

電磁気 カンニングシート

21B00817 鈴木泰雅,¹

静電場 (誘電体を含む)

Maxwell 方程式

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (4)$$

コンデンサー

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} \quad (5)$$

$$C_{\text{並列}} = \sum_i C_i, \quad \frac{1}{C_{\text{直列}}} = \sum_i \frac{1}{C_i} \quad (6)$$

誘電体中の電界

$$\mathbf{E}_{\text{全体}} = \mathbf{E}_{\text{作用している電場}} + \mathbf{E}'_{\text{誘導される電場}} \quad (7)$$

$$= \mathbf{E}_{\text{作用している電場}} - \frac{\mathbf{P}}{3\epsilon_0} \Big|_{\text{球体のとき}} \quad (8)$$

$$= \mathbf{E}_{\text{作用している電場}} - \frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0} \Big|_{\text{平板のとき, 法線方向}} \quad (9)$$

$$= \mathbf{E}_{\text{作用している電場}} - \frac{\mathbf{P}}{2\epsilon_0} \Big|_{\text{棒のとき, 垂直方向}} \quad (10)$$

なお,

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}_{\text{全体}} = \epsilon_0 (1 + \chi) \mathbf{E}_{\text{全体}} = \epsilon_0 \mathbf{E}_{\text{全体}} + \mathbf{P} \quad (11)$$

ポテンシャル

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \quad (12)$$

Maxwell の応力

$$T = \begin{bmatrix} E_x D_x - \frac{1}{2} \mathbf{E} \mathbf{D} & E_x D_y - \frac{1}{2} \mathbf{E} \mathbf{D} & E_x D_z - \frac{1}{2} \mathbf{E} \mathbf{D} \\ E_y D_x & E_y D_y - \frac{1}{2} \mathbf{E} \mathbf{D} & E_y D_z - \frac{1}{2} \mathbf{E} \mathbf{D} \\ E_z D_x & E_z D_y & E_z D_z - \frac{1}{2} \mathbf{E} \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (13)$$

となる.

電磁波

空間上の電磁波

平面電磁波の関係:

$$\frac{H}{E} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}, \quad \frac{1}{2} \epsilon E^2 = \frac{1}{2} \mu H^2 \quad (14)$$

となり、エネルギーは電波と磁場に半分ずつ分かれている。

エネルギーの流れ

ポントィングベクトルは以下で定義される：

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (15)$$

ただし注意として

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{Re} \mathbf{E} \times \operatorname{Re} \mathbf{B} \quad (16)$$

である。運動量の流れは

$$\frac{1}{c^2} \langle \mathbf{S} \rangle \quad (17)$$

導体中の電磁波

この時は σ, μ

$$\mathbf{E} = \sigma \mathbf{J} \quad (18)$$

を使って次の電信方程式を立てられる：

$$\frac{\partial E_x}{\partial z^2} = \mu\epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t^2} + \sigma\mu \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (19)$$

完全導体では $\sigma = \infty$ の導体のことであり、超伝導体に似ているが、超伝導体はこれ以外にも様々な性質を持っている。