

電磁気学 レポート問題

以下の問題を解いて 6 月 10 日中までに T2SCHOLA の課題ボックスに答案を提出すること。

- 答えよりも導出過程を重視して採点するので、式変形を省略しないこと。
- 提出前にファイルの内容をよく確認すること。
(スキャン時のトラブルで影が入ったり、別の科目の答案と取り違えたりしていないか、など)。

問題 R2.1：静電ポテンシャル

静電ポテンシャルが $\phi(r) = (e^{-r/a} - 1)/r$ であるとする ($a > 0$)。

- (1) 任意の点 \mathbf{r} における電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ を求めよ。
- (2) ポアソン方程式 $\Delta\phi = -\rho/\varepsilon_0$ より、この静電ポテンシャルを与える電荷分布 $\rho(\mathbf{r})$ を求めよ。
- (3) ポアソン方程式の特解の式 (R.1) の右辺に (1) で求めた電荷分布を代入して積分を実行し、もとの静電ポテンシャルが得られることを確認せよ。

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3r' \quad (\text{R.1})$$

問題 R2.2：ベクトルポテンシャル

- (1) 任意のスカラー場 $\phi(\mathbf{x})$ とベクトル場 $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ について、次の等式が成り立つことを示せ。ただし、 $\phi(\mathbf{x})$ と $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ の分布は局所的であるとし、積分はその分布範囲よりも広い領域 V について行うものとする。

$$\int_V (\nabla \times \mathbf{A}) d^3x = 0 \quad (\text{R.2})$$

$$\int_V (\nabla \times \mathbf{A}) \phi d^3x = \int_V (\mathbf{A} \times (\nabla \phi)) d^3x \quad (\text{R.3})$$

- (2) 磁気双極子が空間的に分布し、単位体積あたりの平均双極子が $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ で与えられるとき、その双極子が作る磁場のベクトルポテンシャルは次のように書ける (問題 10.3 を復習せよ)。

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{M}(\mathbf{x}') \times (\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} d^3x' \quad (\text{R.4})$$

ここで、有効電流密度を $\mathbf{j}_m = \nabla \times \mathbf{M}$ と定義するとき、 \mathbf{A} を次のように表せることを示せ。

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{j}_m(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3x' \quad (\text{R.5})$$

小問 (1) が解けていなくても、小問 (2) を解く際に等式 (R.2), (R.3) を用いて良い。

以上