# 電磁気 カンニングシート

**21B00817 鈴木泰雅,**[1]

## 静電場 (誘電体を含む)

$Maxwell$ 方程式

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho \tag{1}$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{2}$$
$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{3}$$
$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \tag{4}$$

コンデンサー

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} \tag{5}$$
$$C_{\text{並列}} = \sum_i C_i, \quad \frac{1}{C_{\text{直列}}} = \sum_i \frac{1}{C_i} \tag{6}$$

誘電体中の電界

$$\boldsymbol{E}_{\text{全体}} = \boldsymbol{E}_{\text{作用している電場}} + \boldsymbol{E}'_{\text{誘導される電場}} \tag{7}$$
$$= \boldsymbol{E}_{\text{作用している電場}} - \frac{\boldsymbol{P}}{3\epsilon_0}|_{\text{球体のとき}} \tag{8}$$
$$= \boldsymbol{E}_{\text{作用している電場}} - \frac{\boldsymbol{P}}{\epsilon_0}|_{\text{平面板のとき, 法線方向}} \tag{9}$$
$$= \boldsymbol{E}_{\text{作用している電場}} - \frac{\boldsymbol{P}}{2\epsilon_0}|_{\text{棒のとき, 垂直方向}} \tag{10}$$

なお,

$$\boldsymbol{D} = \epsilon \boldsymbol{E}_{\text{全体}} = \epsilon_0 \left(1 + \chi\right) \boldsymbol{E}_{\text{全体}} = \epsilon_0 \boldsymbol{E}_{\text{全体}} + \boldsymbol{P} \tag{11}$$

ポテンシャル

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}, \quad \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} - \nabla \phi \tag{12}$$

$Maxwell$ の応力

$$T = \begin{bmatrix} E_x D_x - \frac{1}{2}\boldsymbol{ED} & E_x D_y & E_x D_z \\ E_y D_x & E_y D_y - \frac{1}{2}\boldsymbol{ED} & E_y D_z \\ E_z D_x & E_z D_y & E_z D_z - \frac{1}{2}\boldsymbol{ED} \end{bmatrix} \tag{13}$$

となる.

## 電磁波

空間上の電磁波

平面電磁波の関係：

$$\frac{H}{E} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}, \quad \frac{1}{2}\epsilon E^2 = \frac{1}{2}\mu H^2 \tag{14}$$

となり、エネルギーは電波と磁場に半分づつ分かれている。

エネルギーの流れ

ポンティングベクトルは以下で定義される：

$$S = E \times H \tag{15}$$

ただし注意として

$$S = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{Re} \boldsymbol{E} \times \operatorname{Re} \boldsymbol{B} \tag{16}$$

である。運動量の流れは

$$\frac{1}{c^2} \langle S \rangle \tag{17}$$

導体中の電磁波

この時は $\sigma, \mu$

$$\boldsymbol{E} = \sigma \boldsymbol{J} \tag{18}$$

を使って次の電信方程式を立てられる：

$$\frac{\partial E_x}{\partial z^2} = \mu\epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t^2} + \sigma\mu \frac{\partial E_x}{\partial t} \tag{19}$$

完全導体では $\sigma = \infty$ の導体のことであり、超伝導体に似ているが、超伝導体はこれ以外にも様々な性質を持っている。

$Maxwell$ 方程式から得られるもの

Maxwell 方程式から

$$-\boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{E} = \nabla \cdot \left( \boldsymbol{E} \times \frac{1}{\mu} \boldsymbol{B} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\mu} \boldsymbol{B}^2 + \epsilon \boldsymbol{E}^2 \right) \right] \tag{20}$$

が得られる。