1.067 倍だけすると、

$$(114.241 \pm 0.959) \times 1.067 = 121.90 \pm 1.0233 \quad (1.13)$$

よってこの補正した値でプロットすると以下ようになった。

図 1.8: b/a の補正したデータのグラフ



よって、誤差棒を含めるとほとんど一定の値に近づいた。ゆえに、 a が 300mm の時大きな誤差があったと判断できる。また、これがずれた大きな要因としてはそもそも a が 300mm の時大きな誤差があったと判断できる。また、これがずれた大きな要因としてはそもそもという大きくレンズからずれるので、その際にレーザーがうまくレンズに合っていないや、肉眼の測定誤差などが大きくなるのが原因である。

2 実験 2

2.1 実験目的

光の偏光に関して、波長版などを使用しその性質を解析し、理解を深める。

2.2 実験原理

光は電磁場である。電磁場は電場と垂直な成分に磁場を持ち、これは電場の状態と磁場の状態が一对一に対応していることを表している。ゆえに電場のみで以下を考えても一般性は失われない。

2.2.1 レーザー光

レーザー光は後の実験で分かるように直線偏光である。

2.2.2 偏光板

偏光板は、透過軸方向のみの光のみを通す性質がある。ここで、以下の図 (2.1) のように、 x, y, z 軸を定義し、透過軸を x 軸から計り、 θ とすると、偏光子の Jones 行列は、

$$T(\theta) = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

である。これは例えば、 x 軸から見て、 y 軸方向に ϕ だけ回転した、 x 軸に $a \sin \phi$ 、 y 軸方向に $a \cos \phi$ の振幅を持つ直線偏光を通した時、それから出力される偏光は、(ただし、 a は実数)

$$T(\theta) \begin{bmatrix} a \cos \phi \\ a \sin \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \cos \phi \\ a \sin \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a (\cos^2 \theta \cos \phi + \sin \theta \cos \theta \sin \phi) \\ a (\sin \theta \cos \theta \cos \phi + \sin^2 \theta \sin \phi) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$= \begin{bmatrix} a \cos \theta (\cos(\theta - \phi)) \\ a \sin \theta (\cos(\theta - \phi)) \end{bmatrix} = \cos(\theta - \phi) \begin{bmatrix} a \cos \theta \\ a \sin \theta \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

これは、 $\theta - \phi$ 倍だけされ、成分が θ 方向の回転となっているので、 x 軸から ϕ だけ傾いた直線偏光が、透過軸方向のみの成分を取り出され、出力された偏光になることを表している。また、ちょうど θ が $\phi + \pi/2$ 、 $\phi + 3\pi/2$ の時、この偏光板は何も出力しない。これは、ちょうど透過軸と直線偏光が垂直の関係になっている故である。

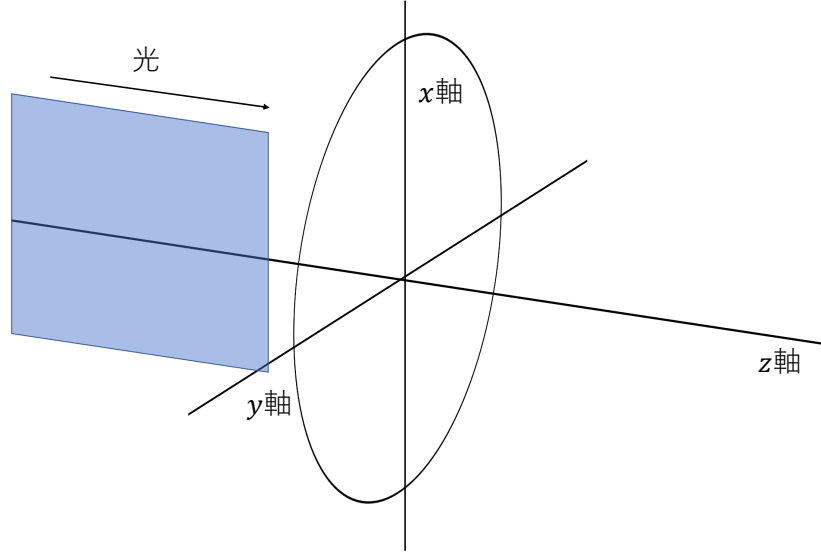


図 2.1: 偏光板の模式図

また、光の強度は、

$$I(\theta) = \frac{1}{2} \left| T(\theta) \begin{bmatrix} a \cos \phi \\ a \sin \phi \end{bmatrix} \right|^2 = \frac{1}{2} a^2 \cos^2(\theta - \phi) \quad (2.4)$$

である。

2.2.3 1/2 波長版

1/2 半波長版は、透過軸の方向の成分の偏光の位相を π だけずらすものである。つまり、三角関数の正負の符号がそれぞれ逆転するので、円偏光であれば反対方向に回転し、直線偏光であれば、透過軸を軸に対称な直線偏光を返す。以下は数学的な取り扱いである。透過軸が x 軸から θ だけ傾いた 1/2 波長版の Jones 行列は以下の通りである。

$$T^{1/2}(\theta) = R(\theta) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi} \end{bmatrix} R(-\theta) = \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

ここで、さきほどと同様に、 x 軸から見て、 y 軸方向に ϕ だけ回転した、 x 軸に $a \sin \phi$ 、 y 軸方向に $a \cos \phi$ の振幅を持つ直線偏光を通した時、それから出力される偏光は、

$$T^{1/2}(\theta) \begin{bmatrix} a \cos \phi \\ a \sin \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \cos \phi \\ a \sin \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos(2\theta - \phi) \\ a \sin(2\theta - \phi) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

であるので、これは、以下の図 (2.2) のように、 θ の軸を対称に返したものである。

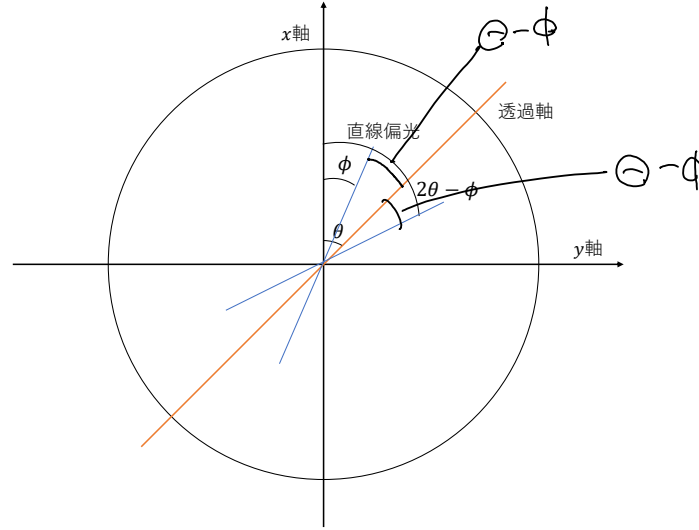


図 2.2: 半波長板の模式図

また，光の強度は，

$$I(\theta) = \frac{1}{2} \left| T^{1/2}(\theta) \begin{bmatrix} a \cos \phi \\ a \sin \phi \end{bmatrix} \right|^2 = \frac{1}{2} a^2 \quad (2.7)$$

であるので，角度依存性はない．

2.2.4 1/4 波長版

1/4 半波長板は，透過軸の方向の成分の偏光の位相を $\pi/2$ だけずらすものである．つまり， $\sin \theta$ が $\cos \theta$ になり， $\cos \theta$ が $\sin \theta$ に変換される．つまり，直線偏光であったものが，円偏光になり，円偏光であったものが直線偏光になる．以下は数学的な取り扱いである．透過軸が x 軸から θ だけ傾いた 1/2 波長版の Jones 行列は以下の通りである．

$$T^{1/4}(\theta) = R(\theta) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/2} \end{bmatrix} R(-\theta) = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta + i \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta - i \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta - i \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta + i \cos^2 \theta \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

よって，さきほどと同様に，さきほどと同様に， x 軸から見て， y 軸方向に ϕ だけ回転した， x 軸に $a \sin \phi$ ， y 軸方向に $a \cos \phi$ の振幅を持つ直線偏光を通した時，それから出力される偏光は，

$$T^{1/4}(\theta) \begin{bmatrix} a \cos \phi \\ a \sin \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta + i \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta - i \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta - i \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta + i \cos^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \cos \phi \\ a \sin \phi \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$= \begin{bmatrix} a \cos \theta \cos(\theta - \phi) + i a \sin \theta \sin(\theta - \phi) \\ a \sin \theta \cos(\theta - \phi) - i a \cos \theta \sin(\theta - \phi) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

である。これを分かりやすくするため、再度、 $R(\theta)$ で分解すると、

$$T^{1/2}(\theta) \begin{bmatrix} a \cos \phi \\ a \sin \phi \end{bmatrix} = R(\theta) \begin{bmatrix} a \cos(\theta - \phi) \\ -ia \sin(\theta - \phi) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

である。これは、Jones ベクトル

$$\begin{bmatrix} a \cos(\theta - \phi) \\ -ia \sin(\theta - \phi) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

を y 軸方向に θ だけ回転させた物である。つまり、以下の図 (2.3) ような楕円偏光を出力させることが分かる。

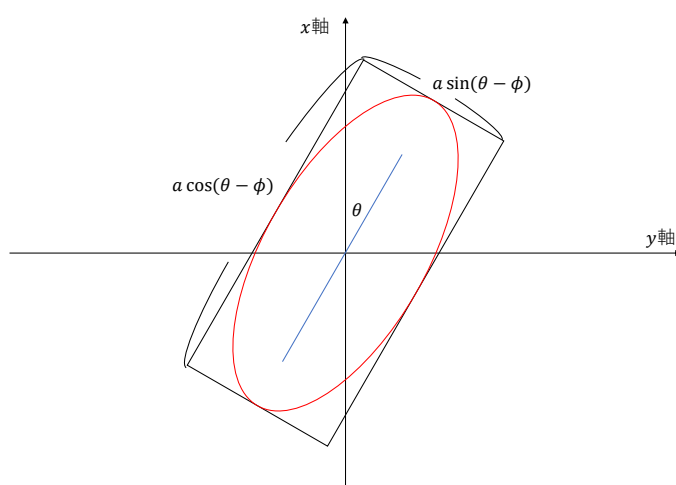


図 2.3: 1/4 波長板の模式図

よって、ちょうど円偏光になる時は、

$$\theta - \phi = \frac{\pi}{4} + n\pi \quad n \text{ は整数} \quad (2.13)$$

の時である。また、光の強度は、

$$I(\theta) = \frac{1}{2} \left| T^{1/4}(\theta) \begin{bmatrix} a \cos \phi \\ a \sin \phi \end{bmatrix} \right|^2 = \frac{1}{2} a^2 \quad (2.14)$$

であるため角度依存性はない。

2.3 実験手順

1. レーザー光の偏光角 (ϕ) を偏光子を用いて測定した.
2. 最大の強度にして, 1/2 波長板を用いて, 1/2 波長板の結晶軸 (透過軸) の向きを測定した. 波長板, 偏光板の順にレーザー光を通した. また, 透過軸とのなす角 ($\theta - \phi$) が, $0, \pi/2$ の時, 波長板は偏光を変えないことを確認めた.
3. 1/2 波長板の性質に関して考察を行った.
4. 1/4 波長板を用いて, 1/4 波長板の結晶軸 (透過軸) の向きを測定した. 波長板, 偏光板の順にレーザー光を通した.
5. θ の角度を変化させ計測し, 1/4 波長板の性質に関して考察を行った.
6. 以下の図 (2.4) のように実験装置を配置し, 波長板の回転角度 θ に伴い, ミラーからの光が消えることを確認した.

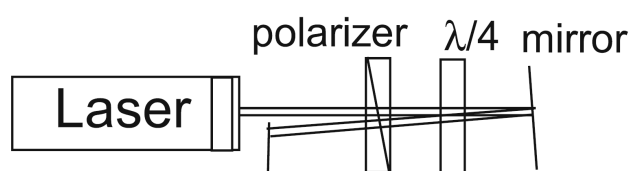


図 2.4: 実験 2-6 の模式図 (引用元: [1])

2.4 実験結果

以下で記した角度は, x 軸から y 軸へのずれの角度であり, 実際の器具に準じている.

2.4.1 レーザー光の偏光角

偏光を x 軸の方向に $\theta = 0^\circ$ から回していった結果, 以下の表が得られた.

表 2.1: 偏光を回転させた時の結果

θ	50°	140°	230°	320°
光の強度	最大になった	ほとんど消えた	最大になった	ほとんど消えた

よって、式 (2.4) より、強度が最大になる時に、

$$\theta - \phi = 0^\circ, \pm 180^\circ \quad (2.15)$$

であることより、 ϕ の値は、

$$\phi = 50^\circ, 230^\circ \quad (2.16)$$

であり、この角度を成して直線偏光をしていることが分かる。また、この時、光の強度が最小になる時はたしかに、この式 (2.4) と一致していることが分かり、これは原理と実験結果が一致していることを表している。

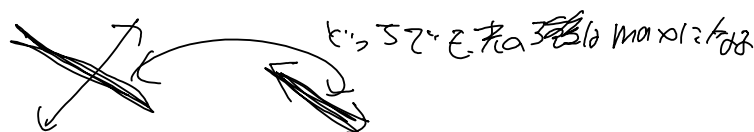
2.4.2 1/2 波長板

以下の表の結果が得られた。

表 2.2: 偏光板の角度を 320° で固定させた時の変化

1/2 波長板の角度 θ	50°	95°	140°	185°	230°	275°	320°
光の強度	弱い	強い	弱い	強い	弱い	強い	弱い

つまり、 90° を周期にして光の強度が変化した。



2.4.3 1/4 波長板

以下の表の結果が得られた。

表 2.3: 1/4 波長板の角度を 320° で固定した時の実験結果

偏光板の角度 θ	50°	140°	230°	320°
光の強度	最大	最小	最大	最小

となった。また、1/4 波長板の角度を 310° にすると、わずかに光の強度が大きくなった。また、1/4 波長板の角度を偏光した結果、

表 2.4: 1/4 波長板の角度を 5° で固定した時の実験結果

偏光板の角度 θ	50°	140°	230°	320°
光の強度	最大	最大	最大	最大

となった。つまり、すべての角度で光の強度が最大となった。また、他の角度で試した結果、表 (2.3) の時よりも、同じ θ で最小の光の強度が大きくなり、最小の光の強度は表 (2.4) の時が最大になった。

2.4.4 実験 2-6

以下の表の結果が得られた。

表 2.5: 実験 2-6 の実験結果 ただし、偏光板は 320° で固定した。

1/2 波長板の角度 θ	5°	50°	95°	140°	185°	230°	275°	320°
光の強度	最大	最小	最大	最小	最大	最小	最大	最小

よって、これは、表 (2.2) と同じ結果であった。

2.5 考察 (課題)

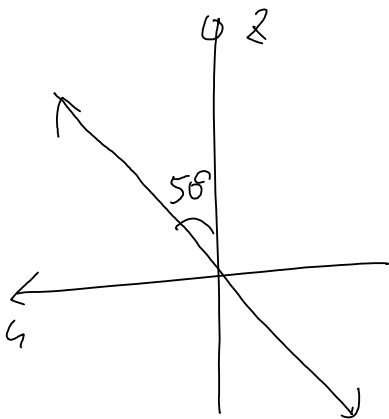
2.5.1 課題 2-1

1/2 波長板はセクション (2.2.3) でも述べたように、透過軸方向を対称になるように直線変更は出力される。ここで、レーザーの偏光角は、

$$\phi = 50^\circ$$

(2.17)

であったので、以下のように、偏光板を 320° で波長板も同じ角度で固定させた時、以下のずのように入力の直線偏光と、波長板の角度が直交するので、直交偏光は出力は向きを変えず、実際に偏光板ではほとんど観測されない。



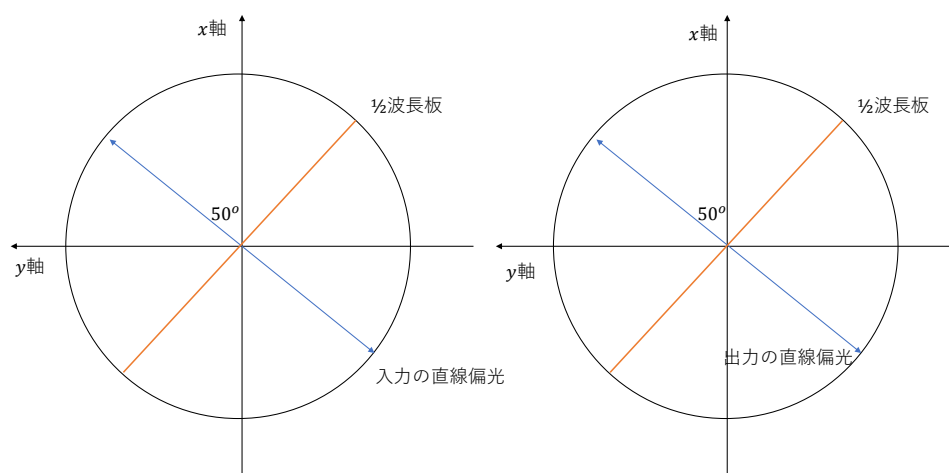
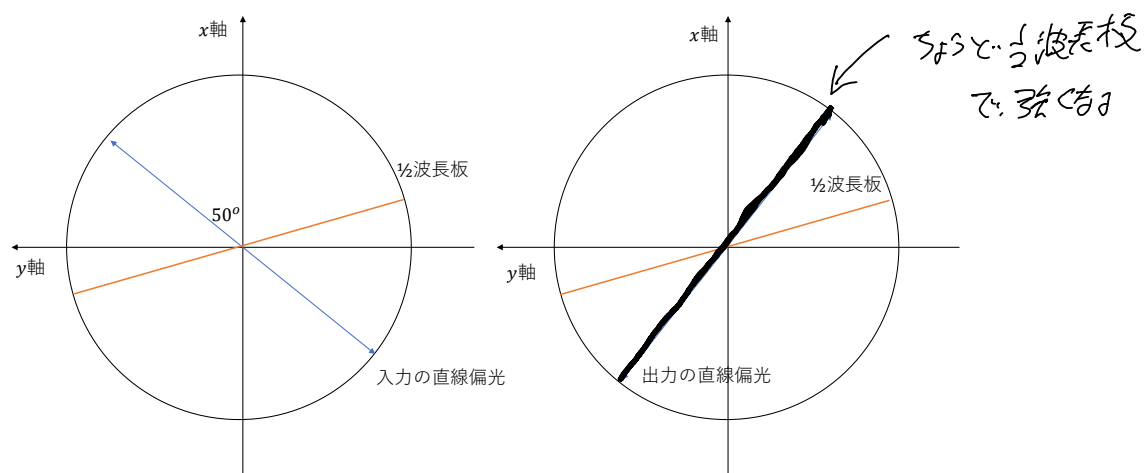


図 2.5: 波長板と直線偏光が直交する時

一般的に、波長板の角度と入力の直交偏光の向きの角度が直交する時と、同様に、平行になる時、偏光板で観測される光は弱いことが分かる。たしかに、実験結果ではそのような結果が得られていることが確かめられる。

一方、入力の直線偏光と、 $\frac{1}{2}$ 波長板が 45° を成すとき、次の図が成立する。

図 2.6: 波長板と直線偏光の成す角が 45° の時

ちょうど出力される直線偏光は 320° になることが分かる。よって、一般的に、成す角が 45° の時、出力される直線偏光は、偏光板と平行になるので観測される光は強くなる。たしかに実験結果では、そのような結果が得られている。以上より、実験結果は妥当な結果であることが分かった。

2.5.2 課題 2-2

$\theta - \phi$ がそれぞれ, 0° , 10° , 45° である時, どのような偏光状態になるかを考える. まず, $\theta - \phi = 0^\circ$ の時, 図 (2.3) より, これは, $\theta = 320^\circ$ だけ傾いた直線偏光になる. たしかに実験結果では, 表 (2.3) にあるように, これは偏光板のみを置いたときの表 (2.1) と同じ結果であり, たしかに直線偏光が得られてるとことが確かめられる.

次に, $\theta - \phi = 10^\circ$ の時, これは, わずかに, 短軸を持ち, 長軸がちょうど偏光角と一致するような楕円偏光を作る. これは, 実験結果にて, 他の角度で試した場合に, 最小値の光の強度がわずかに強くなったという事実から確かめられる.

最後に, $\theta - \phi = 45^\circ$ の時, これは, セクション (2.2.4) でも述べたように, 円偏光になる. この結果はちょうど表 (2.4) に対応しており, たしかに円偏光になっていることが確かめられる.

2.5.3 課題 2-3

実験 2-6 は, $1/4$ 波長板を二枚通しているの, ちょうど $1/2$ 波長板になっている. よって, ミラーからの反射光が消える条件は, $1/2$ 波長板の際と等しいので, 偏光角 (本実験では, 320°) から, 45° 周期で消える.

2.5.4 課題 2-4

定性的な説明では, まず, 任意の直線偏光を $1/2$ 波長板によって任意の方向に回転させることが可能である. また, $1/4$ 波長板では, その直線偏光を任意の, 楕円偏光や円偏光, 直線偏光に変換をすることができる. そもそも偏光は, 偏光の形, 偏光角で決定するものであるこの二つの波長板のみで任意の偏光を生成することが可能である.

2.5.5 課題 2-5

この場合はより一般的に, 直線偏光に限らない場合である. まず, 任意の楕円偏光を, $1/4$ 波長板にて直線偏光にする. それ以降は課題 2-4 と同じ手順で任意の偏光状態が得られる.

2.5.6 課題 2-6

$1/2 + 2\delta$ 波長板を考えると, Jones 行列は,

$$T^{1/2+2\delta}(\theta) = R(\theta) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi+i\delta} \end{bmatrix} R(-\theta) = R(\theta) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos(\pi + \delta) + i \sin(\pi + \delta) \end{bmatrix} R(-\theta) \quad (2.18)$$

$$= R(\theta) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\cos \delta - i \sin \delta \end{bmatrix} R(-\theta) = R(\theta) \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta (\cos \delta + i \sin \delta) & -\cos \theta (\cos \delta + i \sin \delta) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

よって、直線偏光を入力として通した時、

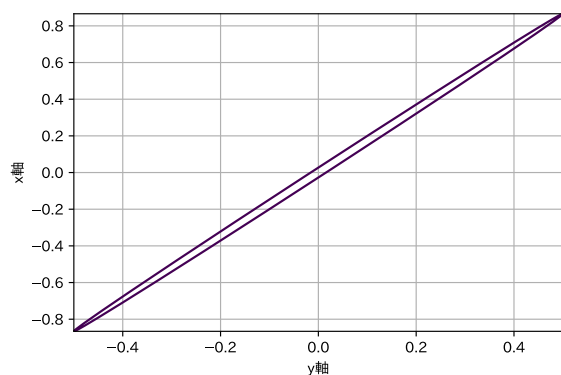
$$T^{1/2+2\delta}(\theta) \begin{bmatrix} a \cos \phi \\ a \sin \phi \end{bmatrix} = R(\theta) \begin{bmatrix} a \cos(\phi - \theta) \\ -a \sin(\phi - \theta) \{ \cos \delta + i \sin \delta \} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

であり、これを、 z を固定した時の図形になおすと、

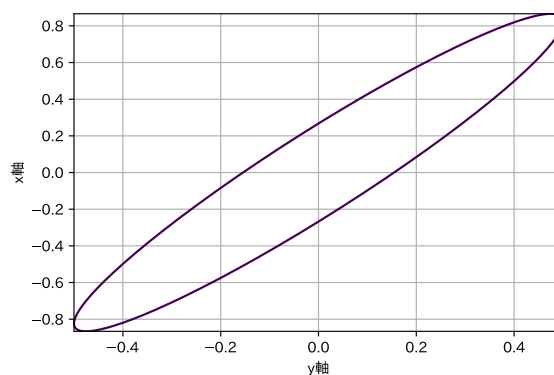
$$\left(\frac{x}{a \cos(\phi - \theta)} \right)^2 + \left(\frac{y}{a \sin(\phi - \theta)} \right)^2 - 2 \cos \delta \frac{x}{a \cos(\phi - \theta)} \frac{y}{a \sin(\phi - \theta)} = \sin^2 \delta \quad (2.21)$$

ここで、 $\phi - \theta$ を例えば 60° に固定させた時に δ を変化させてプロットすると以下のグラフが得られる。実際にはこれを θ だけ回転させる。

(a) δ が小さい時



(b) δ が大きい時



よって、この長軸は $2\theta - \phi$ だけ傾いているので、波長板の透過軸を対象に折り返すものを出力させることは変わらないが、 δ が加わると、直線偏光を折り返すだけでなく、楕円の短軸成分が多少加わることが分かる。

3 実験 3

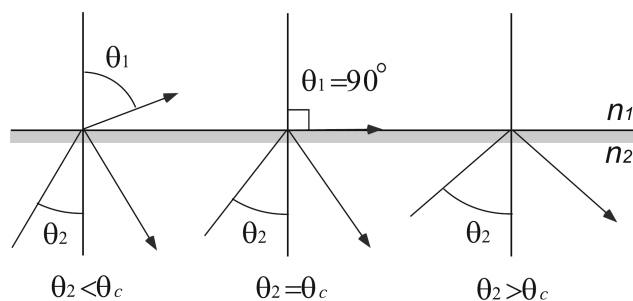
3.1 実験目的

プリズムの反射などを観測し，プリズムを構成しているガラスの屈折率を求める．

3.2 実験の原理

空気の屈折率を 1 とする．以下のように，屈折率の大きな物質 n_2 から空気のような屈折率が小さい物質に光が入射する時，臨界角 θ_c を境に全反射と屈折が起こる．

図 3.1: 全反射と臨界角の模式図 引用元：[1]

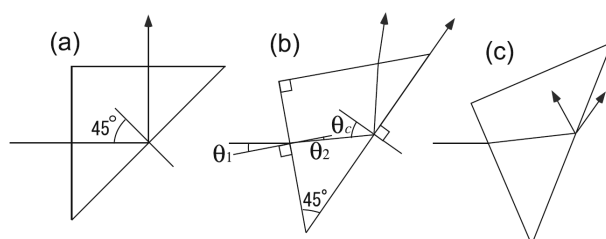


また，以下のように，プリズムを θ_1 だけ傾けた時，ちょうどレーザー光が臨界角となるようなときの θ_1 を測定すると， θ_2 が十分に小さいという近似の下で，

$$n_2 \approx \sqrt{2} + \sin \theta_2 \quad (3.1)$$

である．

図 3.2: プリズムの模式図 引用元：[1]



3.3 実験装置・実験方法

1. 図 (3.2) の (a) ように、レーザー光とプリズムを調節し、プリズムの角度を (b) のように変化させて行き、レーザー光が臨界角になる θ_1 を測定した。
2. 臨界角付近の光様子を観察し、その結果を記録した。

3.4 実験結果

得られた θ_1 は、

$$\theta_1 = 6^\circ \quad (3.2)$$

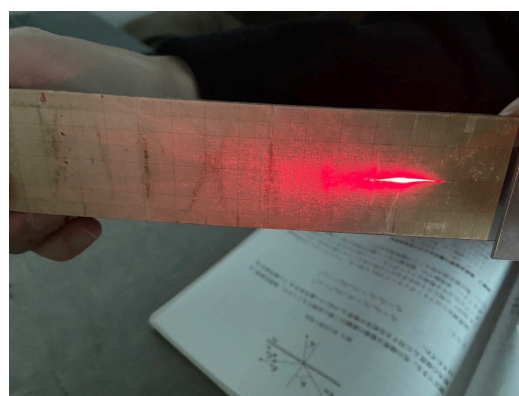
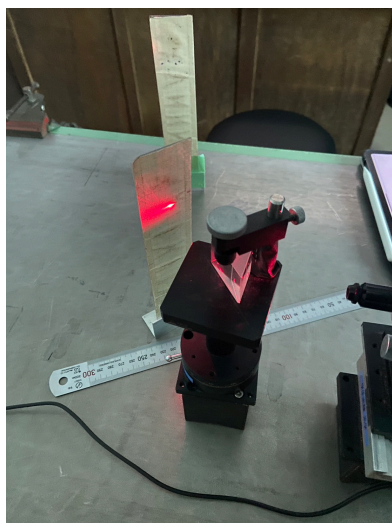
であった。ゆえに、式 (3.1) より、屈折率は、

$$n_2 \approx \sqrt{2} + \sin 6^\circ = 1.5187 \dots \approx 1.519 \quad (3.3)$$

であるので、屈折率は、 **1.519** であった。

また、臨界角付近では以下の図のように、光が横に伸びた形になった。

図 3.3: 横に伸びた光



この様子をプリズムからの距離と光の横の伸びを項目にして表にまとめたのは以下の通りである。

表 3.1: 光の横の伸びの計測結果

プリズムからの距離	50mm	100mm	150mm	200mm	250mm	300mm
光の横の長さ	10mm	13 14mm	20mm	24mm	28mm	30mm

3.5 考察 (課題)

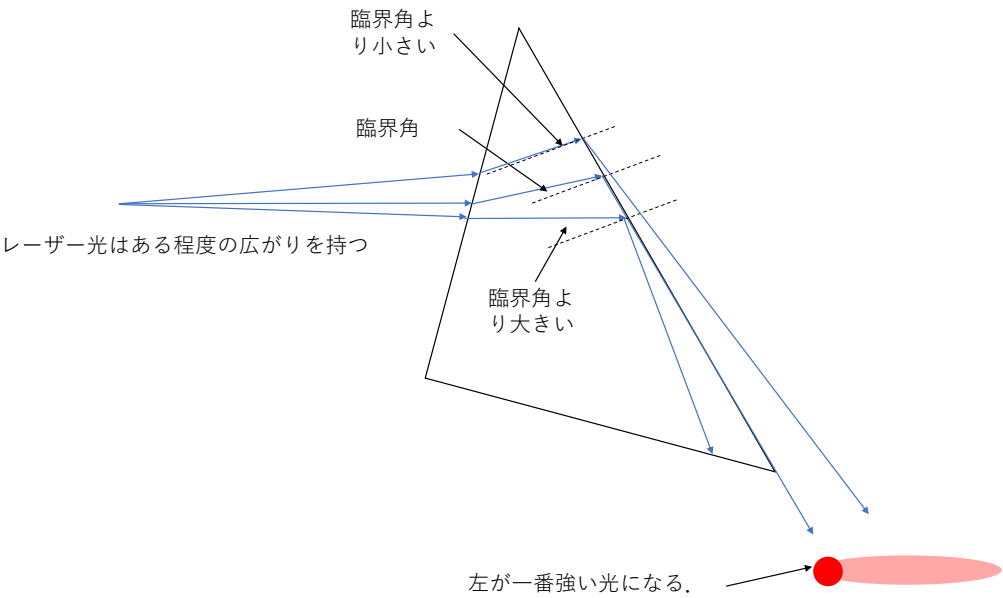
3.5.1 課題 3-1

ガラスの屈折率は，式 (3.3) より，約 **1.519** であった．参考文献 [2] によると，BK7 という物質の屈折率はおおよそ 1.5 から 1.55 付近と取っており，この物質は光学プリズムの素材として広く使われているので，たしかに，得られた結果は妥当であることが分かる．

3.5.2 課題 3-2

図 (3.4) のように，光がなぜこのような変形した形になったかに関して考察をしていく．以下の図のように，レーザー光はレーザーであるとはいうものの光であるので多少の回折はしている．そこでその回折を考慮に入れると，図の下側に回折した光は，臨界角よりも大きくなってしまいうため屈折することなく，全反射してしまう．しかし，図の上側に回折した光は臨界角よりも小さいため，以下の図のように屈折をし，プリズムから光が出てスクリーンに投影する．

図 3.4: 光の変形した過程の模試図



この光は図中の説明のようにレーザーは回折の影響が少ない部分が高い光の強度を持つので，プリズムに近い部分が光

の強度が大きく、離れると光が弱くなることがこの図から分かる。たしかに、得られたスクリーン上の光は図 (3.4) にあるようにこの形になっており予想と一致している。また、もう一つ分かることがこの広がりにはプリズムの距離に対して直線的に広がる場所がある。というのも、光の性質上、この一番右にある青い矢印が線形的に伸びていくからである。表 (3.1) で得られた結果をプロットすると、以下のグラフになった。

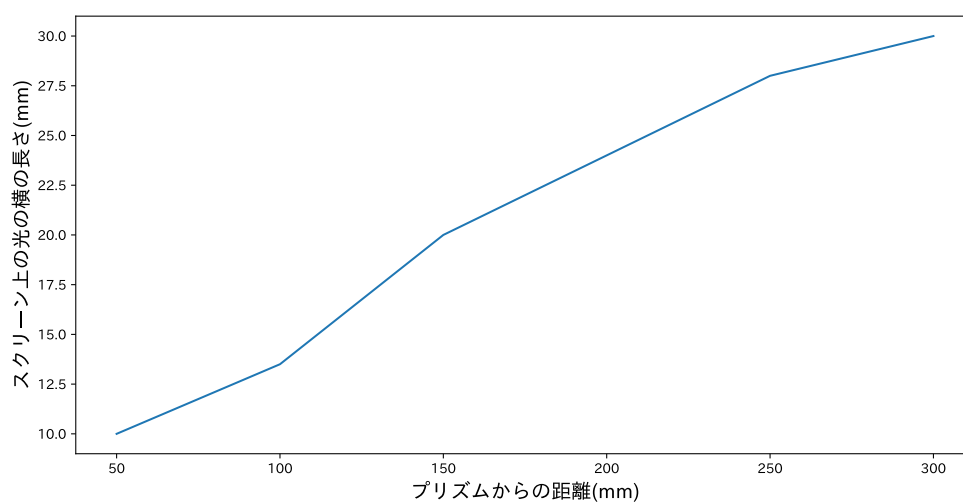


図 3.5: 横に伸びた光の実験結果のプロット

よって、以下に見て分かるように、これは直線的な結果である。ゆえに、この考察の予想はかなり正確であると言える。

4 実験 4

4.1 実験目的

偏光板や波長板を使い，実際に s 偏光と p 偏光を作り出し，s 偏光と p 偏光の違いを明らかにし，より理解を深める．

4.2 実験の原理

媒質 n_1 から，媒質 n_2 の物質に電磁波が入り反射する時，フレネルの反射の法則より，それぞれ反射光の s 偏光成分と p 偏光成分は，

$$r_s = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}, \quad r_p = \frac{n_1 \cos \theta_2 - n_2 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_1} \quad (4.1)$$

である．本実験では光の強度を測定する上で，フォトダイオードを用いるが，これは，光の強度は振幅の二乗に比例するので，

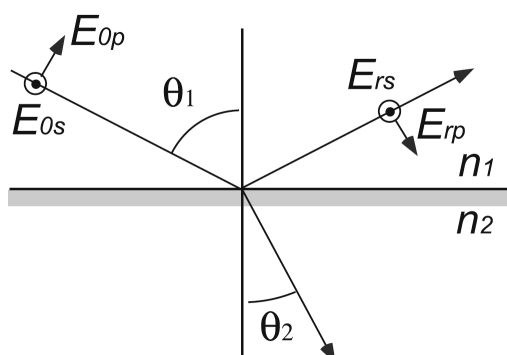
$$R_s = |E_{rs}/E_{0s}|^2 = |r_s|^2, \quad R_p = |E_{rp}/E_{0p}|^2 = |r_p|^2 \quad (4.2)$$

である．また，本実験では p 偏光を作るために，1/2 波長板を用いてレーザー光を適切に変換する必要がある．ここで，p 偏光は，机 (テーブル) と同じ面内で電場が周期的に動く波であるため，図 (2.1) より， x 軸に成分をもたず， y 軸に成分を持つので，出力後の Jones ベクトルが，

$$\begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

となるように， θ を設定すれば良い．よって，逆行列で計算して，ちょうど， $\theta = 70^\circ$ となるように 1/2 波長板を回転すればちょうどレーザー光をテーブル面内に平行な偏光，つまり p 偏光を生成することができる．もしくは偏光板を固定し，ちょうど p 偏光になるように，うまく波長板を調整することもできる．s 偏光も同様である．

図 4.1: p 偏光と s 偏光の様子 引用元: [1]



4.2.1 ブリュースター角に関して

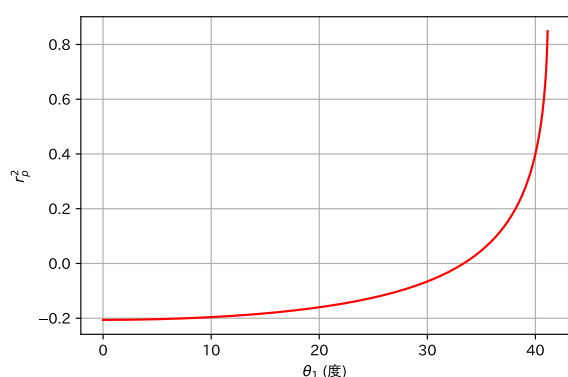
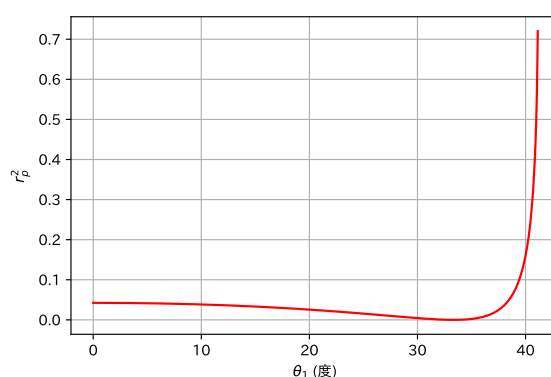
式 (4.1) は、屈折の法則：

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (4.4)$$

を使うことによって、

$$r_p = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)} \quad (4.5)$$

となる．実際に、実験 3 の実験結果より、 $n_1 = 1$ 、 $n_2 = 1.519$ にてプロットすると以下ようになる．これは、 θ_2 を削除して、 θ_1 のみの関数としてプロットした．ただし、注意としては、今回の θ_2 は、原理の表式の θ_1 である．測定しているものが、プリズムの反射光であり、これはプリズム中から入射しているものとみなすことができるためである．

(a) r_p のグラフ(b) r_p^2 のグラフ

この図からも r_p の表式からも分かるように、ちょうど r_p^2 がちょうど 0 となるような角度は、 $\sin \theta_1 = \cos \theta_2$ または、

$\tan(\theta_1 + \theta_2) = \infty$ の時である。しかし、 $\theta_1 = \theta_2$ の時、式 (4.4) では、 $n_1 = n_2$ となり矛盾が生じるので、

$$\tan(\theta_1 + \theta_2) = \infty, \quad \therefore \theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2} \quad (4.6)$$

である。よって、式 (4.4) より、ブリュースター角 θ は、

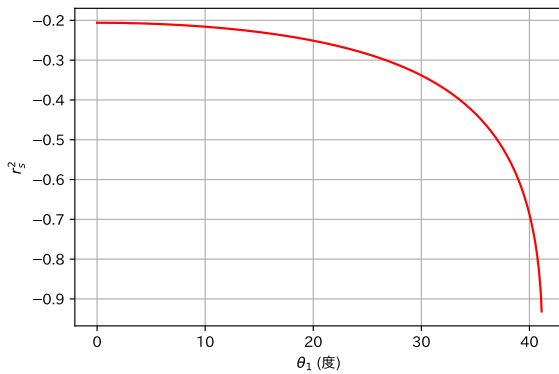
$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} = \tan \theta_1 = \tan \theta = \frac{n_2}{n_1}, \quad \therefore \theta = \tan^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \quad (4.7)$$

である。

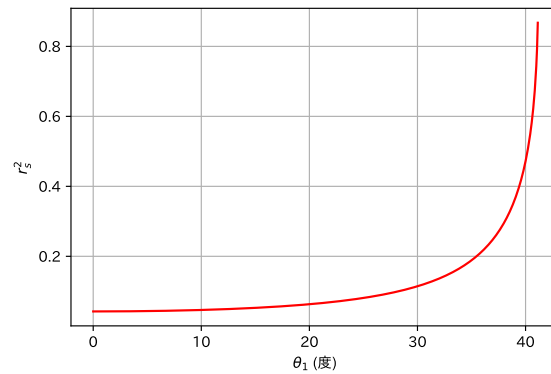
4.2.2 s 偏光にブリュースター角がない説明

さきほど同様にして、s 偏光でも、プロットをすると、以下のグラフになる。なお、これは、 θ_2 を削除して、 θ_1 のみの関数としてプロットした。ただし、注意としては、今回の θ_2 は、原理の表式の θ_1 である。測定しているものが、プリズムの反射光であり、これはプリズム中から入射しているものとみなすことができるためである。

(a) r_s のグラフ



(b) r_s^2 のグラフ



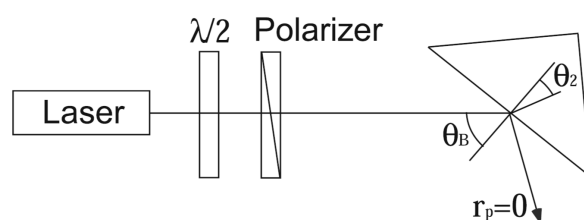
ゆえに、図から明らかなように、これはちょうど強度が 0 になる点が存在しないことが分かる。また、理論的には、p 偏光では、光の伝搬に伴う放射強度は、電子の振動方向はゼロとなる。しかしこの振動方向が反射光の進行方向に一致すると、p 偏光の反射がゼロになることが p 偏光にブリュースター角が存在し、s 偏光にブリュースター角が存在しない理論的な理由である。

4.3 実験の装置・実験方法

本実験では、レーザー光・ $\lambda/2$ 波長板・偏光板の順に設置し、それをそれぞれの実験下でフォトダイオードやオシロスコープを設置した。フォトダイオードに入った光は、電流を出力し、その電流を適切に電圧に変換させることによってオシロスコープでの値として出力し、その出力された値がダイオードで入射された光のパワーに比例するものと考えることができる。

1. まず、実験の原理で述べた方法で p 偏光を作成した。そして、そのまま偏光子通過後のレーザーをフォトダイオードを入射し、オシロスコープにて測定した。
2. 以下の図 (4.4) のように、プリズムの面からの 0 次反射光をスクリーン上で観察する。この時、角度 θ_B を大きくしていった結果、適度な角度で光が消えることが確かめられた。(これはブリュースター角である。)
3. θ_B が 0° から 70° ほどまでを測定した。
4. 以上を s 偏光に対しても行った。

図 4.4: p 偏光の反射の実験装置の模式図 引用元: [1]



4.4 実験結果

4.4.1 レーザー光の入射光強度・反射強度の測定

レーザー入射のオシロスコープでの値は、約 **2.2V** であった。

一方、プリズムに、 $\theta_1 \approx \theta_2 \approx 0$ である近似の下で、測定したレーザーの反射光のオシロスコープでの値は、**97mV** であった。

4.4.2 p 偏光の反射強度の測定

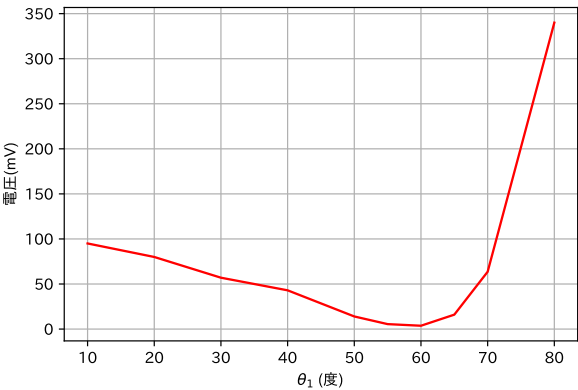
入射角 (プリズムから見たら屈折角) を変化させた結果以下の表を得た。

表 4.1: p 偏光の反射強度の測定結果

角度 (度)	10	20	30	40	50	55	60	65	70	80
電圧の値 (mV)	95	80	57	43	14	5.5	3.7	16	63.6	340

この結果をプロットすると以下のグラフを得た.

図 4.5: p 偏光の計測結果のプロット



4.4.3 s 偏光の反射強度の測定

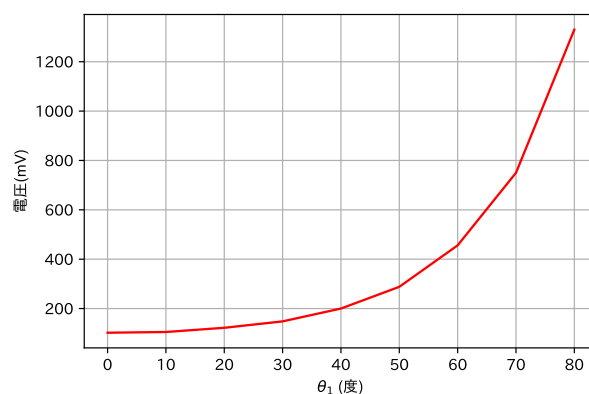
入射角 (プリズムから見たら屈折角) を変化させた結果以下の表を得た.

表 4.2: p 偏光の反射強度の測定結果

角度 (度)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
電圧の値 (mV)	102	105	122	148	200	288	456	750	1330

この結果をプロットすると以下のグラフを得た.

図 4.6: s 偏光の計測結果のプロット



4.5 考察 (課題)

4.5.1 課題 4-1

$\theta_1 \approx \theta_2 \approx 0$ と近似すると、原理では、

$$|r_p|^2 = \left| \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right|^2 = \frac{I_{rp}}{I_{0p}} \quad (4.8)$$

であり、それぞれ、実験 3 の結果と合わせて、

$$\left| \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right|^2 = \left| \frac{-0.519}{2.519} \right|^2 \approx 0.0425 \quad (4.9)$$

であり、

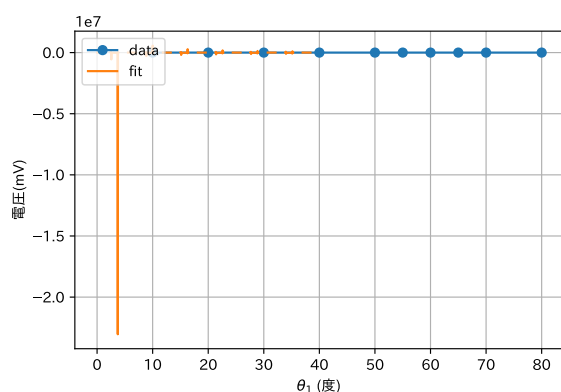
$$\frac{I_{rp}}{I_{0p}} = \frac{0.097V}{2.2V} \approx 0.0441 \quad (4.10)$$

である。よって、二つの方法で得られた振幅反射率はほとんど等しいことが分かった。

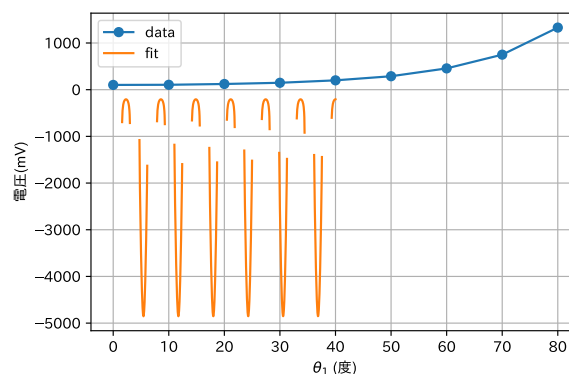
4.5.2 課題 4-2

まず、プロットした図は、p 偏光の場合、図 (??) であり、s 偏光の場合は、図 (4.6) である。ここで、方針としては、x,y 軸のスケーリング、屈折率をフリーパラメータとした。そもそもこれらのグラフは原理として得られるグラフと形が似ている。しかし、Python にてフィッティングを行おうとしたところ、

(a) p 偏光をフィッティングさせた時

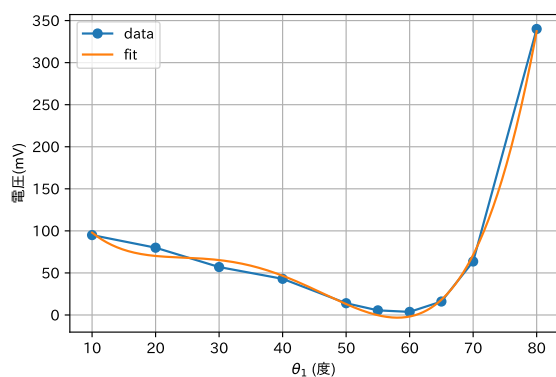


(b) s 偏光をフィッティングさせた時

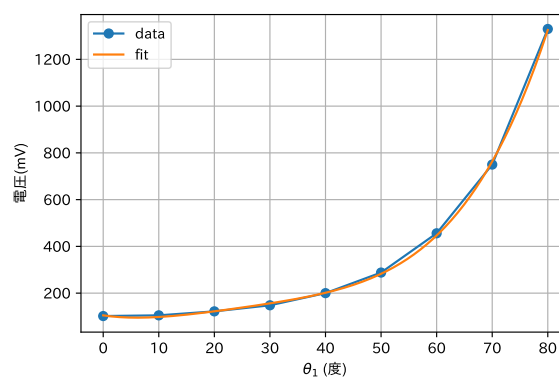


となり、フリーパラメータを最大限に用意したもののコンピュータが過学習をしてしまいうまく結果を得ることが出来なかった。これはそもそも得られた実験データが少ないことも原因に起因していると考えられる。そこで方針を変更し、多項式でまず近似をし、その近似された多項式をフィッティング関数でフィッティングすることを考える。こうすることによってプロットが少なく過学習してしまう問題を防げると考えた。なお、そもそものデータの数が少ないので評価データと検証データに分けて MSR(最小二乗誤差) を比較し多項式の過学習を防ぐ過程は行っていない。あくまで主観で次数は決定した。

(a) p 偏光を 4 次多項式でフィッティングさせた時

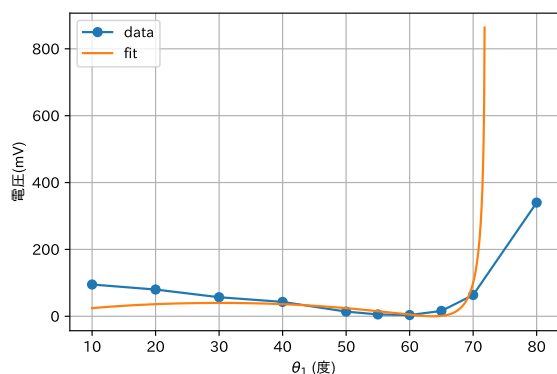


(b) s 偏光を 4 次多項式でフィッティングさせた時

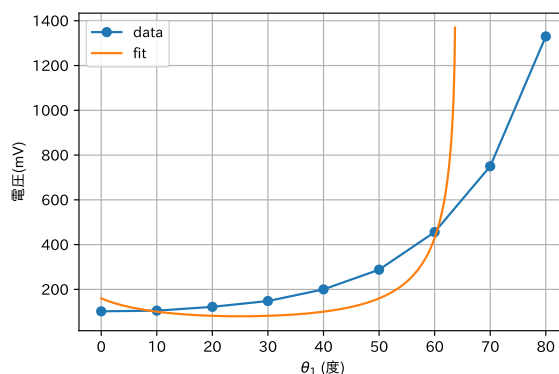


ゆえに、この多項式フィッティング関数をフィッティング関数でフィッティングさせる。しかし、実際にやったものの、フィッティングがやはりうまくいかなかった。そこで手動でフィッティングをすると以下のグラフが得られた。主観でこのパラメータが限界とした。なお、パラメータは、 x 軸方向のシフトと、 y 軸方向のシフト、そして空気の屈折率を 1.1 にしたのみである。

(a) p 偏光を手動でフィッティングさせた時



(b) s 偏光を手動でフィッティングさせた時



この図を見て分かるように、p 偏光では、 θ_1 の値が急上昇しているのに対して、実際の計測では上昇してない。これは、 θ_1 が 70 度付近ではほとんどプリズムが直角となってしまう、うまく計測ができず発散してしまった光を計測していたことが原因かもしれない。これは s 偏光に関しても言うことが可能である。

4.5.3 課題 4-3

これはセクション (4.2.1) にまとめている。

4.5.4 課題 4-4

これはセクション (4.2.2) にまとめている。

5 文献

参考文献

- [1] 初回授業で配布された物理学実験 A/B のテキスト
- [2] FILMETRICS 社のホームページ <https://www.filmetricsinc.jp/refractive-index-database/BK7/Float-Glass>
- [3] 電磁気学 2 演習の足立先生の授業プリント
- [4] 共立出版 青木貞雄 著 「光学入門」 第一版 (2002 年 12 月 1 日)