II. MỘT SỐ BÀI TẬP ĐIỂN HÌNH.

Bài toán 1. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=3m, \\ 2x-y=m. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (I) với $m=2$.
2. Giải và biện luận hệ đã cho theo m.
3. Tìm giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $x+y=7m-1$.
   b) $2x+5y>5$.
   c) $x^3+4y^3=5m$.
   d) Biểu thức $P=x^2+(y-1)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
   e) Điểm $M(x;y)$ thuộc đường cong $(C): y=x^3-3x$.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm phía trong hình tròn tâm O, bán kính $R=1$.
   g) Biểu thức $S=\dfrac{2m^2+7x+23}{y(m+2)+10}$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị lớn nhất (nếu có).
4. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, hệ luôn có có nghiệm duy nhất $(x;y)$ mà điểm $M(x;y)$ luôn thuộc một đường thẳng cố định. Xác định phương trình đường thẳng đó.
5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, xét hình vuông (V) có tâm O, hai đường chéo của (V) nằm trên hai trục tọa độ và (V) có diện tích bằng 2. Tìm giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho điểm $M(x;y)$ nằm phía trong (tính cả biên) của hình vuông (V).
6. Tìm giá trị nguyên của m để hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho tỷ số $\dfrac{x+3}{2y+1}$ là một số nguyên.

Bài toán 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y=m \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) khi $m=\sqrt{2}$.
2. Giải hệ phương trình (I) với $m=\dfrac{x}{3}+2$.
3. Giải và biện luận hệ (I) theo m.
4. Tìm giá trị của m để hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $x+5y=13$.
   b) $7(x+3y)>4m-5$.
   c) $x^3+2y=-1$.
   d) $x>m$; $y\le 7m-2$;
   e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong parabol (P): $y=\dfrac{x^2}{2}$.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm hoàn toàn phía bên trái đường thẳng $x=\sqrt{3}$.
   g) Điểm $M(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ III của mặt phẳng tọa độ (không tính biên).
5. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, hệ luôn có có nghiệm duy nhất $(x;y)$ mà điểm $M(x;y)$ luôn thuộc một đường thẳng cố định.
6. Tìm giá trị nguyên của m để hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho tỷ số $\dfrac{x}{y}$ là một số nguyên.

Bài toán 3. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=2m+3, \\ 3x+2y=m-6. \end{cases}$ (I); *m* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) với $m=5$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình (I) theo *m*.
3. Tìm giá trị của tham số *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn hệ thức
   a) $x=y+3$.
   b) $x>y+1$.
   c) $x-4y=m+9$.
   d) $x\ge 0; y\le 0$.
   e) Điểm *M* (*x*; *y*) nằm trên đường thẳng $(d): 3x+4y=7$.
   f) Biểu thức $S=\dfrac{m^2+2\sqrt{2}(x+y-3)+3}{m^2+1}$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị lớn nhất (nếu có).
   g) Điểm *M* (*x*; *y*) và điểm *N* (0;2) nằm trong cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $\Delta: x+y=1$.
4. Chứng minh rằng với mọi giá trị của *m*, hệ (I) luôn có có nghiệm duy nhất (*x;y*) mà điểm *M* (*x;y*) luôn thuộc một đường thẳng cố định.
5. Tìm giá trị nguyên của *m* để hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho tỷ số $\dfrac{x}{y}$ là một số nguyên.
6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, xét hình vuông (*V*) có tâm O, hai đường chéo của (*V*) nằm trên hai trục tọa độ và (*V*) có diện tích bằng 2. Tồn tại hay không giá trị của *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) sao cho điểm *M* (*x*;*y*) nằm phía trong (tính cả biên) hình vuông (*V*) ?

Bài toán 4. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=m, \\ 2x-3y=5m-7. \end{cases}$ (I); với *m* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) khi $m=5$.
2. Chứng minh rằng hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) với mọi *m*.
3. Tìm giá trị của *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn hệ thức
   a) *x* và *y* trái dấu.
   b) $2x+y=8m-1$.
   c) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.
   d) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm hoàn toàn bên phải đường thẳng $x=4$.
   e) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường thẳng $3x-2y=1$.
   f) Biểu thức $P=25x^2+25y^2+1$ nhận giá trị nhỏ nhất.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{17}$.
   h) Biểu thức $S=\dfrac{m^2}{m^2-x-y+7}$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị lớn nhất (nếu có).
4. Chứng minh rằng với mọi giá trị của *m*, hệ (I) luôn có có nghiệm duy nhất (*x;y*) mà điểm *M* (*x;y*) luôn thuộc một đường thẳng cố định.
5. Tìm giá trị nguyên của *m* để hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho tỷ số $\dfrac{x}{y}$ là một số nguyên.
6. Giả sử y_0 là số thực lớn nhất thỏa mãn đẳng thức $t^2+ty+y^2+4=3t+4y$. Tìm giá trị của tham số *m* để hệ phương trình (I) có nghiệm $(x;y_0)$.

Bài toán 5. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=m+4, \\ 2x+3y=4m-2. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) khi $m=2$.
2. Chứng minh rằng hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với mọi m.
3. Tìm m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $x+4y=5$.
   b) $x^2+y^2=233$.
   c) Biểu thức $S=m^2+2x+y+5$ nhận giá trị nhỏ nhất.
   d) $(x+1)(y+1)\le 0$.
   e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ III.
   f) $6x+y+2m-7\ge 0$.
   g) Điểm $M(x;y)$ là tâm đối xứng của hai điểm (1;4) và (25;– 20).
4. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, hệ (I) luôn có có nghiệm duy nhất $(x;y)$ mà điểm $M(x;y)$ luôn thuộc một đường thẳng (d) cố định. Viết phương trình đường thẳng (d) đó.
5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, xét hình thoi (T) có tâm O, hai đường chéo của (T) nằm trên hai trục tọa độ, độ dài hai đường chéo là 16 và 14. Tồn tại hay không giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho điểm $M(x;y)$ nằm phía trong (tính cả biên) hình thoi (T) ?

Bài toán 6. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=m+6, \\ 2x-7y=5m-2. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ (I) với $m=4$.
2. Chứng minh rằng hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với mọi giá trị của m.
3. Tìm giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $x+y=19$.
   b) $2x+3y>7m-10$.
   c) $\dfrac{x}{y}>1$.
   d) $x<\dfrac{m}{9}<y+1$.
   e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên parabol $y=9x^2$.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ III.
   g) Điểm $M(x;y)$ nằm phía bên trái đường thẳng $x=\dfrac{\sqrt{2}}{9}$.
   h) Biểu thức $P=x^2+2xy+3y^2$ nhận giá trị nhỏ nhất.
4. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, hệ (I) luôn có có nghiệm duy nhất $(x;y)$ mà điểm $M(x;y)$ luôn thuộc một đường thẳng (d) cố định. Viết phương trình đường thẳng (d) đó.
5. Giả sử y_0 là số thực lớn nhất thỏa mãn đẳng thức $k^2-2(y+1)k+3y^2+1=0$. Tìm giá trị của tham số m để hệ phương trình (I) có nghiệm $(x;y_0)$.

Bài toán 7. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2011 – 2012.

Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+2y=18, \\ x-y=-6. \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ (I) khi $m=4$.
2. Tìm m để hệ (I) có nghiệm $(x;y)$ trong đó $x=2$.

3. Tìm *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn
   a) $2x+y=9$.
   b) $x+6y=\dfrac{2m-9}{m+2}$.
   c) $x>3; y>1$.
   d) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm phía trên trục hoành.
   e) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường parabol $(P): y=5x^2$.
   f) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường cong $(C): y=x^3-2x+8$.
   g) Biểu thức $S=x^4+2x^2-xy+11$ đạt giá trị nhỏ nhất.
   h) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm giữa hai điểm *A* và *B* với *A* (1;2), *B* (2;3).
4. Tìm giá trị nguyên của *m* để hệ có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) trong đó *x* và *y* đều là các số nguyên.
5. Tìm *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) sao cho điểm *M* (*x*;*y*) nằm trong lòng parabol $(Q): y=x^2$.

Bài toán 8. Cho hệ phương trình $\begin{cases} a^2x+2y=0, \\ x+y=4. \end{cases}$ (I); với *a* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) với $a=2$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số *a*.
3. Tìm giá trị của *a* để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn
   a) $x=-4; y=4a$.
   b) $2x+7y=10$.
   c) $x+y=\dfrac{-4a}{a^2-2}$.
   d) Biểu thức $T=x^2+y-11x+12$ đạt giá trị nhỏ nhất.
   e) Biểu thức $S=x^4-500x+2015$ đạt giá trị nhỏ nhất.
   f) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ III trong mặt phẳng tọa độ.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên parabol $(P): y=3x^2$.
   h) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường cong $(H): y=-\dfrac{5}{x}$.
4. Chứng minh rằng không tồn tại giá trị *m* để hệ (I) có nghiệm (*x*;*y*) duy nhất thỏa mãn đẳng thức
$$x=\sqrt{y}+\sqrt{2y-1}+\sqrt[3]{y^2+2}.$$

Bài toán 9. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2004 – 2005.

Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x+3y=3+a \\ x+2y=a \end{cases}$ (*a* là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình trên với $a=\dfrac{4}{3}$.
2. Giải và biện luận hệ đã cho theo *m*. Khi đó chứng minh rằng với mọi giá trị của *a* hệ luôn có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) trong đó điểm *M* (*x*;*y*) thuộc một đường thẳng cố định.
3. Tìm *a* sao cho hệ có nghiệm (*x*;*y*) trong đó $y=1$;
4. Tìm giá trị *a* để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $4x+7y>12$.
   b) $x^2+y^2=17$.
   c) $x-3x\sqrt{y}+2y=0$.

d) $x^2+y=5a-1$.

e) Tích xy đạt giá trị lớn nhất.

f) Điểm $M(x;y)$ nằm bên trái đường thẳng $x=5$ và bên phải đường thẳng $x=4$.

g) Điểm $M(x;y)$ thuộc đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{29}$.

h) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

i) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $(H): y=3-x^5$.

j) Điểm $M(x;y)$ và điểm $N(3;5)$ cách đều đường phân giác góc phần tư thứ nhất.

Bài toán 10. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3y-x+1=3m \\ 2x+4y-1=m \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ (I) khi m thỏa mãn $m^3=8$.
2. Chứng minh rằng hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với mọi giá trị của m. Khi đó hãy tìm hệ thức liên hệ giữa x và y độc lập với m.
3. Với giá trị nào của m thì hệ đã cho có nghiệm $(x;y)$ sao cho x thỏa mãn $2x+3m\sqrt{x}=5m^2$.
4. Xác định giá trị của m để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho

a) $x-y=\frac{1}{10}$.

b) $3x-2y>3$.

c) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=-\frac{10}{3}$.

d) $x<y<2m-1$.

e) x và y là nghiệm của phương trình $100k^2-20(2m-1)k+(7-9m)(7m-1)=0$.

f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên parabol $y=10x^2$.

g) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

h) Biểu thức $P=x^4-x^2+5x+9y+2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

i) Điểm $M(x;y)$ và điểm $N(1;2)$ cùng nằm trong nửa mặt phẳng tọa độ Oxy với bờ là đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

Bài toán 11. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+4y=5, \\ kx+2y=k+8. \end{cases}$ (I); với k là tham số thực.

1. Giải hệ (I) với $k=-4$.
2. Tìm k để hệ (I) có nghiệm $(x;y)$ trong đó $x=-4$.
3. Tìm k để hệ (I) có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn hệ thức $5x+2y=8$.
4. Giải và biện luận hệ đã cho theo tham số k.
5. Tìm k để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

a) $3x+7y-1=\frac{k+6}{2k-1}$.

b) $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=6$.

c) $x-y\ge 1$.

d) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $d: x-y=3$.

e) Biểu thức $P=x^2+y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

f) Biểu thức $S=x^4-5x^2-11x+4y+13$ đạt giá trị nhỏ nhất.

6. Tìm giá trị nguyên của k để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó x và y đều là các số nguyên.

7. Tồn tại hay không giá trị của *k* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) trong đó điểm *M* (*x*;*y*) nằm trong hình tròn (tính cả biên) tâm O, bán kính bằng 1 ?

Bài toán 12. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+4y=20 \\ x+my=10 \end{cases}$ (I); *m* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình với $m=3$.
2. Xác định giá trị của *m* để hệ phương trình đã cho vô nghiệm.
3. Chứng minh rằng khi $m \neq -2$, hệ (I) luôn có có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) mà điểm *M* (*x*;*y*) luôn thuộc một đường thẳng cố định.
4. Tìm giá trị nguyên của *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) trong đó *x* và *y* đều là các số nguyên.
5. Tìm *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn

   a) $x+2y>\dfrac{m}{m+2}$.

   b) $x-y=3$.

   c) $x^3+my=20$.

   d) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{y}=12$.

   e) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên parabol $(P): y=x^2$.

   f) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường cong $(H): y=\dfrac{2}{x}$.

   g) Biểu thức $K=-y^2+3x+5$ đạt giá trị lớn nhất.

   h) Biểu thức $S=2x^4-x^2-12y+9$ đạt giá trị nhỏ nhất.

   i) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{5}$.

   j) Điểm *M* (*x*;*y*) là tâm đối xứng của hai điểm *P* (3;4), *Q* (5;0).

Bài toán 13. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2006 – 2007.

Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=-1 \\ x+y=-m \end{cases}$ (*m* là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m=5$.
2. Xác định giá trị của *m* để hệ phương trình đã cho vô nghiệm.
3. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số *m*.
4. Tìm giá trị của *m* để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện

   a) $y^2=x$.

   b) $x^4=y^4+x^2-y^2$.

   c) $3x>2y+xy+19$.

   d) Biểu thức $P=x^2+y^2+3m+2$ nhận giá trị nhỏ nhất.

   e) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên parabol $(P): y=4x^2$.

   f) Điểm *M* (*x*;*y*) là tâm đối xứng của hai điểm *A* (1;2), *B* (1;5).

   g) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ nhất trong mặt phẳng tọa độ.

   h) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm phía ngoài đường tròn tâm O, bán kính $R=2$.
5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, xét hình vuông (*V*) có tâm O, hai đường chéo của (*V*) nằm trên hai trục tọa độ và (*V*) có diện tích bằng 8. Tìm tất cả các giá trị của *m* để hệ đã cho có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) mà điểm *M* (*x*;*y*) nằm phía trong (tính cả biên) hình vuông (*V*).

Bài toán 14. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=-m, \\ x+my=-1. \end{cases}$ (I); với *m* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho khi $m=-2$.
2. Giải và biện luận hệ đã cho theo tham số *m*.
3. Tìm tất cả các giá trị của *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn
   a) $x^2+y^3=5$.
   b) $x^2+6y^2=9+2m$.
   c) $\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{y-2}=3$.
   d) $|x-3|+|y-4|=5$.
   e) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường thẳng $x-7y=11$.
   f) Biểu thức $S=4x^2+3y^2+2x+y$ đạt giá trị nhỏ nhất.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường cong $(H): y=\dfrac{5}{x-3}$.
   h) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ hai của mặt phẳng tọa độ.
   i) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{5}$.

Bài toán 15. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2009 – 2010.

Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m-1)x+y=2, \\ mx+y=m+1. \end{cases}$ (I); với *m* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=2$.
2. Giải và biện luận hệ đã cho theo *m*.
3. Chứng minh rằng với mọi giá trị của *m*, hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn $2x+y\le 3$.
4. Tìm giá trị của *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn điều kiện
   a) $y\ge \dfrac{1}{2}m+1$.
   b) $x^2+y=9m-13$.
   c) $x+2y>1$.
   d) $\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=m^2-m-2$.
   e) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên tia O*y*.
   f) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường thẳng $d: x+y=-4$.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên parabol $(P): y=x^2$.
   h) Điểm *M* (*x*;*y*) cách đều hai trục tọa độ.
5. Chứng minh rằng với mọi giá trị của *m*, hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất (*x*;*y*), đồng thời tồn tại một hệ thức liên hệ giữa hai biến *x* và *y* độc lập với *m*.

Bài toán 16. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+4y=10-m \\ x+my=4 \end{cases}$ (I); *m* là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m=-2$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số *m*.
3. Tồn tại hay không giá trị *m* để hệ (I) có nghiệm $(x;y)=(2;3)$?
4. Tìm *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) trong đó *x* thỏa mãn $\sqrt{2x-1}+\sqrt{x}=2$.

5. Tìm giá trị nguyên của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho x, y đều là các số nguyên dương.
6. Tìm giá trị của m để hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $5x+y=\dfrac{9m-6}{m+2}$.
   b) $2x>y+4$.
   c) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=4$.
   d) $x\ge 2; y\le 3$.
   e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ hai trong mặt phẳng tọa độ.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $x+2y=6$.
   g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên parabol $(P): y=3x^2$.
   h) Điểm $M(x;y)$ và điểm $N(1;2)$ nằm cùng phía so với đường thẳng $\Delta: y=x$.
7. Trong trường hợp hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$, chứng minh rằng điểm $M(x;y)$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

Bài toán 17. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+my=3m \\ mx-y=m^2-2 \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình với $m=5$.
2. Chứng minh rằng hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất với mọi giá trị của tham số m.
3. Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $x+y=6$.
   b) $x^2>2x+y$.
   c) $y-x>\sqrt{3}$.
   d) Độ dài đoạn thẳng OM bằng 5 với O là gốc tọa độ.
   e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường parabol $y=\dfrac{1}{2}x^2$.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên tiếp tuyến đi qua điểm (1;1) của parabol $(P): y=x^2$.
   g) Điểm $M(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
   h) Điểm $M(x;y)$ nằm trên biên hình vuông biểu diễn bởi phương trình $|x|+|y|=4$.
4. Xác định giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho x và y tương ứng là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 8.

Bài toán 18. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+my=1 \\ mx=3my+2m+3 \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m=4$.
2. Giải và biện luận hệ đã cho theo tham số m.
3. Với giá trị nguyên nào của m thì hệ phương trình đã cho có nghiệm nguyên duy nhất ?
4. Xác định giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $y\ge \dfrac{1}{m^2}$.
   b) $x-y=3$.
   c) $x+7y=\dfrac{8}{m}$.

d) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y+1}>3$.

e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên parabol $y=2x^2$.

f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $(C): y=x^3-3x+5$.

g) Điểm $M(x;y)$ nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.

Bài toán 19. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=3 \\ x+my=2m+1 \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình với $m=4$.
2. Chứng minh rằng trong trường hợp hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$, điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
3. Tìm giá trị nguyên của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó x và y đều là các số nguyên.
4. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho

a) $2x-9\sqrt{x}+7=0$.

b) $2x+y=\frac{7}{m+1}$.

c) $x-y>4$.

d) $|x|=3|y|$.

e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $2x+3y=5$.

f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên parabol $y=x^2$.

g) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành gấp ba lần khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục tung.

h) Điểm $M(x;y)$ có hoành độ thỏa mãn đẳng thức $6x^2+3z^2+2z+1=4x(2z+1)$.

i) Điểm $M(x;y)$ nằm trên tiếp tuyến đi qua điểm $(1;1)$ của parbol $y=x^2$.

Bài toán 20. Cho hệ phương trình $\begin{cases} my+3=x \\ mx=4(y+1)+m \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình với $m=4$;
2. Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho vô nghiệm.
3. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện

a) $x>0, y<0$.

b) $2x+5y=\frac{9}{m+2}$.

c) $x+2y>\frac{m-6}{m+2}$.

d) $|x|=5|y|$.

e) $x\ge 3; y\ge 5$.

f) x và y là nghiệm của phương trình bậc hai ẩn t: $t^2-3mt+xy=0$.

g) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành gấp bốn lần khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục tung.

h) Điểm $M(x;y)$ nằm trên parabol $y=x^2$.

i) Điểm $M(x;y)$ nằm trên tiếp tuyến đi qua điểm $(1;1)$ của parbol $y=x^2$.

4. Trong trường hợp hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$, tìm quỹ tích (tập hợp điểm trong hình học) các điểm $M(x;y)$.

Bài toán 21. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2014 – 2015.

Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=2m \\ x+my=m+1 \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình với $m=2$;
2. Giải và biện luận hệ đã cho theo tham số m.
3. Trong trường hợp hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$, chứng tỏ rằng điểm M có tọa độ $(x;y)$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định. Viết phương trình đường thẳng đó.
4. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $x\ge 3; y\ge 2$.
   b) $x-y>2$.
   c) $x+y^2=\dfrac{4}{(m+1)^2}$.
   d) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $d: 2x-y-3=0$.
   e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên parabol $y=\dfrac{1}{4}x^2$.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $y=x^3-3x-1$.
   g) Biểu thức $P=x^2+y^2$ nhận giá trị nhỏ nhất.
   h) Biểu thức $S=2x^4-15x^2-4y+37$ đạt giá trị nhỏ nhất.
5. Tìm giá trị nguyên của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó x và y đều là các số nguyên.
6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, xét hình vuông (V) có tâm O, hai đường chéo của (V) nằm trên hai trục tọa độ và (V) có diện tích bằng 8. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ mà điểm $M(x;y)$ nằm trên một trong bốn biên của hình vuông (V).

Bài toán 22. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=m+1 \\ 4x+my=2 \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình với $m=2$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo m.
3. Xác định giá trị nguyên của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (x;y) trong đó x và y đều là các số nguyên.
4. Tìm giá trị của m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $x+3y=4$.
   b) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=3$.
   c) $\begin{cases} xy\ge 0 \\ x+y\ge 0 \end{cases}$
   d) $4x+3y=\dfrac{m^2-10}{m-2}$.
   e) x và y là nghiệm của phương trình bậc hai ẩn t: $t^2-5t+xy=0$.
   f) $x<y<3$.
5. Tính giá trị của biểu thức $P=x^2+y+2m$ với $(x;y)$ là nghiệm duy nhất của hệ thỏa mãn $x+y=0$.
6. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó x và y đều là các số nguyên.

Bài toán 23. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=m \\ x+my=m^2 \end{cases}$ (I); *m* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) khi $m=-4$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo *m*.
3. Tìm *m* để hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm.
4. Xác định giá trị của *m* để hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó *x* thỏa mãn điều kiện
$$2x+3\sqrt{x+1}+4\sqrt{x-3}=12.$$
5. Tìm giá trị của *m* để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $x\le 2; y\ge 2$.
   b) $x+y^2=9$.
   c) $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{y}=5$.
   d) $(x+1)m+2y=\sqrt{3}$.
   e) Biểu thức $S=-x^2+2y^2+3m+4$ nhận giá trị nhỏ nhất.
   f) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R=1$.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) là tâm đối xứng của hai điểm O và N trong đó $N(0;6)$ và O là gốc tọa độ.
6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, xét hình vuông (*V*) có tâm O, hai đường chéo của (*V*) nằm trên hai trục tọa độ và (*V*) có diện tích bằng 8. Tìm tất cả các giá trị của *m* để hệ đã cho có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) mà điểm *M* (*x*;*y*) có thể nằm bên trong hoặc biên của hình vuông (*V*).

Bài toán 24. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+2y=1 \\ (m-1)x+(m-1)y=1 \end{cases}$ (*m* là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình đã cho khi $m=-4$.
2. Xác định giá trị của *m* để hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm.
3. Với giá trị nào của *m* thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $xy>0$.
   b) $x+2y>0$.
   c) $x-y=3$.
   d) $x+2y=\dfrac{8}{m^2-3m+2}$.
   e) $x^4-3x^2\le 4$.
   f) Điểm *M* (*x*;*y*) cách đều hai trục tọa độ.
   g) Khoảng cách từ điểm *M* (*x*;*y*) đến trục hoành gấp năm lần khoảng cách từ điểm *M* (*x*;*y*) đến trục tung.
   h) Biểu thức $S=x+y+\dfrac{m}{m^2-3m+2}$ nhận giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có).

Bài toán 25. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-(m+3)y=0, \\ (m-2)x+4y=m-1. \end{cases}$ (I); với *m* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) khi $m=3$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số *m*.
3. Chứng minh rằng khi hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*), điểm *M* (*x*;*y*) luôn nằm trên một đường thẳng (*d*) cố định. Tìm phương trình đường thẳng (*d*).
4. Tìm *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn từng điều kiện

a) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $x-2y=5$.

b) $x-y>\dfrac{5}{m+2}$.

c) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{7}{2}$.

d) $x+my=\dfrac{5}{3}$.

e) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

f) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành gấp bảy lần khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục tung.

g) Điểm $M(x;y)$ nằm về phía trên trục hoành.

h) x và y là nghiệm của phương trình bậc hai ẩn t : $t^2-6t+xy=0$.

i) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $y=x^5-15x-1$.

5. Tìm m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho $M(x;y)$ cách đều hai điểm $P(2;5), Q(1;-4)$.
6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, xét hình vuông (V) có tâm O, hai đường chéo của (V) nằm trên hai trục tọa độ và (V) có diện tích S. Tìm điều kiện của S để hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ mà điểm $M(x;y)$ có thể nằm bên trong hoặc biên của hình vuông (V).

Bài toán 26. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-my=0, \\ mx-y=m+1. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) khi $m=3$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo m.
3. Tìm giá trị nguyên của m để hệ có nghiệm $(x;y)$ trong đó x và y đều là các số nguyên.
4. Tìm giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện

a) $x>0; y>0$.

b) $x>2; y>1$.

c) $x+2y\le 5$.

d) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}=\dfrac{5}{2}$.

e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $2x+3y=6$.

f) Điểm $M(x;y)$ nằm bên trái đường thẳng $x=4$.

g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên parabol $(P): y=x^2$.

h) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

i) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai đường thẳng $y=3x-2; y=3x-4$.

j) Điểm $M(x;y)$ là trung điểm của đoạn thẳng PQ với $P(2;4), Q(-2;-6)$.

k) Điểm $M(x;y)$ và điểm $(0;-2)$ nằm trong một nửa mặt phẳng với bờ là đường thẳng $x-y=1$.

5. Tìm giá trị nguyên của m để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó x và y đều là các số nguyên.

Bài toán 27. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx-y=2, \\ 3x+my=5. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ (I) với $m=3$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo m.
3. Chứng minh rằng hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với mọi giá trị m.
4. Tìm giá trị của m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

a) $|x|=|y|$.

b) $x+2y=\frac{5}{4}$.

c) $x+y>1$.

d) $x+y+\frac{m^2}{m^2+3}=1$.

e) $x+y=\frac{7m-1}{m^4+3}$.

f) Điểm $M(x;y)$ thuộc một trong các đường phân giác của các góc phần tư của hệ trục tọa độ.

g) Điểm $M(x;y)$ thuộc cung phần tư thứ nhất (không tính biên) của hệ trục tọa độ.

h) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành gấp sáu lần khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục tung.

5. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó x và y đều là các số nguyên dương.

Bài toán 28. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=m+1 \\ x+my=2 \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ (I) trong trường hợp $m=-6$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số m.
3. Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện

a) $3x+5y=2$.

b) $x^2-y^2\le 1$.

c) $x+y\le 5$.

d) $\frac{1}{x}+\frac{3}{y}=\frac{20}{3}$.

e) $|x-y+2|^3\ge m^2-7m+27$.

f) Điểm $M(x;y)$ nằm phía trên trục hoành.

g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $2x-5y=-6$.

h) Điểm $M(x;y)$ nằm trên tiếp tuyến đi qua điểm $(2;4)$ của parabol $y=x^2$.

i) Điểm $M(x;y)$ nằm phía trong hình tròn (không tính biên) tâm O, bán kính $R=2$.

j) Độ dài đoạn thẳng OM ngắn nhất, với $M(x;y)$ và O là gốc tọa độ.

4. Xác định giá trị nguyên của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó x và y đều là các số nguyên âm.

Bài toán 29. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+my=m \\ mx+y+m=2 \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình với $m=2$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số m.
3. Khi hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$, chứng minh rằng điểm $M(x;y)$ luôn di chuyển trên một đường thẳng cố định, tìm phương trình đường thẳng đó.
4. Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện

a) $3y+x=7$.

b) $y\le\frac{3m}{4}$.

c) $x-y>\frac{1}{3}$.

d) Điểm $M(x;y)$ nằm bên trái đường thẳng $x=2$.

e) $\frac{x}{y}\le -3m$.

f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ hai của mặt phẳng tọa độ.

g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $(C): y=x^3+2$.

h) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

5. Xác định giá trị nguyên của *m* để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)$ sao cho x, y đều là số nguyên dương.

Bài toán 30. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=2m-1, \\ (2m+1)x+7y=m+3. \end{cases}$ (I); với *m* là tham số thực.

1. Giải hệ (I) với $m=2$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số *m*.
3. Khi hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$, hãy tìm mối liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào *m*.
4. Tìm giá trị của *m* để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện

a) $x+5y=\frac{9}{5m-1}$.

b) $|x|=3|y|$.

c) $x\ge\frac{13}{5}; y\ge\frac{3}{5}$.

d) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $x+y=3$.

e) Điểm $M(x;y)$ nằm bên trái đường thẳng $x=2$.

f) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ II của mặt phẳng tọa độ.

5. Xác định giá trị nguyên của *m* để hệ (I) có nghiệm $(x;y)$ mà x và y đều là các số nguyên dương.
6. Giả sử x_0 là nghiệm x lớn nhất của phương trình hai ẩn $t^2-2(x+2)t+5x^2+4=0$. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ (I) có nghiệm $(x_0;y)$.

Bài toán 31. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=2, \\ -3mx+my=m-3. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ (I) khi $m=-5$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số *m*.
3. Tìm giá trị nguyên của *m* để hệ (I) có nghiệm $(x;y)$ mà x và y đều là các số nguyên.
4. Tìm giá trị nguyên của *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện

a) $x+y=\frac{m+7}{m}$.

b) $x+2y=9$.

c) $x-y\le\frac{2}{3}$.

d) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R=1$.

e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $(d): y=5x-2$.

f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên parabol $y=9x^2$.

g) Điểm $M(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất (không tính biên).

h) Biểu thức $S=x^2+x-2xy+3y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

5. Tìm tất cả các giá trị nguyên của *m* để hệ (I) có nghiệm $(x;y)$ mà x và y đều là số nguyên.

Bài toán 32. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+my=2, \\ mx-3my=3m+3. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ (I) khi $m=2$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số *m*.
3. Tìm *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn điều kiện
   a) $x+5y=18$.
   b) $y=8x^2$.
   c) $x^3+y^3=28$.
   d) $x^2+\dfrac{1}{y^2}=17$.
   e) $2\le |x-y|\le 3$.
   f) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trong góc phần tư thứ IV.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) và điểm *N* (0;– 3) nằm cùng phía (cùng nằm trong một nửa mặt phẳng, không tính biên) so với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.
   h) Biểu thức $S=\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}+\dfrac{1}{y}$ nhận giá trị nhỏ nhất.
   i) Khoảng cách từ điểm *M* (*x*;*y*) đến trục hoành gấp rưỡi khoảng cách từ điểm *M* (*x*;*y*) đến trục tung.
4. Tìm tất cả các giá trị nguyên của *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) mà *x* và *y* đều là các số nguyên.

Bài toán 33. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=1, \\ 2x-my=4. \end{cases}$ (I); với *m* là tham số thực.

1. Giải hệ (I) với $m=4$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số *m*.
3. Tìm giá trị của *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn điều kiện
   a) $2x+3y=3$.
   b) $3x-y>1$.
   c) $x+6y>\dfrac{5}{m+4}$.
   d) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{65}{22}$.
   e) $x+y=\dfrac{m^2+6}{m+4}$.
   f) Khoảng cách từ điểm *M* (*x*;*y*) đến trục hoành gấp rưỡi khoảng cách từ điểm *M* (*x*;*y*) đến trục tung.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ II.
   h) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường cong $(C): y=\dfrac{1-x^3}{2}$.
4. Tìm giá trị nguyên của *m* để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn tích *xy* là một số nguyên.
5. Biện luận theo tham số *m* giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=(x+2y-1)^2+(2x-my-4)^2$.
6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, xét hình vuông (*V*) có tâm O, hai đường chéo của (*V*) nằm trên hai trục tọa độ và (*V*) có diện tích *S*. Tìm điều kiện của *S* để hệ đã cho có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) mà điểm *M* (*x*;*y*) có thể nằm bên trong hoặc biên của hình vuông (*V*).

Bài toán 34. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 2m, \\ x + my = m + 1. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ (I) khi $m = -6$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số m.
3. Chứng minh rằng khi hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$, điểm $M\,(x;y)$ luôn nằm trên một đường thẳng (d) cố định. Tìm phương trình đường thẳng (d) đó.
4. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $x + y \le \dfrac{m^2 - 8m + 1}{m + 1}$.
   b) $x - 7y = \dfrac{1}{m + 1}$.
   c) $7x > y$.
   d) $x - 3x\sqrt{y} + 2y = 0$.
   e) $x \ge \dfrac{5}{3}; y \ge \dfrac{2}{3}$.
   f) Điểm $M\,(x;y)$ nằm trên đường thẳng d với d đi qua điểm $(4;5)$ và có hệ số góc $k = \dfrac{2}{3}$.
   g) Điểm $M\,(x;y)$ nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ III.
   h) Điểm $M\,(x;y)$ nằm trên đường tiếp tuyến đi qua điểm $(1;-3)$ của parabol $y = x^2$.
   i) Điểm $M\,(x;y)$ nằm trên đường cong $(C): y = x^7 - 1$.
   j) Điểm $M\,(x;y)$ và điểm $N\,(1;3)$ cách đều đường phân giác góc phần tư thứ II.
   k) Điểm $M\,(x;y)$ nằm phía trong (không tính biên) của hình tròn tâm O, bán kính bằng 1.

Bài toán 35. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + (2 - m)y = -1, \\ (m - 1)x - my = 2. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ (I) khi $m = -3$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo m.
3. Trong trường hợp hệ có nghiệm $(x;y)$, tìm mối liên hệ giữa x và y độc lập với m.
4. Tìm tất cả các giá trị của m của hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho
   a) $x + 6y = \dfrac{9m + 8}{3m - 2}$.
   b) $x + y = \dfrac{1}{2}$.
   c) $x \ge 2; y \ge -1$.
   d) $3x - 2y > \dfrac{m}{3m - 2}$.
   e) Điểm $M\,(x;y)$ nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ III.
   f) Điểm $M\,(x;y)$ nằm trên đường thẳng d đi qua điểm $(1;5)$ và có hệ số góc $k = -4$.
   g) Điểm $M\,(x;y)$ thuộc đường tiếp tuyến đi qua điểm $(2;3)$ của parabol $y = x^2$.
   h) Điểm $M\,(x;y)$ cùng với điểm $N\left(1;\sqrt{3}+1\right)$ tạo thành một đường thẳng (MN) hợp với tia Ox một góc lượng giác $\alpha = 60^\circ$.
   i) Điểm $M\,(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.
5. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m của hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho x và y đều là các số nguyên dương.

Bài toán 36. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x+2y=-1, \\ 12x-my=2. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Tìm giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn hệ thức
   a) $x+y=10$.
   b) $3x-4y=\dfrac{m}{8+m}$.
   c) $x>0; y<1$.
   d) $4x-5y>\dfrac{1}{m+8}$.
   e) $x^2+x+2y+2+\sqrt{3x+2y+1}=0$.
   f) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.
   g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ III.
   h) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $y=\dfrac{-1-3x^3}{2}$.
2. Khi hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$, tìm mối liên hệ giữa x và y độc lập với m.
3. Biện luận theo tham số m giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=(3x+2y+1)^2+(12x-my-2)^2$.

Bài toán 37. Mở rộng và phát triển bài 5; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Vĩnh Long; Năm học 2008 – 2009.

Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=3m-1 \\ x+my=m+1 \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với m thỏa mãn $m^3=m$.
2. Xác định m để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)$ trong đó y là nghiệm nhỏ nhất trong các nghiệm y của phương trình hai ẩn $t^2+5y^2+2y=4ty+3$.
3. Xác định giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $x+y\le 1$.
   b) $7x+2y>\dfrac{5}{m+1}$.
   c) $\begin{cases} x\ge 2 \\ y\ge 0 \end{cases}$
   d) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $2x-3y=5$.
   e) Điểm $M(x;y)$ nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ III của mặt phẳng tọa độ.
   g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.
   h) Điểm $M(x;y)$ và hai điểm $A(2;3), B(0;2)$ thẳng hàng.
   i) Tích xy đạt giá trị nhỏ nhất.
   j) Biểu thức $S=x^4+y^2-x-y+11$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 38. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx-y=2m \\ 4x-my=m+6 \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=1$.
2. Xác định giá trị m để hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm.
3. Xác định giá trị nguyên của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó x và y đều là các số nguyên.

4. Tìm giá trị của *m* để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)$ sao cho
   a) $3x-y=5$.
   b) $2x+3y>7$.
   c) Điểm *M* $(x;y)$ nằm trên đường thẳng $4x-y=4$.
   d) Điểm *M* $(x;y)$ nằm trên đường cong $(C): y=-2x^5+2$.
   e) Điểm *M* $(x;y)$ nằm trên đường parabol $(P): y=x^2-4x+2$.
   f) *x* là nghiệm nguyên của hệ phương trình $\begin{cases} x(x+1)+xt=10 \\ t(t+1)+xt=20 \end{cases}$
   g) $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{18}{5}$.
   h) $y^2-3y\sqrt{2-2x}=4x-4$.
   i) *x* và *y* là nghiệm của phương trình bậc hai ẩn *t*: $t^2-4t+xy=0$.
   j) Điểm *M* $(x;y)$ nằm giữa hai điểm *A* $(1;2)$ và *B* $(2;3)$.

Bài toán 39. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+2y=m+1 \\ 2x+my=2m-1 \end{cases}$ (*m* là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m=1$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số *m*.
3. Chứng minh rằng khi hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thì điểm *M* $(x;y)$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định. Viết phương trình đường thẳng đó.
4. Tìm giá trị của *m* để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $x+y=\frac{5m+6}{m+2}$.
   b) $x\ge 3; y\ge 2$.
   c) $x<2; y<3$.
   d) $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y+1}=1,5$.
   e) *y* là nghiệm lớn nhất của phương trình hai ẩn $(t+y)^2+6y=8t$.
   f) Điểm *M* $(x;y)$ nằm trên đường thẳng $3y+x=5$.
   g) Điểm *M* $(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ II (không kể biên).
   h) $y^2-3y\sqrt{2x-1}+4x-2=0$.
   i) Điểm *M* $(x;y)$ nằm trên đường cong parabol $y=2x^2$.
   j) Khoảng cách từ điểm *M* $(x;y)$ đến trục hoành gấp tám lần khoảng cách từ điểm *M* $(x;y)$ đến trục tung.
   k) Điểm *M* $(x;y)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành (*H*) có tọa độ ba đỉnh là (3;4), (5;7), (4;6).
5. Xác định giá trị nguyên của *m* để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho *x* và *y* đều là các số nguyên.

Bài toán 40. Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x+1=m+2y \\ m^2(x-1)=2m+y \end{cases}$ (I); với *m* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) với $m=1$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số *m*.

3. Chứng minh rằng khi hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thì điểm $M(x;y)$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định. Viết phương trình đường thẳng đó.
4. Xác định giá trị nguyên của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho x và y đều là các số nguyên.
5. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó x thỏa mãn phương trình $x^2-2xz+2z^2-2x-2z+5=0$.
6. Tìm giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $2x+y=\dfrac{7m-1}{m-1}$.
   b) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ II.
   c) $|x+y|=\dfrac{2}{m-1}$.
   d) $\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{1}{y+2}=2$.
   e) Điểm $M(x;y)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành (H) có tọa độ ba đỉnh là $(2;3)$, $(5;7)$, $(4;6)$.
   f) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành gấp 2,5 lần khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục tung.
   g) $\dfrac{1}{x^5}+\dfrac{1}{y-1}=\dfrac{17}{32}$.
   h) Điểm $M(x;y)$ cùng hai điểm $N(2;3)$, $P(2;4)$ tạo thành một tam giác.

Bài toán 41. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+3y=1 \\ (m^2+1)x+6y=2m \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình với $m=2$.
2. Xác định m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $(\sin 45^\circ).3x+(\cos 45^\circ).4y=5\sqrt{2}$.
   b) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ II.
   c) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong parabol $3y=1-2x-4x^2$.
   d) $2x+y>9-\dfrac{2}{m+1}$.
   e) Điểm $M(x;y)$ và hai điểm $N(2;5)$, $P(1;6)$ thẳng hàng.
   f) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y+2}=\dfrac{1}{6}$.
   g) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành gấp 3,5 lần khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục tung.
   h) $(9x^2+4)(81y^2+1)(z^2+4)=108$.
   i) Điểm $M(x;y)$ cách gốc tọa độ một khoảng bằng $\dfrac{\sqrt{37}}{9}$.
   j) $|x(x+1)|+|x^2-3y-4|+\sqrt{6x+9y-5}=5$.
3. Xác định giá trị nguyên của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho x và y đều là các số nguyên.
4. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình đã cho tương đương với hệ phương trình $\begin{cases} x^2+4y^2=1 \\ x^3+8y^3=2 \end{cases}$

Bài toán 42. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y+m=4 \\ 2x+(m-1)y=m \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình với $m=-2$.
2. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình đã cho vô số nghiệm.
3. Xác định giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
    a) $2x+3y=4m$.
    b) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác góc phần tư số III.
    c) $|2x-y|+|2y-x|=|x+y|$.
    d) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $(C): y=x^6+2$.
    e) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.
    f) $\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{3}{y+4}=\dfrac{16}{21}$.
    g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $x-5y=-4$.
    h) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{10}$.
    i) $\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{y-2}=2$.
    j) Biểu thức $S=\left[x^2+y^2+(x-y)xy\right]^2+3x^2-2x+1$ đạt giá trị nhỏ nhất.
    k) x và y là nghiệm của phương trình bậc hai ẩn t: $t^2-4t+\dfrac{(2-m)(m+4)}{(m+1)^2}=0$.
4. Xác định giá trị nguyên của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho x và y đều là các số nguyên.

Bài toán 43. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=m-1 \\ x+my=m+1 \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình với $m=4$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số m.
3. Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm.
4. Khi hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$, hãy tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m.
5. Tìm m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
    a) $x+y>\dfrac{m+4}{m^2-1}$.
    b) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $d: x-2y=5$.
    c) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác góc phần tư số II.
    d) Biểu thức $P=x+y$ nhận giá trị nhỏ nhất.
6. Xác định giá trị nguyên của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho x và y đều là các số nguyên.

Bài toán 44. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx-2y=m-2 \\ (m-1)^2x+1=m^2+y \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m=5$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số m.
3. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện

a) $x^2+2y^2=1$.
b) $2|x|+3y=4$.
c) $|x-y|+|x+y|=3$.
d) Điểm $M(x;y)$ nằm trong cung phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $(C): y=4x^3+1$.
f) Điểm $M(x;y)$ là tâm đối xứng của hai điểm $N(4;3)$, $P(-5;-3)$.
g) $y^2-2y+x+3=2(y-1)\sqrt{x+2}$.
h) Điểm $M(x;y)$ nằm bên trái của đường thẳng $\Delta: x=-\frac{1}{3}$.
i) $x^3+3xy^2=4y^3$.
j) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục tung bằng ba lần khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành.
k) $|x^2-x|+|x^2-y-6|+\sqrt{4x+y-11}=7$.

4. Xác định giá trị nguyên của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho x và y đều là các số nguyên.
5. Khi hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$, chứng minh rằng điểm $M(x;y)$ luôn di động trên đường thẳng cách đều hai điểm $A(1;5)$, $B(5;-1)$.

Bài toán 45. Cho hệ phương trình $\begin{cases}(m+2)x+3y=3m+9\\ x+(m+4)y=2\end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình đã cho khi $m=-3$.
2. Xác định giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm.
3. Xác định giá trị của m để hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $x^3+3x^2y=4y^3$.
   b) $|x|+|y|=|x+y|$.
   c) $y>2x-1$.
   d) Điểm $M(x;y)$ nằm bên phải của đường thẳng $\Delta: x=-\frac{1}{3}$.
   e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $y=\frac{3-2x-x^2}{3}$.
   f) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục tung bằng bảy lần khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành.
   g) Biểu thức $P=|x^2+2x+2|+|x^2-9y+1|-6\sqrt{y}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
   h) Điểm $M(x;y)$ nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.
   i) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ II của mặt phẳng tọa độ.
4. Tìm giá trị nguyên của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho điểm $M(x;y)$ là một điểm nguyên.
5. Khi hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$, chứng minh rằng điểm $M(x;y)$ luôn di động trên đường thẳng cách đều hai điểm $A(1;4)$, $B(-1;-2)$.
6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, xét hình vuông (V) có tâm O, hai đường chéo của (V) nằm trên hai trục tọa độ và (V) có diện tích bằng 2. Chứng minh rằng khi hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thì có duy nhất một điểm $M(x;y)$ có thể nằm trên biên của hình vuông (V).

Bài toán 46. Cho hệ phương trình $\begin{cases}(m-1)x+y=3m-4,\\ x+(m-1)y=m.\end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) khi $m=-2$.
2. Tìm giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $x+y=3$.
   b) $3x-2y>7$.
   c) $\frac{1}{x}+\frac{3}{y}=\frac{10}{3}$.
   d) Điểm $M(x;y)$ nằm bên trái của đường thẳng $\Delta: x=\sqrt{2}$.
   e) Điểm $M(x;y)$ thuộc góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
   f) Điểm $M(x;y)$ và hai điểm $P(2;3)$, $Q(3;4)$ tạo thành một tam giác.
   g) Độ dài đoạn thẳng OM ngắn nhất, với O là gốc tọa độ.
   h) Biểu thức $D=-5x^2+y^2+3x$ nhận giá trị lớn nhất.
   i) Biểu thức $A=\frac{x(x-2)}{x^2+y^2}$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.
   j) Biểu thức $S=x^4-32y+8\sqrt{x-y+2}$ nhận giá trị nhỏ nhất.
3. Tìm giá trị nguyên của m để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho điểm $M(x;y)$ là một điểm nguyên.

Bài toán 47. Cho hệ phương trình $\begin{cases}(m+1)x=y+m+1\\ x+(m-1)y=2\end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m=-2$.
2. Tìm m để hệ phương trình đã cho vô nghiệm.
3. Tìm giá trị nguyên của m để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho điểm $M(x;y)$ là một điểm nguyên.
4. Xác định giá trị của m để hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $x+y=\frac{3}{m^2}$.
   b) $\begin{cases}x+y>0\\ xy\ge 1\end{cases}$
   c) Biểu thức $S=x+y$ đạt giá trị lớn nhất.
   d) Biểu thức $P=x-2y+3$ đạt giá trị lớn nhất.
   e) Điểm $M(x;y)$ thuộc góc phần tứ thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm về bên trái của trục tung.
   g) Điểm $M(x;y)$ nằm về phía dưới đường thẳng $(d): y=\frac{5}{16}$.
   h) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục tung bằng 5 lần khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành.

Bài toán 48. Cho hệ phương trình $\begin{cases}mx+3y=m-1\\ 2x+(m-1)y=3\end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m=\frac{1}{2}$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số m.
3. Khi hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$, chứng minh rằng điểm $M(x;y)$ luôn di động trên đường thẳng cố định. Viết phương trình đường thẳng đó.

4. Tìm m để hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó có một biến bằng 2.
5. Xác định giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
    a) $\begin{cases} 3x+4y>0 \\ 2x-y<0 \end{cases}$
    b) $2x+3y=5\sqrt{xy}$.
    c) $\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{y-3}=\dfrac{13}{6}$.
    d) Tích xy đạt giá trị lớn nhất.
    e) Biểu thức $S=y^4+2y^2+x^2-2x-10y+16$ đạt giá trị nhỏ nhất.
    f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $x+5y=\sqrt{2}$.
    g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên parabol $(P): y=2-x^2$.
    h) Điểm $M(x;y)$ và hai điểm $P(2;3)$, $Q(3;5)$ thẳng hàng.
    i) Điểm $M(x;y)$ nằm bên trái đường thẳng $x=3$.
    j) $\sqrt{x+y+3}-x=y\left(y^2+1\right)$.
    k) Điểm $M(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất (của mặt phẳng tọa độ Oxy).
    l) Điểm $M(x;y)$ nằm trong lòng parabol $y=x^2$.

Bài toán 49. Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m+3)x+2y=m \\ (3m+1)x+(m+1)y=1 \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình trên với $m=1$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo m.
3. Khi hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$, hãy tìm hệ thức liên hệ giữa x và y độc lập với tham số m.
4. Tìm m để hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
    a) $x+y=m-1$.
    b) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $\Delta: x+2y=3$.
    c) $x>1; y>2$.
    d) $x^2+y^2=29$.
    e) $|x|=4|y|$.
    f) Tích xy đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có).
    g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong parabol $y=-1+5x^2$.
    h) Điểm $M(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ II của mặt phẳng tọa độ.
    i) Độ dài đoạn thẳng OM bằng $\sqrt{58}$ với $M(x;y)$, O là gốc tọa độ.
    j) $\dfrac{y+1}{x}-\dfrac{x+2}{y}=-\dfrac{17}{10}$.
    k) Điểm $M(x;y)$ nằm trong lòng parabol $y=x^2$.
    l) Điểm $M(x;y)$ nằm về phía dưới đường thẳng $y=\dfrac{5}{2}$.
    m) Biểu thức $S=3y^4-4y^2+8x+6$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 50. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx-y=-3 \\ \dfrac{1}{2}x-y=1 \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=-\dfrac{3}{2}$.
2. Tìm tất cả các giá trị *m* để hệ phương trình có nghiệm $\begin{cases}x=-2\\y=-2\end{cases}$
3. Chứng minh rằng với mọi giá trị của *m*, hệ đã cho luôn luôn có nghiệm duy nhất (x;y).
4. Với giá trị nào của *m* thì hệ có nghiệm $(x;y)$ sao cho
   a) $\dfrac{x}{y}+2=\dfrac{m}{5}$?
   b) $5x-2y=5$.
   c) $\dfrac{3x+1}{y}-\dfrac{2y+1}{x}=\dfrac{49}{4}$.
   d) $3x^2+2y^2=50$.
   e) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ III.
   f) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trong góc phần tư thứ II (không kể biên).
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) cách gốc tọa độ một khoảng ngắn nhất.
   h) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường cong $x=y^2-5y+2$.
   i) Tích *xy* nhận giá trị nhỏ nhất.
   j) Biểu thức $N=x^2-5y^2$ nhận giá trị lớn nhất.
   k) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường elippse $(E):\dfrac{x^2}{18}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Bài toán 51. Cho hệ phương trình $\begin{cases}x-my=2\\2x+(m-1)y=6\end{cases}$ (I); *m* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình trên với $m=\dfrac{3}{2}$.
2. Tìm giá trị của *m* để hệ có nghiệm, vô nghiệm, vô số nghiệm ?
3. Với giá trị nào thì hệ có nghiệm dạng $(2-m;3m-1)$.
4. Khi hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$, hãy tìm hệ thức liên hệ giữa *x* và *y* độc lập với tham số *m*.
5. Tìm giá trị của tham số *m* để hệ có có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) sao cho
   a) $x\ge y$.
   b) $3x-y>m$.
   c) *x* và *y* đều không vượt quá 1.
   d) Biểu thức $S=(x^2-y^2)(3x-y+1)$ đạt giá trị lớn nhất.
   e) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường thẳng $2x-3y=7$.
   f) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{3x-y}+\dfrac{3}{y+1}=\dfrac{1}{2}$.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trong góc phần tư thứ hai của mặt phẳng tọa độ.
   h) Điểm *M* (*x*;*y*) cách gốc tọa độ O một khoảng bằng 3.
   i) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm giữa hai điểm *A* (2;3) và *B* (5;6).
   j) $\dfrac{2}{y^5}+\dfrac{3}{3x-8}\ge 5$.
   k) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường elippse $\dfrac{x^2}{18}+\dfrac{y^2}{2}=1$.

Bài toán 52. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + ay = 2 \\ ax - 2y = 1 \end{cases}$ (a là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình đã cho khi $a = 3$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình trên theo a.
3. Chứng minh rằng hệ đã cho luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với mọi giá trị của m. Khi đó hãy tìm hệ thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc tham số a.
4. Chứng minh khi hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ khác 0 ta có hệ thức $\dfrac{2-x}{y} = \dfrac{3+2y-x}{y+x}$.

1. Tìm giá trị của a để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho
   a) $|x| = 5|y|$.
   b) $3y + 18x = 31$.
   c) $x > 4y$.
   d) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{y} = \dfrac{11}{5}\left(a^2 + 2\right)$.
   e) Điểm $M(x;y)$ nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ hai của mặt phẳng tọa độ.
   g) Tích xy đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có).
   h) Điểm $M(x;y)$ và hai điểm $A(2;1)$, $B(3;2)$ tạo thành một tam giác cân tại M.
2. Tìm số nguyên a lớn nhất để hệ phương trình có nghiệm $(x;y)$ thoả mãn $xy < 0$.

Bài toán 53. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x - my = m^2 \\ x + y = 2 \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m = 2,5$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình trên theo tham số thực m.
3. Tìm giá trị nguyên m để hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với x và y đều là số nguyên.
4. Xác định m để hệ có nghiệm $(x;y)$ sao cho
   a) $4x - y = 7$.
   b) $6x - 5y > \sqrt{2}$.
   c) $\begin{cases} y \geq 3 \\ x \geq -5 \end{cases}$
   d) Điểm $M(x;y)$ thuộc đường thẳng $d: y = x\sqrt{3} - 1$.
   e) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{y} + \dfrac{3}{xy} = 6$.
   f) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$.
   g) Biểu thức $S = xy + (x+y)^4$ nhận giá trị lớn nhất.
   h) Điểm $M(x;y)$ thuộc đường cong $(C): y = 2 - x^2 - x^3 - x^4$.
   i) Biểu thức $Z = x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2011$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.
   j) Điểm $M(x;y)$ và hai điểm $N(2;0)$, $P(4;0)$ tạo thành một tam giác cân tại M.
   k) Điểm $M(x;y)$ là tâm đối xứng của hai điểm $H(4;3)$ và $K(-2;-1)$.
   l) Điểm $M(x;y)$ và ba điểm $A(2;4)$, $B(3;5)$, $C(2;2)$ tạo thành một hình bình hành.
   m) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường elippse $(E): \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^2}{18} = 1$.

Bài toán 55. Cho hệ phương trình $\begin{cases} a^2x - y = -7 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ (a là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình khi $a = \dfrac{2}{5}$.
2. Chứng minh rằng hệ phương trình đã cho luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với mọi giá trị của a, đồng thời điểm $M(x;y)$ luôn nằm trong góc phần tư thứ II của mặt phẳng tọa độ.
3. Gọi nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)$. Tìm các giá trị của a để
   a) $x + y = 5$.
   b) $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $6x + y = -11$.
   c) $x + y < 2$.
   d) $M(x;y)$ nằm bên dưới đường thẳng $y = 7$.
   e) $M(x;y)$ nằm trên đường cong $y = x^3 - 2x$.
   f) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{x+y} = \dfrac{1}{6}$.
   g) Biểu thức $S = y^4 - 7y^2 + 8x + 16$ đạt giá trị nhỏ nhất.
   h) Độ dài đoạn thẳng OM bằng $\sqrt{10}$, với $M(x;y)$ và O là gốc tọa độ.
   i) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục tung gấp sáu lần khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành.
4. Với giá trị nào của a thì hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ mà x và y đều lớn hơn $\dfrac{1}{3}$.
5. Tìm giá trị nguyên a để hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với x và y đều là số nguyên.

Bài toán 56. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 3 + 2m \\ mx + y = (m+1)^2 \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m = \dfrac{2}{3}$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số m.
3. Xác định giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $4x + y = 3\sqrt{2}$.
   b) $2x^2 = 5y - 3$.
   c) $\sqrt{y} + y = x + 3m$.
   d) $\sqrt{x+y} = 3m - 1$.
   e) $\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{2}{y+1} = \sqrt{3}$.
   f) Biểu thức $S = x^2 + y^2 + 4xy$ nhận giá trị nhỏ nhất.
   g) Điểm $M(x;y)$ nằm bên phải đường thẳng $d: x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$.
   h) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong (C): $y = x^3 + 2x - 2$.
   i) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường elippse $(E): \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = 1$.
   j) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường tròn tâm O bán kính $R = \sqrt{2}$.
   k) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành bằng ba lần khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục tung.

Bài toán 57. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2mx + 3y = m \\ x + y = 1 + m \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với m thỏa mãn $\sqrt{m} + \sqrt{2m-1} = 2$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số m.
3. Tìm giá trị nguyên của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)$ với x và y đều nguyên.
4. Xác định giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $3x + y = \dfrac{4}{2m-3}$.
   b) Điểm $M(x;y)$ thuộc đường thẳng $x + y = 17$.
   c) Điểm $M(x;y)$ nằm phía bên trái đường thẳng $\Delta : x = 6$.
   d) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường tròn (C) tâm O, bán kính bằng 1.
   e) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành gấp đôi khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục tung.

Bài toán 58. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + 2my = m + 1 \\ x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m = 4$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số m.
3. Chứng minh rằng khi hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$, điểm M có tọa độ $(x;y)$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định. Viết phương trình đường thẳng đó.
4. Tìm giá trị của m để hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho
   a) $3x - y = 3$.
   b) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{y} = -\dfrac{2}{3}$.
   c) $\dfrac{1}{x+2} + \dfrac{2}{y+3} \le 1$.
   d) $\sqrt{x + y + 3m} = m + 1$.
   e) Điểm $M(x;y)$ nằm bên trái đường thẳng $x = -\sqrt{7}$.
   f) Điểm $M(x;y)$ thuộc góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
   g) Điểm $M(x;y)$ cùng với hai điểm $N(2;3)$, $P(2;7)$ lập thành một tam giác.
   h) Biểu thức $S = 2x^2 + xy + y^2 + x + 2y + 1$ nhận giá trị nhỏ nhất.
   i) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $y = 1 - \sqrt{x}$.
   j) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{5}$.

Bài toán 59. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + 4y = m + 2 \\ x + my = m \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m = 2$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số m.
3. Trong trường hợp hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$, chứng tỏ rằng điểm M có tọa độ $(x;y)$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định.
4. Tìm m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $4x - 2y = \sqrt{5}$.
   b) $x + 6y = \dfrac{7m+2}{m+2}$.
   c) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $x - y = 1$.

d) $5x > y+2$.

e) $\frac{1}{x}+\frac{3}{y}=\frac{6}{5}$.

f) $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}+\frac{4}{xy}=\frac{\sqrt{7}}{2y^2-y}$.

g) Điểm M $(x;y)$ có tổng khoảng cách đến hai trục tọa độ bằng 1.

h) Điểm M $(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

i) Điểm M $(x;y)$ cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\sqrt{34}$.

j) Biểu thức $T=y^2-3x^2$ đạt giá trị lớn nhất.

k) Biểu thức $P=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{2y-1}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

l) Biểu thức $S=\frac{x^2+x+2y+2}{2\left(x^2+1\right)-\left(2y-1\right)^2}$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có).

m) Điểm M $(x;y)$ là trung điểm của đoạn thẳng ON với điểm N $(4;3)$, O là gốc tọa độ.

5. Tìm giá trị nguyên của m để hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho x và y là các số nguyên dương.

Bài toán 60. Cho hệ phương trình $\begin{cases}(m-1)x+y=2\\ mx+y=m+1\end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m=8$.
2. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, hệ đã cho luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$.
3. Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện

a) $x+y=6m$.

b) $x=m^3+m-4$.

c) $2x^3 \le y-3$.

d) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{9m}{x\left(2-x^2\right)}$.

e) Điểm M $(x;y)$ nằm trên đường thẳng $d: x+y=-3$.

f) Điểm M $(x;y)$ nằm trên parabol $(P): y=x^2$.

g) Điểm M $(x;y)$ nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.

h) Điểm M $(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

i) Biểu thức $P=4x+y+7$ nhận giá trị lớn nhất.

j) Biểu thức $S=\left(x^2+y^2-1\right)^4-2y+x$ đạt giá trị nhỏ nhất.

k) $\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}=\frac{2}{\sqrt[4]{x\left(2-x^2\right)}}$.

l) Điểm M $(x;y)$ cùng với hai điểm A $(1;2)$, B $(3;6)$ lập thành một tam giác.

4. Xác định giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)$ trong đó y đạt giá trị lớn nhất.

Bài toán 61. Cho hệ phương trình $\begin{cases}(m-1)x+1=m(y+3)\\ 2x=y+m+5\end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m=4$.
2. Giải và biện luận hệ đã cho theo tham số m.
3. Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

a) $2x(x+3)+y=4$.
b) $3x-y\geq 2011$.
c) $x^2+7y^2=32$.
d) $\frac{y}{x+2}+\frac{x+3}{y}=31$.
e) $\frac{x}{y}>\frac{1}{\sqrt{2}}$.
f) Độ dài đoạn thẳng *OM* bằng 3, với O là gốc tọa độ.
g) Biểu thức $P=x^2+y^2+3x+y+1$ nhận giá trị nhỏ nhất.
h) Tích xy đạt giá trị nhỏ nhất.
i) Điểm *M* (*x*;*y*) thuộc đường tròn tâm O, bán kính $R=2\sqrt{2}$.
j) Điểm *M* (*x*;*y*) thuộc đường cong $(C): y=9x^3-4$.
k) Điểm *M* (*x*;*y*) và hai điểm *A* (2;4), *B* (1008;2016) lập thành một tam giác.
l) Điểm *M* (*x*;*y*) cách đều hai điểm *C* (1;0), *D* (9;0).

4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, xét hình vuông (*V*) có tâm O, hai đường chéo của (*V*) nằm trên hai trục tọa độ và (*V*) có diện tích bằng 18. Xét trường hợp (*x*;*y*) là nghiệm duy nhất của hệ ban đầu, tồn tại hay không điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên biên hoặc miền trong của hình vuông (*V*) ?

Bài toán 62. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=3 \\ y+m^2x=m^2+2 \end{cases}$ (*m* là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m=3$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số *m*.
3. Tìm giá trị của *m* để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn điều kiện
   a) $3x-2y=5$.
   b) $2x>y-1$.
   c) $|x+2|=y+4$.
   d) Điểm *M* (*x*;*y*) có hoành độ dương.
   e) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm bên trái đường thẳng $y=5$.
   f) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm phía trên đường thẳng $y=\sqrt{3}$.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) cùng với hai điểm *C* (1;2), *D* (4;8) lập thành một tam giác.
   h) Điểm *M* (*x*;*y*) là trung điểm của đoạn thẳng *AB* với *A* (4;2) và *B* (3;2).
4. Tồn tại hay không giá trị *m* để hệ đã cho có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) sao cho điểm *M* (*x*;*y*) nằm giữa hai điểm *E* (2;3) và *F* (4;5).
5. Tìm tất cả các giá trị nguyên của *m* để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) trong đó *x* và *y* đều là các số nguyên dương.

Bài toán 63. Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m-1)x-my=3m-1 \\ 2x-y=m+5 \end{cases}$ (*m* là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m=-1$.
2. Giải và biện luận hệ đã cho theo tham số *m*.
3. Trong trường hợp hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (*x*;*y*), chứng tỏ rằng điểm *M* có tọa độ (*x*;*y*) luôn nằm trên một đường thẳng cố định. Viết phương trình đường thẳng đó.
4. Tìm giá trị của *m* để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn
   a) $3x-2y=7$.
   b) Điểm *M* (*x*;*y*) thuộc đường thẳng $(\Delta): x-y=5$.

c) $2x > y + \sqrt{3}$.

d) $\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{y+2} = \dfrac{5}{4}$.

e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ II.

f) Điểm $M(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.

g) Điểm M (x; y) nằm trên đường thẳng $(\Delta): 3x + 7y = 11$.

h) $x^2 + y^2 = 16$.

i) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường tròn tâm O (0;0), bán kính bằng $2\sqrt{2}$.

j) Biểu thức $S = x^2 + xy + 2y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

k) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường parabol $(P): y = 3x^2$.

l) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $y = x^3 + 7x - 11$.

m) Điểm $M(x;y)$ nằm giữa hai điểm $A(1;-3)$ và $B(2;-2)$.

n) Biểu thức $S = \sqrt{x^2 - 2x + 2} + \sqrt{y^2 - 2y + 5}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

o) Biểu thức $P = x^2 - 3y^2 + 10$ nhận giá trị lớn nhất.

p) Biểu thức $Q = x + 2y - \sqrt{2\left(x^2 + 4y^2\right)} + 3\sqrt{y - x + 5}$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài toán 64. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + 2y = m + 1 \\ 2x + my = 3 \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m = 3$.
2. Chứng minh nếu hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thì điểm $M(x;y)$ thuộc một đường thẳng (d) cố định. Viết phương trình đường thẳng (d).
3. Tìm giá trị nguyên của m để hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho x, y là các số nguyên âm.
4. Xác định giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện

a) $2x - 5y = 2$.

b) $x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$.

c) $x + 2y = \dfrac{m^3 + 4m}{m+2}$.

d) $4x - y > 4 + \sqrt{2}$.

e) Điểm $M(x;y)$ thuộc đường phân giác góc phần tư thứ II.

f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên parabol $y = 2x^2 - x - 1$.

g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên elippse $(E): \dfrac{x^2}{48} + \dfrac{y^2}{\frac{27}{2}} = 1$.

h) $\dfrac{1}{2x-y} + \dfrac{y}{2y-x} = \dfrac{17}{10}$.

i) Điểm $M(x;y)$ cùng hai điểm $A(2;4)$, $B(3;5)$ tạo thành một tam giác.

j) Điểm $M(x;y)$ và ba điểm $A(1;2)$, $B(2;4)$, $C(3;6)$ thẳng hàng.

k) Điểm $M(x;y)$ cách gốc tọa độ O một khoảng ngắn nhất.

l) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

m) Biểu thức $S = (y+1)^2\sqrt{9 - x^2}$ đạt giá trị lớn nhất.

n) $\left(\dfrac{1-2y}{x-1}\right)^3 + \left(\dfrac{3-2x}{y}\right)^3 = 3m$.

Bài toán 65. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx-y=1 \\ y-x=-m \end{cases}$ (*m* là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=3$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số *m*.
3. Tìm *m* để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn
   a) $y=\sqrt{3}x-5$.
   b) $y=6\sqrt{2}x^2+9x$.
   c) $\frac{x+3}{y}+\frac{y+2}{x+2}=4$.
   d) $\sqrt{3-x}+\sqrt{y+3}=4$.
   e) $x^2+4x\sqrt{y}+3y=0$.
   f) Các số *x* và *y* là hai số nghịch đảo của nhau.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên parabol $y=4x^2$.
   h) Điểm *M* (*x*;*y*) và hai điểm *A* (3;5), *B* (1;11) lập thành ba điểm thẳng hàng.
   i) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm phía trong (tính cả biên) hình tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{17}$.
   j) Điểm *M* (*x*;*y*) và điểm (0;– 4) nằm cùng trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường phân giác góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, xét hình vuông (*V*) có tâm O, hai đường chéo của (*V*) nằm trên hai trục tọa độ và (*V*) có diện tích bằng 8. Xét trường hợp (*x*;*y*) là nghiệm duy nhất của hệ ban đầu, tìm tất cả các điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên biên hoặc miền trong của hình vuông (*V*).

Bài toán 66. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 5x+(m-2)y=m \\ (m+3)x+(m+3)y=2m \end{cases}$ (I); *m* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình với $m=6$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo *m*.
3. Tìm giá trị của *m* để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $3x^2+4y=7x\sqrt{y}$.
   b) $4x-3y<\frac{2m+1}{m+3}$.
   c) $3x+2y\le\sqrt{2}$.
   d) $\frac{3x}{y+1}+\frac{y+1}{3x}=2$.
   e) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường thẳng $2x-y=4$.
   f) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm hoàn toàn phía dưới đường thẳng $y=2m$.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) cách đều hai trục tọa độ.

Bài toán 67. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-my=0 \\ mx-y=m+1 \end{cases}$ (*m* là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=5$.
2. Trong trường hợp hệ có nghiệm duy nhất (*x*;*y*), chứng minh rằng điểm *M* (*x*;*y*) luôn nằm trên một đường thẳng cố định. Hãy tìm đường thẳng cố định đó.
3. Tìm tất cả các giá trị của tham số *m* để hệ có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) sao cho
   a) $4x-y=5$.
   b) $x-y=m$.

c) $5x^2 - y^2 + 3x = 8$.

d) $\dfrac{1}{2x+1} - \dfrac{2}{3y+1} = -\dfrac{1}{7}$.

e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ III của hệ trục tọa độ.

f) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

g) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai đường phân giác của góc phần tư thứ nhất và thứ II.

h) $3x^2 - 4xy + y^2 = 0$.

i) Biểu thức $S = x^2 + 4y^2 + 9$ đạt giá trị nhỏ nhất.

j) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $y = 16x^5 - 1$.

k) Biểu thức $P = x^4 - 2x^2 - 23x - y + 12$ đạt giá trị nhỏ nhất.

l) Điểm $M(x;y)$ cùng với hai điểm $A(2;5)$, $B(3;7)$ lập thành một tam giác.

m) Biểu thức $Q = (y+1)\sqrt{1-x^2}$ nhận giá trị lớn nhất.

Bài toán 68. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 7 = 0 \\ 3mx + 5y = 4m \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với $m = 4$.
2. Tìm giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó $x = 4$.
3. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số m.
4. Với giá trị nguyên nào của m thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó x và y đều là số nguyên.
5. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

a) $4x - y = \dfrac{m+5}{3m+2}$.

b) $3x - 5y > 2$.

c) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $y = 2x + 1$.

d) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên parabol $y = \dfrac{4x^2 - 7}{5}$.

f) $\dfrac{3}{2x+3y} + \dfrac{2}{3x+2y} = 0,3$.

g) $x^2 - \sqrt{3x-2} = 5(y+1)$.

h) Biểu thức $T = (y^2 + 4x - 5)(4x - 10y - 15)$ nhận giá trị lớn nhất.

i) Biểu thức $S = x^4 - x^2 - 5y + 8$ đạt giá trị nhỏ nhất.

j) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành và trục tung có giá trị bằng nhau.

6. Với giá trị nào của m thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho hình tròn tâm O, bán kính OM có diện tích lớn nhất, trong đó O là gốc tọa độ và $M(x;y)$.

Bài toán 69. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = 2m + 7, \\ x + my = m + 1. \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình khi $m = \dfrac{1}{2}$.
2. Chứng minh rằng hệ phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi giá trị của m. Tìm hệ thức liên hệ giữa x và y độc lập với tham số m.
3. Xác định tất cả các giá trị m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

a) $x+2y=\dfrac{4m^2-1}{m^2+2}$.

b) $x\ge 1; y\le -\dfrac{7}{2}$.

c) $\dfrac{2y+7}{x-2}+\dfrac{x-1}{1-y}=2$.

d) $(m+1)x+(m-2)y=11m^2$.

e) $x+3y=\dfrac{34}{3}$.

f) Biểu thức $K=x+y$ nhận giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có).

Bài toán 70. Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x+y=5\\2y-x=10m+5\end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình đã cho trong trường hợp $m=-1$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình trên.
3. Tìm m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho

a) $x=3$.

b) $x=m; y=m+\dfrac{7}{3}$.

c) $5x-y=10$.

d) $\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{y+2}{x+3}=\dfrac{19}{12}$.

e) $x\ge 5; y\le 1$.

f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ III.

g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $(C): y=2x^2+x$.

h) Biểu thức $P=x^2+2y+6$ nhận giá trị nhỏ nhất.

i) Biểu thức $S=\sqrt{1-2x}+\sqrt{6-y}$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

j) $x^2+y-2=2\sqrt{4x-3}$.

k) Độ dài đoạn thẳng OM bằng $\sqrt{10}$ với $M(x;y)$, O là gốc tọa độ.

Bài toán 71. Cho hệ phương trình $\begin{cases}x+ay=2,\\ax-2y=1.\end{cases}$ (I); với a là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình trên với $a=-3$.
2. Chứng minh rằng với mọi a, hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai biến x và y sao cho hệ thức này độc lập với tham số a.
3. Tìm a để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện

a) $3x-y=\dfrac{16}{3}$.

b) $x>0; y>0$.

c) $(a+1)x+(a-2)y=4a^3$.

d) $(1-a)x+(a+2)y=\dfrac{3a+1}{2a^2+1}$.

e) Điểm $M(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ II.

f) Điểm $M(x;y)$ nằm hoàn toàn dưới trục hoành.

g) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

h) Điểm $M(x;y)$ cách trục hoành một khoảng bằng $\frac{1}{3}$.

i) $(5x-3)^2+4x=2\sqrt{5x-2}+ay$.

j) $\left(\frac{2-x}{y}\right)^3+\left(\frac{1+2y}{x}\right)^3=2$.

Bài toán 72. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx-y=5, \\ 2x+3my=7. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình với $m=3$.
2. Chứng minh rằng với mọi giá trị m, hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai biến x và y sao cho hệ thức này độc lập với tham số m.
3. Tìm m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $x>0; y<0$.
   b) $3x=2y$.
   c) $2x+y\ge\frac{37m^3+4}{3m^2+2}$.
   d) $(m+2)x+(3m-1)y=12m^4$.
   e) $(m-2)x=(3m+1)y-2m^5$.
   f) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành và trục tung bằng nhau.
   g) $\left(\frac{y+5}{x}\right)^3+\left(\frac{7-2x}{3y}\right)^3=16$.
   h) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ III trong mặt phẳng tọa độ O*xy*.
4. Tìm giá trị nguyên của m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ mà x và y đều là số nguyên.

Bài toán 73. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=3, \\ 4x+my=6. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=1$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số m.
3. Tìm m để hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm.
4. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $3x-2y=4$.
   b) $x>1; y<0$.
   c) $2x-3y>4$.
   d) $\frac{1}{x+2}+\frac{3}{y+4}=\frac{1}{2}$.
   e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ II.
   f) $(m+4)x+(m+1)y=9m^2$.
   g) Điểm $M(x;y)$ và hai điểm $A(1;4)$, $B(3;6)$ lập thành một tam giác.
   h) $(m-4)x+(1-m)y+3m^3=0$.
   i) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{5}$.
   j) Biểu thức $S=2x\left(99+\sqrt{101-y^2}\right)$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.
   k) Điểm $M(x;y)$ nằm trên hình vuông (V) biểu diễn bởi phương trình $|x|+|y|=4$.

5. Khi hệ có nghiệm duy nhất (*x*;*y*), gọi *H* là hình chiếu vuông góc của điểm *M* (*x*;*y*) trên trục hoành, chứng minh rằng $\sin\widehat{MOH}+\cos\widehat{MOH}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$.
6. Tìm giá trị nguyên của *m* để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) mà *x* và *y* đều là số nguyên.

Bài toán 74. Cho hệ phương trình $\begin{cases}(m+1)x+my=2m-1,\\ mx-y=m^2-2.\end{cases}$ (I); với *m* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=1$.
2. Chứng minh rằng hệ luôn có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) với mọi giá trị *m*. Khi đó, hãy tìm mối liên hệ giữa hai biến *x* và *y* không phụ thuộc vào *m*.
3. Tìm *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn điều kiện
   a) $3x-5y=7$.
   b) $\begin{cases}3\le x\le 5\\ -5\le y\le -3\end{cases}$
   c) $8x-y>4m-\sqrt{2}$.
   d) Điểm *M* (*x*;*y*) cách đều hai trục tọa độ.
   e) $\frac{1}{x+3}+\frac{2}{y+8}=\frac{1}{2}$.
   f) Biểu thức $P=2x^2+3y^2+xy+x+y$ đạt giá trị nhỏ nhất.
   g) Tích *xy* đạt giá trị lớn nhất.
   h) $(2m+1)x+(m-1)y=9(m^2-1)$.
   i) Điểm *M* (*x*;*y*) cùng với điểm *N* (– 4;0) và gốc tọa độ O tạo thành tam giác *OMN* cân tại *M*.
   j) Độ dài đoạn thẳng *OM* bằng $\sqrt{13}$ với *M* (*x*;*y*), O là gốc tọa độ.
   k) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường elipse $(E):\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{4}=1$.
   l) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trong lòng parabol $(P): y=x^2$.

Bài toán 75. Cho hệ phương trình $\begin{cases}mx+y=4,\\ x-my=1.\end{cases}$ (I); với *m* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=1$.
2. Chứng minh rằng hệ luôn có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) với mọi giá trị *m*.
3. Tồn tại hay không giá trị nguyên của *m* để hệ có nghiệm (*x*;*y*) trong đó *x* và *y* đều là số nguyên.
4. Tìm *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn điều kiện
   a) $x+y=\frac{8}{m^2+1}$.
   b) $4x>y$.
   c) $4x-5y=\frac{5}{2}$.
   d) $(m+1)x+(1-m)=5m^2$.
   e) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm phía trên trục hoành.
   f) $(m-1)x+(m+1)=3\sqrt{m}$.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm bên trái đường thẳng $x=\frac{9}{5}$.

h) Biểu thức $P = x + 4y$ đạt giá trị lớn nhất.

i) $\left(\frac{4-y}{x}\right)^3 + \left(\frac{x-1}{y}\right) = 2$.

j) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

k) Biểu thức $Q = x + 6y$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có).

Bài toán 76. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2mx + 3y = m, \\ x + y = m + 1. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho khi $m = 4$.
2. Tìm m để hệ phương trình (I) có nghiệm $(x;y)$ trong đó $y = m - 2$.
3. Tìm m để hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm.
4. Tìm m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện

a) $5x - 2y = 3$.

b) $2x - 3y > \frac{4}{2m-3}$.

c) $(2m+1)x + 4y = 3m^2$.

d) $(2m-1)x + 2y = m^5$.

e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ II.

f) Điểm $M(x;y)$ nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành.

g) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

h) $3.\left(\frac{3y}{1-2x}\right)^3 + x + y = 5$.

i) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{m+1}$.

j) Điểm $M(x;y)$ cùng với hai điểm $P(1;3)$, $Q(2;5)$ tạo thành một tam giác.

k) Đường thẳng OM vuông góc với đường $(d): y = 3x + 1$, trong đó $M(x;y)$, O là gốc tọa độ.

Bài toán 77. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ (m+1)x + y = 2. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) khi $m = 0,5$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số m.
3. Tìm m để hệ có vô số nghiệm.
4. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

a) $4x - 5y = 6$.

b) $3x - y > 4$.

c) $x + 10y \le \frac{8}{3m+1}$.

d) $\frac{1}{x+2} + \frac{x}{3y+8} = \frac{14}{33}$.

e) $\frac{1}{x} + \frac{1}{6y} = \frac{4}{10-3x}$.

f) $x \le 2; y > 1$.

g) Điểm $M(x;y)$ có hoành độ bằng 12.

h) Điểm $M(x;y)$ có tung độ lớn hơn 5.

i) Điểm $M(x;y)$ và điểm $N(2;3)$ cách đều trục tung.
j) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $(\Delta): y=-x+4$.
k) Điểm $M(x;y)$ nằm trên phía bên trên trục hoành.
l) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.
m) Điểm $M(x;y)$ nằm trên biên của hình vuông (V), trong đó (V) có hai đường chéo nằm trên hai trục tọa độ và (V) có diện tích bằng 2.

Bài toán 78. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=1, \\ 4x+my=2. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) khi $m=2$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số m.
3. Tìm m để hệ (I) có số nghiệm theo thứ tự: Vô nghiệm; Vô số nghiệm; Có nghiệm duy nhất.
4. Khi hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$, chứng minh rằng điểm $M(x;y)$ luôn thuộc một đường thẳng cố định.
5. Tìm giá trị của tham số m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $5x-3y=7$.
   b) $2x-y>5$.
   c) $5x+2my=\dfrac{m+10}{m+2}$.
   d) $\dfrac{1}{x+4}+\dfrac{6}{y+5}=1\dfrac{2}{35}$.
   e) $\dfrac{x^2+3xy+5y^2}{x^2+4y^2}=\dfrac{m+5}{17}$.
   f) $(m+4)x+(m+1)y=3\sqrt{m}$.
   g) Điểm $M(x;y)$ thuộc đường thẳng $(d): x-y=1$.
   h) Điểm $M(x;y)$ thuộc parabol (P): $y=x^2$.
   i) Điểm $M(x;y)$ nằm phía bên trái trục tung.
   j) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.
   k) Điểm $M(x;y)$ thuộc đường cong $x^3+8y=17$.
   l) Biểu thức $S=x^2+2y^2+4x+6y+8$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 79. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2mx+y=1, \\ mx+(1-3m)y=-1. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình với $m=4$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình (I) theo tham số m.
3. Tìm m để hệ (I) có nghiệm duy nhất thỏa mãn hệ thức
   a) $x+2y=\dfrac{2}{6m-1}$.
   b) $x+y=\dfrac{4}{5}$.
   c) $3mx+(2-3m)y=m^3-5m$.
   d) $mx=2x^3-3my$.
   e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $(\Delta): y=4x$.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm phía bên phải trục tung.

g) Điểm $M(x;y)$ có tung độ lớn hơn 4.
h) Điểm $M(x;y)$ cùng với hai điểm $A(2;5)$, $B(4;10)$ tạo thành ba điểm thẳng hàng.
i) Điểm $M(x;y)$ có hoành độ lớn hơn 0,2.
j) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.
k) $\left(\frac{1-y}{2x}\right)^3+\left(\frac{y+1}{3y-x}\right)^3=m$.

Bài toán 80. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=2m, \\ x+my=m+1. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=4$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số m.
3. Chứng minh hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với mọi giá trị của m, đồng thời điểm $M(x;y)$ nằm trên một đường thẳng cố định.
4. Tìm m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $6x-y=5$.
   b) $4x-3y>2$.
   c) $\begin{cases} x\ge 4 \\ y\le 3 \end{cases}$
   d) $\begin{cases} 4\le x\le 7 \\ 5\le y\le 6 \end{cases}$
   e) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{4}{2x-1}$.
   f) $\frac{1}{x^2}+\frac{2}{3y^2}=\frac{9}{x^2+6y^2}$.
   g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $(d): y=3x+4$.
   h) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $(C): y=x^3-5x^2-1$.
   i) Biểu thức $P=(x-y+3)^2+x^2+y^2+x$ nhận giá trị nhỏ nhất.
   j) Điểm $M(x;y)$ có tổng khoảng cách đến hai trục tọa độ đạt giá trị nhỏ nhất.
   k) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường tròn (C) tâm O, bán kính bằng 1.
   l) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $(E): x^2+\frac{y^2}{4}=\frac{73}{4}$.
5. Tồn tại hay không các giá trị m để hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn bất đẳng thức
$$\sqrt{2\left(x^2+y^2\right)}+\sqrt{5}x^2+x\le y+|x+y|.$$
6. Tồn tại hay không các giá trị m để hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn bất đẳng thức
$$\left(\frac{y}{2-x}\right)^4+\left(\frac{x-1}{1-y}\right)^4>3m^8+1.$$

Bài toán 81. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-my=2-4m, \\ mx+y=3m+1. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=4$.
2. Chứng minh rằng hệ phương trình (I) luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với mọi giá trị của m, đồng thời điểm $M(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
3. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

a) $x+y=4$.

b) $3x+y=6$.

c) Điểm $M(x;y)$ có hoành độ lớn hơn 1.

d) Điểm $M(x;y)$ và gốc tọa độ cùng nằm trong nửa mặt phẳng, bờ là đường thẳng $y=3$.

e) Biểu thức $S=x+y$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có).

f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $x+2y=7$.

g) $\left(\dfrac{x-2}{y-4}\right)^5+\left(\dfrac{1-y}{x-3}\right)^5>2$.

Bài toán 82. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Vĩnh Phúc; Thành phố Vĩnh Yên; Tỉnh Vĩnh Phúc; Năm học 2016 – 2017.

Cho hệ phương trình $\begin{cases}(m+1)x-2y=-1,\\ x+my=5.\end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=2$.
2. Giải và biện luận hệ đã cho theo tham số m.
3. Tìm m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

a) $x+y=\dfrac{20}{3}$.

b) $3x-y>4$.

c) Điểm $M(x;y)$ có hoành độ nhỏ hơn 2,25.

d) Biểu thức $5x+y$ đạt giá trị lớn nhất.

e) $(m+2)x+(m-2)y>4m^3$.

f) $\dfrac{1}{2x}+\dfrac{1}{3y}=\dfrac{4}{2x+3y}$.

g) Điểm $M(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ II của mặt phẳng tọa độ.

h) $mx=(m+2)y-6\sqrt{m-1}$.

i) Điểm $M(x;y)$ và điểm $N(1;0)$ nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $y=\dfrac{11}{4}$.

j) $\left(\dfrac{2y-1}{x}-1\right)^3+\dfrac{5-x}{y}>2\left(\sqrt{2}+1\right)$.

Bài toán 83. Cho hệ phương trình $\begin{cases}mx+2y=m+1,\\ 2x+my=3.\end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=4$.
2. Giải và biện luận hệ đã cho theo tham số m.
3. Tìm số nguyên m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó x và y đều là số nguyên.
4. Khi hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$, chứng minh rằng điểm $M(x;y)$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định với mọi giá trị của m.
5. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

a) $10x-3y=5$.

b) $7x-2y>\dfrac{1}{2}$.

c) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng (d): $3x+4y=\dfrac{1}{2}$.

d) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2x-1}$.

e) Điểm $M(x;y)$ nằm trong nửa mặt phẳng phía trên, bờ là đường thẳng $y=x$.

f) Biểu thức $S=x^2+y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên parabol $(P): y=-2x^2$.

h) Biểu thức $P=\sqrt{x^2-2x+5}+\sqrt{y^2-2y+5}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

i) Điểm $M(x;y)$ thuộc đường cong $(C): y=\frac{1}{x^3}-1$.

j) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

k) $\left(\frac{1-2y}{x-1}\right)^5+\frac{3-2x}{y}>2$.

Bài toán 84. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+my=1, \\ mx-3my=2m+3. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=4$.
2. Giải và biện luận hệ đã cho theo tham số m.
3. Tìm số nguyên m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó x và y đều là số nguyên.
4. Xác định giá trị của tham số m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

a) $9x-5y=8$.

b) $x+3y=\frac{2}{m}$.

c) $\frac{1}{x}+\frac{3}{y}=7$.

d) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $2x-y=5m$.

e) Điểm $M(x;y)$ nằm phía dưới trục hoành.

f) Tổng khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến hai trục tọa độ bằng 4.

g) $\left(\frac{1-x}{y}\right)^3+\frac{3}{x-3y-2}>m^3+2$.

h) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường tròn tâm O (0;0), bán kính bằng 5.

Bài toán 85. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+my=2, \\ x-2y=1. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=4$.
2. Giải và biện luận hệ đã cho theo tham số m.
3. Xác định giá trị của m để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

a) $3x-y=4$.

b) $x^2+y^2=29$.

c) $x^3+x+2y=9$.

d) $x>y+2$.

e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $3x+2y=5$.

f) Biểu thức $S=\frac{x^2-3x+2y+4}{(x-1)^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

g) $\frac{1}{x}+\frac{1}{3-2y}=1$.

h) Biểu thức $P=3x^4-16x^2-40y+51$ nhận giá trị nhỏ nhất.
i) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
j) Điểm $M(x;y)$ cùng với hai điểm $A(1;3)$, $B(2;7)$ tạo thành một tam giác.
k) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai điểm $C(5;0)$ và $D(7;0)$.
l) Điểm $M(x;y)$ chia trong đoạn thẳng PQ theo tỷ số 1:2, trong đó $P(10;1)$ và $Q(0;3)$.
m) Điểm $M(x;y)$ có tổng khoảng cách đến hai trục tọa độ đạt giá trị nhỏ nhất.

4. Tìm số nguyên dương m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ trong đó x và y đều là số thực dương.

Bài toán 86. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+3y=m+5, \\ 3x+my=3m-1. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=2$.
2. Tìm giá trị của m để hệ (I) có nghiệm $x=-3; y=-1$.
3. Giải và biện luận hệ đã cho theo tham số m.
4. Tìm giá trị nguyên của m để hệ có nghiệm $(x;y)$, trong đó x và y đều là các số nguyên.
5. Xác định giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) x và y đều là số âm.
   b) $x+y>9m-5$.
   c) $6x-y=5$.
   d) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $d: y-3x=4$.
   e) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{x^2+10x-2m}$.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm trong khoảng giữa hai đường thẳng $x=2; x=4$.
   g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính bằng 2.
   h) $\begin{cases} x\ge 3 \\ y\le 2 \end{cases}$
   i) Điểm $M(x;y)$ nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.
   j) Biểu thức $D=xy-1$ đạt giá trị lớn nhất.
   k) $\left|y^3-x^3\right|=8$.
   l) Điểm $M(x;y)$ là tâm đối xứng của hai điểm $A(6;1)$ và $B(2;3)$.
   m) Biểu thức $S=\frac{y+x-3}{x^2+x+4}$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có).

Bài toán 87. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=2m+1, \\ 2x-y=m-1. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=2$.
2. Chứng minh rằng hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với mọi giá trị m, đồng thời điểm $M(x;y)$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi m thay đổi. Tìm đường thẳng đó.
3. Xác định giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $x+y=11$.
   b) $\frac{y}{x+1}+\frac{y+1}{x}=6$.
   c) $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$.
   d) $5x-4y>2m$.
   e) Điểm $M(x;y)$ và hai điểm $A(1;5)$, $B(3;7)$ thẳng hàng.
   f) Biểu thức $S=x^2+2y-8$ đạt giá trị nhỏ nhất.

g) $\frac{1}{x+2}+\frac{2}{y+3}\le 1$.

h) Điểm $M(x;y)$ là tâm đối xứng của hai điểm $C(4;0)$ và $D(0;6)$.

i) $\sqrt{3y+3}=2x-1$.

j) Điểm $M(x;y)$ nằm hoàn toàn phía trên đường thẳng $y=2\sqrt{3}-1$.

k) Điểm $M(x;y)$ di động trên đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{13}$.

Bài toán 88. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+my=1, \\ mx-y=-m. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=2$.
2. Tìm giá trị của m để hệ (I) có nghiệm $x=0; y=1$.
3. Chứng minh rằng hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với mọi giá trị của m. Tìm biểu thức liên hệ giữa hai biến x và y độc lập với tham số m.
4. Xác định m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

a) $x<1; y>1$.

b) $4x+y=1$.

c) $x+3y=\frac{9m-2}{m^2+1}$.

d) Điểm $M(x;y)$ có tung độ lớn hơn 1.

e) Điểm $M(x;y)$ cùng với hai điểm $A(2;4)$ và $B(4;8)$ tạo thành một tam giác.

f) $x+6y\le\frac{9}{m^2+1}$.

g) Điểm $M(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ Oxy.

h) Biểu thức $S=x+y$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có).

i) $\left(\frac{1-x}{y}\right)^3+\left(\frac{y+1}{x+1}\right)^3<16$.

j) Điểm $M(x;y)$ chia trong đoạn thẳng ON theo tỷ số 1:1, trong đó $N(2;0)$ và O là gốc tọa độ.

Bài toán 89. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+2y=m+1, \\ 2x+my=3. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=-2$.
2. Tìm m để hệ (I) có nghiệm $x=0; y=-1$.
3. Giải và biện luận hệ (I) theo m.
4. Khi hệ (I) nghiệm duy nhất $(x;y)$, tìm biểu thức liên hệ giữa x và y độc lập với m.
5. Xác định m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

a) $11x-2y=6$.

b) $6x-y>2$.

c) Điểm $M(x;y)$ thuộc đường phân giác của góc phần tư III (trong mặt phẳng tọa độ).

d) $x>0; y>0$.

e) $x+5y\le\frac{m^2+8}{m+2}$.

f) $\frac{1}{x+1}+\frac{2}{y+5}=\frac{7}{12}$.

g) Biểu thức $Q=(x-y+2)^2+2x^2+3y^2+4$ đạt giá trị nhỏ nhất.

h) Điểm $M(x;y)$ cùng với hai điểm $A(1;4)$ và $B(2;5)$ tạo thành một tam giác.

i) Điểm M (x;y) nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.

j) Điểm M (x;y) nằm trên đường cong $y = x^2 - 4x - 1$.

k) Điểm M (x;y) cách gốc tọa độ một khoảng $d = \sqrt{41}$.

l) Tam giác MNP là tam giác cân tại M, trong đó N (5;0), P (7;2) và M có tọa độ (x;y).

Bài toán 90. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + 4y = m + 2, \\ x + my = m. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m = -2$.
2. Tìm m để hệ (I) có nghiệm (x;y), trong đó x thỏa mãn $x^3 + x = 10$.
3. Giải và biện luận hệ (I) theo m.
4. Khi hệ (I) nghiệm duy nhất (x;y), chứng minh rằng điểm M (x;y) luôn nằm trên một đường thẳng cố định, tìm phương trình đường thẳng đó.
5. Xác định m để hệ (I) có nghiệm duy nhất (x;y) thỏa mãn

a) $4x + 2y = 11$.

b) $5x - 7y \le 6$.

c) $\frac{1}{x} + \frac{7}{y} = \frac{23}{6}$.

d) $\begin{cases} x \ge 4 \\ y \ge 5 \end{cases}$

e) Điểm M (x;y) nằm trên tia Ox (không tính gốc O).

f) Điểm M (x;y) thuộc đường thẳng $x + 2y = 7$.

g) Điểm M (x;y) và gốc O cùng nằm trong nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $(\Delta): x - y = 5$.

h) Biểu thức $S = 4x^2 + y^2 + xy - 7$ đạt giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị nhỏ nhất ấy.

i) Điểm M (x;y) nằm trên parabol $y = \frac{2x^2}{9}$.

j) Điểm M (x;y) cùng với hai điểm N (6;0) và P (8;4) lập thành tam giác MNP cân tại M.

k) Điểm M (x;y) nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Bài toán 91. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - my = 0, \\ mx - y = m + 1. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m = -2$.
2. Tìm m để hệ (I) có nghiệm $x = 0; y = -1$.
3. Giải và biện luận hệ (I) theo m. Tìm hệ thức độc lập giữa x và y độc lập với m (trong trường hợp hệ (I) có nghiệm duy nhất.
4. Tìm giá trị nguyên của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất (x;y) mà x và y đều là số nguyên.
5. Xác định m để hệ (I) có nghiệm duy nhất (x;y) thỏa mãn

a) $3x - 7y = -2$.

b) $5x - y > 1$.

c) $\frac{1}{x} + \frac{3}{y+2} = \frac{4x-1}{8x^5 - x}$.

d) Điểm M (x;y) có tung độ thuộc khoảng (1;3).

e) Điểm M (x;y) nằm trên đường thẳng $(\Delta): 2x + y = 5$.

f) Điểm M (x;y) nằm trên parabol $(P): y = x^2$.

g) Điểm M (x;y) và hai điểm B (2;4), C (5;10) hợp thành ba điểm thẳng hàng.

h) Biểu thức $B = x^2 - 5xy + 12y^2$ nhận giá trị nhỏ nhất.

i) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường tròn tâm O (0;0), bán kính $R = \sqrt{5}$.

j) $(x-2)^2 = \sqrt{5y+1}$.

k) Điểm *M* (*x*;*y*) cùng với hai điểm *D* (3;0) và *E* (5;0) hợp thành tam giác *MDE* cân tại *M*.

Bài toán 92. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=2m, \\ 2x+3y=7m^2-3m. \end{cases}$ (I); với *m* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=-2$.
2. Tìm giá trị của tham số *m* để hệ có nghiệm (*x*;*y*) trong đó $x=2; y=0$.
3. Chứng minh rằng hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) với mọi giá trị của *m*. Tìm hệ thức liên hệ giữa *x* và *y* độc lập với tham số *m*.
4. Tìm giá trị của *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn

a) $5x+y=10$.

b) $\begin{cases} x \geq 2 \\ y \leq 0 \end{cases}$

c) $3x+7y=9m$.

d) Điểm *M* (*x*;*y*) có hoành độ thuộc khoảng (0;2).

e) Biểu thức $S = x+y+10$ đạt giá trị nhỏ nhất.

f) Biểu thức $P = x-y+7$ đạt giá trị nhỏ nhất.

g) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.

h) $7(x+2y)^2 - 14x - 24y = m\sqrt{3} - 1$.

i) Điểm *M* (*x*;*y*) cùng với hai điểm *A* (5;5), *B* (– 4;– 4) lập thành một tam giác không suy biến.

Bài toán 93. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 4x-y=2, \\ x+(m+1)y=1. \end{cases}$ (I); *m* là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) với $m=5$.
2. Tìm tất cả các giá trị *m* để (I) có nghiệm duy nhất (x;y) thỏa mãn

a) $x=5$.

b) $x+3y=4$.

c) $9x^2+y^2=13$.

d) $x^3+x+y=8$.

e) $\dfrac{y}{x+2}+\dfrac{x}{y+2}=\dfrac{17}{6}$.

f) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm phía trên trục hoành.

g) Điểm *M* (*x*;*y*) có tung độ lớn hơn 5.

h) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường cong parabol $(C): y=-x^2-6$.

i) Khoảng cách từ điểm *M* (*x*;*y*) đến trục hoành bằng 10 lần khoảng cách từ điểm *M* (*x*;*y*) đến trục tung.

j) Biểu thức $S = x(5x+1) - y^2$ đạt giá trị lớn nhất.

k) Điểm *M* (*x*;*y*) là tâm đối xứng của hai điểm A (4;0) và B (– 2;4).

l) Điểm *M* (*x*;*y*) cùng với hai điểm *C* (– 1;0) và *D* (5;0) hợp thành tam giác *MCD* cân tại *M*.

3. Tìm tất cả các giá trị của *m* để hệ có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) sao cho điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R = 2\sqrt{10}$.

Bài toán 94. Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x+ay=5,\\ ax+2y=2a+1.\end{cases}$ (I); a là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) với $a=3$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số a.
3. Tìm tất cả các giá trị a để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $3x+2y=7$.
   b) $2x>y$.
   c) $x+2y=\dfrac{1}{a+2}$.
   d) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{5}{y}=\dfrac{6x-2}{x^2-19x+1}$.
   e) Điểm $M(x;y)$ có tung độ thuộc khoảng (2;5).
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên trục tung.
   g) Biểu thức $S=x^4+4x^2-12y+21$ đạt giá trị nhỏ nhất.
   h) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ II của mặt phẳng tọa độ.
   i) Điểm $M(x;y)$ cùng với hai điểm $A(2;5)$, $B(3;7)$ lập thành ba điểm thẳng hàng.
   j) Điểm $M(x;y)$ chia trong đoạn thẳng PQ theo tỷ số 2:3 với $P(1;-3)$và $Q(6;7)$.
   k) Điểm $M(x;y)$ nằm trên trục đối xứng d của đoạn thẳng CD với $C(1;2)$, $D(7;8)$.
4. Tìm giá trị nguyên của a để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho x và y đều là số nguyên.

Bài toán 95. Cho hệ phương trình $\begin{cases}mx-y=2m,\\ x-my=1+m.\end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ (I) với $m=6$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình (I) theo m.
3. Chứng minh rằng khi $m\neq -1$, hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ đồng thời điểm $M(x;y)$ và điểm N (2;0) nằm trong cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường phân giác góc phần tư thứ II.
4. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $3x-y=5$.
   b) $2x+y>\dfrac{6}{m+1}$.
   c) $\begin{cases}x\geq 6\\ y\leq -7\end{cases}$
   d) $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{5}{y+1}+\dfrac{19}{4}=0$.
   e) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $(d): y=3x+5$.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường cong $(C): y=1-5x-x^3$.
   g) Điểm $M(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ II của mặt phẳng tọa độ.
   h) Điểm $M(x;y)$ là tâm đối xứng của hai điểm $A(4;2)$ và $B(-1;-3)$.
   i) Điểm $M(x;y)$ có tổng khoảng cách đến hai trục tọa độ đạt giá trị nhỏ nhất.
   j) x và y là các nghiệm của phương trình bậc hai ẩn t: $t^2-t+5m=0$.
   k) x là số lớn nhất thỏa mãn hệ thức $\begin{cases}x+a+z=1,\\ x^2+2a^2+3z^2=4.\end{cases}$
   l) Biểu thức $S=\dfrac{4x^2-3y+4}{4x^2+3y-2}$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có).

Bài toán 96. Cho hệ phương trình $\begin{cases}(m-1)x+y=m,\\ x+(m-1)y=2.\end{cases}$ (I); *m* là tham số thực.

1. Giải hệ (I) với $m=-2$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình (I) theo *m*.
3. Tìm tất cả các giá trị của *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (x;y) thỏa mãn
   a) $5x-9y=8$.
   b) $2x^2-7y=1$.
   c) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}=\dfrac{7}{10}$.
   d) $2x^2-5xy+2y^2=0$.
   e) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên parabol $y=5x^2-43$.
   f) Biểu thức $S=x^2+y^2+6x+2$ nhận giá trị nhỏ nhất.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) và hai điểm *A* (2;5), *B* (3;7) lập thành một tam giác không suy biến.
   h) Độ dài đoạn thẳng *OM* bằng 5, với *M* (*x*;*y*) và O là gốc tọa độ.
   i) Điểm *M* (*x*;*y*) chia trong đoạn thẳng *OH* theo tỉ lệ 1:2 với O là gốc tọa độ và *H* (3;6).
   j) Điểm *M* (*x*;*y*) và hai điểm *C* (– 5 ;0), *D* (– 1 ;4) hợp thành tam giác *MCD* cân tại *M*.
4. Chứng minh rằng khi *m* khác 0, hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*), trong đó điểm *M* (*x*;*y*) thuộc một đường thẳng cố định.
5. Tìm tất cả các giá trị nguyên của *m* để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) sao cho biểu thức $P=\dfrac{2x-3y}{x+y}$ nhận giá trị là một số nguyên.

Bài toán 97. Cho hệ phương trình $\begin{cases}3x-2y=m,\\ x+my=2m-1.\end{cases}$ (I); *m* là tham số thực.

1. Giải hệ (I) với $m=-2$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo *m*.
3. Tìm tất cả các giá trị của *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (x;y) thỏa mãn
   a) $5x+y=14,4$.
   b) $x+6y=\dfrac{m+9}{3m+2}$.
   c) $x^2-3xy+2y^2=0$.
   d) $x^2-m+3=2y+\sqrt{4x-3}$.
   e) Điểm *M* (*x*;*y*) có hoành độ lớn hơn 0,8; tung độ nhỏ hơn 0,4.
   f) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ IV của mặt phẳng tọa độ.
   g) Độ dài đoạn thẳng *OM* ngắn nhất, với *M* (*x*;*y*) và O là gốc tọa độ.
   h) $4x+(m-2)y=\sqrt{9m^2-5m}$.
   i) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm phía trên đường thẳng $d: y=\dfrac{5m-3}{2}$.
   j) $5(3x-2y)^3+\dfrac{x+1}{2-y}>6$.
   k) Điểm *M* (*x*;*y*) cùng với hai điểm *A* (1;2), *B* (5;10) hợp thành một tam giác không suy biến.
   l) $2x-(m+2)y=\sqrt[3]{1-m}$.
4. Tìm tất cả các giá trị nguyên của *m* để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) trong đó *x* và *y* đều là các số nguyên.

Bài toán 98. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx-2y=3, \\ 3x+my=4. \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) với $m=-2$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình (I) theo tham số m. Chứng minh rằng hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với mọi giá trị của m.
3. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $2x+y=\frac{17}{7}$.
   b) $3x-y=\frac{4m}{m^2+6}$.
   c) $|x|=|y-3|$.
   d) Điểm $M(x;y)$ có hoành độ lớn hơn $\frac{5}{4}$.
   e) Khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục hoành gấp 5 lần khoảng cách từ điểm $M(x;y)$ đến trục tung.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
   g) $x+y>\frac{6}{7}$.
   h) $(m+3)x+(m-2)y=7m^3$.
   i) Điểm $M(x;y)$ và hai điểm $A(2;4)$, $B(3;6)$ lập thành một tam giác không suy biến.
   j) $(m-3)x-(m+2)y=6m^2-7m$.

Bài toán 99. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Trường THPT Chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội; Đại học Sư phạm Hà Nội; Quận Xuân Thủy; Quận Cầu Giấy; Thủ đô Hà Nội; Năm học 2015 – 2016; Ngày thi 02.06.2015.

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-my=2-4m, \\ mx+y=3m+1. \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ (I) với $m=2$.
2. Chứng minh rằng hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với mọi giá trị của m. Giả sử $(x_0;y_0)$ là một nghiệm của hệ.
   a) Chứng minh đẳng thức $x_0^2+y_0^2-5(x_0+y_0)+10=0$.
   b) Điểm $M(x_0;y_0)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho
   a) $x>y$.
   b) $x+4y=\frac{9-m}{m^2+1}$.
   c) $x+y>\frac{5m+7}{m^2+1}$.
   d) $|x-y|=2$.
   e) Điểm $M(x;y)$ có hoành độ nhỏ hơn 1.
   f) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.
   g) Điểm $M(x;y)$ và hai điểm $A(2;8)$, $B(3;12)$ lập thành một tam giác không suy biến.
   h) $4.\left(\frac{x-2}{y-4}\right)^3=\left(\frac{1-y}{x-3}\right)$.

Bài toán 100. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = -m \\ (1-m^2)x + 2my = 1 + m^2 \end{cases}$ (m là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m = -4$.
2. Chứng tỏ hệ phương trình đã cho có nghiệm với mọi giá trị của m.
3. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $x + 3y = \dfrac{m-5}{m^2+1}$.
   b) $2x - 5y > \dfrac{1}{m^2+1}$.
   c) $5x - y = -\dfrac{19}{2}$.
   d) Điểm $M(x;y)$ có hoành độ lớn hơn – 1,5.
   e) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm trong cung phần thứ III của mặt phẳng tọa độ Oxy.
   g) Biểu thức $P = x + y$ nhận giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất (nếu có).
   h) $(1 + m - m^2)x + (2m-1)y = 5m^2 - 4m + 1$.
   i) $(m^2 + m - 1)x - (2m+1)y = 6m^2 - 7m - 1$.
   j) Điểm $M(x;y)$ cùng với hai điểm $A(1;1)$, $B(4;4)$ lập thành một tam giác không suy biến.

Bài toán 101. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + my = -3, \\ (1-m)x + y = 0. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m = 2$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số m.
3. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
   a) $4x + 3y = 12$.
   b) $x < 0; y < 0$.
   c) $x + y = \dfrac{9}{m^2} - 1$.
   d) $3x - 2y > -\dfrac{9}{4}$.
   e) Điểm $M(x;y)$ có tung độ lớn hơn $\dfrac{2}{3}$.
   f) Điểm $M(x;y)$ nằm về bên phải của đường thẳng $x = 4$.
   g) Biểu thức $F = x + 2y + 1$ đạt giá trị lớn nhất.
   h) Biểu thức $T = 2x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất.
   i) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.
   j) $x + (m+1)y = -3m^3$.
   k) $(2m-1)x + (m-1)x = -3m^5$.
   l) Điểm $M(x;y)$ cùng với hai điểm $A(1;5)$, $B(2;10)$ lập thành ba điểm thẳng hàng.
   m) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{m^2}{5m-2}$.
   n) $\dfrac{18}{(x+y)^2} + \left(1 - \dfrac{y}{x}\right)^2 = 3m^3$.

Bài toán 102. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+my=1, \\ 2mx+m(m-1)y=3. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=2$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình (I) theo tham số m.
3. Tìm giá trị của tham số m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $x>0; y>0$.
   b) $5x+y=\dfrac{5m^2-22m+3}{6m}$.
   c) Điểm $M(x;y)$ có hoành độ nhỏ hơn 5.
   d) Điểm $M(x;y)$ có tung độ lớn hơn – 0,5.
   e) $(2m+1)x+m^2y=2m^3$.
   f) $(2m-1)x+m(m-2)y=2\sqrt{m}$.
   g) $m(m-1)y+\dfrac{1-x}{y}=3$.
   h) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

Bài toán 103. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y=3m, \\ mx-(m+1)y=2m+2. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=4$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình (I) theo tham số m.
3. Chứng minh hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với mọi giá trị của m, đồng thời điểm $M(x;y)$ nằm trên một đường thẳng cố định.
4. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn
   a) $x>0; y>0$.
   b) $x=5y$.
   c) $5x-3y=7$.
   d) $6x-y>\sqrt{3}$.
   e) $\dfrac{5}{x}+\dfrac{3}{y+5}=\dfrac{64}{33}$.
   f) Biểu thức $S=xy$ nhận giá trị nhỏ nhất.
   g) Điểm $M(x;y)$ nằm trên trên parabol $(P): y=x^2$.
   h) $x^2-7x+2y+11=\sqrt{6x-5}$.
   i) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường thẳng $d: 5x-\sqrt{3}y=6+2\sqrt{3}$.
   j) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ II (trong mặt phẳng tọa độ).
   k) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.
   l) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{17}$.
   m) Điểm $M(x;y)$ cùng với hai điểm $A(1;5)$, $B(3;15)$ lập thành ba điểm thẳng hàng.
   n) Biểu thức $T=\sqrt{x^2-4x+5}+\sqrt{y^2-12y+40}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 104. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=2m^2-3m, \\ x+2y=2m^2-5m. \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ (I) với $m=-2$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo m.

3. Tìm tất cả các giá trị của *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn
   a) $x+y=8m$.
   b) $\begin{cases} y \le 0 \\ x > 0 \end{cases}$
   c) $3x-2y>5m$.
   d) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên parabol $(P): y=5x^2$.
   e) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ II của mặt phẳng tọa độ.
   f) Biểu thức $P=x+y+9$ nhận giá trị nhỏ nhất.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) cách đều hai trục tọa độ.
   h) Hai biến *x* và *y* là nghiệm của phương trình bậc hai ẩn *u*, tham số *m*: $u^2-8u+m^3-3m^2=0$.
   i) Biểu thức $S=2x^2+3y+6$ đạt giá trị nhỏ nhất.
   j) Điểm *M* (*x*;*y*) cùng với hai điểm *A* (1;2), *B* (3;6) lập thành ba điểm thẳng hàng.
   k) $(m+1)x+3y=9m^2-10m$.
   l) Biểu thức $T=\dfrac{y+3}{x^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 104. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+2y=m-2, \\ (2m-1)x+(m+1)y=2m+2. \end{cases}$ (I); với *m* là tham số thực

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=3$.
2. Giải và biện luận hệ (I) theo tham số *m*.
3. Tìm giá trị của *m* để hệ (I) có nghiệm duy nhất (x;y) thỏa mãn
   a) $4x-y=\dfrac{4m^2-8m-22}{m^2-3m+2}$.
   b) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường thẳng $(d): x=2y$.
   c) Điểm *M* (*x*;*y*) có hoành độ lớn hơn – 6.
   d) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trong góc phần tư thứ II của mặt phẳng tọa độ.
   e) Điểm *M* (*x*;*y*) không nằm trên đường thẳng $(\Delta): x=y+4$.
   f) $x+y=\dfrac{4}{5}$.
   g) Điểm *M* (*x*;*y*) cùng với hai điểm *A* (1;6), *B* (3;18) lập thành ba điểm thẳng hàng.
   h) Biểu thức $S=x+y$ nhận giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất (nếu có).
   i) Điểm *M* (*x*;*y*) cách đều hai trục tọa độ.
   j) $(3m-1)x+(m+3)y \le 3m^3$.
   k) $(m-1)x+(m-1)y=4(m+4)^3$.

Bài toán 105. Cho hệ phương trình $\begin{cases} m(x-1)+y+1=0 \\ x+my+3(1-m)=0 \end{cases}$ (*m* là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=-4$.
2. Tìm giá trị của *m* để hệ đã cho vô nghiệm; vô số nghiệm; có nghiệm duy nhất ?
3. Khi hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (*x*;*y*), tìm mối liên hệ giữa hai biến *x* và *y* không phụ thuộc vào tham số *m*.
4. Tìm giá trị của *m* để hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) thỏa mãn
   a) $8x-y=\dfrac{1}{m+1}$.

b) $x+2y>2$.

c) $x+y=5$.

d) $5x-y>\sqrt{3}-1$.

e) $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{x^2-3y+6}{(y-1)(y-3)}$.

f) Điểm $M(x;y)$ thuộc parabol $(P): y=2x^2$.

g) Điểm $M(x;y)$ thuộc đường cong $(C): y=x^4-7x+2$.

h) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{34}$.

i) Biểu thức $S=x(x+2)-3y^2+2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

j) Điểm $M(x;y)$ cùng với hai điểm $A(1;5)$ và $B(2;2)$ lập thành một tam giác không suy biến.

k) Đường thẳng OM vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ, trong đó M có tọa độ $(x;y)$.

l) Biểu thức $T=\sqrt{x^2-2x+2}+\sqrt{y^2-2y+2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

m) Biểu thức $P=x^6-54x^3+x^2-6y+11$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 106. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-my=3-6m, \\ mx+y=6m+3. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ (I) với $m=2$.
2. Chứng minh rằng hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x_0;y_0)$ với mọi giá trị của m.

   a) Chứng minh đẳng thức $2(x_0^2+y_0^2)-18(x_0+y_0)+45=0$.

   b) Chứng minh điểm $M(x_0;y_0)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho

   a) $x+4y=\dfrac{9-m}{m^2+1}$.

   b) $x+y>\dfrac{5m+7}{m^2+1}$.

   c) $|x-y|=2$.

   d) Điểm $M(x;y)$ có hoành độ nhỏ hơn 3.

   e) Điểm $M(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.

   f) Điểm $M(x;y)$ và hai điểm $A(2;8)$, $B(3;12)$ lập thành một tam giác không suy biến.

   g) $(m+1)x+(1-m)y=6m^3$.

   h) $(m-1)x+(m+1)y>6m^2$.

   i) $\left(\dfrac{x-3}{y-6}\right)^4>8.\left(\dfrac{3-y}{x-6}\right)$.

Bài toán 107. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-2my=3-8m, \\ 2mx+y=8m+3. \end{cases}$ $(x;y;m\in\mathbb{R})$ (I); m là tham số.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=4$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số m.
3. Chứng minh rằng hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với mọi giá trị của m. Giả sử $(x_0;y_0)$ là một nghiệm của hệ.

   a) Chứng minh đẳng thức $2(x_0^2+y_0^2)+45=24(x_0+y_0)$.

b) Điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.

4. Tìm tất cả các giá trị của tham số *m* để hệ có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) sao cho

   a) $x=9y$.

   b) $x-y>\frac{4}{5}$.

   c) Điểm *M* (*x*;*y*) có hoành độ nhỏ hơn 9,5.

   d) Điểm *M* (*x*;*y*) cách đều hai trục tọa độ.

   e) Điểm *M* (*x*;*y*) và hai điểm *A* (1;6), *B* (2;12) lập thành một tam giác không suy biến.

   f) $(2m+1)x+(1-2m)x=6m^3$.

   g) $(2m-1)x+(2m+1)y>4m^2$.

   h) $\left(\frac{x-3}{y-4}\right)^3=5.\left(\frac{3-y}{x-4}\right)^2$.

Bài toán 108. Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x-my=4-3m,\\ mx+2y=8m+6.\end{cases}$ $\left(x;y;m\in\mathbb{R}\right)$ (I); *m* là tham số.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m=4$.
2. Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số *m*.
3. Chứng minh rằng hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) với mọi giá trị của *m*. Giả sử $\left(x_0;y_0\right)$ là một nghiệm của hệ.

   a) Chứng minh đẳng thức $\left(x_0-5\right)^2+\left(y_0-3\right)^2=36$.

   b) Điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.

4. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số *m* để hệ có nghiệm (*x*;*y*) đều là số nguyên dương.
5. Tìm tất cả các giá trị của tham số *m* để hệ có nghiệm duy nhất (*x*;*y*) sao cho

   a) $x=9y$.

   b) $x+y=11,8$.

   c) Điểm *M* (*x*;*y*) có tung độ độ nhỏ hơn 6,4.

   d) Điểm *M* (*x*;*y*) cách đều hai trục tọa độ.

   e) Điểm *M* (*x*;*y*) và hai điểm *A* (1;2), *B* (2;4) lập thành một tam giác không suy biến.

   f) $(m+2)x+(2-m)y=6(m+2)^2$.

   g) $(m+2)x+(2-m)y>19$.

   h) $(m-2)x+(m+2)y=4m^3+2$.

   i) $\left(\frac{x-2}{y-3}\right)^3=2016.\left(\frac{3-y}{x-8}\right)^2$.

-------------HẾT-------------