

# 量子力学 コンニングシート

21B00817 鈴木泰雅,<sup>1</sup>

## 各種公式

交換関係

$$[AB, C] = [A, C]B + A[B, C], \quad [A + B, C] = [A, C] + [B, C] \quad (1)$$

行列の関係式

$$\exp(iaA) = \cos(a)I + i\sin(a)A, \quad A^2 = I \text{ を満たす行列} \quad (2)$$

$$\exp(aA) = \cosh(a)I + \sinh(a)A, \quad A^2 = I \text{ を満たす行列} \quad (3)$$

不確定性原理

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (4)$$

連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j}, \quad \mathbf{j} = \frac{i\hbar}{2m} (\Psi \Delta \Psi^* - \Psi^* \Delta \Psi) \quad (5)$$

ただし  $\rho = |\Psi|^2$  を満たしている.

ハイゼンベルク方程式

$$\frac{d\hat{X}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{X}] \quad (6)$$

## 調和振動子

解は

$$x = \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi}\right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^{n_x} n_x!}} H_{n_x} \left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x\right) \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2\right) \quad (7)$$

であり,

$$H_0(x) = 1, \quad H_1(x) = 2x \quad (8)$$

を満たす.

昇降演算子

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle, \quad \hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle, \quad (9)$$

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1 \quad (10)$$

## 摂動論

$$E_0 = E_0^{(0)} + \lambda \langle 0 | \hat{V} | 0 \rangle + \lambda^2 \sum_{j \neq 0} \frac{|\langle j | \hat{V} | 0 \rangle|^2}{E_0^{(0)} - E_j^{(0)}} \quad (11)$$

状態は

$$|\psi\rangle = |0\rangle + \lambda \sum_{i \neq j} |j\rangle \frac{\langle j | \hat{V} | 0 \rangle}{E_0^{(0)} - E_j^{(0)}} \quad (12)$$

## スピン

$$j_+ |j, m\rangle = \sqrt{(j-m)(j+m+1)} |j, m+1\rangle, \quad j_- |j, m\rangle = \sqrt{(j+m)(j-m+1)} |j, m-1\rangle \quad (13)$$

となる。

スピンの足し算

$J = L + S$  のとき、以下のような規則で足し上げる

$$m_{\text{total}} = m_L + m_S \quad \text{全パターンにおいて} \quad (14)$$

$$s_{\text{total}} = s_1 + s_1, s_1 + s_2 - 1, \dots |s_1 - s_2|, \quad \text{全パターンにおいて} \quad (15)$$

そして、全体の波動関数を

$$|m_{\text{total}}, s_{\text{total}}\rangle \quad (16)$$

として表記する。まず、

$$|m_{\text{total}, \text{max}}, s_{\text{total}, \text{max}}\rangle = |s_{1, \text{max}}, m_{L, \text{max}}\rangle \otimes |s_{2, \text{max}}, m_{S, \text{max}}\rangle \quad (17)$$

となっているため、これらの左右どちらにも

$$J_- = j_{-,1} + j_{-,2} \quad (18)$$

を作用させて

$$|m_{\text{total}, \text{max}}, s_{\text{total}, \text{max}} - 1\rangle \quad (19)$$

を計算していく。