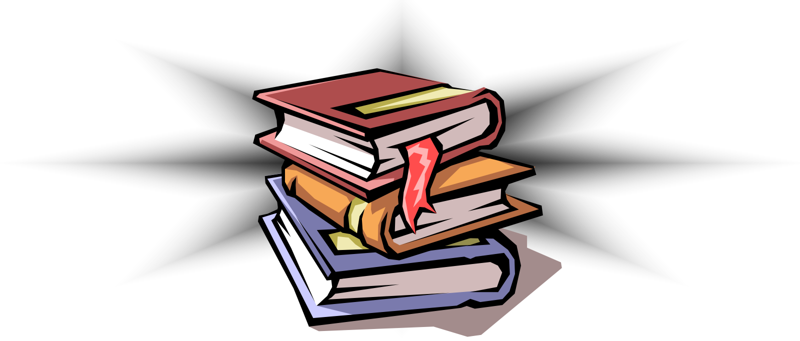
Tailieumontoan.com

Trịnh Bình



ĐỀ THI VÀO LỚP 10
MÔN TOÁN THÀNH PHỐ HÀ NỘI

Thanh Hóa, tháng 11 năm 2019

TUYỂN TẬP ĐỀ THI TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN THÀNH PHỐ HÀ NỘI

LỜI NÓI ĐẦU

Để góp phần định hướng cho việc dạy - học ở các trường nhất là việc ôn tập, rèn luyện kĩ năng cho học sinh sát với thực tiễn giáo dục, nhằm nâng cao chất lượng các kì thi tuyển sinh, Website: ***tailieutoanhoc.com*** *phát hành tuyển tập đề thi tuyển sinh vào lớp 10 môn toán thành phố Hà Nội qua các năm có đáp án chi tiết.*

Về nội dung kiến thức, kĩ năng: Tài liệu được biên soạn theo hướng bám Chuẩn kiến thức, kĩ năng của Bộ GDĐT, trong đó tập trung vào những kiến thức cơ bản, trọng tâm và kĩ năng vận dụng, được viết theo hình thức Bộ đề ôn thi dựa trên các đề thi vào lớp 10 các năm của thành phố Hà Nội. Mỗi đề thi đều có hướng dẫn giải chi tiết!

Hy vọng đây là Bộ tài liệu ôn thi có chất lượng, góp phần quan trọng nâng cao chất lượng dạy - học ở các trường THCS và kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT năm học 2020-2021 và những năm tiếp theo.

Mặc dù đã có sự đầu tư lớn về thời gian, trí tuệ của đội ngũ những người biên soạn, song không thể tránh khỏi những hạn chế, sai sót. Mong được sự đóng góp của các thầy, cô giáo và các em học sinh trong toàn tỉnh để Bộ tài liệu được hoàn chỉnh hơn.

Chúc các thầy, cô giáo và các em học sinh thu được kết quả cao nhất trong các kỳ thi sắp tới!

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
Đề số 1

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019 – 2020
Môn thi: MÔN TOÁN
Ngày thi 02 tháng 6 năm 2019
Thời gian làm bài: 120 phút.

Bài I. *(2,0 điểm)* Cho hai biểu thức $A=\dfrac{4\left(\sqrt{x}+1\right)}{25-x}$ và $B=\left(\dfrac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ với $x\ge 0;x\ne 25$.

1) Tìm giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A.B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Bài II. *(2,5 điểm).*

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :*
Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 15 ngày làm xong. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 3 ngày rồi dừng lại và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 25% công việc. Hỏi mỗi đội làm riêng thì bao nhiêu ngày mới hoàn thành xong công việc trên?

2) Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao $1{,}75\,m$ và diện tích đáy là $0{,}32\,m^2$. Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước ? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).

Bài III. *(2,0 điểm)*

1) Giải phương trình: $x^4-7x^2-18=0$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=2mx-m^2+1$ và parabol $(P): y=x^2$

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2 thỏa mãn $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{-2}{x_1x_2}+1$.

Bài IV. *(3,0 điểm)* Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB<AC$) nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H.

1) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.

3) Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại điểm I,
đường thẳng EF cắt đường thẳng AH tại điểm P. Chứng minh tam giác APE đồng dạng với tam giác AIB và đường thẳng KH song song với đường thẳng IP.

Bài V. *(0,5 điểm)* Cho biểu thức $P = a^4 + b^4 - ab$ với a,b là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 + ab = 3$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của P.

________________Hết________________

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2018 – 2019

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 2

Bài 1. *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0, x\ne 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$.

c) Tìm tất cả giá trị của x để $\dfrac{A}{B}\ge \dfrac{x}{4}+5$.

Bài 2. *(2,0 điểm)*

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28 mét và độ dài đường chéo bằng 10 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó theo đơn vị mét.

Bài 3. *(2,0 điểm)*

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases}4x-\left|y+2\right|=3\\ x+2\left|y+2\right|=3\end{cases}$.

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=(m+2)x+3$ và parabol $(P): y=x^2$.

i) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

ii) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có các hoành độ là các số nguyên.

Bài 4. *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn $(O;R)$ với dây cung AB không đi qua tâm. Lấy S là một điểm bất kì trên tia đối của tia AB (S khác A). Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SC, SD với đường tròn $(O;R)$ sao cho điểm C nằm trên cung nhỏ AB (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB.

a) Chứng minh năm điểm C, D, H, O, S thuộc đường tròn đường kính SO.

b) Khi $SO=2R$, hãy tính độ dài đoạn thẳng SD theo R và tính số đo $\widehat{CSD}$.

c) Đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng SC, cắt đoạn thẳng CD tại điểm K. Chứng minh tứ giác $ADHK$ là tứ giác nội tiếp và đường thẳng BK đi qua trung điểm của đoạn thẳng SC.

d) Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng BD và F là hình chiếu vuông góc của điểm E trên đường thẳng AD. Chứng minh rằng, khi điểm S thay đổi trên tia đối của tia AB thì điểm F luôn thuộc một đường tròn cố định.

Bài 5. *(0,5 điểm)*

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}+2\sqrt{x}$.

________________**Hết**________________

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2017 – 2018
Môn thi: MÔN TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 3

Bài I *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}+\dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$, với $x\geq 0, x\neq 25$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi x = 9.
2) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$.
3) Tìm tất cả các giá trị của x để $A=B.\left|x-4\right|$.

Bài II *(2,0 điểm)*

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình, hệ phương trình:

Một xe ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quảng đường AB dài 120 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy là 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài III *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x}+2\sqrt{y-1}=5\\ 4\sqrt{x}-\sqrt{y-1}=2\end{cases}$.
2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): y = mx + 5.
   a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm A(0;5) với mọi giá trị của m.
   b) Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P): $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$) sao cho $\left|x_1\right| > \left|x_2\right|$.

Bài IV *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC. Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ AB và cung nhỏ BC. Hai dây AN và CM cắt nhau tại điểm I. Dây MN cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại các điểm H và K.

1) Chứng minh bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.
2) Chứng minh $NB^2 = NK.NM$.
3) Chứng minh tứ giác BHIK là hình thoi.

4) Gọi P, Q lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác MBK, tam giác MCK và E là trung điểm của đoạn PQ. Vẽ đường kính ND của đường tròn (O). Chứng minh ba điểm D, E, K thẳng hàng.

Bài V *(0,5 điểm)*

Cho các số thực a, b, c thay đổi luôn thỏa mãn $a \geq 1$, $b \geq 1$, $c \geq 1$ và $ab + bc + ca = 9$.

Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$.

________________Hết________________

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2016 – 2017

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 4

Bài I *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức $A = \dfrac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \dfrac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

2) Chứng minh $B = \dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm x để biểu thức $P = A.B$ có giá trị là số nguyên.

Bài II *(2,0 điểm)*

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $720m^2$. Nếu tăng chiều dài thêm 10m và giảm chiều rộng 6m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

Bài III *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{3x}{x-1} - \dfrac{2}{y+2} = 4 \\ \dfrac{2x}{x-1} + \dfrac{1}{y+2} = 5 \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = 3x + m^2 - 1$ và parabol (P): $y = x^2$.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1; x_2 là hoành độ giao điểm của (d) và (P).Tìm m để $(x_1+1)(x_2+1) = 1$.

Bài IV *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm) và đường kính BC. Trên đoạn CO lấy điểm I (I khác C, I khác O). Đường thẳng AI cắt (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm DE.

1) Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{BD}{BE}$

3) Đường thẳng d đi qua E song song với AO, d cắt BC tại K. Chứng minh $HK // DC$.

4) Tia CD cắt AO tại điểm P, tia EO cắt BP tại điểm F. Chứng minh tứ giác $BECF$ là hình chữ nhật.

Bài V *(0,5 điểm)*

Với các số thực $x; y$ thỏa mãn $x-\sqrt{x+6}=\sqrt{y+6}-y$ tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+y$.

________________Hết________________

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2015 – 2016

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 5

Bài I *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $P = \dfrac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $Q = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với x > 0, $x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức P khi x = 9.
2) Rút gọn biểu thức Q.
3) Tìm giá trị của x để biểu thức $\dfrac{P}{Q}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài II *(2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60km, sau đó chạy xuôi dòng 48km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2km/giờ. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Bài III *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+y)+\sqrt{x+1}=4 \\ (x+y)-3\sqrt{x+1}=-5 \end{cases}$
2) Cho phương trình : x^2 - (m + 5)x + 3m + 6 = 0 (x là ẩn số).
   a. Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực m.
   b. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác có độ dài cạnh huyền bằng 5.

Bài IV *(3,5 điểm)*

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Lấy điểm C trên đoạn thẳng AO (C khác A, C khác O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB cắt nửa đường tròn tại K. Gọi M là điểm bất kì trên cung KB (M khác K, M khác B). Đường thẳng CK cắt các đường thẳng AM, BM lần lượt tại H và D. Đường thẳng BH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai N.

1) Chứng minh tứ giác ACMD là tứ giác nội tiếp.
2) Chứng minh CA.CB = CH.CD.
3) Chứng minh ba điểm A, N, D thẳng hàng và tiếp tuyến tại N của nửa đường tròn đi qua trung điểm của DH.
4) Khi M di động trên cung KB, chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Bài V *(0,5 điểm)*

Với hai số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 4$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = \dfrac{ab}{a+b+2}$

________________Hết________________

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………….   Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1:   Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2014 – 2015

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 6

Bài I *(2,0 điểm)*

1) Tính giá trị của biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ khi $x = 9$

2) Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\right).\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

a)Chứng minh rằng $P = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

b)Tìm các giá trị của x để $2P = 2\sqrt{x} + 5$

Bài II *(2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*

Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Bài III *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{4}{x+y} + \dfrac{1}{y-1} = 5 \\ \dfrac{1}{x+y} - \dfrac{2}{y-1} = -1 \end{cases}$

2) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): y = -x + 6 và parabol (P): $y = x^2$.

a) Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P).

b) Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB.

Bài IV *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB cố định. Vẽ đường kính MN của đường tròn (O; R) (M khác A, M khác B). Tiếp tuyến của đường tròn (O; R) tại B cắt các đường thẳng AM, AN lần lượt tại các điểm Q, P.

1) Chứng minh tứ giác AMBN là hình chữ nhật.

2) Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn.

3) Gọi E là trung điểm của BQ. Đường thẳng vuông góc với OE tại O cắt PQ tại điểm F. Chứng minh F là trung điểm của BP và ME // NF.

4) Khi đường kính MN quay quanh tâm O và thỏa mãn điều kiện đề bài, xác định vị trí của đường kính MN để tứ giác MNPQ có diện tích nhỏ nhất.

Bài V *(0,5 điểm)*

Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện a + b + c = 2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \sqrt{2a + bc} + \sqrt{2b + ca} + \sqrt{2c + ab}$

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2013 – 2014

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 7

Bài I: *(2,0 điểm)*

Với $x > 0$, cho hai biểu thức $A = \dfrac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \dfrac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 64$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm x để $\dfrac{A}{B} > \dfrac{3}{2}$.

Bài II: *(2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*

Quãng đường từ A đến B dài 90 km. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về đến A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Bài III: *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3(x+1)+2(x+2y)=4 \\ 4(x+1)-(x+2y)=9 \end{cases}$

2) Cho parabol (P) : $y = \dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = mx - \dfrac{1}{2}m^2 + m + 1$.

a) Với $m = 1$, xác định tọa độ các giao điểm A, B của (d) và (P).

b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 2$.

Bài IV: *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C (AB < AC, d không đi qua tâm O).

1) Chứng minh tứ giác AMON nội tiếp.

2) Chứng minh $AN^2 = AB.AC$.

Tính độ dài đoạn thẳng BC khi AB = 4 cm, AN = 6 cm.

3) Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T. Chứng minh MT // AC.

4) Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau ở K. Chứng minh K thuộc một đường thẳng cố định khi d thay đổi và thỏa mãn điều kiện đề bài.

Bài V: *(0,5 điểm)*

Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện a + b + c + ab + bc + ca = 6abc, chứng minh: $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\geq 3$

_______________Hết_______________

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2012 – 2013

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 8

Bài I *(2,5 điểm)*

1) Cho biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$ Tính giá trị của biểu thức A khi x = 36.
2) Rút gọn biểu thức $B = \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \dfrac{4}{\sqrt{x}-4}\right) : \dfrac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \geq 0, x \neq 16$).
3) Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức B(A – 1) là số nguyên.

Bài II (2,0 điểm) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai người cùng làm chung một công việc trong $\dfrac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì thời gian để người thứ nhất hoàn thành công việc ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong công việc?

Bài III *(1,5 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{y} = 2 \\ \dfrac{6}{x} - \dfrac{2}{y} = 1 \end{cases}$
2) Cho phương trình : $x^2 - (4m-1)x + 3m^2 - 2m = 0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 7$

Bài IV *(3,5 điểm)* Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là điểm bất kì trên cung nhỏ AC (M khác A và C), BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

1) Chứng minh tứ giác CBKH là tứ giác nội tiếp.
2) Chứng minh $\widehat{ACM} = \widehat{ACK}$
3) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho BE = AM. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C.
4) Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A. Cho P là một điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\dfrac{AP.MB}{MA} = R$. Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.

Bài V *(0,5 điểm)* Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện $x \geq 2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \dfrac{x^2 + y^2}{xy}$.

________________**Hết**________________

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2011 – 2012

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 9

Bài I *(2,5 điểm)*

Cho $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}-\frac{10\sqrt{x}}{x-25}-\frac{5}{\sqrt{x}+5}$ Với $x\ge 0, x\ne 25$.

1) Rút gọn biểu thức A.

2) Tính giá trị của A khi x = 9.

3) Tìm x để $A<\frac{1}{3}$.

Bài II *(2,5 điểm)*

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?

Bài III *(1,0 điểm)*

Cho Parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=2x-m^2+9$.

1) Tìm toạ độ các giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) khi m = 1.

2) Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Bài IV *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Gọi d_1 và d_2 là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại hai điểm A và B.Gọi I là trung điểm của OA và E là điểm thuộc đường tròn (O) (E không trùng với A và B). Đường thẳng d đi qua điểm E và vuông góc với EI cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại M, N.

1) Chứng minh AMEI là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $\angle ENI=\angle EBI$ và $\angle MIN=90^0$.

3) Chứng minh AM.BN = AI.BI .

4) Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa E của đường tròn (O). Hãy tính diện tích của tam giác MIN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Bài V *(0,5 điểm)*

Với $x > 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = 4x^2 - 3x + \dfrac{1}{4x} + 2011.$

________________Hết________________

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………….. Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2010 – 2011

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 10

Bài I *(2,5 điểm)*

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 9$

1) Rút gọn biểu thức A.

2) Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{3}$.

3) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A

Bài II *(2,5 điểm)*

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

Bài III *(1,0 điểm)*

Cho parabol (P) : $y = -x^2$ và đường thẳng (d) : $y = mx - 1$

1) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

2) Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P). Tìm giá trị của m để: $x_1^2x_2 + x_2^2x_1 - x_1x_2 = 3$

Bài IV *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O) có đường kính AB = 2R và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại điểm F.

1) Chứng minh FCDE là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh DA.DE = DB.DC

3) Chứng minh $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, chứng minh IC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

4) Cho biết DF = R, chứng minh tg $\widehat{AFB} = 2$.

Bài V *(0,5 điểm)*

Giải phương trình : $x^2 + 4x + 7 = (x+4)\sqrt{x^2+7}$

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………….

Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1:

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Đề số 11

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2009 – 2010

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Bài I *(2,5 điểm)* Cho biểu thức: $A=\frac{x}{x-4}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x \ge 0$ và $x \ne 4$

1) Rút gọn A
2) Tính giá trị của A khi x = 25
3) Tìm x để $A=-\frac{1}{3}$

Bài II *(2,5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 áo.Biết rằng trong một ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ trong một ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

Bài III *(1,0 điểm)*

Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$

1) Giải phương trình đã cho khi m = 1
2) Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1; x_2 thoả mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 10$

Bài IV *(3,5 điểm)* Cho (O;R) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

1) Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp.
2) Gọi E là giao điểm của BC và OA. Chứng minh BE vuông góc với OA và $OE.OA = R^2$
3) Trên cung nhỏ BC của (O;R) lấy điểm K bất kì (K khác B và C). Tiếp tuyến tại K của (O;R) cắt AB, AC theo thứ tự tại P và Q. Chứng minh tam giác APQ có chu vi không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ BC.
4) Đường thẳng qua O và vuông góc với OA cắt các đường thẳng AB, AC theo thứ tự tại M, N. Chứng minh $PM + QN \ge MN$

Bài V *(0,5 điểm)* Giải phương trình

$$\sqrt{x^2-\frac{1}{4}+\sqrt{x^2+x+\frac{1}{4}}}=\frac{1}{2}\left(2x^3+x^2+2x+1\right)$$

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………… Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2008 – 2009

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 12

Bài I: Cho biểu thức $P=\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+x}\right)$

1) Rút gọn biểu thức P
2) Tính giá trị của biểu thức P khi x = 4
3) Tìm x để P = $\frac{13}{3}$

Bài II : Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy . Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% và tổ hai vượt mức 10 % so với tháng thứ nhất , vì vậy hai tổ sản xuất được 1010 chi tiết máy Hỏi tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Bài III : Trên hệ trục toạ độ Oxy, cho Parapol (P) có ptrình là : $y=\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình y = mx + 1

a) CMR: với mọi giá trị của m đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt .
b) Gọi A ,B là hai giao điểm của (d) và (P) .Tính diện tích ΔAOB theo m (O là gốc toạ độ)

Bài IV: Cho đtròn (O), đường kính AB = 2R và E là điểm bất kì nằm trên đường tròn đó (E khác A và B). Đường phân giác góc AEB cắt đoạn thẳng AB tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K.

a) Chứng minh ΔKAF đồng dạng ΔKEA .
b) Gọi I là giao điểm của đường trung trực đoạn EF với OE. Chứng minh đường tròn (I) bán kính IE tiếp xúc với đường tròn (O) tại E và tiếp xúc với đường thẳng AB tại F.
c) Chứng minh MN // AB , trong đó M và N lần lượt là giao điểm thứ hai của AE , BE với đường tròn (I).
d) Tính giá trị nhỏ nhất chu vi của ΔKPQ theo R khi E di chuyển trên đường tròn (O), với P là giao điểm của NE và AK, Q là giao điểm của MF và BK.

Bài V: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A biết

$$A=(x-1)^4+(x-3)^4+6(x-1)^2(x-3)^2$$

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………….

Số báo danh:……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2007 – 2008

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 13

Bài 1 (2,5 điểm)

Cho biểu thức: $P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{\sqrt{x}+1}-\frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$

1/ Rút gọn biểu thức P

2/ Tìm x để $P<\frac{1}{2}$

Bài 2 (2,5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24 km. Khi từ B trở về A người đó tăng vận tốc lên 4 km/h so với lúc đi, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B.

Bài 3 (1 điểm)

Cho phương trình $x^2+bx+c=0$

1/ Giải phương trình khi $b=-3$ và $c=2$.

2/ Tìm b, c để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt và tích của chúng bằng 1.

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O; R) tiếp xúc với đường thẳng d tại A. Trên d lấy điểm H không trùng với điểm A và AH < R. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với d, đường thẳng này cắt đường tròn tai hai điểm E và B (E nằm giữa B và H).

1/ Chứng minh $\widehat{ABE}=\widehat{EAH}$ và $\Delta ABH \sim \Delta EAH$

2/ Lấy điểm C trên d sao cho H là trung điểm của đoạn thẳng AC, đường thẳng CE cắt AB tại K. Chứng minh AHEK là tứ giác nội tiếp.

3/ Xác định vị trí điểm H để $AB=R\sqrt{3}$.

Bài 5 (0,5 điểm)

Cho đường thẳng $y=(m-1)x+2$

Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng đó là lớn nhất.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2006 – 2007

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 14

Bài 1: *(2,5 điểm)*

Cho biểu thức $P=\left[\dfrac{a+3\sqrt{a}+2}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-1)}-\dfrac{a+\sqrt{a}}{a-1}\right]:\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{a}-1}\right)$

1/Rút gọn biểu thức P.

2/Tìm a để $\dfrac{1}{P}-\dfrac{\sqrt{a}+1}{8}\geq 1$

Bài 2: *(2,5 điểm)*

Một ca nô xuôi dòng trên một khúc sông từ bến A đến bến B dài 80 km, sau đó lại ngược dòng đến địa điểm C cách bến B 72 km. Thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 15 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

Bài 3: *(1 điểm)*

Tìm toạ độ giao điểm A và B của đồ thị hai hàm số $y = 2x + 3$ và $y = x^2$.

Gọi D và C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành. Tính S_{ABCD}

Bài 4: *(3 điểm)*

Cho (O) đường kính AB = 2R, C là trung điểm của OA và dây MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tuỳ ý trên cung nhỏ BM, H là giao điểm của AK và MM .

a) CMR: BCHK là tứ giác nội tiếp.
b) Tính AH.AK theo R.
c) Xác định vị trí của điểm K để (KM+KN+KB) đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó .

Bài 5: *(1 điểm)*

Cho hai số dương x, y thoả mãn điều kiện: $x + y = 2$. Chứng minh: $x^2y^2(x^2+ y^2) \leq 2$

________________Hết________________

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………….. Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2004 – 2005

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 14

A/ Lý thuyết (2đ): Học sinh chọn 1 trong 2 đề

Đề 1: Nêu điều kiện để $\sqrt{A}$ có nghĩa.

Áp dụng : Với giá trị nào của x thì $\sqrt{2x-1}$ có nghĩa.

Đề 2:Phát biểu và chứng minh định lý góc có đỉnh ở bên trong đường tròn.

B. Bài tập bắt buộc (8đ)

Bài 1 (2,5đ) Cho biểu thức P = $\left(\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{5\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}-x}\right):\left(\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right)$

a/ Rút gon P.

b/ Tính giá trị của P khi x = $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

c/ Tìm m để có x thỏa mãn P = mx$\sqrt{x}$ - 2mx + 1

Bài 2 (2đ) giải bài toán bằng cách lập phương trình

Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng do cải tiến kỹ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm 2 sản phẩm . Vì vậy , chẳng những đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phẩm.Hỏi theo kế hoạch , mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu snr phẩm?

Bài 3 (3,5 đ)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm M tùy ý giữa A và B. Đường tròn đường kính BM cắt đường thẳng BC tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng CM, AE lần lượt cắt đường tròn tại các điêmt thứ 2 là H và K.

a/ Cm tứ giác AMEC là tứ giác nội tiếp.

b/ cm góc ACM bằng góc KHM.

c/ cm các đường thẳng BH, EM và AC đồng quy.

d/Giả sử AC<AB , hãy xác định vị trí của M để tứ giác AHBC là hình thang cân.

_________________Hết_________________

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………….   Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1:   Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2003 – 2004

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 15

A-**Lý thuyết(**2 điểm). Thí sinh chọn một trong hai đề sau:
Đề 1. Định nghĩa phương trõnh bậc nhất hai ẩn số và nghiệm của nú. Hóy tõm nghiệm chung của 2 phương trõnh : x+ 4y = 3 và x – 3y = -4.
Đề 2. Phát biểu định lý góc có đỉnh ở bên ngoaõ đường trũn. Chứng minh định lý trong trường hợp hai cạnh của góc cắt đường trũn.
B- Bài tập bắt buộc (8 điểm)

Bài 1: Cho biểu thức P = $\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right):\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}+\frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}\right)$

a) Rút gọn P
b) Tính GT của P khi x = $\frac{2}{2+\sqrt{3}}$
c) Tìm các GT của x thoả mãn P.$\sqrt{x}=6\sqrt{x}-3-\sqrt{x-4}$

Bài 2: *Giải bài toán bằng cách lập phương trình*

Để hoàn thành một công việc , hai tổ phải làm chung trong 6h. Sau 2h làm chung thì tổ hai bị điều đi làm việc khác , tổ một đã hoàn thành nốt công việc còn lại trong 10h. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc.

Bài3:

Cho đường tròn (O;R) , đường thẳng d không qua O cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt A,B. Từ một điểm C trên d(C nằm ngoài đường tròn), kẻ hai tiếp tuyến CM, CN tới đường tròn(M,N thuộc O) . Gọi H là trung điểm của AB, đường thẳng OH cắt tia CN tại K.

1) C/m 4 điểm C,O,H,N thuộc một đường tròn
2) C/m : KN.KC=KH.KO
3) Đoạn thẳng CO cắt (O) tại I, chứng minh I cách đều CM,CN,MN.
4) Một đường thẳng đi qua O và song song với MN cắt các tia CM,CN lần lượt tại E và F.Xác định vị trí của điểm C trên d sao cho diện tích tam giác CEF nhỏ nhất.

________________Hết________________

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2002 – 2003

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 16

A- Lý thuyết (2đ) thí sinh chọn một trong 2 đề sau

Đề 1, Phát biểu và viết dạng tổng quát của qui tắc khai phương một tích.

Áp dụng tính: $P = \dfrac{\sqrt{50}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$.

Đề 2. Định nghĩa đường tròn. Chứng minh rằng đường kính là dây lờn nhất của đường tròn.

B- Bài tập bắt buộc (8 điểm)

Bài 1 (2,5 đ)

Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}+\dfrac{8x}{4-x}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}}-\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)$

a/ Rút gọn P.

b/ Tìm giá trị của x để P = -1.

c/ Tìm m để với mọi giá trị của x>9 ta có:

$m(\sqrt{x}-3)P > x+1$

Bài 2 (2đ). Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18%, tổ II vượt mức 21% , vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

Bài 3 (3,5đ). Cho đường tròn (O), một đường kính AB cố định, một điểm I nằm giã A và O sao cho $AI = \dfrac{2}{3}AO$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN, sao cho C không trùng với M,N và B. Nối AC cắt MN tại E.

a/ Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp được trong đường tròn.

b/ Chứng minh $\triangle AME$ đồng dạng với $\triangle$ACM và $AM^2 = AE.AC$

c/ Chứng minh $AE.AC - AI.IB = AI^2$

d/ Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………… Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2001 – 2002

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 17

A.Lí thuết (2 điểm): Học sinh chọn một trong hai đề sau:

Đề 1: Phát biểu định nghĩa và nêu tính chất của hàm số bậc nhất.

Ap dụng: Cho hai hàm số bậc nhất y = 0,2x-7 và y = 5-6x

Hỏi hàm số nào đồng biến , hàm số nào nghịch biến ,vì sao?

Đề 2: Nêu các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp đường tròn.

B.Bài tập bắt buộc(8 điểm):

Bài 1(2,5 điểm): Cho biểu thức $P = \left(\sqrt{x} - \dfrac{x+2}{\sqrt{x}+1}\right) : \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{\sqrt{x}-4}{1-x}\right)$

a) Rút gọn P
b) Tìm các GT của x để P<0
c) Tìm GTNN của P

Bai2(2 điểm): *Giải bài toán bằng cách lập phương trình*

Một công nhân dự định làm 150 sản phẩm trong một thời gian nhất định.Sau khi làm được 2h với năng xuất dự kiến ,người đó đã cảI tiến cácthao tác nên đã tăng năng xuất được 2 sản phẩm mỗi giờ và vì vậy đã hoàn thành 150 sản phẩm sớm hơn dự kiến 30 phút. Hãy tính năng xuất dự kiến ban đầu.

Bài3(3,5 điểm): Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định và một đường kính EF bất kì (E khác A,B). Tiếp tuyến tại B với đường tròn cắt các tia AE,AF lần lượt tại H,K . Từ A kẻ đường thẳng vuông góc với EF cắt HK tại M.

a) Chứng minh tứ giác AEBF là hình chữ nhật
b) Chứng minh tứ giác EFKH nội tiếp đường tròn
c) Chứng minh AM là trung tuyến của tam giác AHK
d) Gọi P,Q là trung điểm tương ứng của HB,BK,xác định vị trí của đường kính EF để tứ giác EFQP có chu vi nhỏ nhất.

________________Hết________________

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………….   Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1:   Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2000 – 2001

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 18

A.Lí thuết (2 điểm): Học sinh chọn một trong hai đề sau:

Đề 1: Thế nào là phép khử mẫu của biểu thức lấy căn. Viết công thức tổng quát.

Ap dụng tính : $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}}$.

Đề 2: Phát biểu và chứng minh định lí góc có đỉnh bên trong đường tròn.

B.Bài toán bắt buộc (8điểm):

Bài 1(2,5 điểm): Cho biểu thức: $P=\left(\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{3}{\sqrt{x}-2}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right)$.

a) Rút gọn P

b) Tính GT của P biết x= 6-2$\sqrt{5}$

c) Tìm các GT của n để có x thoả mãn P.$(\sqrt{x}+1)>\sqrt{x}+n$.

Bài 2(2 điểm): *Giải bài toán bằng cách lập phương trình*

Một ca nô chạy trên sông trong 8h, xuôi dòng 81 km và ngược dòng 105km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó ,ca nô này chay trong 4h, xuôi dòng 54km và ngược dòng 42km. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết vân tốc dòng nước và vận tốc riêng của ca nô không đổi.

Bai3(3,5 điểm): Cho đường tròn (O) đường kính AB=2R, dây MN vuông góc với dây AB tại I sao cho IA< IB. Trên đoạn MI lấy điểm E(E khác M và I).Tia AE cắt đường tròn tại điểm thứ hai K.

a) Chứng minh tứ giác IEKB nội tiếp.

b) C/m tam giác AME,AKM đồng dạng và AM^2 =AE.AK

c) C/m: AE.AK+BI.BA=$4R^2$

d) Xác định vị trí điểm I sao cho chu vi tam giác MIO đạt GTLN.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi số 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 1999 – 2000

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 19

A.Lí thuết (2 điểm): Học sinh chọn một trong hai đề sau:

Đề1: Phát biểu hai quy tắc đổi dấu của phân thức. Viết công thức minh hoạ cho tong quy tắc.

áp dụng: Thực hiện phép tính : $\dfrac{2a^2}{a-b}+\dfrac{a^2+b^2}{b-a}$.

Đề 2: Phát biểu định lí về góc nội tiếp của đường tròn . Chứng minh định lí trong trường hợp tâm O nằm trên một cạnh của góc.

B.Bài toán bắt buộc(8 điểm):

Bài1(2,5 điểm): Cho biểu thức P $=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2}{x-1}\right)$

a) Rút gọn P
b) Tìm các GT của x để P>0
c) Tìm các số m để có các GT của x thoả mãn P.$\sqrt{x}=m-\sqrt{x}$.

Bài 2(2 điểm): *Giải bài toán bằng cách lập phương trình*

Một xe tải và một xe con cùng khởi hành từ A đi đến B.Xe tải đi với vận tốc 40km/h, xe con đi với vận tốc 60km/h. Saukhi mỗi xe đi được nửa đường thì xe con nghỉ 40 phút rồi chạy tếp đến B; xe tải trên quãng đường còn lại đã tăng vân tốc thêm 10km/h nhưng vẫn đến B chậm hơn xe con nửa giờ. Hãy tính quãng đường AB.

Bài 3(3,5 điểm): Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB,AC và cát tuyến AMN với đường tròn(B,C,M,N thuộc đường tròn; AM<AN). Gọi I là giao điểm thứ hai của đường thẳng CE với đường tròn (E là trung điểm của MN).

a) Chứng minh 4 điểm A,O,E,C cùng nằm trên một đường tròn.
b) Chứng minh :góc AOC = gócBIC;
c) Chứng minh : BI//MN
d) Xác định vị trí cát tuyến AMN để diện tich tam giác AIN lớn nhất.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 1998 – 1999

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 20

A. Lí thuyết (2 điểm): Học sinh chọn một trong hai đề sau:

Đề 1: Phát biểu tính chất cơ bản của phân thức đại số. Các đẳng thức sau đúng hay sai,vì sao?

$$\frac{3(x^2+1)}{x^2+1}=3;\frac{5m-25}{15-5m}=\frac{m-5}{m-3}$$

Đề 2: CMR: nếu cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

B. Bắt buộc(8 điểm):

Bài1(2,5 điểm): Cho biểu thức P=$\left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(1-\frac{x+4}{x+\sqrt{x}+1}\right)$

a) Rút gọn P
b) Tìm GT nguyên của x để P nhận GT nguyên dương.

Bai 2(2 điểm): *Giải bài toán bằng cách lập phương trình*

Một người dự định đi xe đạp từ A đến B cách nhau 36km trong thời gian nhất định.Sau khi đi được nửa quãng đường người đó dừng lại nghỉ 18 phút.Do đó để đến B đúng hẹn người đó đã tăng vận tốc thêm 2km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc ban đầu và thời gian xe lăn bánh trên đường.

Bai3(3,5 điểm):

Cho tam giác ABC vuông tại A,đường cao AH. Đường tròn đường kính AH cắt các cạnh AB,AC lần lượt tại E và F.

1) Chứng minh tứ giác AEHF là hình chữ nhật
2) Chứng minh: AE.AB = AF.AC
3) Đường thẳng qua A vuông góc với EF cắt cạnh BC tại I. Chứng minh I là trung điểm của BC.
4) Chứng minh rằng: nếu diện tích tam giac ABC gấp đôi diện tích hình chữ nhật AEHF thì tam giác ABC vuông cân.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 1997 – 1998

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 21

Bài 1

Cho biểu thức: $A = \sqrt{x} : \left(\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \dfrac{1}{1+\sqrt{x}} + \dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1} \right)$

a/ Rút gọn A.

b/ Tìm x để A = 7

Bài 2:

Một công nhân dự tính làm 72 sản phẩm trong một thời gian đã định.Nhưng trong thực tế xí nghiệp lại giao làm 80 sản phẩm. Vì vậy, mặc dù người đó đã làm mỗi giờ thêm 1 sản phẩm song thời gian hoàn thành công việc vẫn tăng so với dự định 12 phút.

Tính năng suất dự kiến, biết rằng mỗi giờ người đó làm không quá 20 sản phẩm.

Bài 3:

Cho đường tròn O bán kính R, một dây AB cố định (AB< 2R) và một điểm M tùy ý trên cung lớn AB (M khác A,B). Gọi I là trung điểm của dây AB và (O’) là đường tròn qua M và tiếp xúc với AB tại A. Đường thẳng MI cắt (O), (O’)lần lượt tại các giao điểm thứ hai là N,P.

1/ Cm $IA^2 = IP.IM$

2/ Cm tứ giác ANBP là hình bình hành.

2/ Cm IB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MBP.

4/ Cm khi M di chuyển thì trọng tâm G của tam giác PAB chạy trên 1 cung tròn cố định.

Bài 4:

Trong hệ tọa độ vuông góc xOy, cho Parabol $y = x^2$ (P) và đường thẳng $y = x + m$ (d)

Tìm m để (d) cắt hai nhánh của (P) tại A và B sao cho tam giác AOB vuông tại O?

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………….   Số báo danh:……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 1996 – 1997

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 22

A.Lý thuyết (hs chọn 1 trong 2 đề)

1/ Định nghĩa căn bậc hai số học và chứng minh công thức : $\sqrt{ab} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$ với a ≥ 0; b ≥ 0.

2/ Nêu các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp đường tròn .

B. Bài toán

1, Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1}\right)$$

a/ Rút gọn A.

b/Tìm giá trị của a để A > $\frac{1}{6}$

2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Một ô tô dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc 48km/h. Sau khi đi một giờ ô tô bị chắn đường bởi xe hỏa 10 phút. Do đó , để đến tỉnh B đúng hạn , xe phải tăng vận tốc thêm 6km/h. Tính quãng đường AB.

3/. Cho đường tròn (O;R), một dây CD có trung điểm là H. Trên tia đối của tia DC lấy một điểm S và qua S kẻ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn. Đường thẳng AB cắt các đường thẳng SO; OH lần lượt tại E và F.

a/ Chứng minh tứ giác SEHF nội tiếp.

b/Chứng minh OE.OS = R^2

c/ OH.OF = OE.OS.

d/ Khi S di động trên tia đối của tia DC hãy chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 1995 – 1996
Môn thi: MÔN TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 23

Bài 1: Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}-\sqrt{x}+x-1}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1}\right)$$

1) Rút gọn A
2) Với GT nào của x thì A đạt GTNN và tìm GTNN đó

Bài 2: *Giải bài toán bằng cách lập phương trình*

Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 120km với vận tốc dự định trước .Sau khi đi được 1/3 quáng đường AB người đó tăng vận tốc lên 10km/h trên quãng đường còn lại. Tìm vận tốc dự định và thời gian lăn bánh trên đường,biết rằng người đó đến B sớm hơn dự định 24phút.

Bài3:

Cho đường tròn (O) bán kính R và một dây BC cố định. Gọi A là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Lấy điểm M trên cung nhỏ AC,kẻ tia Bx vuông góc với tia MA ở I và cắt tia CM tại D.

1) Chứng minh gúc AMD= gúc ABC và MA là tia phân giac của góc BMD.
2) Chứng minh A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và góc BDC có độ lớn không phụ thuộc vào vị trí điểm M.
3) Tia DA cắt tia BC tại E và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F, chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoai tiếp tam giác BEF.
4) Chứng minh tích P=AE.AF không đổi khi M di động. Tính P theo bán kính R và ABC $=\alpha$

Bài4:

Cho hai bất phương trình : 3mx -2m>x+1 (1)

m - 2x < 0 (2)

Tìm m để hai bất phương trình trên có cùng tập hợp nghiệm

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………… Số báo danh:…………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 1994 – 1995

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 24

A/ lý thuyết : Học sinh chọn 1 trong 2 đề

Đề 1: Phát biểu định nghĩa và nêu các tính chất của hàm số bậc nhất.

Trong 2 hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số bậ nhất ? Vì sao?

$y = 1 - 2x$; $y = x + \frac{1}{x}$

Đề 2 : Phát biểu dấu hiệu nhận biết hình bình hành.

B/ Bài tập

1/ Xét biểu thức: $B = \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{8\sqrt{a}}{a-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}-a-3}{a-1} - \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right)$

a) Rút gọn B.

b) So sánh B với 1.

2/ Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể , thì sau 6 giờ đầy. Nếu vòi 1 chảy 20 phút và vòi 2 chảy 30 phút thì được $\frac{1}{6}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì phải bao lâu mới đầy bể

Bài 3 Cho nửa đường tròn đường kính AB và 2 điểm C,D thuộc nửa dường tròn sao cho cung AC < 90^0 và góc COD = 90^0. Gọi M là một điểm trên nửa đường tròn, sao cho C là điểm chính giữa cung AM. Các dây AM và BM cắt OC, OD lần lượt tại E, F.

a/ Tứ giác OEMF là hình gì? Tại sao?

b/ Chứng minh D là điểm chính giữa cung MB.

c/ Đường thẳng d tiếp xúc với nửa đường tròn tại M và cắt các tia OC, OD lần lượt tại I và K. Chứng minh rằng tứ giác OBKM và OAIM nội tiếp được.

________________Hết________________

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 1993 – 1994

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 25

Bài 1: Cho biểu thức P = $\left(\dfrac{2a+1}{\sqrt{a^3}-1}-\dfrac{\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}+1}\right).\left(\dfrac{1+\sqrt{a^3}}{1+\sqrt{a}}-\sqrt{a}\right)$

a) Rút gọn P

b) Xét dấu của biểu thức P.$\sqrt{1-a}$

Bài 2: *Giải bài toán bằng cách lập phương trình*

Một ca nô xuôi từ A đến B với vận tốc 30km/h, sau đó lại ngược từ B về A. Thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược 1h20 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B biết rằng vận tốc dòng nước là 5km/h và vận tốc riêng của ca nô khi xuôi và ngược là bằng nhau.

Bài 3:

Cho tam giác ABC cân tại A, $\widehat{A} < 90^0$, một cung tròn BC nằm trong tam giác ABC và tiếp xúc với AB,AC tại B và C. Trên cung BC lấy một điểm M rồi hạ đường vuông góc MI,MH,MK xuống các cạnh tương ứng BC ,CA, BA. Gọi P là giao điểm của MB,IK và Q là giao điểm của MC,IH.

a) Chứng minh rằng các tứ giác BIMK,CIMH nội tiếp được

b) Chứng minh tia đối của tia MI là phân giác của góc HMK

c) Chứng minh tứ giác MPIQ nội tiếp được. Suy ra PQ//BC

d) Gọi (O_1) là đường tròn đi qua M,P,K,(O_2) là đường tròn đi qua M,Q,H; N là giao điểm thứ hai của (O_1) và (O_2) và D là trung điểm của BC. Chứng minh M,N,D thẳng hàng.

Bài 4: Tìm tất cả các cặp số (x;y) thoả mãn phương trình sau:

$$5x-2\sqrt{x}(2+y)+y^2+1=0$$

________________**Hết**________________

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………….　　　Số báo danh:……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 1992 – 1993

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 26

Bài 1:

Cho biểu thức $M=\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{2x}+1}+\frac{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2x}-1}-1\right):\left(1+\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{2x}+1}-\frac{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2x}-1}\right)$

a/ Rút gọn M

b/ Tính M khi x = $\frac{1}{2}(3+2\sqrt{2})$

Bài 2:

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước và chảy đầy bể trong 4 giờ 48 phút. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất có thể chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 1 giờ.Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi sẽ chảy đầy bể trong bao lâu?

Bài 3:

Cho 2 đường tròn (O_1) và (O_2) tiếp xúc ngoài nhau tại A và tiếp tuyến chung Ax. Một đường thẳng d tiếp xúc với (O_1), (O_2) lần lượt tại các điểm B,C và cắt Ax tại M.Kẻ các đường kính BO_1D, CO_2E.

a/ Cmr M là trung điểm của BC.

b/ Cmr tam giác O_1MO_2 vuông.

c/ Cmr B,A,E thẳng hàng; C,A,D thẳng hàng.

d/ Gọi I là trung điểm của DE. Cmr đường tròn ngoại tiếp tam giác IO_1O_2 tiếp xúc với đường thẳng BC.

Bài 4:Tìm m để hệ phương trình sau đây có nghiệm

$$\begin{cases} x^2-(2m-3)x+6=0 \\ 2x^2+x+(m-5)=0 \end{cases}$$

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………….   Số báo danh:……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 1991 – 1992

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 26

Bài 1:

Cho biểu thức

$$B = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(1- \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$$

a/ Rút gọn B.

b/ Tìm $\sqrt{B}$ khi x = 5+ 2$\sqrt{3}$

Bài 2:

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ, người thứ 2 làm trong 6 giờ thì cả hai người làm được ¾ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình công việc đó thì mấy giờ xong.

Bài 3:

Cho nửa đường tròn đường kính AB. K là điểm chính giữa của cung AB. Trên cung KB lấy M (M ≠ K,B). Trên tia AM lấy N sao cho AN = BM. Kẻ dây BP//KM. Gọi Q là giao điểm của các đường thẳng AP, BM.

a/ So sánh các tam giác AKN và BKM.

b/ Cm tam giác KMN vuông cân.

c/ Tứ giác ANKP là hình gì? Tại sao?

d/ Gọi R,S lần lượt là giao điểm thứ 2 của QA và QB với đường tròn ngoại tiếp tam giác OMP, chứng minh khi M di động trên cung KB thì trung điểm I của RS luôn nằm trên đường tròn cố định.

Bài 4 Giải phương trình

$$\frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+\sqrt{x}}=\frac{2+\sqrt{x}}{2x}$$

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 1990 – 1992

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 27

Bài 1

Cho biểu thức

$$Q = \left(\frac{x-3\sqrt{x}}{x-9}-1\right) : \left(\frac{9-x}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}+\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}\right)$$

a/ Rút gọn Q.

b/ Tìm giá trị của x để Q < 1

Bài 2 Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại đi vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành , đoàn xe được giao thêm 14 tấn nữa. Do đó , phải điều thêm 2 xe cùng loại trên và mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn. Tính số lượng xe phải điều theo dự định. Biết rằng mỗi xe chở số hàng như nhau.

Bài 3

Cho đoạn thẳng AB và một điểm C nằm giữa A,B. Người ta kẻ trên nửa mặt phẳng bờ AB hai tia Ax và By vuông góc với AB và trên tia Ax lấy một điểm I. Tia vuông góc với CI tại C cắt tia By tại K. Đường tròn đường kính IC cắt IK tại P.

a/ Cm tứ giác CPKB nội tiếp được .

b/ Cm AI.BK= AC.CB

c/ Cm tam giác APB vuông

d/ Giả sửA,B,I cố định. Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho diện tích hình thang vuông ABKI lớn nhất.

Bài 4

Chứng minh rằng các đường thẳng có phương trình y = (m-1)x + 6m - 1991 (m tùy ý)luôn đi qua một điểm duy nhất mà ta có thể xác định được tọa độ của nó.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 1990 – 1991

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 28

Bài 1:

Xét biểu thức

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{5\sqrt{x}}{9x-1}\right) : \left(1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1}\right)$$

a/ Rút gọn P.

b/ Tìm các giá trị của x để $P = \frac{6}{5}$

Bài 2

Một xe tải và một xe con cùng khởi hành từ tỉnh A đến tỉnh B. Xe đi với vận tốc 30km/h, xe con đi với vận tốc 45km/h. Sau khi đi được ¾ quãng đường AB, xe con tăng vận tốc thêm 5km/h trên quãng đường còn lại. Tính quãng đường AB, biết rằng xe con đến tỉnh B sớm hơn xe tải 2 giờ 20 phút.

Bài 3:

Cho đường tròn (O), một dây AB và một điểm C ở ngoài tròn nằm trên tia AB. Từ điểm chính giữa của cung lớn AB kẻ đường kính PQ của đường tròn , cắt dây AB tại D.Tia CP cắt đường tròn tại điểm thứ hai I.Các dây AB và QI cắt nhau tại K.

a/ Cm tứ giác PDKI nội tiếp được.

b/ Cm CI.CP = CK.CD

c/ Cm IC là tia phân giác của góc ở ngoài đỉnh I của tam giác AIB

d/ Giả sử A,B,C cố định. Cmr khi đường tròn (O)thay đổi nhưng vẫn đi qua B thì đường thẳng QI luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 4 Tìm giá trị của x để biểu thức

$y = x - \sqrt{x-1991}$ đạt giá trị nhỏ nhất và tìm GTNN đó.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………… Số báo danh:……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 1989 – 1990

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 29

Bài 1

Cho biểu thức

$$A = 1 - \left(\frac{2}{1+2x} - \frac{5x}{4x^2-1} - \frac{1}{1-2x}\right) : \frac{x-1}{4x^2+4x+1}$$

a/ Rút gọn A và nêu các điều kiện phải có của x.

b/ Tìm giá trị của x để A = $-\frac{1}{2}$

Bài 2

Một ô tô dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc 50km/h. Sau khi đi được 2/3 quãng đường với vận tốc đó, vì đường khó đi nên người lái xe phải giảm vận tốc mỗi giờ 10km trên quãng đường còn lại. Do đó ô tô đến tỉnh B chậm hơn 30 phút so với dự định. Tính quãng đường AB.

Bài 3

Cho hình vuông ABCD và một điểm E bất kỳ trên cạnh BC. Tia Ax vuông góc với AE cắt cạnh CD kéo dài tại F. Kẻ trung tuyến AI của tam giác AEF và kéo dài cắt cạnh CD tại K.Đường thẳng qua E và song song với AB cắt AI tại G.

a/ Chứng minh AE = AF.

b/Chứng minh tứ giác EGFK là hình thoi.

c/ Chứng minh tam giác AKF và CAF đồng dạng và $AF^2 = KF.CF$

d/Giả sử E chuyển động trên cạnh BC, chứng minh rằng FK = BE + DK và chu vi tam giác ECK không đổi.

Bài 4

Tìm giá trị của x để biểu thức $y = \frac{x^2-2x+1989}{x^2}$ (Đk $x \neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất và tìm GTNN đó.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:………………………….. Số báo danh:……………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 1989 – 1989

Môn thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút.

Đề số 30

Bài 1

Cho $A=\left(\dfrac{2+x}{2-x}-\dfrac{2-x}{2+x}-\dfrac{4x^2}{x^2-4}\right):\dfrac{x-3}{2x-x^2}$

a/ Rút gọn A.

b/ Tính giá trị của A khi $|x| = 1$

Bài 2

Một chiếc xe tải đi từ tỉnh A đến B với vận tốc 40km/h.. Sau đó 1giờ 30 phút, một chiếc xe con cũng khởi hành từ tỉnh A để đi đến tỉnh B với vận tốc 60km/h. Hai xe gặp nhau khi chúng đã đi được một nửa quãng đường AB

Tính quãng đường AB.

Bài 3

Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong một đường tròn và P là trung điểm của cung AB không chứa C và D. Hai dây PC và PD lần lượt cắt AB tại E và F. Các dây AD và PC kéo dài cắt nhau tại I: các dây BC và PD kéo dài cắt nhau tại K. Chứng minh rằng:

a/ Góc CID bằng góc CKD.

b/ Tứ giác CDFE nội tiếp được.

c/ IK // AB.

d/ Đường tròn ngoại tiếp tam giác AFD tiếp xúc với PA tại A.

Bài 4:

Tìm giá trị của x để biểu thức :

$M = (2x - 1)^2 - 3\,|2x-1| + 2$

Đạt giá trị nhỏ nhất và tìm GTNN đó.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:……………………………..

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 1

Bài I. *(2,0 điểm)*

1) Với $x=9$

Thay vào A ta có : $A=\dfrac{4\left(\sqrt{x}+1\right)}{25-x}=\dfrac{4\left(\sqrt{9}+1\right)}{25-9}=\dfrac{4.(3+1)}{16}=1.$

2) Rút gọn biểu thức B.

Với $x\ge 0$, $x\ne 25$, ta có $B=\left(\dfrac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$.

$$B=\left[\frac{15-\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}+\frac{2}{\sqrt{x}+5}\right]:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}.$$

$$B=\frac{15-\sqrt{x}+2\left(\sqrt{x}-5\right)}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}.$$

$$B=\frac{15-\sqrt{x}+2\sqrt{x}-10}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}.$$

$$B=\frac{\sqrt{x}+5}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}\cdot\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+1}.$$

$$B=\frac{1}{\sqrt{x}+1}.$$

3) Tìm tất cả giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A.B$ đạt giá giá trị nguyên lớn nhất.

Ta có $P=A.B=\dfrac{4\left(\sqrt{x}+1\right)}{25-x}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{4}{25-x}$.

Để P nhận giá trị nguyên khi $x\in\mathbb{Z}$ thì $4\,\vdots\,(25-x)$ hay $25-x\in U_{(4)}=\{-4;-2;-1;1;2;4\}$.

Khi đó, ta có bảng giá trị sau:

$25-x$	-4	-2	-1	1	2	4
x	29	27	26	24	23	21
$P=A.B$	-1	-2	-4	4	2	1
Đánh giá	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn

Do P đạt giá trị nguyên lớn nhất nên ta có $P=4$. Khi đó giá trị cần tìm của x là $x=24$.

Bài II. *(2,5 điểm).*

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :*

- Gọi thời gian để đội thứ nhất và đội thứ hai làm riêng một mình hoàn thành xong công việc lần lượt là x và y $(x>15, y>15)$, đơn vị (ngày).

Một ngày đội thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc).

Một ngày đội thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc).

- Vì hai đội cùng làm trong 15 ngày thì hoàn thành xong công việc. Như vậy trong một ngày cả hai đội làm được $\frac{1}{15}$ (công việc). Suy ra, ta có phương trình : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{15}$ (1).

- Ba ngày đội đội thứ nhất làm được $\frac{3}{x}$ (công việc).
- Năm ngày đội thứ hai làm được $\frac{5}{y}$ (công việc).

- Vì đội thứ nhất làm trong 3 ngày rồi dừng lại đội thứ hai làm tiếp trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành xong $25\%=\frac{1}{4}$ (công việc).

Suy ra, ta có phương trình : $\frac{3}{x}+\frac{5}{y}=\frac{1}{4}$ (2).

- Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình : $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{15}\\ \frac{3}{x}+\frac{5}{y}=\frac{1}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{1}{24}\\ \frac{1}{y}=\frac{1}{40}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=24\\ y=40\end{cases}$. (TMĐK).
- Vậy thời gian để đội thứ nhất làm riêng một mình hoàn thành xong công việc là 24 (ngày) và thời gian để đội thứ hai làm riêng một mình hoàn thành xong công việc là 40 (ngày).

2) Số mét khối nước đựng được của bồn chính là thể tích của bồn chứa. Như vậy số mét khối đựng được của bồn sẽ là : $V=0,32.1,75=0,56\left(m^3\right)$.

Bài III. *(2,0 điểm)*

1) Giải phương trình: $x^4-7x^2-18=0(1)$

❖ **Cách 1 :**

Đặt $t=x^2\,(t\ge 0)(*)$

*Phương trình (1) trở thành : $t^2-7t-18=0(2)$

Ta có : $\Delta=(-7)^2-4.1.(-18)=121=11^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=11$

Suy ra :Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt là:

$t_1=\frac{7+11}{2}=9(t/m)$ và $t_2=\frac{7-11}{2}=-2(ktm)$

Thay $t=9$ vào $(*)$ ta có : $x^2=9 \Leftrightarrow x=\pm 3$

Vậy nghiệm của phương trình là : $x=\pm 3$

❖ **Cách 2 :**

Ta có : $x^4-7x^2-18=0$

$\Leftrightarrow x^4+2x^2-9x^2-18=0$

$\Leftrightarrow x^2\left(x^2+2\right)-9\left(x^2+2\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(x^2+2\right)\left(x^2-9\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+2=0\left(vôli\right) \\ x^2-9=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x^2=9$

$\Leftrightarrow x=\pm 3$

Vậy nghiệm của phương trình là : $x=\pm 3$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=2mx-m^2+1$ và parabol $(P): y=x^2$

a) Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2-2mx+m^2-1\ (1)$

Để (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với $\forall m$

Ta có : $\begin{cases} a=1\neq 0 \\ \Delta^{'}=\left(b^{'}\right)^2-ac>0 \quad \forall m \end{cases}$

Xét $\Delta^{'}=m^2-\left(m^2-1\right)=m^2-m^2+1=1>0, \forall m$

Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{-2}{x_1x_2}+1 \quad (2)$

Ta có $x_1x_2\neq 0 \Rightarrow m^2-1\neq 0 \Rightarrow m\neq \pm 1$

Hai nghiệm của phương trình : $x_1=m-1; x_2=m+1$

Biến đổi biểu thức (2) ta có : $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{-2}{x_1x_2}+1 \Rightarrow \dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\dfrac{-2+x_1x_2}{x_1x_2} \Rightarrow x_1+x_2=-2+x_1x_2$

Thay $x_1=m-1; x_2=m+1$ vào biểu thức $x_1+x_2=-2+x_1x_2$ ta có :

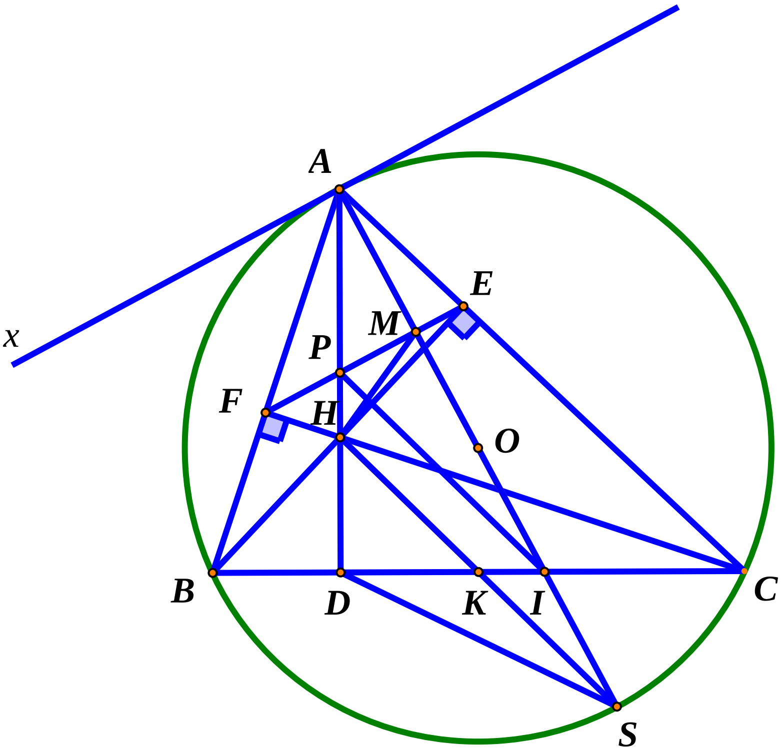
$m\text{-}1+m+1=\text{-}2+\left(m\text{-}1\right)\left(m+1\right) \Rightarrow m^2\text{-}1\text{-}2=2m$

$\Leftrightarrow m^2-2m-3=0 \Leftrightarrow (m-3)(m+1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-3=0 \\ m+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-1\left(L\right) \end{array}\right.$

Kết Luận : Với $m=3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài IV. *(3,0 điểm)*



1) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

Xét tứ giác $BCEF$ ta có :

$\widehat{BEC} = 90°$ (BE là đường cao)

$\widehat{BFC} = 90°$ (CF là đường cao)

$\Rightarrow BCEF$ là tứ giác nội tiếp (đỉnh E, F cùng nhìn cạnh BC dưới một góc vuông).

2) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.

Vẽ tiếp tuyến Ax như hình vẽ $\Rightarrow \widehat{BAF} = \widehat{ACB}$ (tính chất giữa đường tiếp tuyến và dây cung).

Do tứ giác $BCEF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{ACB}$.

Ta suy ra $\widehat{BAF} = \widehat{AFE} \Rightarrow EF // Ax$ (do hai góc so le trong)

Lại có $Ax \perp OA \Rightarrow OA \perp EF$ (đpcm).

3) Chứng minh ΔAPE □ ΔABI

Ta có : $\widehat{AEB} = \widehat{ABI}$ (Vì $\widehat{AEB} + \widehat{EFC} = \widehat{ABI} + \widehat{EFC} = 180°$)

Mặt khác $\widehat{APE} + \widehat{PAI} = 90°$ (vì $AI \perp PE$)

$\widehat{AIB}+\widehat{PAI}=90^\circ$ (Vì $AH\perp BC$) $\Rightarrow \widehat{APE}=\widehat{AIB}$

Vậy $\Delta APE \backsim ABI$ (g-g).

* Chứng minh $KH//PI$

Gọi M là giao điểm của AO và EF, dung đường kính AS

Ta có $BE//CS$ cùng vuông góc AC

$BS//CF$ cùng vuông góc AB

$\Rightarrow BHCS$ là hình bình hành nên H,K,S thẳng hàng

Ta có $AE.AC=AH.AD$ và $AE.AC=AM.AS$

$\Rightarrow AH.AD=AM.AS\Rightarrow \dfrac{AH}{AS}=\dfrac{AM}{AD}\Rightarrow \Delta AHM\sim\Delta ASD\Rightarrow \widehat{AHM}=\widehat{\Delta ASD}$

$\Rightarrow HMSD$ Nội tiếp đường tròn

Kết hợp $PMID$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{PIM}=\widehat{PDM}=\widehat{HSM}\Rightarrow HS//PI$.

Bài V. *(0,5 điểm)*

Ta có $a^2+b^2+ab=3\Leftrightarrow a^2+b^2=3-ab$ thay vào P ta được.

$P=a^4+b^4-ab=\left(a^2+b^2\right)^2-2a^2b^2-ab=\left(3-ab\right)^2-2a^2b^2-ab=9-6ab+a^2b^2-2a^2b^2-ab$

$=9-7ab-a^2b^2=-\left[\left(ab\right)^2+2.ab.\dfrac{7}{2}+\dfrac{49}{4}\right]+\dfrac{49}{4}+9=-\left(ab+\dfrac{7}{2}\right)^2+\dfrac{85}{4}$.

Vì $a^2+b^2=3-ab$, mà $\left(a+b\right)^2\geq 0\Leftrightarrow a^2+b^2\geq -2ab\Rightarrow 3-ab\geq -2ab\Leftrightarrow ab\geq -3$. (1)

Và $\left(a-b\right)^2\geq 0\Leftrightarrow a^2+b^2\geq 2ab\Rightarrow 3-ab\geq 2ab\Leftrightarrow ab\leq 1$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $-3\leq ab\leq 1\Leftrightarrow -3+\dfrac{7}{2}\leq ab+\dfrac{7}{2}\leq\dfrac{7}{2}+1\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\leq ab+\dfrac{7}{2}\leq\dfrac{9}{2}$

$\Leftrightarrow\dfrac{1}{4}\leq\left(ab+\dfrac{7}{2}\right)^2\leq\dfrac{81}{4}\Leftrightarrow -\dfrac{81}{4}\leq -\left(ab+\dfrac{7}{2}\right)^2\leq -\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow -\dfrac{81}{4}+\dfrac{85}{4}\leq -\left(ab+\dfrac{7}{2}\right)^2+\dfrac{85}{4}\leq -\dfrac{1}{4}+\dfrac{85}{4}$

$\Leftrightarrow 1\leq -\left(ab+\dfrac{7}{2}\right)^2+\dfrac{85}{4}\leq 21$

Vậy $\text{Max}\,P=21$. Dấu = xảy ra khi $\begin{cases}ab=-3\\a^2+b^2=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\sqrt{3}\\b=-\sqrt{3}\end{cases}v\begin{cases}b=\sqrt{3}\\a=-\sqrt{3}\end{cases}$.

Min $P=1$. Dấu = xảy ra khi $\begin{cases} ab=1 \\ a^2+b^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases}$.

ĐỀ SỐ 2

Bài 1.

a) Thay $x=9$ vào biểu thức A ta có:

$$A=\frac{\sqrt{9}+4}{\sqrt{9}-1}=\frac{7}{2}.$$

Vậy khi $x=9$ thì $A=\frac{7}{2}$.

b) $B=\frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\frac{2}{\sqrt{x}+3}=\frac{3\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}-\frac{2}{\sqrt{x}+3}$

$$=\frac{3\sqrt{x}+1-2\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{1}{\sqrt{x}-1}.$$

Với $x\geq 0; x\neq 3$.

Suy ra điều phải chứng minh.

c) $\frac{A}{B}=\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}:\frac{1}{\sqrt{x}-1}=\sqrt{x}+4$ $(x\geq 0; x\neq 1; x\neq 3)$

$$\frac{A}{B}\geq \frac{x}{4}+5 \Leftrightarrow \sqrt{x}+4\geq \frac{x}{4}+5 \Leftrightarrow \frac{x}{4}-\sqrt{x}+1\leq 0$$

$$\Leftrightarrow x-4\sqrt{x}+4\leq 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-2\right)^2\leq 0$$

Mà $\left(\sqrt{x}-2\right)^2\geq 0$ với mọi x thỏa mãn điều kiện xác định

$$\Rightarrow \left(\sqrt{x}-2\right)^2\leq 0 \Rightarrow \sqrt{x}-2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=2 \Leftrightarrow x=4.$$

So với điều kiện, thỏa mãn.

Vậy $x=4$ thì $\frac{A}{B}\geq \frac{x}{4}+5$.

Bài 2. Nửa chu vi là: $28:2=14$ (m).

Gọi chiều dài mảnh đất là x (mét). Điều kiện: $0<x<14$.

Chiều rộng mảnh đất là $14-x$ (mét).

Ta có chiều dài lớn hơn chiều rộng nên $x>14-x\Rightarrow x>7$.

Vì độ dài đường chéo là 10 mét nên ta có phương trình: $x^2+\left(14-x\right)^2=10^2$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 28x + 196 = 100 \Leftrightarrow x^2 - 14x + 48 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 8 > 7\ (tm) \\ x = 6 < 7\ (l) \end{array}\right.$.

Vậy chiều dài mảnh đất là 8 mét, chiều rộng là $14 - 8 = 6$ (mét).

Bài 3.

a) Hệ phương trình tương đương với: $\begin{cases} 8x - 2\left|y + 2\right| = 6 \\ x + 2\left|y + 2\right| = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 9 \\ x + 2\left|y + 2\right| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2\left|y + 2\right| = 3 - 1 = 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \left|y + 2\right| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ y + 2 = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 1 \\ y + 2 = -1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases} \end{array}\right.$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(1;-1),(1;-3)$.

b)

i) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = \left(m + 2\right)x + 3$

$\Leftrightarrow x^2 - \left(m + 2\right)x - 3 = 0$ (*).

Vì $ac = -3 < 0$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt trái dấu, suy ra (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt (đpcm).

ii) Áp dụng hệ thức Vi-et cho phương trình (*) $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1x_2 = -3 \end{cases}$.

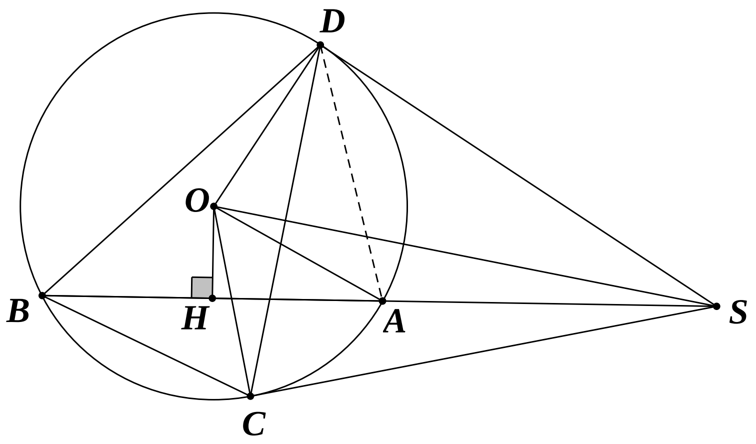
Vì $x_1;x_2$ nguyên, nên $x_1;x_2 \in U_{(-3)}$, ta có bảng sau:

x_1	1	-3	-1	-3
x_2	-3	1	3	1
$x_1 + x_2$	-2	-2	2	2
m	-4	-4	0	0

Vậy $m = 0$ hoặc $m = -4$.

Bài 4.

a)



Ta có $OH \perp HS$ (tính chất trung điểm dây cung)

$\Rightarrow H$ nằm trên đường tròn đường kính SO.

Ta có C, D là tiếp điểm nên $OC \perp SC; OD \perp SD$.

$\Rightarrow C, D$ nằm trên đường tròn đường kính SO.

b) Ta có $OD = R; SO = 2R$

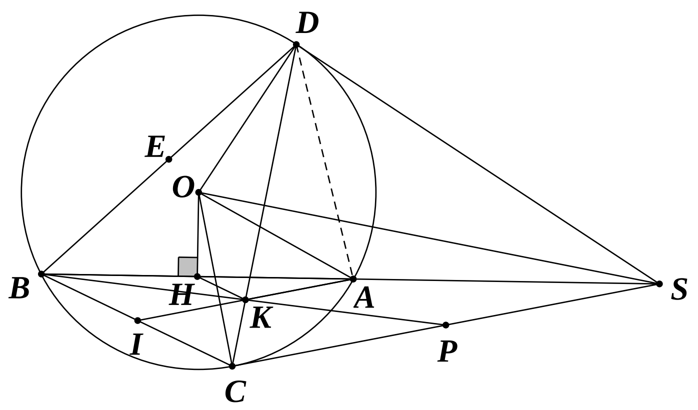
Do đó, $SD = \sqrt{SO^2 - OD^2} = \sqrt{4R^2 - R^2} = R\sqrt{3}$

Và ta có $\widehat{OSD} = 30^0$ (Cạnh đối diện bằng nửa cạnh huyền)

Tương tự, ta có $SC = SD = R\sqrt{3}; \widehat{OSC} = 30^0$.

Do đó, tam giác SCD cân và có $\widehat{CSD} = 60^0$, suy ra tam giác SCD đều.

c)



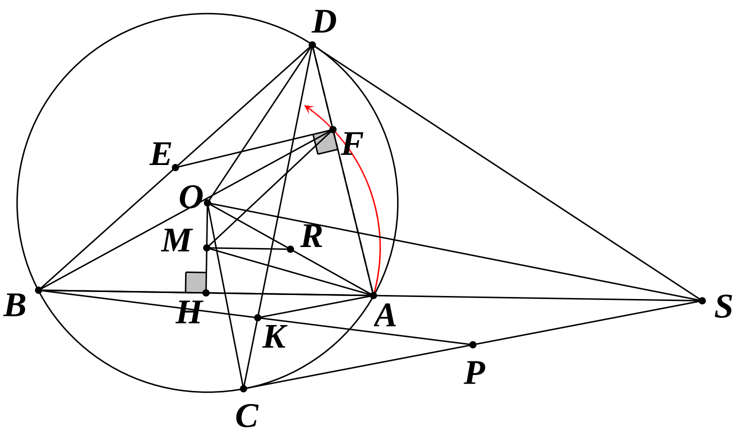
Ta có $AK//SC$ nên $\widehat{AKD} = \widehat{SCD} = \frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{SD}$ và $\widehat{SHD} = \frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{SD}$ (đường tròn đường kính SO).

$\Rightarrow AKD = AHD$, nên tứ giác $ADHK$ nội tiếp.

Gọi I là giao điểm của tia AK và đoạn thẳng BC, P là giao điểm tia BK và SC.

Ta chứng minh K là trung điểm của $AI, AI//SC$ từ đó suy ra BK đi qua trung điểm P của CS (dùng hệ quả định lý Ta-let).

d)



Gọi M là trung điểm OH, R là trung điểm OA, dễ chứng minh M cố định, MR là đường trung bình ΔOAH, từ đó suy ra $MR//HA$, mà HA vuông góc $OH \Rightarrow MR$ vuông góc OH $\Rightarrow \widehat{OMR}$ vuông.

Có $\widehat{MOR} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = \widehat{ADB} = \widehat{EDF}$

$\Rightarrow \Delta DFE \backsim \Delta OMR$ (g – g) $\Rightarrow \frac{DF}{OM} = \frac{DE}{OR} = \frac{DB}{OA}$

$\Rightarrow \Delta DFB = \Delta OMA$ (c – g – c) $\Rightarrow \widehat{DFB} = \widehat{OMA}$ (góc tương ứng)

$\Rightarrow$ Mà $\widehat{DFB}$ kề bù $\widehat{AFB}$; $\widehat{OMA}$ kề bù $\widehat{AMH}$

$\Rightarrow \widehat{AFB} = \widehat{AMH} \Rightarrow \widehat{AFB} = \frac{1}{2}\widehat{AMB}$

Xét đường tròn $(M; MA)$ có: $\widehat{AMB}$ là góc ở tâm chắn cung AB.

Mà $\widehat{AFB} = \frac{1}{2}\widehat{AMB}$ (cmt).

$\Rightarrow \widehat{AFB}$ là góc nội tiếp chắn cung AB của đường tròn $(M; MA)$

Mà M, A cố định.

F luôn thuộc đường tròn $(M; MA)$ cố định khi S di chuyển trên tia đối của tia AB.

Bài 5. Điều kiện: $0 \le x \le 1$.

Dùng: $\sqrt{a} + \sqrt{b} \ge \sqrt{a+b}, \forall a, b \ge 0$.

Ta có $\begin{cases}\sqrt{1-x}+\sqrt{x}\geq\sqrt{1-x+x}=1\\ \sqrt{1+x}+\sqrt{x}\geq 1+0=1\end{cases}\Rightarrow P\geq 2\Rightarrow MinP=2\Leftrightarrow x=0$.

ĐỀ SỐ 3

Bài 1:

1) Khi $x=9$ thì:

$$A=\frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-5}=\frac{3+2}{3-5}=-\frac{5}{2}$$

2) Ta có:

$$B=\frac{3}{\sqrt{x}+5}+\frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}=\frac{3\left(\sqrt{x}-5\right)+20-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}$$

$$=\frac{3\sqrt{x}-15+20-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}=\frac{\sqrt{x}+5}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}=\frac{1}{\sqrt{x}-5}$$

Vậy $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$ với $x\geq 0, x\neq 25$.

3) Với $x\geq 0, x\neq 25$, ta có:

$$A=B.\left|x-4\right|$$

$$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}=\frac{1}{\sqrt{x}-5}\cdot\left|x-4\right|$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{x}+2=\left|x-4\right|$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{x}+2=\left|\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)\right|$$

$$\Leftrightarrow 1=\left|\sqrt{x}-2\right|\ \left(\text{do } \sqrt{x}+2>0\right)$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}-2=1\\ \sqrt{x}-2=-1\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=9\\ x=1\end{array}\right.\text{(thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy $x\in\{9;1\}$ là giá trị cần tìm.

Bài 2:

Đổi 36 phút $=\dfrac{3}{5}$ giờ

Gọi vận tốc của xe máy là x (km/h) $(x>0)$

$\Rightarrow$ Vận tốc của ô tô là $x+10$ (km/h).

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{120}{x}$ (giờ)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{120}{x+10}$ (giờ)

Ta có phương trình: $\frac{120}{x}-\frac{120}{x+10}=\frac{3}{5}$

Giải phương trình được: $x_1 = 40$ (thỏa mãn điều kiện)

$x_2 = -50$ (không thỏa mãn điều kiện)

Vậy vận tốc của xe máy là 40 km/h,

vận tốc của ô tô là 40 + 10 = 50 (km/h).

Bài 3:

1) ĐK: $x \geq 0, y \geq 1$

$$\begin{cases}\sqrt{x}+2\sqrt{y-1}=5\\4\sqrt{x}-\sqrt{y-1}=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x}+2\sqrt{y-1}=5\\8\sqrt{x}-2\sqrt{y-1}=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}9\sqrt{x}=9\\\sqrt{x}+2\sqrt{y-1}=5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x}=1\\1+2\sqrt{y-1}=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\\sqrt{y-1}=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=5\end{cases} \text{(thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là (1; 5).

2.a) Thay x = 0, y = 5 vào phương trình y = mx + 5, ta được:

$5 = m.0+5 \Leftrightarrow 5 = 5$ (đúng với mọi m)

Vậy đường thẳng (d) luôn đi qua điểm A(0; 5)

2.b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$x^2 = mx+5 \Leftrightarrow x^2 - mx - 5 = 0$ (*)

Vì ac = – 5 < 0 nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm trái dấu

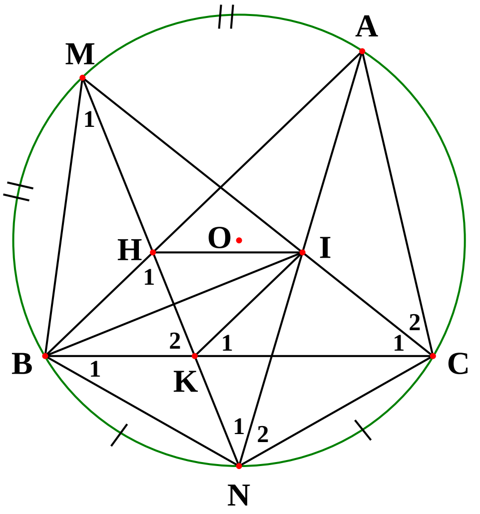
$\Rightarrow$ (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2, với $x_1 < 0 < x_2$ (do $x_1 < x_2$)

Mà $|x_1| > |x_2|$ nên:

$x_1 + x_2 < 0 \Leftrightarrow m < 0$ (theo hệ thức Vi-ét)

Vậy m < 0 là giá trị cần tìm.

Bài 4:



1) Ta có $\widehat{N_1}, \widehat{C_1}$ là các góc nội tiếp chắn lần lượt các cung nhỏ MA, MB

Mà $\overset{\frown}{MA} = \overset{\frown}{MB}$ (GT)

$\Rightarrow \widehat{N_1} = \widehat{C_1}$

$\Rightarrow$ Bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn (theo bài toán cung chứa góc)

2) Ta có $\widehat{B_1}, \widehat{M_1}$ là các góc nội tiếp chắn lần lượt các cung nhỏ NC, NB

Mà $\overset{\frown}{NC} = \overset{\frown}{NB}$ (GT)

$\Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{M_1}$

ΔNBK và ΔNMB có: $\widehat{BNM}$ chung, $\widehat{B_1} = \widehat{M_1}$

$\Rightarrow$ ΔNBK $\backsim$ ΔNMB (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{NB}{NM} = \dfrac{NK}{NB} \Rightarrow NB^2 = NK.NM$

3) Xét đường tròn đi qua bốn điểm CNKI có:

$\widehat{N_2} = \widehat{K_1}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CI)

Mà $\widehat{N_2} = \widehat{ABC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC của (O))

$\Rightarrow \widehat{K_1} = \widehat{ABC}$

Do hai góc ở vị trí đồng vị nên KI // BH

Chứng minh tương tự ta được HI // BK

Tứ giác BHIK có các cạnh đối song song nên là hình bình hành.

Cách 1:

Vì $\overset{\frown}{MA} = \overset{\frown}{MB}$ nên $\widehat{C_2} = \widehat{C_1}$, hay CM là tia phân giác của góc ACB

Tương tự, AN là tia phân giác của góc BAC

ΔABC có hai đường phân giác AN và CM cắt nhau tại I

$\Rightarrow$ BI là đường phân giác thứ ba của ΔABC

Hình bình hành BHIK có BI là đường phân giác của góc B nên là hình thoi.

Cách 2:

Vì $\widehat{H_1}, \widehat{K_2}$ là các góc có đỉnh ở bên trong đường tròn nên:

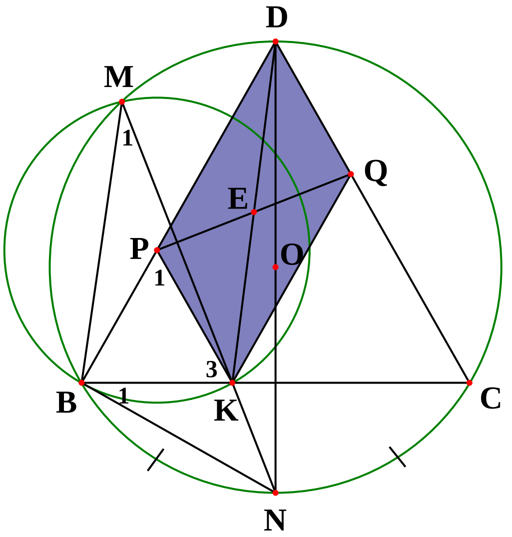
$\widehat{H}_1 = \frac{sđ\overset{\frown}{MA} + sđ\overset{\frown}{NB}}{2}$, $\widehat{K}_2 = \frac{sđ\overset{\frown}{MB} + sđ\overset{\frown}{NC}}{2}$

$\Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{K}_2 \left(\text{do } \overset{\frown}{MA} = \overset{\frown}{MB}, \overset{\frown}{NB} = \overset{\frown}{NC}\right)$

$\Rightarrow \Delta BHK$ cân tại B $\Rightarrow$ BH = BK

Hình bình hành BHIK có BH = BK nên là hình thoi.

Nhận xét: Phần này có nhiều cách chứng minh.



4) (P) có góc M_1 là góc nội tiếp, góc P_1 là góc ở tâm cùng chắn cung BK

$\Rightarrow \widehat{M}_1 = \frac{1}{2}\widehat{P}_1$

Mà ΔPBK cân tại P (vì PB = PK)

$\Rightarrow \widehat{PBK} = \frac{180^0 - \widehat{P}_1}{2} = 90^0 - \frac{1}{2}\widehat{P}_1 = 90^0 - \widehat{M}_1$ (1)

(O) có đường kính DN đi qua N là điểm chính giữa của cung BC

$\Rightarrow DN \perp BC$ và DN đi qua trung điểm của BC

$\Rightarrow \Delta DBC$ cân tại D

$\Rightarrow \widehat{DBC} = \frac{180^0 - \widehat{BDC}}{2} = 90^0 - \frac{1}{2}\widehat{BDC}$

Trong (O), dễ thấy $\widehat{M}_1 = \frac{1}{2}\widehat{BDC}$

$\Rightarrow \widehat{DBC} = 90^0 - \widehat{M}_1$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{PBK} = \widehat{DBC}$

$\Rightarrow$ ba điểm D, P, B thẳng hàng

Lại có $\widehat{P}_1 = \widehat{BDC}$ $(= 2\widehat{M}_1)$ và hai góc ở vị trí đồng vị

$\Rightarrow$ PK // DC

Chứng minh tương tự được ba điểm D, Q, C thẳng hàng và QK // DB

Do đó, PK // DQ và QK // DP

$\Rightarrow$ Tứ giác DPKQ là hình bình hành

$\Rightarrow$ E là trung điểm của đường chéo PQ thì E cũng là trung điểm của đường chéo DK

Vậy ba điểm D, E, K thẳng hàng.

Có thể chứng minh ba điểm D, P, B thẳng hàng theo các cách sau:

Cách 2:

Từ ΔPBK cân và $\widehat{M_1} = \dfrac{1}{2}\widehat{P_1} \Rightarrow \widehat{PBK} + \widehat{M_1} = 90^0$

Từ $DN \perp BC \Rightarrow \widehat{DBK} + \widehat{BDN} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{DBK} + \widehat{M_1} = 90^0$ (do $\widehat{BDN} = \widehat{M_1}$)

$\Rightarrow \widehat{PBK} = \widehat{DBK} \Rightarrow$ ba điểm D, P, B thẳng hàng.

Cách 3:

(P) có góc M_1 là góc nội tiếp nên $\widehat{M_1} = \dfrac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{BK}$

Mà $\widehat{M_1} = \widehat{B_1}$ nên $\widehat{B_1} = \dfrac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{BK}$

Suy ra BN là tiếp tuyến tại B của (P)

$\Rightarrow BN \perp PB$

Lại có $\widehat{DBN} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa (O))

$\Rightarrow BN \perp DB$

Do đó ba điểm D, P, B thẳng hàng.

Câu 5:

Ta có: $(a-b)^2 \ge 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \ge 2ab$

Tương tự: $b^2 + c^2 \ge 2bc$; $c^2 + a^2 \ge 2ca$

Suy ra: $2(a^2 + b^2 + c^2) \ge 2(ab + bc + ca) \Leftrightarrow P \ge 9$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c \Leftrightarrow ab = bc = ca = 3 \Leftrightarrow a = b = c = \sqrt{3}$

Vậy $\min P = 9 \Leftrightarrow a = b = c = \sqrt{3}$

Dựa theo lời giải của thầy Bùi Văn Tuân (Hà Nội)

Vì $a \ge 1, b \ge 1$ nên:

$(a-1)(b-1) \ge 0 \Leftrightarrow ab - a - b + 1 \ge 0 \Leftrightarrow a + b \le ab + 1$

Tương tự: $b + c \le bc + 1$; $c + a \le ca + 1$

Do đó:

$2(a + b + c) \le ab + bc + ca + 3$

$\Leftrightarrow 2(a + b + c) \le 12$

$\Leftrightarrow a + b + c \le 6$

$\Leftrightarrow (a + b + c)^2 \le 36$ (do $a + b + c > 0$)

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \le 36$

$\Leftrightarrow P + 2.9 \le 36$

$\Leftrightarrow P \le 18$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ trong ba số a, b, c có ít nhất hai số bằng 1

Nhưng ba số a, b, c không thể đồng thời bằng 1 vì $ab + bc + ca = 9$

$\Rightarrow$ Có hai số bằng 1, do đó số còn lại bằng 4.

Vậy $\max P = 18 \Leftrightarrow (a,b,c) \in \{(4;1;1),(1;4;1),(1;1;4)\}$

ĐỀ SỐ 4

Bài I. *(2,0 điểm)*

1) x = 25 nên ta có: $\sqrt{x} = 5$

Khi đó ta có: $A = \frac{7}{5+8} = \frac{7}{13}$

2) Ta có:

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{2\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$= \frac{x+3\sqrt{x}+2\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x-3\sqrt{x}+8\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)+8(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{(\sqrt{x}+8)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$$

3) P = A.B nên ta có:

$$P = \frac{7}{\sqrt{x}+8}.\frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} = \frac{7}{\sqrt{x}+3}$$

+) Ta có $x \ge 0$ nên $P > 0$

+) $x \ge 0 \Rightarrow \sqrt{x}+3 \ge 3 \Leftrightarrow \frac{7}{\sqrt{x}+3} \le \frac{7}{3}$

Nên : $0 < P \le \frac{7}{3}$

Để $P \in Z \Rightarrow P \in \{1;2\}$

+) P = 1 <=> x = 16 (thỏa mãn điều kiện)

+) P = 2 <=>x = $\frac{1}{4}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $x \in \{\frac{1}{4};16\}$

Bài II *(2 điểm).*

Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình

Gọi chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là x (x > 0; đơn vị: m)

Vì diện tích của của mảnh vườn hình chữ nhật là 720 m² nên chiều dài là: $\frac{720}{x}$ (m)

Sau khi thay đổi kích thước:

Chiều rộng của của mảnh vườn hình chữ nhật là: x – 6 (m)

Chiều dài của của mảnh vườn hình chữ nhật là: $\frac{720}{x}$+10 (m)

Vì diện tích của của mảnh vườn hình chữ nhật không đổi nên ta có phương trình:

$$\left(x-6\right)\left(\frac{720}{x}+10\right)=720$$

$$\Rightarrow \left(x-6\right)\left(72+x\right)=72x$$

$$\Rightarrow x^2-6x-432=0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 24$ (thỏa mãn điều kiện); $x_2 = -18$ (loại)

Vậy chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật đó là 24 m; chiều dài mảnh đất hình chữ nhật đó là: 720:24 = 30 (m)

Bài III *(2 điểm)*

1) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{3x}{x-1}-\dfrac{2}{y+2}=4\\ \dfrac{2x}{x-1}+\dfrac{1}{y+2}=5\end{cases}$$ Điều kiện: $x \neq 1; y \neq -2$

Đặt $\begin{cases}\dfrac{x}{x-1}=a\\ \dfrac{1}{y+2}=b\end{cases}$ ($b \neq 0$). Khi đó hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases}3a-2b=4\\2a+b=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3a-2b=4\\4a+2b=10\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}7a=14\\2a+b=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$$

Khi đó ta có: $\begin{cases}\dfrac{x}{x-1}=2\\ \dfrac{1}{y+2}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}(TM)$

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất (2;-1)

2) **Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = 3x + m^2 – 1$ và parabol** (P): $y= x^2$.

a) **Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$x^2 = 3x + m^2 - 1$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x - m^2 + 1 = 0$ (*)

$$\Delta=(-3)^2-4.1.(-m^2+1)=4m^2+5>0\forall m$$

<=>Phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

<=>(d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) **Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ các giao điểm của (d) và (P). Tìm m để $(x_1+1)(x_2+1)=1$**

Ta có: $\left(x_1+1\right)\left(x_2+1\right)=1 \Leftrightarrow x_1x_2+\left(x_1+x_2\right)=0$

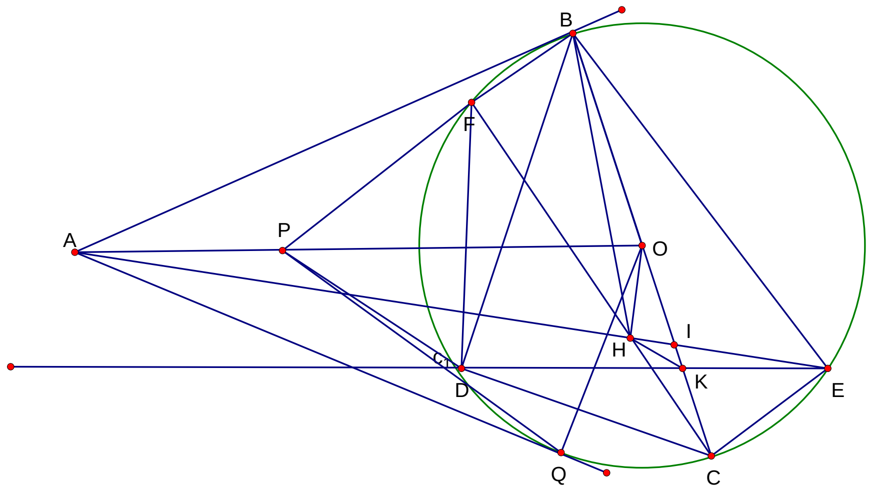
Áp dụng hệ thức Vi-et cho (*): $\begin{cases}x_1+x_2=3\\x_1x_2=-m^2+1\end{cases}$

$(**) <=> -m^2 + 1 + 3 = 0$

$<=> m^2 = 4 <=> m = \pm 2$

Vậy m = ±2

Bài IV *(3,5 điểm)*



1) Vì AB là tiếp tuyến của (O) nên AB ⊥ BO ⇒ góc ABO = 90°

Vì H là trung điểm của dây DE của (O) nên OH ⊥ DE ⇒ góc AHO = 90°

Suy ra góc ABO + góc AHO = 180°⇒ AHOB là tứ giác nội tiếp

Suy ra bốn điểm A, H, O, B nằm trên cùng một đường tròn.

2) Có góc ABD = góc AEB (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung BD)

Xét Δ ABD và Δ AEB có chung góc BAE, góc ABD = góc AEB nên

Tam giác ABD đồng dạng với tam giác AEB(g-g)=> $\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{EB}$

3) Vì ABOH là tứ giác nội tiếp nên góc OAH = góc OBH

Vì EK // AO nên góc OAH = góc HEK

Suy ra góc OBH = góc HEK ⇒ BHKE là tứ giác nội tiếp ⇒ góc KHE = góc KBE

Vì BDCE là tứ giác nội tiếp nên góc KBE = góc CDE

Suy ra góc KHE = góc CDE ⇒ KH // CD

4) Gọi F' là giao điểm của BP và đường tròn (O).

Gọi AQ là tiếp tuyến thứ 2 của (O)

Vì BDQC là tứ giác nội tiếp nên góc QDC = góc QBC(1)

Vì ABOQ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AO nên góc QBC = góc QAO (2)

Từ (1), (2) ⇒ góc QDC = góc OAQ ⇒ APDQ là tứ giác nội tiếp

⇒ góc PDA = góc PQA (3)

Có góc PDA = góc EDC = góc EBC (4)

Ta có Δ ABP = Δ AQP (c.g.c) ⇒ góc PQA = góc PBA (5)

Từ (3), (4), (5) ⇒ góc PBA = góc EBC

Suy ra góc PBE = góc ABC = 90°⇒ góc F'BE = 90° ⇒ F'E là đường kính của (O)

⇒ F′ ∈ OE ⇒ F′ ≡ F

Vì FBEC là tứ giác nội tiếp nên góc FCE = 180o – góc FBE = 90o

Tứ giác FBEC có góc FCE = góc FBE = góc BEC = 90o nên là hình chữ nhật.

Bài V *(0,5 điểm)*

Điều kiện: x ≥ –6, y ≥ –6

Từ điều kiện đề bài ta có x + y ≥ 0 và

$x+y=\sqrt{x+6}+\sqrt{y+6} <=> (x+y)^2 = x+y+12+2\sqrt{(x+6)(y+6)}$ (*)

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số không âm, ta có

$2\sqrt{(x+6)(y+6)} \le (x+6)+(y+6) = x+y+12$

$=> (x+y)^2 = x+y+12+2\sqrt{(x+6)(y+6)} \le 2(x+y)+24$

$<=> (x+y)^2 - 2(x+y) - 24 \le 0$

$<=> -4 \le x+y \le 6$

Khi x = y = 3 thì x + y = 6

Ta có $2\sqrt{(x+6)(y+6)}$ ≥ 0 nên từ (*) suy ra

$(x+y)^2 \ge x+y+12$

$<=> (x+y-4)(x+y+3) \ge 0$

$<=> x+y \ge 4 (Do\ x+y+3>0)$

Khi x = 10, y = –6 hoặc x = –6, y = 10 thì x + y = 4

Vậy GTLN của P là 6 khi x = y = 3 và GTNN của P là 4 khi x = 10, y = –6 hoặc x = –6, y = 10

ĐỀ SỐ 5

Bài I (2,0 điểm)

1) Với x = 9 ta có $P=\dfrac{9+3}{3-2}=12$

2) Với $Q=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-4}=\dfrac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)+5\sqrt{x}-2}{x-4}$

$=\dfrac{x-3\sqrt{x}+2+5\sqrt{x}-2}{x-4}=\dfrac{x+2\sqrt{x}}{x-4}=\dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

3) $\dfrac{P}{Q}=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\dfrac{3}{\sqrt{x}}\ge 2\sqrt{3}$ (Do bất đẳng thức Cosi).

Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x}=\dfrac{3}{\sqrt{x}} <=> x=3$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\dfrac{P}{Q}$ là $2\sqrt{3}$

Bài II (2,0 điểm)

Gọi t_1 là thời gian tàu tuần tra chạy ngược dòng nước.

Gọi t_2 là thời gian tàu tuần tra chạy xuôi dòng nước.

Gọi V là vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên.

Ta có:

$$V-2=\frac{60}{t_1};V+2=\frac{48}{t_2}$$

$$=>\frac{60}{t_1}+2=\frac{48}{t_2}-2<=>\frac{60}{t_1}-\frac{48}{t_2}=-4(1)$$

$$t_1-t_2=1(2)$$

$$(1);(2)<=>\begin{cases}\frac{60}{t_1}-\frac{48}{t_2}=-4\\ t_1-t_2=1\end{cases}<=>\begin{cases}\frac{60}{t_1}-\frac{48}{t_2}=-4\\ t_1=1+t_2\end{cases}$$

$$<=>\frac{60}{1+t_2}-\frac{48}{t_2}=-4<=>4t_2{}^2+16t_2-48=0$$

$$<=>\left[\begin{array}{l}t_2=-6\quad (L)\\ t_2=2\quad (TM)=>\text{V}=22\quad (\text{km/h})\end{array}\right.$$

Bài III (2,0 điểm)

1) Với điều kiện $x\geq -1$, ta có hệ đã cho tương đương:

$$\begin{cases}6(x+y)+3\sqrt{x+1}=12\\ (x+y)-3\sqrt{x+1}=-5\end{cases}<=>\begin{cases}7(x+y)=7\\ (x+y)-3\sqrt{x+1}=-5\end{cases}$$

$$<=>\begin{cases}x+y=1\\ 3\sqrt{x+1}=6\end{cases}<=>\begin{cases}x+y=1\\ x+1=4\end{cases}<=>\begin{cases}x=3\\ y=-2\end{cases}$$

2)

a) $\Delta=(m+5)^2-4(3m+6)=m^2-2m+1=(m-1)^2\geq 0\quad \forall m$

Do đó, phương trình luôn có nghiệm với mọi m.

b) Ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m+5\\ x_1x_2=3m+6\end{cases}$

Để $x_1>0;x_2>0$ điều kiện là m >-5 và m > -2 <=> m > -2 (Điều kiện để S > 0;P > 0)

Yêu cầu bài toán tương đương :

$$x_1{}^2+x_2{}^2=25<=>(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=25$$

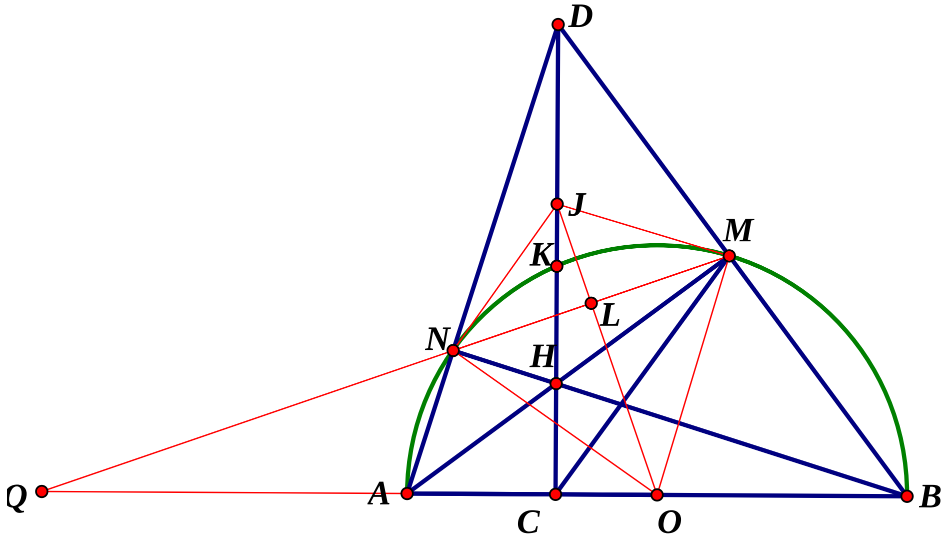
$$<=>(m+5)^2-2(3m+6)=25\quad Do\begin{cases}x_1+x_2=m+5\\ x_1x_2=3m+6\end{cases}$$

$$<=>m^2+4m-12=0,m>-2$$

<=> $m=2$ hay m = -6, m > -2

<=> m = 2

Bài IV ***(3,5 điểm)***



1) **Tứ giác ACMD nội tiếp**

C/m: góc ACD = góc AMD = 90^0

2) CA.CB = CH.CD

C/m: tứ giác ANHC nội tiếp suy ra góc DAC = góc CHB(cùng bù góc NHC) suy ra tam giác CAD đồng dạng với tam giác CHB

3) Ba điểm A, N, D thẳng hàng và tiếp tuyến tại N đi qua trung điểm của DH

* tứ giác ACMD nội tiếp suy ra góc ADC = góc AMC, tứ giác CHMB nội tiếp suy ra góc AMC = góc HBC = góc NMA suy ra góc ADC = góc NMA nên tứ giác DNHM nội tiếp do đó góc DNH = 90^0 do góc ANB = 90^0 suy ra điều phải chứng minh.

* Vì NJ là tiếp tuyến (O) suy ra góc JND = góc ONB = góc OBN = góc NDH suy ra tam giác NJD cân tại J suy ra JN = JD mà tam giác NDH vuông tại N suy ra góc JNH + góc JND = góc JDN + góc JHN = 90^0 do đó góc JNH = góc JHN suy ra tam giác INH cân tại J suy ra JN = JH do vậy JH = JD nên J là trung điểm của DH

4) MN đi qua điểm cố định khi M di chuyển trên cung KB

Gọi Q là giao điểm của MN và AB; OJ cắt MN tại L

Ta chứng minh được MJ là tiếp tuyến của (O) suy ra MN vuông góc OJ do đó tam giác OLQ đồng dạng với tam giác OCJ (g – g) suy ra $\frac{OL}{OC} = \frac{OQ}{OJ}$ suy ra OL.OJ = OQ.OC. Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông OMJ ta có OL.OJ = $OM^2 = R^2$ (R là bán kính (O)) suy ra OQ.OC = R^2 suy ra $OQ = \frac{R^2}{OC}$ do O, C cố định R không đổi suy ra OQ không đổi suy ra Q cố định vậy MN đi qua Q

Bài 4 (0,5 điểm)

$$M=\frac{ab}{a+b+2}=\frac{(a+b)^2-(a^2+b^2)}{2(a+b+2)}=\frac{(a+b)^2-4}{2(a+b+2)}=\frac{(a+b+2)(a+b-2)}{2(a+b+2)}$$

$$=\frac{a+b-2}{2}$$

Ta có: $(a+b)^2\le 2(a^2+b^2) <=> a+b\le\sqrt{2(a^2+b^2)}$

Vậy $M\le\frac{\sqrt{2(a^2+b^2)}-2}{2}=\frac{\sqrt{2.4}-2}{2}=\sqrt{2}-1$

Khi a = b = $\sqrt{2}$ thì M = $\sqrt{2}$ -1. Vậy giá trị lớn nhất của M là $\sqrt{2}$ -1

Cách khác:

Với hai số thực dương không âm a, b thỏa $a^2+b^2=4$ ta có:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=\left(a^2+b^2\right)+2ab=4+2ab$$

Suy ra $\sqrt{(a+b)^2}=\sqrt{4+2ab}$ (do $4+2ab>0; a,b>0$)

Hay $|a+b|=\sqrt{4+2ab}\Leftrightarrow a+b=\sqrt{4+2ab}$

Khi đó, biểu thức M được viết lại thành: $M=\frac{ab}{a+b+2}=\frac{ab}{\sqrt{4+2ab}+2}$ (1)

Mặc khác: $4+2ab>4\Leftrightarrow\sqrt{4+2ab}>\sqrt{4}=2$

$$\Rightarrow 2ab=\left(\sqrt{4+2ab}+2\right)\left(\sqrt{4+2ab}-2\right)\ (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $M=\frac{ab}{\frac{2ab}{\sqrt{4+2ab}-2}}=\frac{\sqrt{4+2ab}-2}{2}$

Áp dụng BĐT Cô-si cho 2 số không âm a, b ta được:

$$ab\le\frac{a^2+b^2}{2}=\frac{4}{2}=2$$

$$\Rightarrow\sqrt{4+2ab}-2\le\sqrt{4+2.2}-2=2\sqrt{2}-2$$

$$\Rightarrow M\le\frac{2\sqrt{2}-2}{2}=\sqrt{2}-1$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases}a=b\ge 0\\ a^2+b^2=4\end{cases}\Leftrightarrow a=b=\sqrt{2}$

Vậy GTLN của biểu thức M là $\sqrt{2}-1$ khi $a=b=\sqrt{2}$.

ĐỀ SỐ 6

Bài I :

1) Với x = 9 ta có $A=\dfrac{3+1}{3-1}=2$

2) a) $P=\left(\dfrac{x-2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}\right).\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=\left(\dfrac{(\sqrt{x}-1).(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}\right).\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

b)Từ câu 2a ta có

$2P=2\sqrt{x}+5\Leftrightarrow\dfrac{2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}=2\sqrt{x}+5$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}+2=2x+5\sqrt{x}$ và $x>0$

$\Leftrightarrow 2x+3\sqrt{x}-2=0$ và x >0 $\Leftrightarrow(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-\dfrac{1}{2})=0$ và x >0

$\Leftrightarrow\sqrt{x}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{4}$

Bài II:

Gọi x là sản phẩm xưởng sản xuất trong 1 ngày theo kế hoạch (x > 0)

$\Rightarrow$ Số ngày theo kế hoạch là : $\dfrac{1100}{x}$.

Số ngày thực tế là $\dfrac{1100}{x+5}$. Theo giả thiết của bài toán ta có :

$\dfrac{1100}{x}$ - $\dfrac{1100}{x+5}=2.$

$\Leftrightarrow 1100(x+5)-1100x=2x(x+5)$

$\Leftrightarrow 2x^2+10x-5500=0$

$\Leftrightarrow x=50$ hay $x=-55$ (loại)

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất là 50 sản phẩm.

Bài III:

1) Hệ phương trình tương đương với:

Đặt $u=\dfrac{1}{x+y}$ và $v=\dfrac{1}{y-1}$. Hệ phương trình thành :

$\begin{cases}4u+v=5\\u-2v=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8u+2v=10\\u-2v=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9u=9\\2v=u+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=1\\v=1\end{cases}$

Do đó, hệ đã cho tương đương :

$\begin{cases}\dfrac{1}{x+y}=1\\\dfrac{1}{y-1}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=1\\y-1=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}$

2)

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$x^2=-x+6\Leftrightarrow x^2+x-6=0\Leftrightarrow x=2$ hay $x=-3$

Ta có y (2)= 4; y(-3) = 9. Vậy tọa độ giao điểm của (d) và (P) là B(2;4) và A(-3;9)

b) Gọi A′, B′ lần lượt là hình chiếu của A và B xuống trục hoành.

Ta có $S_{\Delta OAB}=S_{AA'B'B}-S_{\Delta OAA'}-S_{\Delta OBB'}$

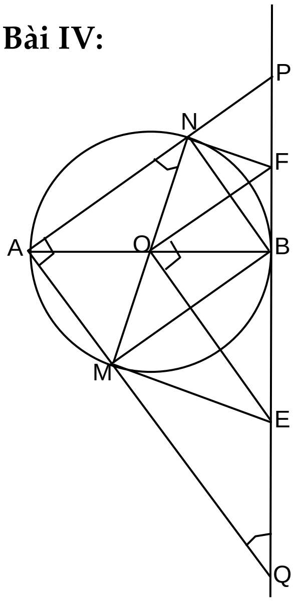
Ta có $A'B' = |x_{B'} - x_{A'}| = x_{B'} - x_{A'} = 5$, $AA' = y_A = 9$, $BB' = y_B = 4$

Diện tích hình thang : $S_{AA'B'B} = \frac{AA'+BB'}{2}.A'B' = \frac{9+4}{2}.5 = \frac{65}{2}$ (đvdt)

$S_{\Delta OAA'} = \frac{1}{2}A'A.A'O = \frac{27}{2}$ (đvdt); $S_{\Delta OBB'} = \frac{1}{2}B'B.B'O = 4$ (đvdt)

$\Rightarrow S_{\Delta OAB} = S_{AA'B'B} - S_{\Delta OAA'} - S_{\Delta OBB'} = \frac{65}{2} - \left(\frac{27}{2} + 4\right) = 15$ (đvdt)

Bài IV:



1) Tứ giác AMBN có 4 góc vuông, vì là 4 góc nội tiếp chắn nửa đường tròn.

2) Ta có $\widehat{ANM} = \widehat{ABM}$ (cùng chắn cung AM)

và $\widehat{ABM} = \widehat{AQB}$ (góc có cạnh thẳng góc)

vậy $\widehat{ANM} = \widehat{AQB}$ nên MNPQ nối tiếp.

3) OE là đường trung bình của tam giác ABQ.

OF // AP nên OF là đường trung bình của tam giác ABP

Suy ra F là trung điểm của BP.

Mà AP vuông góc với AQ nên OE vuông góc OF.

Xét tam giác vuông NPB có F là trung điểm của cạnh huyền BP.

Xét 2 tam giác NOF = OFB (c-c-c) nên $\widehat{ONF} = 90^0$.

Tương tự ta có $\widehat{OME} = 90^0$ nên ME // NF vì cùng vuông góc với MN.

4)

$2S_{MNPQ} = 2S_{APQ} - 2S_{AMN} = 2R.PQ - AM.AN = 2R.(PB + BQ) - AM.AN$

Tam giác ABP đồng dạng tam giác QBA suy ra $\frac{AB}{QB} = \frac{BP}{BA} \Rightarrow AB^2 = BP.QB$

Nên áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có $PB + BQ \geq 2\sqrt{PB.BQ} = 2\sqrt{(2R)^2} = 4R$

Ta có $AM.AN \leq \frac{AM^2 + AN^2}{2} = \frac{MN^2}{2} = 2R^2$

Do đó, $2S_{MNPQ} \ge 2R.4R - 2R^2 = 6R^2$. Suy ra $S_{MNPQ} \ge 3R^2$

Dấu bằng xảy ra khi AM =AN và PQ = BP hay MN vuông góc AB.

Bài V:

Ta có $Q = \sqrt{2a+bc} + \sqrt{2b+ca} + \sqrt{2c+ab}$

$\sqrt{2a+bc} = \sqrt{(a+b+c)a+bc}$ (Do a + b +c = 2)

$= \sqrt{a^2+ab+bc+ca} = \sqrt{(a+b)(a+c)} \le \dfrac{(a+b)+(a+c)}{2}$ (Áp dụng bất đẳng thức với 2 số dương u=a+b và v=a+c)

Vậy ta có $\sqrt{2a+bc} \le \dfrac{(a+b)+(a+c)}{2}$ (1)

Tương tự ta có :

$\sqrt{2b+ca} \le \dfrac{(a+b)+(b+c)}{2}$ (2)

$\sqrt{2c+ab} \le \dfrac{(a+c)+(b+c)}{2}$ (3)

Cộng (1) (2) (3) vế theo vế $\Rightarrow Q \le 2(a+b+c) = 4$

Khi a = b = c = $\dfrac{2}{3}$ thì Q = 4 vậy giá trị lớn nhất của Q là 4.

ĐỀ SỐ 7

Bài I: (2,0 điểm)

1) Với x = 64 ta có $A = \dfrac{2+\sqrt{64}}{\sqrt{64}} = \dfrac{2+8}{8} = \dfrac{5}{4}$

2) Ta có :

$$B = \frac{(\sqrt{x}-1).(x+\sqrt{x})+(2\sqrt{x}+1).\sqrt{x}}{\sqrt{x}.(x+\sqrt{x})} = \frac{x\sqrt{x}+2x}{x\sqrt{x}+x} = 1+\frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

3) Với x >0 ta có :

$$\frac{A}{B} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} : \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} > \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}+2 > 3\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow 0 < x < 4.(Do\ \ x>0)$$

Bài II: (2,0 điểm)

Gọi x (km/h) là vận tốc đi từ A đến B, vậy vận tốc đi từ B đến A là $x+9$ (km/h)

Theo đề bài ta có:

$$\frac{90}{x} + \frac{90}{x+9} = 5 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{10}{x} + \frac{10}{x+9} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x(x+9) = 20(2x+9)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 31x - 180 = 0 \Leftrightarrow x = 36 \text{ (vì x > 0)}$$

Bài III: (2,0 điểm)

1) Hpt đã cho tương đương với hpt:

$$\begin{cases} 3x+3+2x+4y=4 \\ 4x+4-x-2y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+4y=1 \\ 3x-2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+4y=1 \\ 6x-4y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x=11 \\ 6x-4y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$$

2) a) Với m = 1 ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$\frac{1}{2}x^2 = x + \frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hay $x = 3$ (Do a – b + c = 0)

Ta có y (-1) = $\frac{1}{2}$; y(3) = $\frac{9}{2}$. Vậy tọa độ giao điểm A và B là (-1; $\frac{1}{2}$) và (3; $\frac{9}{2}$)

b) Ta có: Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$\frac{1}{2}x^2 = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 2m - 2 = 0$ (*)

Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt x_1, x_2 thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm phân biệt.

Khi đó $\Delta' = m^2 - m^2 + 2m + 2 > 0 \Leftrightarrow m > -1$

Khi: m > -1, từ (*) ta có: $x_1 + x_2 = 2m; x_1.x_2 = m^2 - 2m - 2$ (định lý Vi-et)

Nên: $|x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$

$\Leftrightarrow 4m^2 - 4(m^2 - 2m - 2) = 4 \Leftrightarrow 8m = -4 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$

<u>**Cách khác:**</u> Khi m > -1 ta có:

$|x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow \left|\frac{-b + \sqrt{\Delta'}}{a'} - \frac{-b - \sqrt{\Delta'}}{a'}\right| = 2\sqrt{\Delta'} = 2\sqrt{2m + 2}$

Do đó, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2\sqrt{2m + 2} = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{m + 2} = 2 \Leftrightarrow 2m + 2 = 1 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$

Bài IV ***(3,5 điểm)***

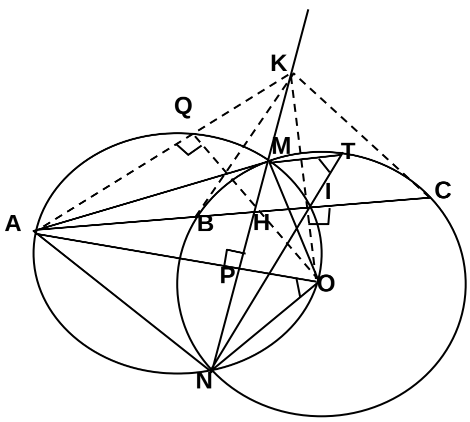
1/ Xét tứ giác AMON có hai góc đối $\widehat{ANO} = 90^0$

$\widehat{AMO} = 90^0$ nên là tứ giác nội tiếp

2/ Hai tam giác ABM và AMC đồng dạng nên ta có AB. AC = AM² = AN² = 6² = 36

$\Rightarrow AC = \frac{6^2}{AB} = \frac{6^2}{4} = 9\,(cm)$

$\Rightarrow BC = AC - AB = 9 - 4 = 5\,(cm)$



3/ $\widehat{MTN} = \frac{1}{2}\widehat{MON} = \widehat{AON}$ (cùng chắn cung MN trong đường tròn (O)), và $\widehat{AIN} = \widehat{AON}$

(do 3 điểm N, I, M cùng nằm trên đường tròn đường kính AO và cùng chắn cung 90⁰)

Vậy: $\widehat{AIN} = \widehat{MTI} = \widehat{TIC}$ nên MT // AC do có hai góc so le bằng nhau.

4/ Xét ΔAKO có AI vuông góc với KO. Hạ OQ vuông góc với AK. Gọi H là giao điểm của OQ và AI thì H là trực tâm của ΔAKO, nên KMH vuông góc với AO. Vì MHN vuông góc với AO nên đường thẳng KMHN vuông góc với AO, nên KM vuông góc với AO. Vậy K nằm trên đường thẳng cố định MN khi BC di chuyển.

Bài IV: (0,5 điểm)

<u>Cách 1:</u> Từ giả thiết đã cho, ta có $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 6$. Theo bất đẳng thức Cô-si ta có:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)\ge\frac{1}{ab},\ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\ge\frac{1}{bc},\ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{c^2}+\frac{1}{a^2}\right)\ge\frac{1}{ca}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2}+1\right)\ge\frac{1}{a},\ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{b^2}+1\right)\ge\frac{1}{b},\ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{c^2}+1\right)\ge\frac{1}{c}$$

Cộng các bất đẳng thức trên vế theo vế ta có:

$$\frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)+\frac{3}{2}\ge 6\Leftrightarrow\frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\ge 6-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\ge 3\ \text{(đpcm)}$$

Cách 2: $a+b+c+ab+bc+ca=6abc\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}=6$

Dễ chứng minh:

$$\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}\le\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\qquad(1)$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\le\sqrt{3\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)}\qquad(2)$$

Từ (1) và (2) Suy ra: $6\le\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+\sqrt{3\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)}$

Đặt: $t=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\Rightarrow 6\le t+\sqrt{3t}\Leftrightarrow\sqrt{t}\ge\sqrt{3}\Rightarrow t\ge 3\Rightarrow$ ĐPCM

Cách 3:

Từ: $a+b+c+ab+bc+ca=6abc\Leftrightarrow\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}+\frac{1}{ba}+\frac{1}{c}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=6$

Ta lại có $2.\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\ge 2.\left(\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}+\frac{1}{ba}\right)$ (*)

Ta có $\left(\frac{1}{a}-1\right)^2\ge 0\Leftrightarrow\frac{1}{a^2}-2.\frac{1}{a}+1\ge 0\Leftrightarrow\frac{1}{a^2}\ge 2.\frac{1}{a}-1$

Tương tự $\frac{1}{b^2}\ge 2.\frac{1}{b}-1;\frac{1}{c^2}\ge 2.\frac{1}{c}-1$

nên $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\ge 2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)-3$ (**)

Từ (*) và (**) ta có $3.\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\ge 2.\left(\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}+\frac{1}{ba}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)-3$

$$3.\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\ge 2.6-3=9\ \text{hay}\ \left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\ge 3$$

Cách 4:

Áp dụng BĐT Cô si ta có $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\ge\frac{2}{ab}$

Tương tự cuối cùng ta được $\frac{2}{a^2}+\frac{2}{b^2}+\frac{2}{c^2}\ge\frac{2}{ab}+\frac{2}{bc}+\frac{2}{ac}$ (1)

Áp dụng BĐT Cô si ta có $\frac{1}{a^2}+1\ge\frac{2}{a}$

Tương tự cuối cùng ta được $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+3\ge\frac{2}{a}+\frac{2}{b}+\frac{2}{c}$ (2)

$$\frac{3}{a^2}+\frac{3}{b^2}+\frac{3}{c^2}+3\ge\frac{2}{a}+\frac{2}{b}+\frac{2}{c}+\frac{2}{ab}+\frac{2}{bc}+\frac{2}{ca}$$

Lấy (1) + (2) $\Leftrightarrow \frac{3}{a^2}+\frac{3}{b^2}+\frac{3}{c^2}+3\ge\frac{2.6abc}{abc}=12$ **(ĐPCM)**

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\ge 3$$

ĐỀ SỐ 8

Bài I: (2,5 điểm)

1) Với x = 36, ta có : A = $\frac{\sqrt{36}+4}{\sqrt{36}+2}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$

2) Với x ≥, $x \ne 16$ ta có :

$$B=\left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)}{x-16}+\frac{4(\sqrt{x}+4)}{x-16}\right)\frac{\sqrt{x}+2}{x+16}=\frac{(x+16)(\sqrt{x}+2)}{(x-16)(x+16)}=\frac{\sqrt{x}+2}{x-16}$$

3) Biểu thức B (A – 1) = $\frac{\sqrt{x}+2}{x-16}\left(\frac{\sqrt{x}+4-\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}\right)=\frac{2}{x-16}$ là số nguyên

$\Leftrightarrow$ x – 16 = ±1 hay x – 16 = ±2 $\Leftrightarrow$ x = 15 hay x = 17 hay x = 14 hay x = 18

Bài II: (2,0 điểm)

Đặt x là số giờ người thứ nhất hoàn thành công việc $\Rightarrow$ x + 2 là số giờ người thứ hai hoàn thành công việc. Vậy ta có phương trình :

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}=\frac{5}{12}\Leftrightarrow x=4$$

Vậy người thứ nhất làm xong công việc trong 4 giờ và người thứ hai làm xong công việc trong 6 giờ.

Bài III: (1,5 điểm)

1) $\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=2\\ \frac{6}{x}-\frac{2}{y}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=2\\ -\frac{5}{y}=-5\ \ [pt(2)-3pt(1)]\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\ \frac{2}{x}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}$

2) $\Delta=(4m-1)^2-12m^2+8m=4m^2+1>0,\ \forall m$

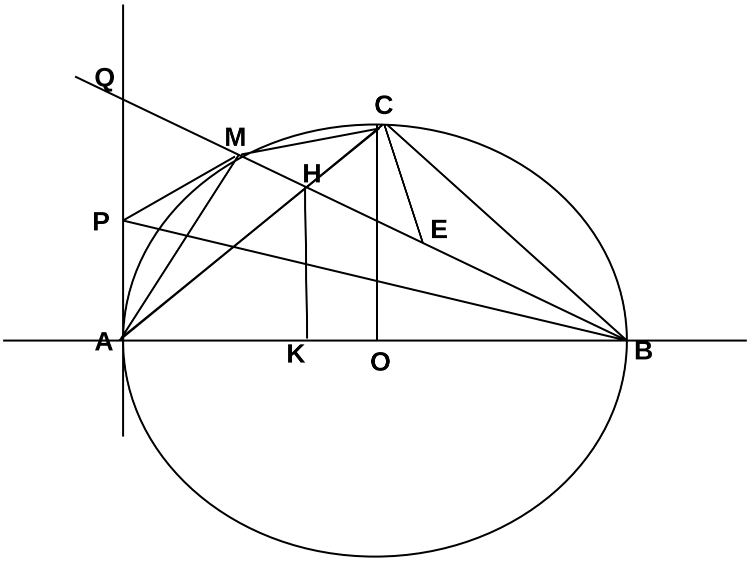
Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\forall m$

Ta có : $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=4m-1$ và $x_1.x_2=\frac{c}{a}=3m^2-2m$

Do đó, ycbt $\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=7$

$\Leftrightarrow (4m-1)^2-2(3m^2-2m)=7\Leftrightarrow 10m^2-4m-6=0\Leftrightarrow m=1$ hay $m=\frac{-3}{5}$

Bài IV: (3,5 điểm)



1) Tứ giác CBKH có hai góc đối $\widehat{HCB} = \widehat{HKB} = 90^0$ nên tứ giác CBKH nội tiếp trong vòng tròn đường kính HB.
2) Góc $\widehat{ACM} = \widehat{ABM}$ chắn cung $\overset{\frown}{AM}$ và $\widehat{ACK} = \widehat{HCK} = \widehat{HBK}$ vì cùng chắn cung $\overset{\frown}{HK}$.
   Vậy $\widehat{ACM} = \widehat{ACK}$
3) Xét 2 tam giác MAC và EBC có hai cặp cạnh EB = MA, AC = CB và góc giữa $\widehat{MAC}$ = $\widehat{MBC}$ vì cùng chắn cung $\overset{\frown}{MC}$ nên 2 tam giác đó bằng nhau.
   Vậy ta có CM = CE và $\widehat{CMB} = 45^0$ vì chắn cung $\overset{\frown}{CB} = 90^0$.
   Vậy tam giác MCE vuông cân tại C.
4) Xét 2 tam giác PAM và OBM

Theo giả thuyết ta có $\dfrac{AP.MB}{MA} = R \Leftrightarrow \dfrac{AP}{MA} = \dfrac{OB}{MB}$. Mặt khác ta có $\widehat{PAM} = \widehat{ABM}$ vì cùng chắn cung $\overset{\frown}{AM}$ vậy 2 tam giác trên đồng dạng.

Vì tam giác OBM cân tại O nên tam giác PAM cũng cân tại P. Vậy PA = PM.

Kéo dài BM cắt d tại Q. Xét tam giác vuông AMQ có PA = PM nên PA = PQ vậy P là trung điểm của AQ nên BP cũng đi qua trung điểm của HK, do định lí Thales (vì HK//AQ).

Bài V: (0,5 điểm)

M = $\dfrac{x^2+y^2}{xy}$ với x, y là các số dương và $x \geq 2y$

Ta có $\dfrac{1}{M} = \dfrac{x(2y)}{2(x^2+y^2)} \leq \dfrac{x^2+4y^2}{4(x^2+y^2)} = \dfrac{x^2+y^2+3y^2}{4(x^2+y^2)}$ (Bất đẳng thức Cauchy)

$= \dfrac{1}{4} + \dfrac{3y^2}{4(x^2+y^2)} \leq \dfrac{1}{4} + \dfrac{3y^2}{4(4y^2+y^2)} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{3}{20} = \dfrac{2}{5}$ (Thay mẫu số bằng số nhỏ hơn).

Suy ra Max $\dfrac{1}{M} = \dfrac{2}{5}$ khi x = 2y, do đó giá trị nhỏ nhất của M = $\dfrac{5}{2}$ đạt được khi x = 2y.

ĐỀ SỐ 9

Bài 1: 1/ Rút gọn

$$A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}-\frac{10\sqrt{x}}{x-25}-\frac{5}{\sqrt{x}+5}=\frac{\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}+5\right)-10\sqrt{x}-5.\left(\sqrt{x}-5\right)}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}$$

$$=\frac{x+5\sqrt{x}-10\sqrt{x}-5\sqrt{x}+25}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}=\frac{x-10\sqrt{x}+25}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-5\right)^2}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}$$

$$A=\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5}$$

2/ Với x = 9 ta có $\sqrt{x}=3$. Vậy $A=\frac{3-5}{3+5}=\frac{-2}{8}=-\frac{1}{4}$

3/ Ta có:

$$A<\frac{1}{3}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5}-\frac{1}{3}<0\Leftrightarrow\frac{3\sqrt{x}-15-\sqrt{x}-5}{3\left(\sqrt{x}+5\right)}<0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}-20<0\ \ (Vì\ 3\left(\sqrt{x}+5\right)>0)$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}<20\Leftrightarrow\sqrt{x}<10\Leftrightarrow x<100$$

Vậy với $0 \le x < 100$ và $x \ne 25$ thì A < 1/3

Bài 2

Gọi x là khối lượng hàng chở theo định mức trong 1 ngày của đội (x > 0, tấn)

Số ngày quy định là $\frac{140}{x}$ ngày

Do chở vượt mức nên số ngày đội đã chở là $\frac{140}{x}-1$

khối lượng hàng đội đã chở được là

$$\left(\frac{140}{x}-1\right).\left(x+5\right)=140+10\Leftrightarrow\left(140-x\right)\left(x+5\right)=150x$$

$$\Leftrightarrow 140x+700-5x-x^2=150x\Leftrightarrow x^2+15x-700=0$$

Giải ra x = 20 và x = - 35 (loại) Vậy số ngày đội phải chở theo kế hoạch là 140:20=7 (ngày)

Bài 3:

1/ Với m = 1 ta có (d): y = 2x + 8

Phương trình hoành độ điểm chung của (P) va (d) là

$x^2 = 2x + 8 \iff x^2 - 2x - 8 = 0$

Giải ra x = 4 => y = 16

$x = -2 \Rightarrow y = 4$

Tọa độ các giao điểm của (P) và (d) là (4 ; 16) và (-2 ; 4)

2/ Phương trình hoành độ điểm chung của (d) và (P) là

$x^2 - 2x + m^2 - 9 = 0 \qquad (1)$

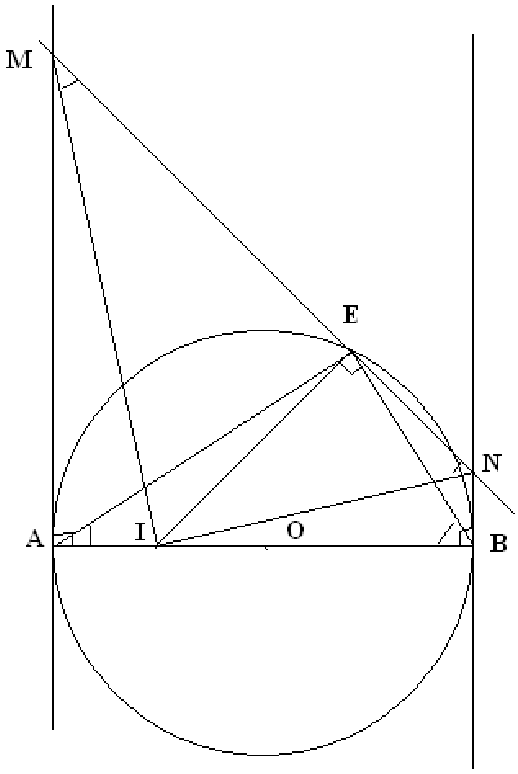
Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung thì phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu

⇨ $ac < 0 \quad \Rightarrow m^2 - 9 < 0$

⇨ $(m - 3)(m + 3) < 0$

Giải ra có $-3 < m < 3$

Bài 4



1/ Xét tứ giác AIEM có

góc MAI = góc MEI = 90^o.

=> góc MAI + góc MEI = 180^o.=> tứ giác AIEM nội tiếp

2/ Xét tứ giác BIEN có

góc IEN = góc IBN = 90^o.

⇨ góc IEN + góc IBN = 180^o.

⇨ tứ giác IBNE nội tiếp

⇨ góc ENI = góc EBI = ½ sđ AE (*)

⇨ Do tứ giác AMEI nội tiếp

=> góc EMI = góc EAI = ½ sđ EB (**)

Từ (*) và (**) suy ra

góc EMI + góc ENI = ½ sđ AB = 90^o.

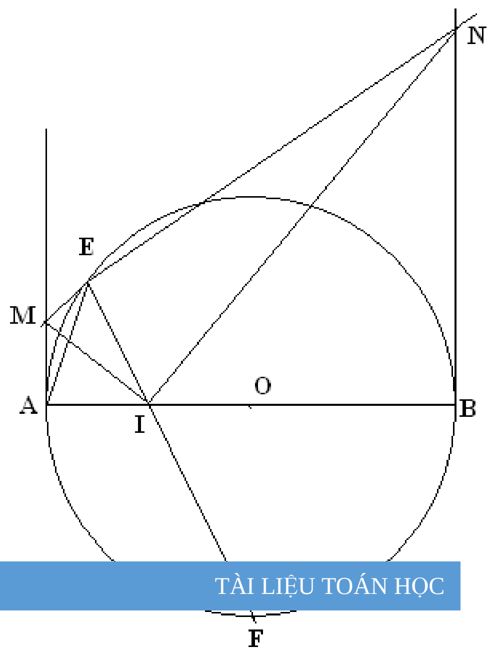
3/ Xét tam giác vuông AMI và tam giác vuông BIN có

góc AIM = góc BNI (cùng cộng với góc NIB = 90^o)

⇨ $\Delta AMI \sim \Delta BNI$ (g-g)

⇨ $\dfrac{AM}{BI} = \dfrac{AI}{BN}$

⇨ AM.BN = AI.BI



4/ Khi I, E, F thẳng hàng ta có hình vẽ

Do tứ giác AMEI nội tiếp

nên góc AMI = góc AEF = 45^o.

Nên tam giác AMI vuông cân tại A

Chứng minh tương tự ta có tam giác BNI vuông cân tại B

⇨ AM = AI, BI = BN

Áp dụng pitago tính được

$MI = \frac{R\sqrt{2}}{2}; IN = \frac{3R\sqrt{2}}{2}$ Vậy $S_{MIN} = \frac{1}{2}.IM.IN = \frac{3R^2}{4}$ (đvdt)

Bài 5:

CÁCH 1:

$M = 4x^2 - 3x + \frac{1}{4x} + 2011 = 4x^2 - 4x + 1 + x + \frac{1}{4x} + 2010$

$= (2x-1)^2 + (x + \frac{1}{4x}) + 2010$

Vì $(2x-1)^2 \geq 0$ và $x > 0 \Rightarrow \frac{1}{4x} > 0$, Áp dụng bdt Cosi cho 2 số dương ta có: x + $\frac{1}{4x}$

$\geq 2\sqrt{x.\frac{1}{4x}} = 2.\frac{1}{2} = 1$

⇨ $M = (2x-1)^2 + (x + \frac{1}{4x}) + 2010 \geq 0 + 1 + 2010 = 2011$

⇨ $M \geq 2011$; Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ x = \frac{1}{4x} \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x^2 = \frac{1}{4} \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{array}\right. \\ x > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Vậy $M_{min} = 2011$ đạt được khi $x = \frac{1}{2}$

CÁCH 2: $M = 2x^2 + 2x^2 + 1/4x - 3x + 2011$

Do x > 0 nên áp dụng Cosi cho 3 số dương $2x^2$, $2x^2$ và 1/4x ta có $2x^2 + 2x^2 + 1/4x \geq 3\sqrt[3]{x^3} = 3x$

⇨ $M = (2x^2 + 2x^2 + 1/4x) - 3x + 2011 \geq 3x - 3x + 2011 = 2011$

⇨ $M \geq 2011$ Dấu "=" khi $2x^2 = 1/4x \Leftrightarrow x^3 = 1/8 \Leftrightarrow x = 1/2$ Vậy $M_{min} = 2011$ đạt được khi

$x = \frac{1}{2}$

CÁCH 3:

$$M = 4x^2 - 3x + \frac{1}{4x} + 2011 = 3\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + x^2 + \frac{1}{8x} + \frac{1}{8x} + 2010 + \frac{1}{4}$$

$$M = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + x^2 + \frac{1}{8x} + \frac{1}{8x} + \frac{1}{4} + 2010$$

Áp dụng cô si cho ba số $x^2, \frac{1}{8x}, \frac{1}{8x}$ ta có

$x^2 + \frac{1}{8x} + \frac{1}{8x} \geq 3\sqrt[3]{x^2 . \frac{1}{8x} . \frac{1}{8x}} = \frac{3}{4}$ Dấu '=' xẩy ra khi $x^2 = \frac{1}{8x} = \frac{1}{8x} \Leftrightarrow x^3 = 1/8 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

mà $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$ Dấu '=' xẩy ra khi x = 1/2=> $M \geq 0 + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + 2010 = 2011$Vậy $M_{min} = 2011$

đạt được khi $x = \frac{1}{2}$

ĐỀ SỐ 10

Bài I: (2,5 điểm) Với $x \geq 0$ và $x \neq 9$ ta có :

1) $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{x-9} + \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{x-9} - \frac{3x+9}{x-9}$

$= \frac{x - 3\sqrt{x} + 2x + 6\sqrt{x} - 3x - 9}{x-9} = \frac{3\sqrt{x} - 9}{x-9} = \frac{3(\sqrt{x}-3)}{x-9} = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$

2) $A = \frac{1}{3} = \frac{3}{\sqrt{x}+3} \Leftrightarrow \sqrt{x} + 3 = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 6 \Leftrightarrow x = 36$

3) $A = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$ lớn nhất $\Leftrightarrow \sqrt{x} + 3$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bài II: (2,5 điểm)

Gọi x (m) là chiều rộng của hình chữ nhật (x > 0)

$\Rightarrow$ chiều dài của hình chữ nhật là x + 7 (m)

Vì đường chéo là 13 (m) nên ta có : $13^2 = x^2 + (x+7)^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 14x + 49 - 169 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 7x - 60 = 0$ (1), (1) có $\Delta = 49 + 240 = 289 = 17^2$

Do đó (1) $\Leftrightarrow x = \frac{-7-17}{2}$ (loại) hay $x = \frac{-7+17}{2} = 5$

Vậy hình chữ nhật có chiều rộng là 5 m và chiều dài là (x + 7) m = 12 m

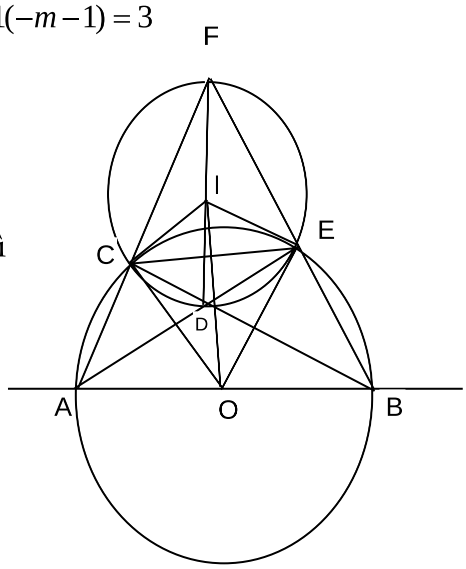
Bài III: (1,0 điểm)

1) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:
$-x^2 = mx - 1 \Leftrightarrow x^2 + mx - 1 = 0$ (2), phương trình (2) có a.c = -1 < 0 với mọi m
$\Rightarrow$ (2) có 2 nghiệm phân biệt trái dấu với mọi m $\Rightarrow$ (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

2) x_1, x_2 là nghiệm của (2) nên ta có :
$x_1 + x_2 = -m$ và $x_1x_2 = -1$

$x_1^2x_2 + x_2^2x_1 - x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow x_1x_2(x_1 + x_2 - 1) = 3 \Leftrightarrow -1(-m-1) = 3$

$\Leftrightarrow$ m + 1 = 3 $\Leftrightarrow$ m = 2



Bài IV: (3,5 điểm)

1) Tứ giác FCDE có 2 góc đối $\widehat{FED} = 90^o = \widehat{FCD}$ nên chúng nội tiếp.
2) Hai tam giác vuông đồng dạng ACD và DEB vì hai góc $\widehat{CAD} = \widehat{CBE}$ cùng chắn cung CE, nên ta có tỉ số : $\frac{DC}{DA} = \frac{DE}{DB} \Rightarrow DC.DB = DA.DE$
3) Gọi I là tâm vòng tròn ngoại tiếp với tứ giác FCDE, ta có $\widehat{CFD} = \widehat{CEA}$ (cùng chắn cung CD)
   Mặt khác $\widehat{CEA} = \widehat{CBA}$ (cùng chắn cung AC)
   và vì tam OCB cân tại O, nên $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$.
   Ta có : $\widehat{ICD} = \widehat{IDC} = \widehat{HDB}$
   $\widehat{OCD} = \widehat{OBD}$ và $\widehat{HDB} + \widehat{OBD} = 90^0$
   $\Rightarrow \widehat{OCD} + \widehat{DCI} = 90^0$ nên IC là tiếp tuyến với đường tròn tâm O.
   Tương tự IE là tiếp tuyến với đường tròn tâm O.
4) Ta có 2 tam giác vuông đồng dạng ICO và FEA vì có 2 góc nhọn $\widehat{CAE} = \frac{1}{2}\widehat{COE} = \widehat{COI}$ (do tính chất góc nội tiếp)
   Mà $tg\widehat{CIO} = \frac{CO}{IC} = \frac{R}{R/2} = 2 \Rightarrow tg\widehat{AFB} = tg\widehat{CIO} = 2$.

Bài V: (0,5 điểm)

Giải phương trình : $x^2 + 4x + 7 = (x+4)\sqrt{x^2+7}$

Đặt t = $\sqrt{x^2+7}$, phương trình đã cho thành : $t^2 + 4x = (x+4)t$

$\Leftrightarrow t^2 - (x+4)t + 4x = 0 \Leftrightarrow (t-x)(t-4) = 0 \Leftrightarrow$ t = x hay t = 4,

Do đó phương trình đã cho $\Leftrightarrow \sqrt{x^2+7} = 4$ *hay* $\sqrt{x^2+7} = x$

$\Leftrightarrow x^2 + 7 = 16$ hay $\begin{cases} x^2 + 7 = x^2 \\ x \geq \sqrt{7} \end{cases} \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$

<u>Cách khác</u> :

$x^2 + 4x + 7 = (x+4)\sqrt{x^2+7} \Leftrightarrow x^2 + 7 + 4(x+4) - 16 - (x+4)\sqrt{x^2+7} = 0$

$\Leftrightarrow (x+4)(4 - \sqrt{x^2+7}) + (\sqrt{x^2+7} - 4)(\sqrt{x^2+7} + 4) = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+7} - 4 = 0$ *hay* $-(x+4) + \sqrt{x^2+7} + 4 = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+7} = 4$ *hay* $\sqrt{x^2+7} = x \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$

ĐỀ SỐ 11

Bài I:

1) Ta có:

$$A=\frac{x}{x-4}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

$$A=\frac{x}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

$$A=\frac{x+\left(\sqrt{x}+2\right)+\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{x+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$A=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

2) Tính giá trị của A khi x = 25

Với x = 25 ta có $A=\dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{25}-2}=\dfrac{5}{3}$

3) Tìm x để $A=-\dfrac{1}{3}$

Khi
$$A=-\frac{1}{3}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}=-\frac{1}{3}\Leftrightarrow 3\sqrt{x}=-\sqrt{x}+2$$
$$\Leftrightarrow 4\sqrt{x}=2\Leftrightarrow\sqrt{x}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}(tmdk)$$

Bài II:

Giải bằng cách lập phương trình:

Gọi số áo tổ 2 may được trong một ngày là x ($x\in N^*$; áo/ngày)

Số áo tổ 1 may được trong một ngày là x + 10 (áo)

3 ngày tổ thứ nhất may được 3(x +10) (áo)

5 ngày tổ thứ nhất may được 5x (áo)

Tổ 1 may trong 3 ngày và tổ 2 may trong 5 ngày được 1310 chiếc áo nên ta có pt:

3(x+10) + 5x = 1310

$\Leftrightarrow$ 3x+30+5x=1310

$\Leftrightarrow 8x=1310-30$

$\Leftrightarrow 8x=1280$

$\Leftrightarrow x=160(tmdk)$

Vậy mỗi ngày tổ 1 may được 160 + 10 = 170 chiếc áo

Mỗi ngày tổ 2 may được 160 chiếc áo

Cách 2:Học sinh có thể làm theo nhiều cách khác nhau: chẳng hạn giải bằng cách lập hệ pt:

Gọi số áo tổ 1 may được trong một ngày là x ($x\in N^*$; áo/ngày)

Số áo tổ 2 may được trong một ngày là y ($y\in N^*$; áo/ngày)

3 ngày tổ thứ nhất may được 3x (áo)

5 ngày tổ thứ nhất may được 5y (áo)

Vì tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo nên ta có pt: 3x + 5y = 1310

Mỗi ngày tổ 1 may được nhiều hơn tổ 2 là 10 chiếc áo nên ta có pt:

x – y = 10

Ta có hệ pt:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 1310 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

Giải hệ ta được x = 170; y= 160

Bài III:

Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$

1)Giải phương trình đã cho khi m = 1

Khi m = 1

Phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$

Vì 1 + (-4) + 3 = 0, theo hệ thức Vi-ét pt có hai nghiệm phân biệt:

$x_1 = 1; x_2 = 3$

2)Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1; x_2 thoả mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 10$

$$x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0 \ (1)$$

*) Pt có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0$

$\Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2+2) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - m^2 - 2 \geq 0$

$\Leftrightarrow 2m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \dfrac{1}{2}$

*) Áp dụng hệ thức Vi-ét cho pt (1) ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1.x_2 = m^2 + 2 \end{cases}$$

Ta có

$x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow \left(x_1 + x_2\right)^2 - 2x_1.x_2 = 10$

$\Leftrightarrow \left(2(m+1)\right)^2 - 2(m^2+2) = 10$

$\Leftrightarrow 4(m^2 + 2m + 1) - 2m^2 - 4 - 10 = 0$

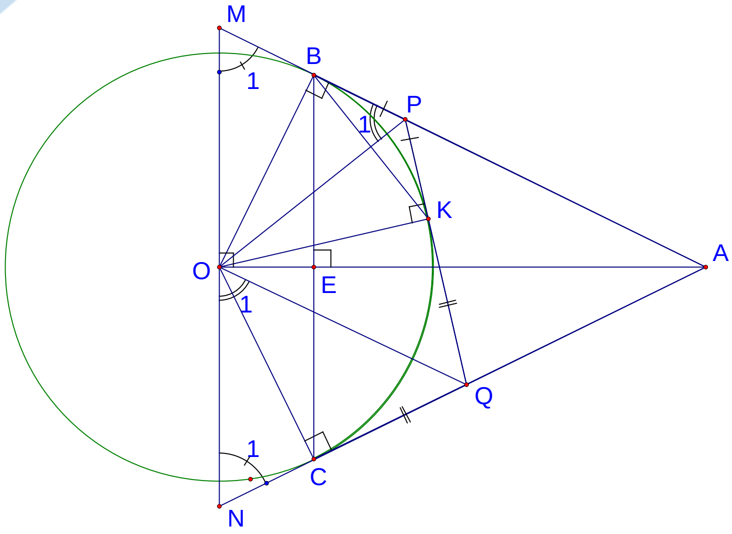
$\Leftrightarrow 4m^2 + 8m + 4 - 2m^2 - 14 = 0$

$\Leftrightarrow 2m^2 + 8m - 10 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m = 1 & (tmdk) \\ m = -5 & (\text{không tmđk}) \end{array}\right.$$

Vậy với m = 1 thoả mãn yêu cầu đề bài.

Bài IV



1) Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp.

Xét (O):

AB⊥OB (AB là tiếp tuyến của (O))

⇒ góc OBA = 90^o

Chứng minh tương tự: góc OCA = 90^o

⇒ góc OBA +góc OCA = 180^o

Xét tứ giác ABOC:

góc OBA +góc OCA = 180^o (cmt)

Mà B và C là hai đỉnh đối nhau

⇒tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp (dhnb tgnt)

2) Gọi E là giao điểm của BC và OA. Chứng minh BE vuông góc với OA và OE.OA = R^2

Ta có AB, AC là hai tiếp tuyến của (O)

⇒ AB = AC và AO là phân giác góc BAC (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau)

⇒ΔABC là tam giác cân tại A (dhnb tam giác cân)

Mà AO là phân giác góc BAC (cmt)

⇒ AO⊥BC (t/c tam giác cân)

⇔AO⊥BE

Xét tam giác OBA vuông tại B:

AO⊥BE (cmt)

⇒OE.OA=OB^2 (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

⇔OE.OA=R^2

3) Trên cung nhỏ BC của (O;R) lấy điểm K bất kì (K khác B và C). Tiếp tuyến tại K của (O;R) cắt AB, AC theo thứ tự tại P và Q. Chứng minh tam giác APQ có chu vi không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ BC.

Xét (O):

PB, PK là hai tiếp tuyến của (O) (gt)

⇒PK = PB (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau)

Chứng minh tương tự QK = QC

Ta có chu vi tam giác APQ = AP + AQ + PQ = AP + AQ + PK + KQ

Mà PK = PB; KQ = QC (cmt)

⇒Chu vi tam giác APQ = AP + AQ + PB + QC = AP + PB + AQ + QC

Chu vi tam giác APQ = AB + AC
Mà A, (O) cố định ⇒ Tiếp tuyến AB, AC cố định ⇒AB, AC không đổi
Chu vi tam giác APQ = AB + AC không đổi khi K di chuyển trên cung BC nhỏ.
4) Đường thẳng qua O và vuông góc với OA cắt các đường thẳng AB, AC theo thứ tự tại M, N. Chứng minh PM + QN ≥ MN
+) Chứng minh được: ΔAMN cân tại A
⇒ góc M = góc N (tc tam giác cân)
⇒ góc A + 2 góc M_1 = 180^o (*)
Ta có góc A + góc BOC = 180^o (tứ giác OBAC là tgnt)
Chứng minh được góc BOC = 2 góc POQ
⇒ góc A + 2góc POQ = 180^o (**)
Từ (*) và (**) ta có góc M_1 = góc POQ
Ta có góc PON là góc ngoài của ΔMOP
⇒ góc PON = góc P_1 + góc M_1
⇔góc POQ + góc O_1 = góc P_1 + góc M_1
Mà góc M_1 = góc POQ (cmt)
⇒góc O_1 = góc P_1
Xét ΔONQ và ΔPMO:
gócM_1 = gócN_1 (cmt)
gócO_1 = gócP_1 (cmt)
⇒ΔONQ đồng dạng với ΔPMO
$\Rightarrow \frac{NQ}{MO}=\frac{ON}{PM}$ (đn 2 tam giác đồng dạng)
⇒PM.NQ = OM.ON = OM^2
Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số PM>0 và PN >0 ta có:
$$PM+PN\ge 2\sqrt{PM.PN}$$
$$\Leftrightarrow PM+PN\ge 2\sqrt{OM^2}\Leftrightarrow PM+PN\ge 2OM\Leftrightarrow PM+PN\ge MN$$
Câu V Giải phương trình
$$\sqrt{x^2-\frac{1}{4}+\sqrt{x^2+x+\frac{1}{4}}}=\frac{1}{2}\left(2x^3+x^2+2x+1\right)$$
$$\Leftrightarrow\sqrt{x^2-\frac{1}{4}+\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}}=\frac{1}{2}\left[x^2(2x+1)+(2x+1)\right]$$
$$\Leftrightarrow\sqrt{x^2-\frac{1}{4}+\left|x+\frac{1}{2}\right|}=\frac{1}{2}\left[(2x+1)(x^2+1)\right]$$
$$\Leftrightarrow\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)+\left|x+\frac{1}{2}\right|}=\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+1\right)$$

Điều kiện: $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+1\right)\ge 0\Leftrightarrow x\ge -\frac{1}{2}$

Phương trình tương đương:

$$\Leftrightarrow \sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)+\left(x+\frac{1}{2}\right)}=\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+1\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}+1\right)}=\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+1\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}=\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+1\right)\Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)=\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+1\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+1-1\right)=0\Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)x^2=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{1}{2}=0 \\ x^2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{2}\,(\text{tmđk}) \\ x=0 \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow S=\left\{-\frac{1}{2};0\right\}$$

ĐỀ SỐ 12

Câu I.

1. Rút gọn P

Điều kiện: $x \ge 0$

$$P=\left[\frac{\sqrt{x}+1+x}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}\right]\left(\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)\Leftrightarrow P=\left[\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}\right]\left[\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}}\right]$$

$$\Leftrightarrow P=\sqrt{x}+1+\frac{1}{\sqrt{x}}$$

2. Với $x=4 \Rightarrow P=2+1+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$

3. Tìm x để:

$$P=\frac{13}{3}\Leftrightarrow \sqrt{x}+1+\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{13}{3}\Leftrightarrow 3x+3\sqrt{x}+3=13\sqrt{x}\Leftrightarrow 3x-10\sqrt{x}+3=0$$

Đặt $t=\sqrt{x}>0$

$$3t^2-10t+3=0$$

Ta có:

$$\Delta'=25-9=16\Rightarrow 3t^2-10t+3=0\Leftrightarrow t_1=\frac{1}{3},t_2=3$$

Với $t_1=\frac{1}{3}\Rightarrow x=\frac{1}{9}$

Với $t_3=3\Rightarrow x=9$

Vậy nghiệm là : $x = \frac{1}{9}$ và x = 9

Câu II .

Gọi tháng thứ nhất tổ I sản xuất được x (chi tiết máy)

Do tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy nên tháng thứ hai tổ II sản xuất được 900 – x (chi tiết máy)

(Điều kiện: 0< x < 900)

Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% nên tổ I sản xuất được số chi tiết máy là:

x + x.15%= x.115% (chi tiết máy) (1)

Tháng thứ hai tổ II vượt mức 10% nên tổ II sản xuất được số chi tiết máy là:

(900 - x) + (900 – x).10% = (900 – x). 110% (chi tiết máy) (2)

Trong tháng hai cả hai tổ sản xuất được 1010 chi tiết máy, nên từ (1) và (2) ta có phương trình:

$$\frac{115x}{100} + \frac{110(900-x)}{100} = 1010$$

$$\Leftrightarrow 5x + 99000 = 101000$$

$$\Leftrightarrow 5x = 2000$$

$$\Leftrightarrow x = 400$$

Vậy tháng thứ nhất tổ I sản xuất được 400 (chi tiết máy)

Vậy tháng thứ nhất tổ II sản xuất được: 900 – 400 = 500 (chi tiết máy)

Câu III.

1. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình:

(1) $\frac{1}{4}x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4mx - 4 = 0 \quad (1)$

(1) có hai nghiệm phân biệt với mọi m vì a.c = - 4 < 0

(2) Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

2.Phương trình (1) có: $\Delta' = 4m^2 + 4 > 0$

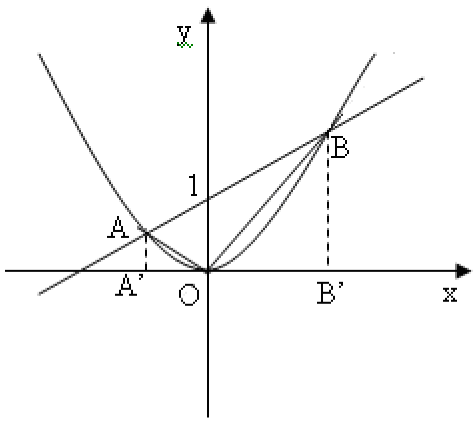
Phương trình (1) có 2 nghiệm:

$$x_1 = 2m - 2\sqrt{m^2+1}, x_2 = 2m + 2\sqrt{m^2+1}$$

Ta chọn: $x_A = 2m - 2\sqrt{m^2+1}$ và

$x_B = 2m + 2\sqrt{m^2+1}$

Thay vào (d): y = mx + 1 ta được:



$y_A = mx_A + 1$ và $y_B = mx_B + 1$

Gọi A′ và B′ lần lượt là hình chiếu của A và B lên trục Ox

Gọi S1 là diện tích của hình thang ABB′A′ ta có:

$$S_1 = S_{ABB'A'} = \left(\frac{y_A + y_B}{2}\right)(x_A - x_B)$$

$$S_{ABB'A'} = \frac{1}{2}m\left(x_B^2 - x_A^2\right) + \left(x_B - x_A\right)$$

Gọi S2 là diện tích của tam giác AOA′:

$$S_2 = S_{AOA'} = \frac{1}{2}y_A\left(-x_A\right)\left(do\, x_A < 0\right)$$

$$S_2 = S_{AOA'} = \frac{1}{2}(mx_A + 1)(-x_A)$$

Gọi S3 là diện tích của tam giác BOB′:

$$S_3 = S_{BOB'} = \frac{1}{2}y_B\left(x_B\right)$$

$$S_3 = S_{BOB'} = \frac{1}{2}(mx_B + 1)(x_B)$$

Vậy $S_2 + S_3 = \frac{1}{2}(mx_A + 1)(-x_A) + \frac{1}{2}(mx_B + 1)(x_B)\ \ (do\ x_A < 0)$

$$S_2 + S_3 = \frac{1}{2}m\left(x_B^2 - x_A^2\right) + \frac{1}{2}(x_B - x_A)$$

Diện tích:

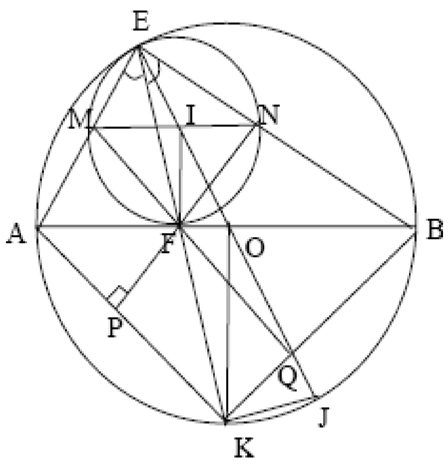
$$S_{ABO} = S_1 - S_2 - S_3$$

$$S_{ABO} = \frac{1}{2}m\left(x_B^2 - x_A^2\right) + \left(x_B^2 - x_A^2\right) - \frac{1}{2}m\left(x_B^2 - x_A^2\right) - \frac{1}{2}(x_B - x_A)$$

$$S_{ABO} = \frac{1}{2}(x_B - x_A)$$

$$S_{ABO} = \frac{1}{2}.4\sqrt{m^2 + 1} = 2\sqrt{m^2 + 1}\ \left(dvdt\right)$$

Câu IV.



1) Xét hai ΔKAF và ΔKEA có:

Góc $\widehat{K}$ chung (1)

$\widehat{KAF} = \widehat{AEK} = \widehat{KEB} = \frac{1}{2}\widehat{KOB}$

(góc nội tiếp) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\Delta KAF \sim \Delta KEA\left(g.g\right)$

2. Do EK là đường phân giác của góc $\widehat{AEB}$ nên K là điểm chính giữa của cung AB suy ra $OK \perp AB$

Mà OK = OE nên ΔOEK cân tại O

$\widehat{OKE} = \widehat{OEK}\ \left(3\right)$

Mặt khác: I là giao điểm của đường trung trực EF và OE nên IF = IE vậy ΔIEF cân tại I

$\Rightarrow \widehat{IFE} = \widehat{IEF}\ \left(4\right)$

Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{IFE} = \widehat{OKE}$

Vậy IF // OK $\Rightarrow IF \perp AB\left(\text{do } OK \perp AB\right)$

Vậy đường tròn (I; IE) tiếp xúc với AB

+) Ta có: E, I, O thẳng hàng và OI = OE – IE = R – IE nên đường tròn (I; IE) tiếp xúc với (O; R)

3. AE cắt (I) tại M, BE cắt (I) tại N

Mà $\widehat{MEN} = 90^{o}$ suy ra MN là đường kính của đường tròn (I) nên MN đi qua I

Hơn nữa EF là phân giác của góc $\widehat{MEN}$

Theo chứng minh tương tự câu a ta suy ra $IF \perp MN$

Vậy MN // AB

4. Theo đề bài ta có NF cắt AK tại P, MF cắt BK tại Q

Suy ra $\widehat{PFQ} = \widehat{MFN} = 90^{o}$ (vì hai góc đối đỉnh)

Mà góc $\widehat{PKQ} = 90^{o}$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

Vậy tứ giác PKQF là tứ giác nội tiếp đường tròn

Suy ra $\widehat{KPQ} = \widehat{KFQ}$ (vì cùng chắn cung KQ)

Mà $\widehat{MFE} = \widehat{KFQ}$ (đối đỉnh)

Mặt khác $\widehat{MFE} = \widehat{MNE} = \widehat{ABE}$ (do cùng chắn cung ME và MN // AB)

Hơn nữa $\widehat{PKF} = \widehat{ABE}$ (vì cùng chắn cung AE)

Suy ra $\widehat{PKF} = \widehat{KPQ}$ và $\widehat{FKQ} = \widehat{QPF}$ (chắn cung FQ)

Vậy $\widehat{FPK} = \widehat{PKQ} = 90^{o}$ suy ra PKQF là hình chữ nhật

Mặt khác: $\widehat{PAF} = \widehat{KEB} = \frac{1}{2}\widehat{AEB} = 45^{o} \Rightarrow \Delta APF$ vuông cân tại P

Suy ra AP = PF = KQ

Suy ra: PK + KQ = AK

Mà ΔAKB vuông cân tại K $\Rightarrow AK = 2R\sqrt{2}$

Vậy chu vi tam giác KPQ là:

$P = PK + KQ + PQ = 2R\sqrt{2} + PQ = 2R\sqrt{2} + KF$ (do $PQ = KF$)

Vậy $P_{min} \Leftrightarrow KF_{min} \Leftrightarrow F$ trùng với O hay E là điểm chính giữa của cung AB

Câu V. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A

$$A = (x-1)^4 + (x-3)^4 + 6(x-1)^2(x-3)^2 \ (*)$$

Đặt $x - 2 = t$, khi đó:

$$(*) \Leftrightarrow A = (t+1)^4 + (t-1)^4 + 6(t+1)^2(t-1)^2$$

$$\Leftrightarrow A = t^4 + 4t^3 + 6t^2 + 4t + 1 + t^4 - 4t^3 + 6t^2 - 4t + 1 + 6(t^2-1)^2$$

$$\Leftrightarrow A = 2t^4 + 12t^2 + 2 + 6t^4 - 12t^2 + 6 = 8t^4 + 8 \geq 8 \quad (do\ t^4 \geq 0)$$

Vậy $A_{min} = 8$ khi = 0 tức là $x - 2 = 0$ hay $x = 2$.

Hết