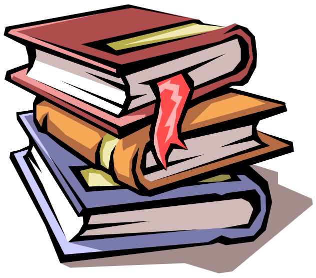
Tailieumontoan

Điện thoại (Zalo) 039.373.2038



20 ĐỀ THI GIỮA KÌ II MÔN TOÁN LỚP 9 CÁC TRƯỜNG HÀ NỘI

Tài liệu sưu tầm, ngày 8 tháng 12 năm 2020

TRƯỜNG THCS DỊCH VỌNG
Năm học: 2017 – 2018

Đề số 1

ĐỀ KHẢO SÁT GIỮA HỌC KÌ II
MÔN: TOÁN 9
Thời gian: 90 phút

Bài 1: (2 điểm) Cho biểu thức: $P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{\sqrt{x}+1}+\frac{6\sqrt{x}-4}{1-x}$ với $x\geq 0; x\neq 1$

a) Rút gọn P
b) Tìm giá trị của x để $P=-1$
c) So sánh P với 1

Bài 2: (2 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời tử A đến B. Biết vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc của xe khách là 20 km/h. Do đó nó đến B trước xe khách 50 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100km.

Bài 3: (2 điểm) Cho hàm số $y=ax^2$ với $a\neq 0$ có đồ thị là parabol (P)

a) Xác định a để parabol (P) đi qua điểm $A(-1;1)$
b) Vẽ đồ thị hàm số $y=ax^2$ với a vừa tìm được ở câu trên.
c) Cho đường thẳng (d): $y=2x+3$. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) với hệ số a tìm được ở câu a.
d) Tính diện tích tam giác AOB với $A;B$ là giao điểm của (d) và (P).

Bài 4: (3,5 điểm) Cho đường thẳng d và đường tròn $(O;R)$ không có điểm chung. Kẻ OH vuông góc với đường thẳng d tại H. Lấy điểm M bất kì thuộc d. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn $(O;R)$. Nối AB cắt OH, OM lần lượt tại K và I.

a) Chứng minh 5 điểm M, H, A, O, B cùng thuộc một đường tròn
b) Chứng minh $OK.OH=OI.OM$
c) Chứng minh khi M di chuyển trên d thì đường thẳng AB đi qua một điểm cố định
d) Tìm vị trí của M để diện tích tam giác OIK đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5 (0,5 điểm): Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{x+3\sqrt{x-2}}{x+4\sqrt{x-2}+1}$

HƯỚNG DẪN

Bài 1: (2 điểm) Cho biểu thức: $P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{\sqrt{x}+1}+\frac{6\sqrt{x}-4}{1-x}$ với $x\ge 0; x\ne 1$

a) Rút gọn P
b) Tìm giá trị của x để $P=-1$
c) So sánh P với 1

Hướng dẫn

$a)\ P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{\sqrt{x}+1}+\frac{6\sqrt{x}-4}{1-x}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}+\frac{3\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}-\frac{6\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$

$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)+3\left(\sqrt{x}-1\right)-6\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}.$

$b)\ P=-1\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}=-1\Leftrightarrow\sqrt{x}-1=-\sqrt{x}-1\Leftrightarrow\sqrt{x}=0\Leftrightarrow x=0$ (thỏa mãn).

c) Ta có $P=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}=1-\frac{2}{\sqrt{x}+1}<0$ với mọi $x\ge 0; x\ne 1$.

Bài 2: (2 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời tử A đến B. Biết vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc của xe khách là 20 km/h. Do đó nó đến B trước xe khách 50 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100km.

Hướng dẫn

Đổi: 50 phút = $\frac{5}{6}$ giờ

Gọi vận tốc của xe khách và xe du lịch lần lượt là $x, y\left(km/h\right)\left(x, y>0\right)$.

Thời gian xe khách đi hết quảng đường AB là $\frac{100}{x}$ giờ

Thời gian xe du lịch đi hết quảng đường AB là $\frac{100}{y}$ giờ

Theo đề bài ta có: $\begin{cases} y-x=20\\ \frac{100}{x}-\frac{100}{y}=\frac{5}{6}\end{cases}$

$$\begin{cases} y-x=20 \\ 100.\dfrac{y-x}{xy}=\dfrac{5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-x=20 \\ xy=2400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x+20 \\ x(x+20)=2400 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=x+20 \\ (x-40)(x-60)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=40 \quad (TM) \Rightarrow y=6 \\ x=-60 \quad (KTM) \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc của xe khách và xe du lịch lần lượt là 40 km/h và 60 km/h.

Bài 3: (2 điểm) Cho hàm số $y=ax^2$ với $a\neq 0$ có đồ thị là parabol (P)

a) Xác định a để parabol (P) đi qua điểm $A(-1;1)$

b) Vẽ đồ thị hàm số $y=ax^2$ với a vừa tìm được ở câu trên.

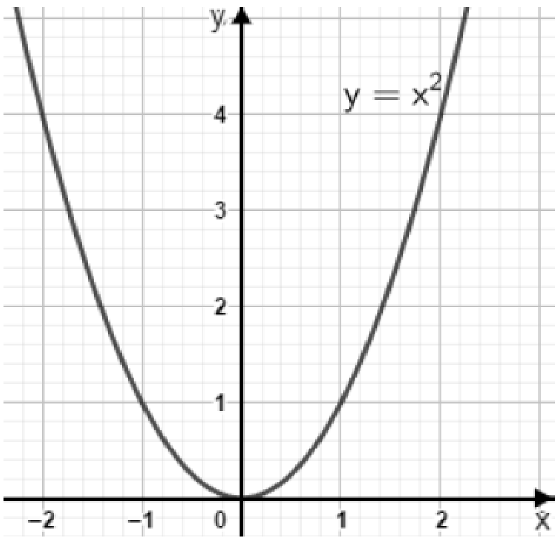
c) Cho đường thẳng (d): $y=2x+3$. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) với hệ số a tìm được ở câu a.

d) Tính diện tích tam giác AOB với $A;B$ là giao điểm của (d) và (P).

Hướng dẫn

a) Vì parabol (P) đi qua điểm $A(-1;1)$ nên thay $x=-1, y=1$ vào $(P): y=ax^2$, ta được: $1=(-1)^2.a \Leftrightarrow a=1$.

b) Với $a=1$, suy ra hàm số có dạng $y=x^2$.

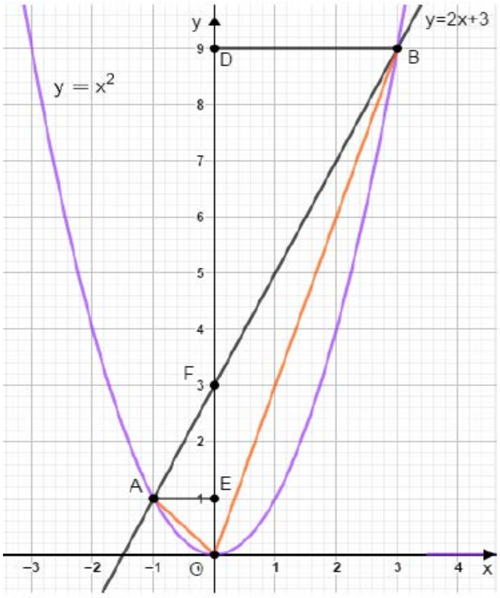


c) Phương trình hoành độ giao điểm giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2=2x+3 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow y=1 \\ x=3 \Rightarrow y=9 \end{array}\right..$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(-1;1),(3;9)$.

d)

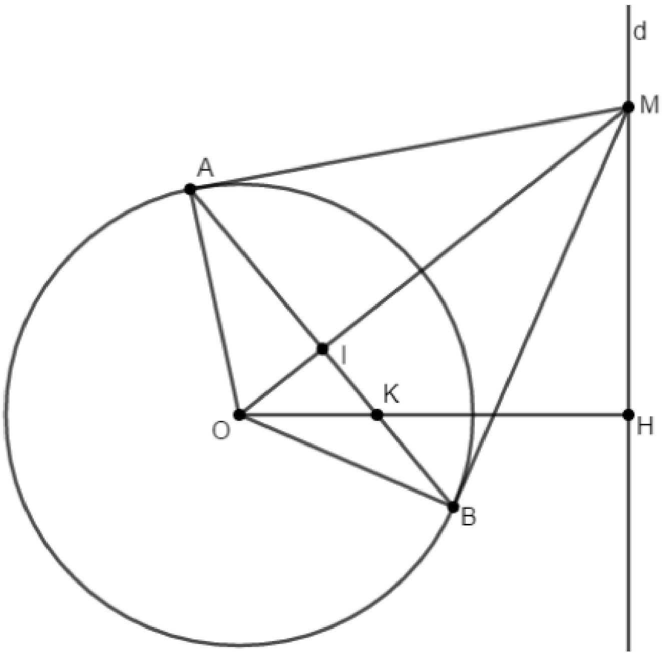


Ta có: $S_{\Delta OAB}=S_{\Delta OBF}+S_{\Delta FOA}=\frac{1}{2}.FO.DB+\frac{1}{2}.FO.AE=\frac{1}{2}.3.3+\frac{1}{2}.3.1=6$ (đvdt)

Bài 4: (3,5 điểm) Cho đường thẳng d và đường tròn $(O;R)$ không có điểm chung. Kẻ OH vuông góc với đường thẳng d tại H. Lấy điểm M bất kì thuộc d. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA,MB tới đường tròn $(O;R)$. Nối AB cắt OH,OM lần lượt tại K và I.

a) Chứng minh 5 điểm M,H,A,O,B cùng thuộc một đường tròn
b) Chứng minh $OK.OH=OI.OM$
c) Chứng minh khi M di chuyển trên d thì đường thẳng AB đi qua một điểm cố định
d) Tìm vị trí của M để diện tích tam giác OIK đạt giá trị lớn nhất.

Hướng dẫn



a) Ta có 5 điểm M, H, A, O, B cùng thuộc đường tròn đường kính OM.
b) Vì MA, MB là hai tiếp tuyến cắt nhau nên $OM \perp AB$ tại I.

Suy ra tứ giác MIKH nội tiếp.

Do đó $\Delta OIK \sim \Delta OHM\left(g-g\right)$.

Vậy $OK.OH = OI.OM$

c) Ta có $OK.OH = OI.OM \Leftrightarrow OK = \dfrac{OI.OM}{OH} = \dfrac{R^2}{OH}$ (do tam giác OBM vuông tại B, đường cao BI)

Vì OH cố định nên OK cố định.

Vậy K cố định hay khi M di chuyển trên d thì đường thẳng AB đi qua một điểm cố định.

d) Tìm vị trí của M để diện tích tam giác OIK đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $S_{\Delta OIK} = \dfrac{1}{2}.OI.IK \le \dfrac{1}{2}.\dfrac{OI^2+IK^2}{2} = \dfrac{1}{4}OK^2$.

Do OK cố định nên diện tích tam giác IOK đạt giá trị lớn là $\dfrac{1}{4}OK^2$, xảy ra khi $OI = OK$.

Khi đó tam giác OIK vuông cân tại I. Suy ra $\angle KOI = 45^o$, do đó tam giác OHM vuông cân tại $H \Rightarrow MH = MO$. Vậy điểm M thuộc đường thẳng d và thỏa mãn MH = HO thì diện tích tam giác OIK lớn nhất.

Bài 5 (0,5 điểm): Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \dfrac{x+3\sqrt{x-2}}{x+4\sqrt{x-2}+1}$

Hướng dẫn

Đặt : $\sqrt{x-2} = t \ge 0, \forall x \Rightarrow x-2 = t^2 \Rightarrow x = t^2+2$. Thay vào A ta được:

$$A = \frac{t^2+3t+2}{t^2+4t+3} = \frac{\left(t+1\right)\left(t+2\right)}{\left(t+1\right)\left(t+3\right)} = \frac{t+2}{t+3} = 1-\frac{1}{t+3} \ge 1-\frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $t = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $\dfrac{2}{3}$, xảy ra khi $x = 2$.

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN HÀ ĐÔNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG GIỮA KÌ II
Năm học: 2018 – 2019
Môn: Toán 9

Đề số 2

Thời gian làm bài: 60 phút *(Không kể thời gian giao đề)*
(Đề gồm có 01 trang)

Bài 1. *(2,5 điểm)*

Cho Parabol (P): $y=-x^2$ và đường thẳng (d): $y=2x-3$

a. Vẽ Parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
b. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

Bài 2. *(2,5 điểm)* Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai tổ sản xuất cùng nhận chung một đơn hàng, nếu hai tổ cùng làm thì sau 15 ngày sẽ xong. Tuy nhiên, sau khi cùng làm được 6 ngày thì tổ I có việc bận phải chuyển công tác khác, do đó tổ II làm một mình 24 ngày nữa thì hoàn thành đơn hàng. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi tổ làm xong trong bao nhiêu ngày?

Bai 3. *(4,0 điểm)*

Cho (O; R). MN là dây không đi qua tâm. C, D là hai điểm bất kì thuộc dây MN (C, D không trùng với M, N). A là điểm chính giữa của cung nhỏ MN. Các đường thẳng AC và AD lần lượt cắt (O) tại điểm thứ hai là E, F.

a. Chừng minh $\widehat{ACD}=\widehat{AFE}$ và tứ giác CDEF nội tiếp.
b. Chứng minh $AM^2 = AC.AE$
c. Kẻ đường kính AB. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MCE. Chứng minh M, I, B thẳng hàng.

Bài 4. *(1,0 điểm)*

Với x, y, z là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức $xy+yz+zx=5$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{3x+3y+2z}{\sqrt{6\left(x^2+5\right)}+\sqrt{6\left(y^2+5\right)}+\sqrt{z^2+5}}$

---HẾT---

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

HƯỚNG DẪN

Bài 1. *(2,5 điểm)*

Cho Parabol (P): $y=-x^2$ và đường thẳng (d): $y=2x-3$

a. Vẽ Parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
b. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

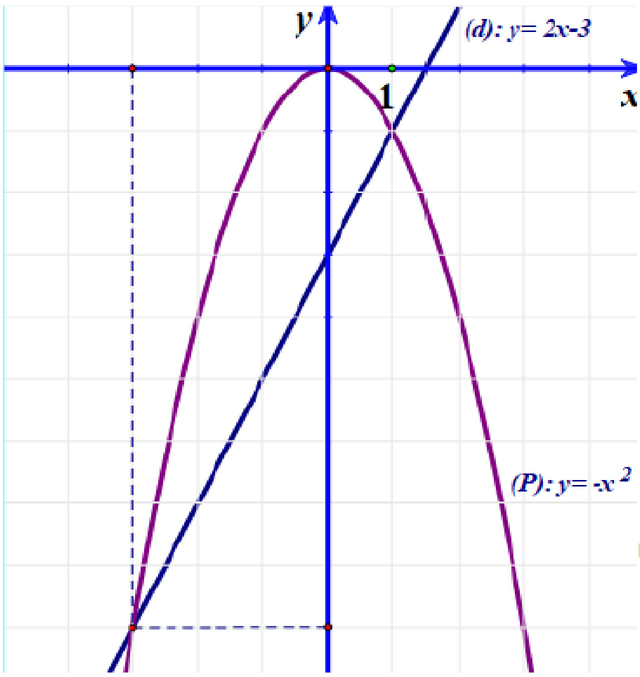
Hướng dẫn

a) Vẽ Parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$(P): y=-x^2$	-4	1	0	1	-4

x	0	$\frac{3}{2}$
$(d): y=2x-3$	-3	0



b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$-x^2=2x-3 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1, y=1 \\ x=-3, y=9 \end{array}\right. \quad \left(do \quad y=-x^2\right)$$

Vậy (P) và (d) cắt nhau $(1;1)$ và $(-3;9)$.

Bài 2. *(2,5 điểm)* Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai tổ sản xuất cùng nhận chung một đơn hàng, nếu hai tổ cùng làm thì sau 15 ngày sẽ xong. Tuy nhiên, sau khi cùng làm được 6 ngày thì tổ I có việc bận phải chuyển công tác khác, do đó tổ II làm một mình 24 ngày nữa thì hoàn thành đơn hàng. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi tổ làm xong trong bao nhiêu ngày?

Hướng dẫn

Gọi x, y (ngày) lần lượt là số ngày tổ 1, tổ 2 làm xong công việc, điều kiện $x, y \in N^*$.

Số phần công việc làm trong 1 ngày của tổ 1, tổ 2 lần lượt là $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$.

Hai tổ cùng nhau làm sau 15 ngày thì xong công việc, ta có: $15\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=1$

Hai tổ cùng nhau làm sau 6 ngày thì tổ 1 chuyển đi và tổ II làm một mình thêm 24 ngày nữa thì xong công việc, ta có Hai tổ cùng nhau làm sau 15 ngày thì xong công việc, ta có: $6\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+\frac{24}{y}=1$

Giải hệ: (x,y thỏa điều kiện).

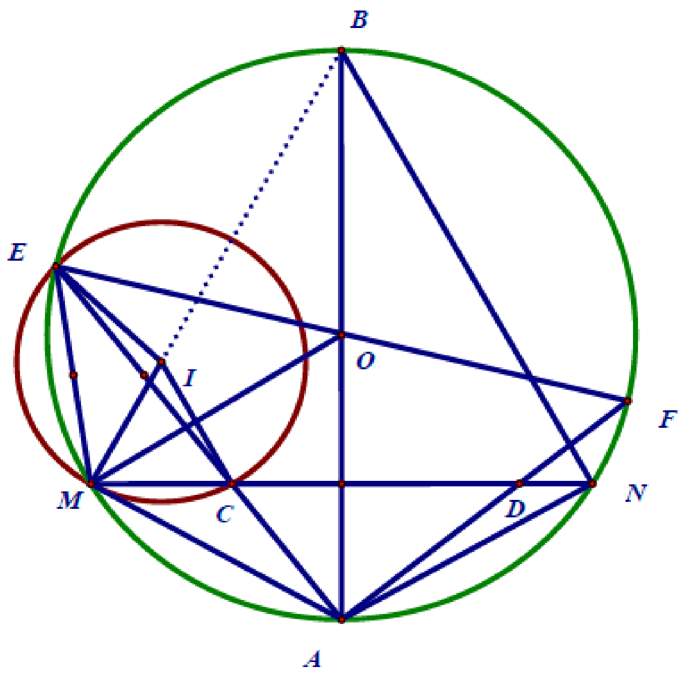
Vậy tổ 1, tổ 2 lần lượt làm xong công việc trong 24 ngày, 40 ngày.

Bài 3. *(4,0 điểm)*

Cho (O; R). MN là dây không đi qua tâm. C, D là hai điểm bất kì thuộc dây MN (C, D không trùng với M, N). A là điểm chính giữa của cung nhỏ MN. Các đường thẳng AC và AD lần lượt cắt (O) tại điểm thứ hai là E, F.

a. Chừng minh $\widehat{ACD} = \widehat{AFE}$ và tứ giác CDEF nội tiếp.
b. Chứng minh $AM^2 = AC.AE$
c. Kẻ đường kính AB. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MCE. Chứng minh M, I, B thẳng hàng.

Hướng dẫn



a) Chừng minh $\widehat{ACD} = \widehat{AFE}$ và tứ giác CDEF nội tiếp.

Có $ACD = \frac{1}{2} sd\left(AN + ME\right) = \frac{1}{2} sd\left(AM + ME\right) = \frac{1}{2} sd\ AE$

Mà $AFE = \frac{1}{2} sd\ AE \Rightarrow \angle ACD = \angle AFE$

$\Rightarrow CDEF$ nội tiếp (do có góc ngoài bằng góc đối trong)

b) Chứng minh AM^2 = AC.AE

ΔAMC và ΔAEM có

$\angle MAC = \angle EAM$ (góc chung), $\angle AMC = \angle AEM$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau).

$\Rightarrow \Delta AMC \sim \Delta AEM \Rightarrow \frac{AM}{AE} = \frac{AC}{AM} \Rightarrow AM^2 = AC.AE$

c) Kẻ đường kính AB. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MCE. Chứng minh M, I, B thẳng hàng.

Có I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta MEC \Rightarrow IM = IE = IC$

Có $\angle AMB = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Có $2\angle IMC = 180^o - \angle MIC = 180^o - 2\angle MEC$ (do $\angle MIC = 2\angle MEC$),

Mà $\angle CMA = \angle MEC \Rightarrow 2\angle IMC + 2\angle CMA = 180^o \Rightarrow \angle IMC + \angle CMA = 90^o$.

$\Rightarrow IM \perp MA$ tại M, mà $BM \perp MA$ tại M.

Suy ra M, I, B thẳng hàng.

Bài 4. *(1,0 điểm)*

Với x, y, z là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức $xy+yz+zx=5$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{3x+3y+2z}{\sqrt{6\left(x^2+5\right)}+\sqrt{6\left(y^2+5\right)}+\sqrt{z^2+5}}$

Hướng dẫn

$$P=\frac{3x+3y+2z}{\sqrt{6\left(x^2+5\right)}+\sqrt{6\left(y^2+5\right)}+\sqrt{z^2+5}}$$
$$=\frac{3x+3y+2z}{\sqrt{6\left(x^2+xy+yz+zx\right)}+\sqrt{6\left(y^2+xy+yz+zx\right)}+\sqrt{z^2+xy+yz+zx}}$$
$$=\frac{3x+3y+2z}{\sqrt{6(x+y)(x+z)}+\sqrt{6(x+y)(y+z)}+\sqrt{(z+x)(y+z)}}$$

Ta có:

$$\sqrt{6(x+y)(x+z)}=\sqrt{3(x+y).2(x+z)}\le\frac{1}{2}(5x+3y+2z).$$
$$\sqrt{6(x+y)(y+z)}=\sqrt{3(x+y).2(y+z)}\le\frac{1}{2}(3x+5y+2z).$$
$$\sqrt{(z+x)(y+z)}\le\frac{1}{2}(x+y+2z)$$
$$\Rightarrow P\ge\frac{2(3x+3y+2z)}{9x+9y+6z}=\frac{2}{3}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}3(x+y)=2(x+z)=2(y+z)\\ z+x=y+z\\ xy+yz+zx=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y\\ 2x=z\\ xy+yz+zx=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y=1\\ z=2\end{cases}$

(do x, y, z là các số thực dương).

Vậy $MinP=\dfrac{2}{3}$ khi x = y = 1, z = 2.

UBND QUẬN BẮC TỪ LIÊM
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
Đề số 3

ĐỀ KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG GIỮA HỌC KỲ II
NĂM HỌC 2017 – 2018
MÔN: TOÁN 9
Thời gian làm bài: 120 phút
(Đề kiểm tra gồm: 01 trang)

Bài 1 (2,0 điểm) Cho hai biểu thức A = $\frac{1}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+11}{x-9}$ và B = $\frac{\sqrt{x}-3}{2}$ với $x \ge 0, x \ne 9$

Tính giá trị của biểu thức B khi $x = \frac{9}{16}$

1) Rút gọn biểu thức $M = A.B$
2) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức M

Bài 2 (2,0 điểm) ***Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:***

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 12 giờ sẽ đầy bể. Nếu mở vòi I chảy trong 4 giờ rồi khóa lại và mở tiếp vòi II chảy trong 3 giờ thì được $\frac{3}{10}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Bài 3 (2,0 điểm).

1) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x+my=2 \\ 2x+4y=3 \end{cases}$
   a) Giải hệ phương trình khi $m=3$
   b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x;y) thỏa mãn điều kiện x và y là hai số đối nhau.
2) Cho hàm số y = - x^2 có đồ thị là parabol (P) và hàm số y = x – 2 có đồ thị là đường thẳng (d). Gọi A và B là giao điểm của (d) với (P). Tính diện tích tam giác OAB.

Bài 4 (3,5 điểm). Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB và K là điểm chính giữa cung AB. Trên cung KB lấy một điểm M (khác K, B). Trên tia AM lấy điểm N sao cho AN = BM. Kẻ dây BP // KM. Gọi Q là giao điểm của các đường thẳng AP và BM; E là giao điểm của PB và AM.

1) Chứng minh rằng: Tứ giác PQME nội tiếp đường tròn
2) Chứng minh: ΔAKN = ΔBKM
3) Chứng minh: AM.BE = AN.AQ
4) Gọi R, S lần lượt là giao điểm thứ hai của QA, QB với đường tròn ngoại tiếp tam giác OMP. Chứng minh rằng khi M di động trên cung KB thì trung điểm I của RS luôn nằm trên một đường cố định

Bài 5 (0,5 điểm) Cho $x>0$, tìm GTNN của biểu thức $A = x^2+3x+\frac{1}{x}$

HƯỚNG DẪN

Bài 1 (2,0 điểm) Cho hai biểu thức A = $\frac{1}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+11}{x-9}$ và B = $\frac{\sqrt{x}-3}{2}$ với $x\ge 0, x\ne 9$

1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x=\frac{9}{16}$
2) Rút gọn biểu thức M = A.B
3) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức M

Hướng dẫn

1) Thay (thỏa mãn điều kiện) vào B ta được: $B=\frac{\sqrt{\frac{9}{16}}-3}{2}=\frac{\frac{3}{4}-3}{2}=\frac{\frac{3-12}{4}}{2}=\frac{-9}{8}$
2) Ta có:

$$M = A.B=\left(\frac{1}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+11}{x-9}\right).\frac{\sqrt{x}-3}{2}$$

$$=\left(\frac{\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}+\frac{\sqrt{x}+11}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}\right).\frac{\sqrt{x}-3}{2}=\frac{2\sqrt{x}+14}{\left(\sqrt{x}+3\right).2}=\frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}+3}$$

3) $M=\frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}+3}=1+\frac{4}{\sqrt{x}+3}$

Vì $\sqrt{x}\ge 0$ nên $\sqrt{x}+3\ge 3$ suy ra $\frac{4}{\sqrt{x}+3}\le\frac{4}{3}\Leftrightarrow 1+\frac{4}{\sqrt{x}+3}\le 1+\frac{4}{3}\Leftrightarrow M\le\frac{7}{3}$

Vậy $MaxM=\frac{7}{3}\Leftrightarrow x=0$

Bài 2 (2,0 điểm) ***Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:***

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 12 giờ sẽ đầy bể. Nếu mở vòi I chảy trong 4 giờ rồi khóa lại và mở tiếp vòi II chảy trong 3 giờ thì được $\frac{3}{10}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Hướng dẫn

Gọi x và y là thời gian vòi I và vòi II chảy một mình đầy bể là $(x, y>12)$, giờ 1 giờ vòi I chảy được: $\frac{1}{x}$ (bể); 1 giờ vòi II chảy được: $\frac{1}{y}$ (bể), 1 giờ cả 2 vòi chảy được: $\frac{1}{12}$ (bể)

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12}$

4 giờ vòi I chảy được $\frac{4}{x}$ (bể); 3 giờ vòi II chảy được $\frac{3}{y}$ (bể) nên ta có: $\frac{4}{x}+\frac{3}{y}=\frac{3}{10}$

Ta có hệ: $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12} \\ \dfrac{4}{x}+\dfrac{3}{y}=\dfrac{3}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{3}{x}-\dfrac{3}{y}=\dfrac{-1}{4} & (1) \\ \dfrac{4}{x}+\dfrac{3}{y}=\dfrac{3}{10} & (2) \end{cases}$

(1) + (2) ta được: $\dfrac{1}{x}=\dfrac{-1}{4}+\dfrac{3}{10}=\dfrac{1}{20}$ nên $\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12}-\dfrac{1}{20}=\dfrac{1}{30}$ nên $x=20; y=30$

Vậy: Vòi I chảy một mình đầy bể là 20 (giờ), vòi II chảy một đầy bể là 30 (giờ)

Bài 3 (2,0 điểm).

1) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x+my=2 \\ 2x+4y=3 \end{cases}$

c) Giải hệ phương trình khi m = 3

d) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x;y) thỏa mãn điều kiện x và y là hai số đối nhau.

2) Cho hàm số y = - x^2 có đồ thị là parabol (P) và hàm số y = x – 2 có đồ thị là đường thẳng (d). Gọi A và B là giao điểm của (d) với (P). Tính diện tích tam giác OAB.

Hướng dẫn

1)

a) Thay m = 3 vào hệ ta được:

$$\begin{cases} x+3y=2 \\ 2x+4y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x-6y=-4 \\ 2x+4y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x=-1 \\ x+3y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ y=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Nên hệ có nghiệm (1, 2)

b) $\begin{cases} x+my=2 \\ 2x+4y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2my=4 \\ 2x+4y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-4)y=1 \\ x+my=2 \end{cases}$

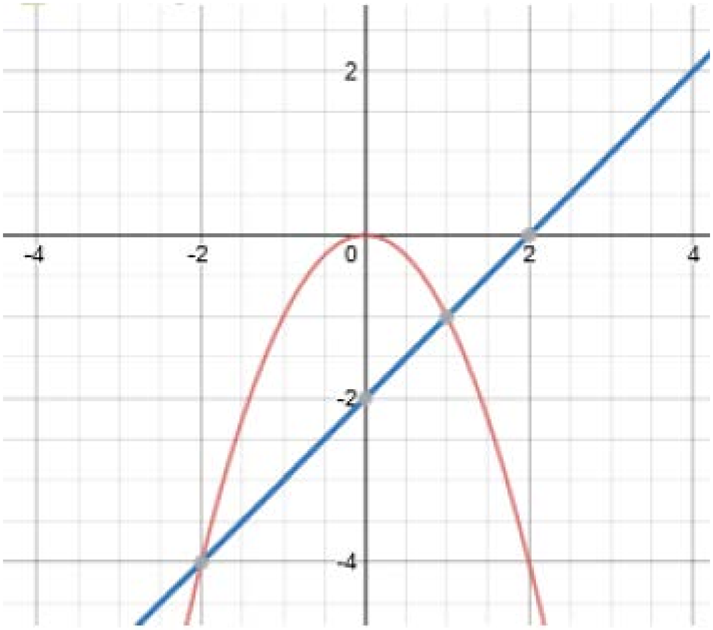
Để hệ có nghiệm duy nhất thì $2m-4\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 2$ (1) khi đó hệ phương trình có nghiệm:

$$\begin{cases} y=\dfrac{1}{2m-4} \\ x=2-\dfrac{m}{2m-4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3m-8}{2m-4} \\ y=\dfrac{1}{2m-4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-4)y=1 \\ x+my=2 \end{cases}$$

x và y là hai số đối nhau nên $\begin{cases} y=\dfrac{1}{2m-4} \\ x=2-\dfrac{m}{2m-4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3m-8}{2m-4} \\ y=\dfrac{1}{2m-4} \end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $m = \frac{7}{3}$

2)



PT hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$-x^2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = -1 \\ x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = -4 \end{array}\right. (do\ a + b + c = 0)$$

Nên $A(-2;-4), B(1;-1)$

Gọi C giao điểm của (d) và trục Oy, ta có $C(0;-2)$

$$S_{AOB} = S_{OBC} + S_{AOC} = \frac{BH.OC}{2} + \frac{AK.OC}{2} = \frac{|x_B|.|-2|}{2}$$

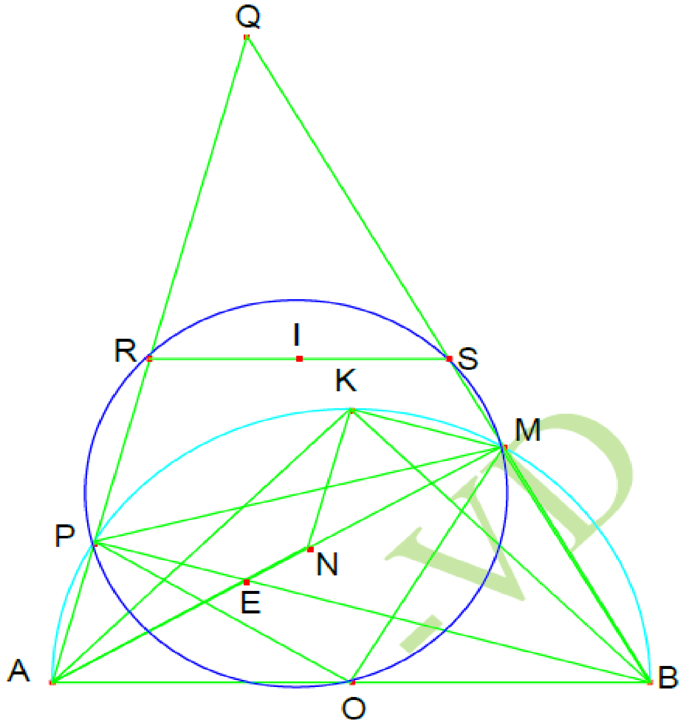
$$S_{AOB} = \frac{|1|.|-2|}{2} + \frac{|-2|.|-2|}{2} = 3$$

Bài 4 (3,5 điểm). Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB và K là điểm chính giữa cung AB. Trên cung KB lấy một điểm M (khác K, B). Trên tia AM lấy điểm N sao cho AN = BM. Kẻ dây BP // KM. Gọi Q là giao điểm của các đường thẳng AP và BM; E là giao điểm của PB và AM.

1) Chứng minh rằng: Tứ giác PQME nội tiếp đường tròn
2) Chứng minh: $\Delta AKN = \Delta BKM$
3) Chứng minh: AM.BE = AN.AQ

4) Gọi R, S lần lượt là giao điểm thứ hai của QA, QB với đường tròn ngoại tiếp tam giác OMP. Chứng minh rằng khi M di động trên cung KB thì trung điểm I của RS luôn nằm trên một đường cố định.

Hướng dẫn



1) Chứng minh rằng: Tứ giác PQME nội tiếp đường tròn

Xét (O), đường kính AB có:

$\angle APB = 90^o, \angle AMB = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Nên $\angle QPB = 90^o; \angle QMA = 90^o$ (kề bù)

Suy ra: $\angle QPE + \angle QME = 180^o$ nên tứ giác PQME nội tiếp đường tròn

2) Chứng minh: ΔAKN = ΔBKM

K là điểm chính giữa cung AB nên $sd\ KA = sd\ KB \Rightarrow AK = KB$ (liên hệ giữa cung và dây)

Xét ΔAKN và ΔBKM ta có:

$AK = KB$ (chứng minh trên);

$\angle KAN = \angle KBM$ (chắn cung KM);

$AN = BM$ (gt)

Nên ΔAKN = ΔBKM

3) Chứng minh: AM.BE = AN.AQ

$\Delta AMQ \sim \Delta BME$ (g – g)

Suy ra: $\dfrac{AM}{BM} = \dfrac{AQ}{EB}$

mà $AN = BM$ (gt) nên $AM.BE = AN.AQ$

4) Gọi R, S lần lượt là giao điểm thứ hai của QA, QB với đường tròn ngoại tiếp tam giác OMP. Chứng minh rằng khi M di động trên cung KB thì trung điểm I của RS luôn nằm trên một đường cố định.

ΔOPM vuông cân tại O nên sđ PM = 90^o

ΔPQB vuông cân nên $\angle Q = 45^o$

Mà $\angle OSB = \angle OPM = 45^o \Rightarrow \angle Q = \angle OSB = 45^o \Rightarrow SO//QA$ hay $SO//AR$ $\quad(1)$

Ta có: $\angle QRS = \angle SMP$ (tứ tiếp PRSM nội tiếp)

$\Rightarrow \angle QRS = \angle QAB \Rightarrow RS//AB \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra: tứ giác ARSO là hình bình hành.

Lấy điểm I,C, D lần lượt là trung điểm của RS, AO và OB như vậy C, D là các điểm cố định.

Chứng minh dễ dàng các tứ giác ARIC, BSID là các hình bình hành

$\Rightarrow \angle AQB = \angle CID = 45^o$ I luôn nhìn CD cố định dưới góc $45^o \Rightarrow I$ nằm trên cung chứa góc 45^o vẽ trên đoạn CD cố định. Vậy điểm I nằm trên cung tròn cố định (đpcm)

Bài 5 (0,5 điểm) Cho x > 0, tìm GTNN của biểu thức A = $x^2+3x+\frac{1}{x}$

Hướng dẫn

Ta có: $A = x^2+3x+\frac{1}{x} = \left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)+\left(4x+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{4} = \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(4x+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{4}$

Ta thấy: $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$, dấu "=" xảy ra khi $x=\frac{1}{2}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si cho hai số dương: $4x+\frac{1}{x} \geq 4$

Dấu "=" xảy ra khi $4x=\frac{1}{x}=2 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$. Nên $A \geq \frac{15}{4}$, dấu "=" xảy ra khi $x=\frac{1}{2}$

Vậy: $Min\, y = \frac{15}{4}$ khi $x=\frac{1}{2}$

PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
QUẬN TÂY HỒ

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
Năm học 2018 - 2019

MÔN TOÁN LỚP 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. ***(2,0 điểm)***

1) Tính giá trị biểu thức A = $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ khi x = 9

2) Rút gọn biểu thức B = $\frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{1-\sqrt{x}}+\frac{8}{x-1}$ với $x \ge 0, x \ne 1$

3) Tìm x để P = A.B có giá trị nguyên

Câu 2. ***(2,0 điểm)*** Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ x+2y=4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2\sqrt{x+1}-3\sqrt{y-2}=5 \\ 4\sqrt{x+1}+\sqrt{y-2}=17 \end{cases}$

Câu 3. ***(2,0 điểm)*** Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Hai vòi nước cùng chảy vào bể không có nước thì sau 12 giờ đầy bể. Nếu người ta mở cả hai vòi chảy trong 4 giờ rồi khóa vòi hai lại và để vòi một chảy tiếp 14 giờ nữa thì mới đầy bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Câu 4 ***(3,5 điểm).*** Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng d không có điểm chung với đường tròn. Từ điểm M thuộc đường thẳng d kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn. Hạ OH vuông góc với đường thẳng d tại H. Nối AB cắt OH tại K, cắt OM tại I. Tia OM cắt đường tròn (O; R) tại E.

a) Chứng minh AOBM là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh OI.OM = OK.OH

c) Chứng minh E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB

d) Tìm vị trí của M trên đường thẳng d để diện tích tam giác OIK có giá trị lớn nhất.

Câu 5 ***(0,5 điểm)***. Cho hai số dương x, y thỏa mãn x + y = 1

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A = $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(y+\frac{1}{y}\right)^2$

TRƯỜNG THCS LÊ QUÝ ĐÔN **ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II**

Đề số 5 **MÔN: TOÁN LỚP 9**

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2 điểm). Giải hệ phương trình:

a) $\begin{cases} 2x-5y=-1 \\ 5x-6y=4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x}{x-2}+\dfrac{1}{y+1}=3 \\ \dfrac{4}{x-2}-\dfrac{3}{y+1}=1 \end{cases}$

Bài 2 (2 điểm). ***Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc lập hệ phương trình.***

Theo kế hoạch hai tổ được giao sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian đã định. Do cải tiến kỹ thuật nên tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch 18% và tổ II sản xuất vượt mức kế hoạch 21%. Vì vậy trong cùng thời gian quy định hai tổ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Tính số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch.

Bài 3 (2 điểm)

a) Vẽ parabol (P): $2x^2$
b) Viết phương trình đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm A và B có hoành độ lần lượt là – 1 và 2

Bài 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn (O; R). Từ điểm A nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là hai tiếp điểm). Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt (O) tại D (D khác B), đường thẳng AD cắt (O) tại E (E khác D).

a) Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp
b) Chứng minh AE.AD = AB^2
c) Chứng minh góc CEA = góc BEC
d) Giả sử OA = 3R. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD theo R.

Bài 5 (0,5 điểm) Giải phương trình:

$$x^2+2018\sqrt{2x^2+1}=x+1+2018\sqrt{x^2+x+2}$$

------Hết-----

HƯỚNG DẪN

Bài 1 (2 điểm). Giải hệ phương trình:

a) $\begin{cases} 2x-5y=-1 \\ 5x-6y=4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x}{x-2}+\dfrac{1}{y+1}=3 \\ \dfrac{4}{x-2}-\dfrac{3}{y+1}=1 \end{cases}$

Hướng dẫn

a) $\begin{cases} 2x-5y=-1 \\ 5x-6y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x-25y=-5 \\ 10x-12y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13y=13 \\ 2x-5y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x}{x-2}+\dfrac{1}{y+1}=3 \\ \dfrac{4}{x-2}-\dfrac{3}{y+1}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{x-2}+\dfrac{1}{y+1}=2 \\ \dfrac{4}{x-2}-\dfrac{3}{y+1}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{10}{x-2}=7 \\ \dfrac{5}{y+1}=\dfrac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{24}{7} \\ y=\dfrac{2}{3} \end{cases}$

Bài 2 (2 điểm). ***Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc lập hệ phương trình.***

Theo kế hoạch hai tổ được giao sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian đã định. Do cải tiến kỹ thuật nên tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch 18% và tổ II sản xuất vượt mức kế hoạch 21%. Vì vậy trong cùng thời gian quy định hai tổ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Tính số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch.

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm tổ I và tổ II được giao theo kế hoạch lần lượt là $x, y\left(x, y \in N^*; x, y < 600\right)$

Vì theo kế hoạch hai tổ được giao sản xuất 600 sản phẩm nên ta có $x+y=600 \quad (1)$

Vì tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch 18% nên số sản phẩm vượt mức của tổ I là: $0{,}18x$

Vì tổ II đã sản xuất vượt mức kế hoạch 21% nên số sản phẩm vượt mức của tổ II là: $0{,}21y$

Vì 2 tổ vượt mức 120 sản phẩm nên ta có phương trình: $0{,}18x+0{,}21y=120 \ (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} x+y=600 \\ 0{,}18x+0{,}21y=120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}03x=6 \\ x+y=600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=200 \\ y=400 \end{cases} (tm)$

Vậy số sản phẩm được giao của tổ I, II theo kế hoạch lần lượt là 200 sản phẩm và 400 sản phẩm.

Bài 3 (2 điểm)

a) Vẽ parabol (P): $2x^2$

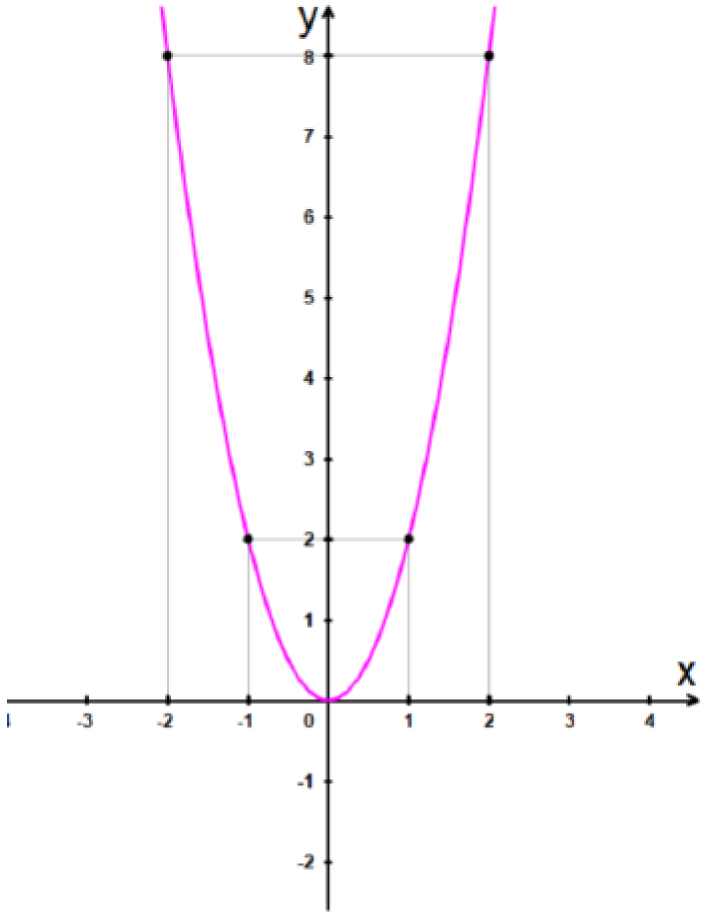
b) Viết phương trình đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm A và B có hoành độ lần lượt là – 1 và 2

Hướng dẫn

a) Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$(P): y = 2x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị:



b) Dựa vào bảng giá trị ta có $A(-1;2)$ và $B(2;8)$

Gọi $(d): y = ax + b\left(a \neq 0\right)$. Vì (d) đi qua $A(-1;2)$ và $B(2;8)$ nên ta có hệ

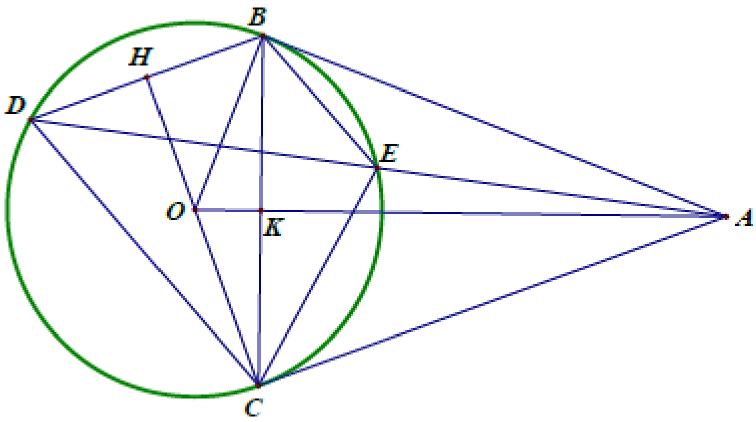
$$\begin{cases} -a + b = 2 \\ 2a + b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases}$$

Vậy $(d): y = 2x + 4$.

Bài 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn (O; R). Từ điểm A nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là hai tiếp điểm). Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt (O) tại D (D khác B), đường thẳng AD cắt (O) tại E (E khác D).

a) Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp
b) Chứng minh AE.AD = AB^2
c) Chứng minh góc CEA = góc BEC
d) Giả sử OA = 3R. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD theo R.

Hướng dẫn



a) Ta có: $\angle OBA + \angle OCA = 180^o$ nên tứ giác OBAC nội tiếp đường tròn
b) Xét ΔABE và ΔADB

$$\begin{cases} \angle EBA = \angle ADB \\ \angle DAB\ chung \end{cases} \Rightarrow \Delta ABE \sim \Delta ADB(g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow AE.AD = AB^2$$

c) Ta có

$\angle CEA = 180^o - \angle ECA - \angle EAC = 180^o - \angle CBE - \angle ADB = 180^o - \angle CBE - \angle BCE = \angle BEC$

d) Gọi K là giao điểm của OA, BC và H là giao điểm của CO, BD.
Ta có OA là đường trung trực BC nên $OA \perp CK$

Áp dụng hệ thức lượng cho ΔCAO ta có $OC^2 = OA.OK \Rightarrow OK = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3}$

Áp dụng định lý Pytago cho ΔCOK có:

$$CK = \sqrt{OC^2 - OK^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{3}\right)^2} = \frac{2R\sqrt{2}}{3} \Rightarrow BC = 2CK = \frac{4R\sqrt{2}}{3}$$

Vì BD//AC nên DC = BC. Khi đó CH là trung trực của DB.

Ta có: $\Delta CKO \sim \Delta CHB(g.g) \Rightarrow \frac{CK}{CH} = \frac{OC}{BC} \Rightarrow CH = \frac{CK.BC}{OC} = \frac{16R}{9}$

Vậy khoảng cách giữa AC, BD bằng $\frac{16R}{9}$.

Bài 5 (0,5 điểm) Giải phương trình:

$$x^2 + 2018\sqrt{2x^2+1} = x + 1 + 2018\sqrt{x^2+x+2}$$

Hướng dẫn

Điều kiện: $\forall x \in R$

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - x - 1 + 2018\left(\sqrt{2x^2+1} - \sqrt{x^2+x+2}\right) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 + 2008\frac{x^2 - x - 1}{\sqrt{2x^2+1} + \sqrt{x^2+x+2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2 - x - 1\right)\left(1 + \frac{2018}{\sqrt{2x^2+1} + \sqrt{x^2+x+2}}\right) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

HƯỚNG DẪN

Câu 1. ***(2,0 điểm)***

1) Tính giá trị biểu thức A = $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ khi x = 9

2) Rút gọn biểu thức B = $\frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{1-\sqrt{x}}+\frac{8}{x-1}$ với $x\ge 0, x\ne 1$

3) Tìm x để P = A.B có giá trị nguyên

Hướng dẫn

1) Tính giá trị biểu thức A = $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ khi x = 9

Điều kiện: $x\ge 0$.Ta có: $x=9$ (thỏa mãn)

Thay $x=9$ vào A: $\quad$ A $=\frac{\sqrt{9}-1}{\sqrt{9}+1}=\frac{1}{2}$.

Vậy $x=9$ thì giá trị của A bằng $\frac{1}{2}$.

2) Rút gọn biểu thức B = $\frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{1-\sqrt{x}}+\frac{8}{x-1}$ với $x\ge 0, x\ne 1$

$$B=\frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1}+\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{8}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-1\right)+\sqrt{x}+1+8}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{x+4\sqrt{x}-5+\sqrt{x}+1+8}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$=\frac{x+5\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+4\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$$

3) Tìm x để P = A.B có giá trị nguyên

Điều kiện: $x\ge 0; x\ne 1$

$$P=A.B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}.\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+1}=1+\frac{3}{\sqrt{x}+1}$$

Ta có: $x\ge 0, x\ne 1\Rightarrow \sqrt{x}+1\ge 1>0\Rightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+1}>0\Rightarrow 1+\frac{3}{\sqrt{x}+1}>1\Rightarrow P>1$

$$\sqrt{x}+1\ge 1>0\Rightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+1}\le 3\Rightarrow 1+\frac{3}{\sqrt{x}+1}\le 4\Rightarrow P\le 4$$

Vậy: $1 < P \le 4$. Do $P \in Z \Rightarrow P \in \{2;3;4\}$

TH1: $P = 2 \Rightarrow 1 + \dfrac{3}{\sqrt{x}+1} = 2 \Leftrightarrow \dfrac{3}{\sqrt{x}+1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4\ (t/m)$

TH2: $P = 3 \Rightarrow 1 + \dfrac{3}{\sqrt{x}+1} = 3 \Leftrightarrow \dfrac{3}{\sqrt{x}+1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{4}\ (t/m)$

TH3: $P = 4 \Rightarrow 1 + \dfrac{3}{\sqrt{x}+1} = 4 \Leftrightarrow \dfrac{3}{\sqrt{x}+1} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0\ (t/m)$

Vậy: $x \in \left\{0; 4; \dfrac{1}{4}\right\}$

Câu 2. ***(2,0 điểm)*** Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2\sqrt{x+1} - 3\sqrt{y-2} = 5 \\ 4\sqrt{x+1} + \sqrt{y-2} = 17 \end{cases}$

Hướng dẫn

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 10 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x;y) = (2;1)$

b) $\begin{cases} 2\sqrt{x+1} - 3\sqrt{y-2} = 5 \\ 4\sqrt{x+1} + \sqrt{y-2} = 17 \end{cases}$

Điều kiện: $x \ge -1; y \ge 2$

$$\begin{cases} 2\sqrt{x+1} - 3\sqrt{y-2} = 5 \\ 4\sqrt{x+1} + \sqrt{y-2} = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x+1} - 3\sqrt{y-2} = 5 \\ 12\sqrt{x+1} + 3\sqrt{y-2} = 51 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x+1} - 3\sqrt{y-2} = 5 \\ 14\sqrt{x+1} = 56 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x+1} - 3\sqrt{y-2} = 5 \\ \sqrt{x+1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2.4 - 3\sqrt{y-2} = 5 \\ \sqrt{x+1} = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y-2} = 1 \\ \sqrt{x+1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - 2 = 1 \\ x + 1 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 & (t/m) \\ x = 15 & (t/m) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x, y) = (15;3)$.

Câu 3. ***(2,0 điểm)*** Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Hai vòi nước cùng chảy vào bể không có nước thì sau 12 giờ đầy bể. Nếu người ta mở cả hai vòi chảy trong 4 giờ rồi khóa vòi hai lại và để vòi một chảy tiếp 14 giờ nữa thì mới đầy bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Hướng dẫn

Gọi thời gian vòi một và vòi hai chảy một mình đầy bể lần lượt là x, y (giờ) (x > 0, y > 0)

Mỗi giờ vòi một và vòi hai chảy được $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$ (bể)

Do cả hai vòi cùng chảy thì sau 12 giờ sẽ đầy bể nên ta có phương trình:
$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \quad (1)$

Vì mở cả hai vòi trong 4 giờ sau đó khóa vòi hai để vòi một chảy một mình tiếp 14 giờ đầy bể nên ta có phương trình: $\frac{1}{3} + 14\frac{1}{x} = 1 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{3} + 14.\frac{1}{x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 21 & (t/m) \\ y = 28 & (t/m) \end{cases}$

Vậy thời gian vòi một chảy một mình đầy bể là 21 giờ, vòi hai chảy một mình đầy bể là 28 giờ.

Câu 4 *(3,5 điểm).* Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng d không có điểm chung với đường tròn. Từ điểm M thuộc đường thẳng d kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn. Hạ OH vuông góc với đường thẳng d tại H. Nối AB cắt OH tại K, cắt OM tại I. Tia OM cắt đường tròn (O; R) tại E.

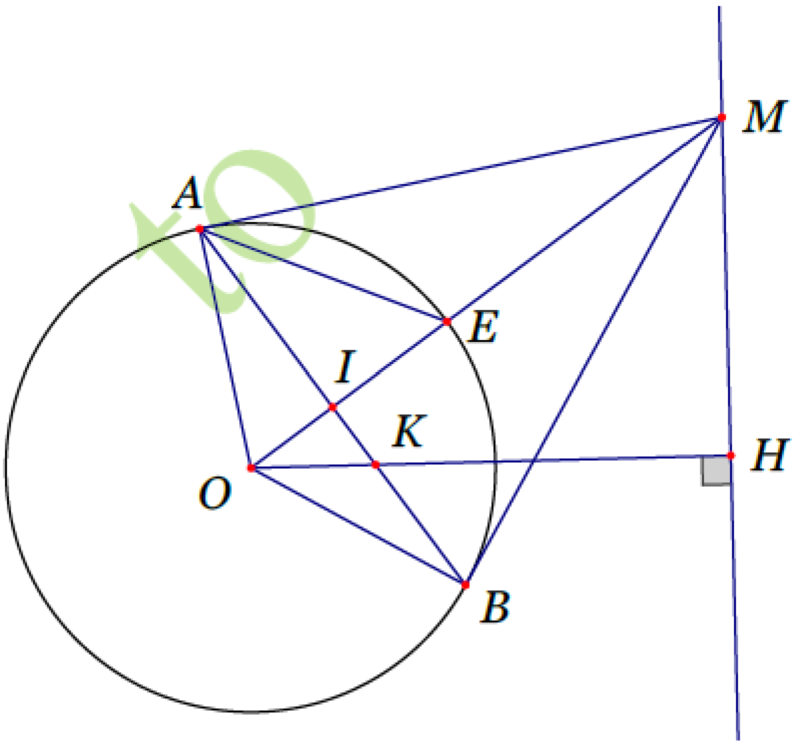
a) Chứng minh AOBM là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh OI.OM = OK.OH

c) Chứng minh E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB

d) Tìm vị trí của M trên đường thẳng d để diện tích tam giác OIK có giá trị lớn nhất.

Hướng dẫn



a) **Chứng minh AOBM là tứ giác nội tiếp**

Xét tứ giác AOBM có: $\angle MAO + \angle MBO = 180^o$

Mà hai hóc này ở vị tró đối nhay. Suy ra AOBM là tứ giác nội tiếp.

b) **Chứng minh OI.OM = OK.OH**

Ta có: $\Delta OIK \sim \Delta OHM\left(g-g\right)$

$\dfrac{OI}{OH} = \dfrac{OK}{OM} \Rightarrow OI.OM = OH.OK$ (đpcm)

c) **Chứng minh E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB**

- Xét (O) có $\angle AOE = \angle BOE$ (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Sđ cung AE = sđ cung BE $\Rightarrow \angle BAE = \angle MAE$

- Xét ΔABM có:

+) MO là phân giác thứ nhất (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau)

+) AE là phân giác thứ hai (cmt)

+) MO cắt AE tại E $\Rightarrow E$ là tâm đường tròn nội tiếp ΔAMB (đpcm)

d) Tìm vị trí của M trên đường thẳng d để diện tích tam giác OIK có giá trị lớn nhất.

Có: $OH.OK = OI.OM = OB^2 = R^2 \Rightarrow OH.OK = R^2 \Rightarrow OK = \dfrac{R^2}{OH}$

Mà OH không đổi, nên OK không đổi.

Ta có: $S_{OIK} = \frac{1}{2}OI.IK \le \frac{1}{4}\left(OI^2 + IK^2\right) = \frac{1}{4}OK^2 = const$

Để diện tích tam giác OIK đạt giá trị lớn nhất thì OI = IK. Khi đó: $1 = \frac{OI}{IK} = \frac{OH}{HM}$

Suy ra OH = HM.

Vậy điểm M nằm trên đường thẳng (d) sao cho OH = HM thì diện tích tam giác OIK đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5 ***(0,5 điểm)***. Cho hai số dương x, y thỏa mãn x + y = 1

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A = $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 + \left(y+\frac{1}{y}\right)^2$

Hướng dẫn

Ta có: $x + y \ge 2\sqrt{xy} \Rightarrow 0 < xy \le \frac{1}{4}$

$$A = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 + \left(y+\frac{1}{y}\right)^2 = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + 4 \ge 2xy + 2\frac{1}{xy} + 4 = 2\left(xy + \frac{1}{16xy} + \frac{15}{16xy}\right) + 4$$

$$\Rightarrow A \ge 2\left(2\sqrt{xy.\frac{1}{16xy}} + \frac{15}{16xy}\right) + 4 = 2\left(2.\frac{1}{4} + \frac{15}{16.\frac{1}{4}}\right) + 4 = \frac{25}{2}$$

Vậy $A_{min} = \frac{25}{2}$ khi $x = y = \frac{1}{2}$

PHÒNG GIÁO DỤC QUẬN BẮC TỪ LIÊM
TRƯỜNG THCS NEWTON
Đề số 6

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
Năm học: 2016 – 2017
Môn thi: Toán 9
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,5 điểm) Cho P = $\left(\frac{1}{x-\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\frac{\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}+1}$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tính giá trị của (P) biết $x=\frac{2}{2-\sqrt{3}}$

c) Tìm các giá trị của x để $P>\frac{1}{2}$

Câu 2. (1,5 điểm) Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 72m. Nếu tăng chiều rộng lên gấp đôi và chiều dài lên gấp ba thì chu vi của khu vườn mới là 194m. Hãy tìm chiều dài, chiều rộng của khu vườn đã cho lúc ban đầu.

Câu 3 (2 điểm) Cho hệ phương trình: $\begin{cases}3x-y=2m-1\\x+2y=3m+2\end{cases}$ (1)

a) Giải hệ phương trình đã cho khi m = 1

b) Tìm m để hệ (1) có cặp nghiệm (x;y) duy nhất thỏa mãn: $x^2 + y^2 = 5$

Câu 4 (1 điểm) Trong hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): y = (a – 2b)x + b. Tìm a, b để (d) đi qua A(1;2) và B(-4;-3).

Câu 5 (2,5 điểm). Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E trên cung nhỏ BC (E khác B và C), AE cắt CD tại F. Chứng minh:

a) BEFI là tứ giác nội tiếp đường tròn

b) IA.IB = IC.ID và AE.AF = AC^2

c) Khi E chạy trên cung nhỏ BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp ΔCEF luôn thuộc một đường thẳng cố định

Câu 6 (0,5 điểm). Cho a, b, c, d > 0. Chứng minh:

$$a+b+c+d+e\geq\sqrt{a}\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}+\sqrt{e}\right)$$

Lưu ý: Giám thị không giải thích gì thêm

HƯỚNG DẪN

Câu 1. (2,5 điểm) Cho P = $\left(\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\dfrac{\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}+1}$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tính giá trị của (P) biết $x=\dfrac{2}{2-\sqrt{3}}$

c) Tìm các giá trị của x để $P>\dfrac{1}{2}$

Hướng dẫn

a) ĐKXĐ: $x>0, x\neq 1$

$$P=\left(\frac{1}{x-\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\frac{\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}+1}$$

$$=\left(\frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}\right):\frac{\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}$$

$$=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}.\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}}=\frac{x-1}{x}$$

b) Ta có:

$x=\dfrac{2}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{2\left(2+\sqrt{3}\right)}{4-3}=4+2\sqrt{3}$ (thỏa mãn điều kiện)

Thay $x=4+2\sqrt{3}$ vào biểu thức P ta được

$$P=\frac{4+2\sqrt{3}-1}{4+2\sqrt{3}}=\frac{3+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy khi $x=\dfrac{2}{2-\sqrt{3}}$ thì $P=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

c) Để $P>\dfrac{1}{2}$ thì

$$\frac{x-1}{x}>\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{x-1}{x}-\frac{1}{2}>0\Leftrightarrow\frac{x-2}{2x}>0$$

Vì $x>0; x\neq 1$ nên $2x>0\Rightarrow x-2>0\Leftrightarrow x>2$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy với $x>2$ thì $P>\dfrac{1}{2}$

Câu 2. (1,5 điểm) Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 72m. Nếu tăng chiều rộng lên gấp đôi và chiều dài lên gấp ba thì chu vi của khu vườn mới là 194m. Hãy tìm chiều dài, chiều rộng của khu vườn đã cho lúc ban đầu.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài của khu vườn lúc đầu là $x(cm)$

Chiều rộng của khu vườn lúc đầu là $y(cm)\left(0<x;y<\dfrac{72}{2}\right)$

Vì chu vi khu vườn lúc đầu là 72 cm nên ta có phương trình:

$2(x+y)=72 \Leftrightarrow x+y=36 \quad (1)$

Chiều rộng sau khi tăng là: $2x(cm)$

Chiều dài sau khi tăng là: $3x(cm)$

Vì tăng chiều rộng lên gấp đôi và chiều dài lên gấp ba thì chu vi của khu vườn mới là 194 cm nên ta có phương trình: $2(3x+2y)=194 \Leftrightarrow 3x+2y=97 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=36 \\ 3x+2y=97 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=25 \\ y=11 \end{cases} \quad (TM)$

Vậy chiều dài và chiều rộng lúc đầu lần lượt là 25 cm; 11 cm.

Câu 3 (2 điểm) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x-y=2m-1 \\ x+2y=3m+2 \end{cases} \quad (1)$

a) Giải hệ phương trình đã cho khi m = 1
b) Tìm m để hệ (1) có cặp nghiệm (x;y) duy nhất thỏa mãn: $x^2 + y^2 = 5$

Hướng dẫn

a) Khi m = 1 ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x-y=1 \\ x+2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-2y=2 \\ x+2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=7 \\ y=\dfrac{5-x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có cặp nghiệm $(x;y)=(1;2)$.

b) Hệ đã cho tương đương với $\begin{cases} 6x-2y=4m-2 \\ x+2y=3m+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=m \\ y=m+1 \end{cases}$

$$x^2+y^2=5 \Leftrightarrow 2m^2+2m+1=5 \Leftrightarrow m^2+m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$$

Vậy có hai giá trị thỏa mãn là $m=1; m=-2$.

Câu 4 (1 điểm) Trong hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): y = (a – 2b)x + b. Tìm a, b để (d) đi qua A(1;2) và B(-4;-3).

Hướng dẫn

Đường thẳng (d) đi qua A(1; 2) nên ta có:

$$(a-2b).1+b=2 \Leftrightarrow a-2b+b=2 \Leftrightarrow a-b=2 \Rightarrow a=b+2 \qquad (1)$$

Đường thẳng (d) đi qua B(-4; -3) nên ta có:

$$(a-2b).(-4)+b=-3 \Leftrightarrow -4a+8b+b=-3 \Leftrightarrow -4a+9b=-3 \qquad (2)$$

Thay a = 2 + b vào phương trình (2) ta được:

$$-4(2+b)+9b=-3 \quad \Leftrightarrow -8-4b+9b=-3 \Leftrightarrow 5b=5 \Leftrightarrow b=1$$

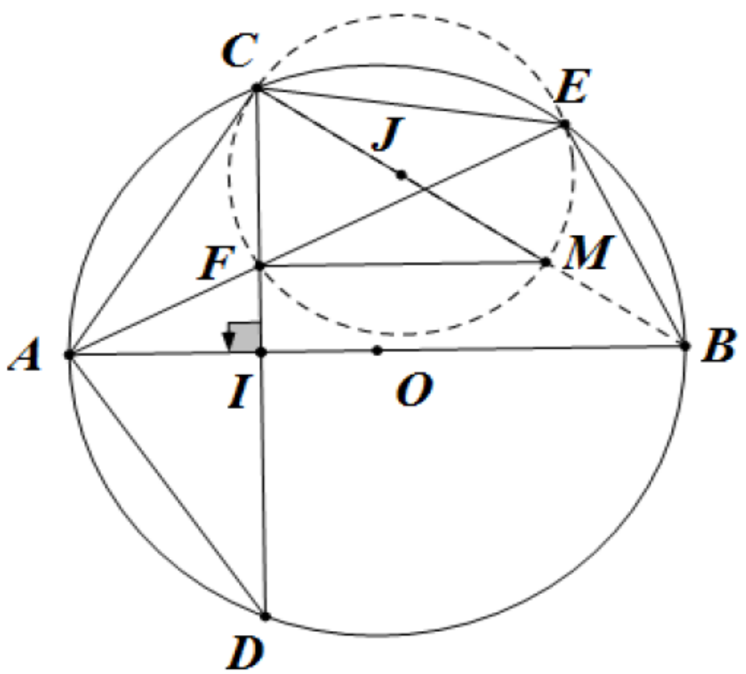
Thay b = 1 vào phương trình (1) ta được: $a=2+1=3$

Vậy $a=3, b=1.$

Câu 5 (2,5 điểm). Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E trên cung nhỏ BC (E khác B và C), AE cắt CD tại F. Chứng minh:

a) BEFI là tứ giác nội tiếp đường tròn
b) IA.IB = IC.ID và AE.AF = AC^2
c) Khi E chạy trên cung nhỏ BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp ΔCEF luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Hướng dẫn



a) Ta có $\angle AEB = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
Xét tứ giác BEFI có

$\angle FIB + \angle AEB = 180^o \Rightarrow$ BEFI là tứ giác nội tiếp

b) Xét ΔAID và ΔCIB có

$\angle AID = \angle CIB = 90^o; \angle DAI = \angle BCI$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung DB)

nên $\Delta AID \sim \Delta CIB(g.g) \Rightarrow \dfrac{AI}{CI} = \dfrac{ID}{IB} \Rightarrow IA.IB = IC.ID$

Chứng minh tương tự $\Delta AIF \sim \Delta AEB(g.g) \Rightarrow AE.AF = AI.AB$

Mà $\angle ACB = 90^o$ nên ΔACB vuông tại C có đường cao CI. Áp dụng hệ thức lượng ta có: $AI.AB = AC^2$

Do đó $AE.AF = AC^2$

c) Gọi M là giao điểm của đường tròn (J) ngoại tiếp tam giác CFE ta có

$\angle CMF = \angle CFE = \angle CBA$ (góc nội tiếp cùng chắn một cung)

$\Rightarrow FM // AB$ mà $AB \perp CI \Rightarrow FM \perp CI \Rightarrow \angle CFM = 90^o$ suy ra CM là đường kính (J) nên $J \in BC$ cố định

Câu 6 (0,5 điểm). Cho a, b, c, d > 0. Chứng minh:

$$a+b+c+d+e \ge \sqrt{a}\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}+\sqrt{e}\right)$$

Hướng dẫn

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si cho các số dương ta được:

$$\frac{a}{4}+b \ge 2\sqrt{\frac{ab}{4}} = \sqrt{ab}; \frac{a}{4}+c \ge 2\sqrt{\frac{ac}{4}} = \sqrt{ac}; \frac{a}{4}+d \ge 2\sqrt{\frac{ad}{4}}; \frac{a}{4}+e \ge 2\sqrt{\frac{ae}{4}} = \sqrt{ae}$$

Cộng từng vế các bất đẳng thức trên ta được:

$$a+b+c+d+e \ge \sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{ad}+\sqrt{ae} \Leftrightarrow a+b+c+d+e \ge \sqrt{a}\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}+\sqrt{e}\right)$$

Dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{a}{4} = b = c = d = e > 0$

TRƯỜNG THCS THÀNH CÔNG **NĂM HỌC 2018 – 2019**

Đề số 7 **ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II**

Môn: Toán 9 – Thời gian làm bài: 90 phút

I. PHẦN ĐẠI SỐ (10 ĐIỂM)

Bài 1. (2,5 điểm) Cho biểu thức A = $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{2}{\sqrt{x}+1}-\frac{2}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

và B = $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị biểu thức B khi $4x^2 + x - 5 = 0$

c) Tìm m để có giá trị x thỏa mãn 2A + mB = 0

Bài 2 (3 điểm) *Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình*

Hai ca nô cùng khởi hành từ hai bến A và B cách nhau 85km đi ngược chiều nhau thì sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc riêng của mỗi ca nô biết vận tốc riêng của ca nô đi xuôi lớn hơn vận tốc riêng của ca nô đi ngược là 9 km và vận tốc dòng nước là 3 km/h.

Bài 3 (2,5 điểm) Giải các phương trình sau:

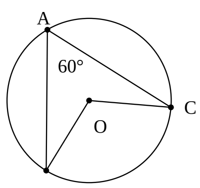
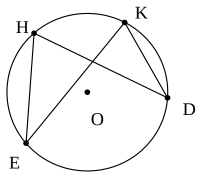
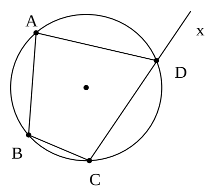
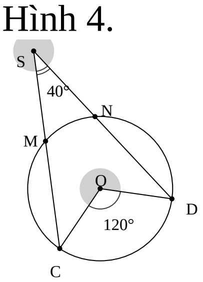
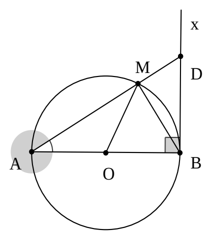
a) $2x^2 - 7x + 3 = 0$ b) $5x^2 + 2\sqrt{10}x + 2 = 0$

Bài 4 (2,0 điểm) Cho phương trình $m^2x^2 - 2(m + 1)x + 1 = 0$ (*) với m là tham số

a) Tìm giá trị của m để phương trình (*) có nghiệm bằng 2
b) Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.

B. PHẦN HÌNH HỌC (10 ĐIỂM)

Bài 1 (6 điểm) Cho các hình vẽ: (*Lưu ý: HS có thể không cần vẽ lại hình*)

Hình 1.	Hình 2.	Hình 3.	Hình 4.	Hình 5.
 a) Tính góc $\widehat{BOC}$ b) Tính diện	 So sánh hai góc $\widehat{HEK}$ & $\widehat{HDK}$	 So sánh hai góc $\widehat{ABC}; \widehat{ADx}$	 Tính số đo cung MN	 Chứng minh $\widehat{OMA} = \widehat{MBD}$

tích quạt tròn OBC biết OB = 5,1cm				

Bài 2 (4 điểm) Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với AB và cắt đường tròn (O) tại điểm C. Trên cung CB lấy một điểm M bất kì. Kẻ CH vuông góc với AM tại H. Gọi N là giao điểm của OH và MB.

a) Chứng minh tứ giác CHOA nội tiếp được
b) Chứng minh $\widehat{CAO} = \widehat{ONB} = 45^0$
c) OH cắt CB tại điểm I và MI cắt (O) tại điểm thứ 2 là D. Chứng minh CM//BD
d) Xác định vị trí của M để ba điểm D, H, B thẳng hàng. Khi đó tính độ dài cung MB theo R.

HƯỚNG DẪN

I. PHẦN ĐẠI SỐ (10 ĐIỂM)

Bài 1. (2,5 điểm) Cho biểu thức A = $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{2}{\sqrt{x}+1}-\frac{2}{x-1}$ với x ≥ 0; x ≠ 1

và B = $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ với x > 0

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị biểu thức B khi $4x^2 + x - 5 = 0$

c) Tìm m để có giá trị x thỏa mãn 2A + mB = 0

Hướng dẫn

$$a)\ A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{2}{\sqrt{x}+1}-\frac{2}{x-1}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)-2\left(\sqrt{x}-1\right)-2}{x-1}=\frac{x-\sqrt{x}}{x-1}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}.$$

$$b)\ 4x^2+x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\frac{5}{4} \end{array}\right.$$

+ Với x = 1, khi đó: $B=\frac{\sqrt{1}-1}{\sqrt{1}}=0$

+ Với $x=-\frac{5}{4}$, khi đó không thỏa mãn điều kiện.

Vậy giá trị của B khi $x=1$ là 0.

b) Với $x>0;x\neq 1.$

$2A+mB=0\Leftrightarrow 2.\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+m.\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}=0\Leftrightarrow 2x+m\left(x^2-1\right)=0\Leftrightarrow mx^2+2x-m=0$ có nghiệm

+ Với $m=0\Rightarrow x=0$ (không thỏa mãn do $x>0;x\neq 1$)

+ Với $m\neq 0\Rightarrow \Delta'=1+m^2>0$, khi đó pt luôn có 2 nghiệm pb.

Vậy Pt có nghiệm khi $m\neq 0.$

Bài 2 (3 điểm) Giải bài toán bằng cách lập **hệ phương trình**

Hai ca nô cùng khởi hành từ hai bến A và B cách nhau 85km đi ngược chiều nhau thì sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc riêng của mỗi ca nô biết vận tốc riêng của ca nô đi xuôi lớn hơn vận tốc riêng của ca nô đi ngược là 9 km và vận tốc dòng nước là 3 km/h.

Hướng dẫn

Đổi 1 giờ 40 phút $=\dfrac{5}{3}$

Gọi $x\ \left(km/h\right)$ là vận tốc riêng của ca nô xuôi dòng từ A đến B.

Vận tốc xuôn dòng của từ A đến B là $x+3$ (km/h)

Vận tốc riêng của ca nô ngược dòng từ B đến A là $x-9\ \left(km/h\right)$

Vận tốc ngược dòng từ B đến A là $x-12\ \left(km/h\right)$

Quảng đường ca nô đi xuôn dòng từ A đến B: $\left(x+3\right).\dfrac{5}{3}\quad\left(h\right)$

Quảng đường ca nô đi ngược dòng từ B đến A: $\left(x-3\right).\dfrac{5}{3}\quad\left(h\right)$

Theo đề ta có pt: $\left(x+3\right).\dfrac{5}{3}+\left(x-12\right).\dfrac{5}{3}=85\Leftrightarrow 2x-9=51\Leftrightarrow x=30.$

Vậy vận tốc riêng của ca nô xuôi dòng từ A đến B là $30\ km/h$

Vận tốc riêng của ca nô ngước dòng từ B đến A là $21\,km/h$

Bài 3 (2,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $2x^2 - 7x + 3 = 0$ b) $5x^2 + 2\sqrt{10}\,x + 2 = 0$

Hướng dẫn

a) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

$\Delta = (-7)^2 - 4.2.3 = 25 > 0$, phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$x_1 = \dfrac{7+5}{4} = 3, x_2 = \dfrac{7-5}{4} = \dfrac{1}{2}$. Vậy $S = \left\{3; \dfrac{1}{2}\right\}$

b) $5x^2 + 2\sqrt{10}\,x + 2 = 0$

$\Delta' = \left(\sqrt{10}\right)^2 - 5.2 = 0,$ phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$x_1 = x_2 = -\dfrac{2\sqrt{10}}{2.5} - \dfrac{\sqrt{10}}{5}$. Vậy $S = \left\{-\dfrac{\sqrt{10}}{5}\right\}$

Bài 4 (2,0 điểm) Cho phương trình $m^2x^2 - 2(m + 1)x + 1 = 0$ (*) với m là tham số

a) Tìm giá trị của m để phương trình (*) có nghiệm bằng 2
b) Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.

Hướng dẫn

a) Để phương trình có nghiệm bằng 2 thì

$m^2.2^2 - 2(m+1).2 + 1 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 3 = 0 \Rightarrow m_1 = \dfrac{2+4}{4} = \dfrac{3}{2}, m_2 = \dfrac{2-4}{4} = -\dfrac{1}{2}$

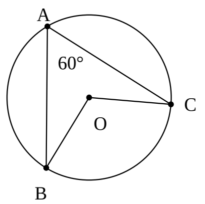
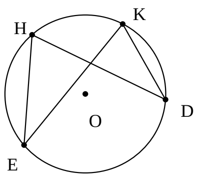
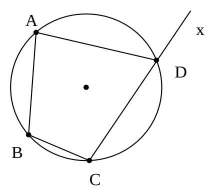
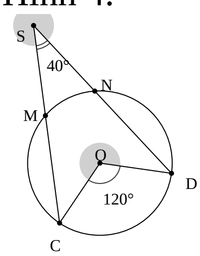
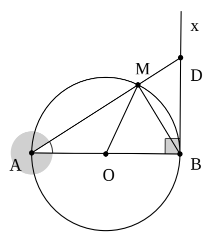
Vậy $m \in \left\{-\dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{2}\right\}$

b) Để pt có hai nghiệm pb thì $\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Do m là giá trị nguyên nhỏ nhất nên m = 1.

II. PHẦN HÌNH HỌC (10 ĐIỂM)

Bài 1 (6 điểm) Cho các hình vẽ: (*Lưu ý: HS có thể không cần vẽ lại hình*)

Hình 1.	Hình 2.	Hình 3.	Hình 4.	Hình 5.
 a) Tính góc $\widehat{BOC}$ b) Tính diện tích quạt tròn OBC biết OB	 So sánh hai góc $\widehat{HEK}$ & $\widehat{HDK}$	 So sánh hai góc $\widehat{ABC}; \widehat{ADx}$	 Tính số đo cung MN	 Chứng minh $\widehat{OMA} = \widehat{MBD}$

= 5,1cm				

Hướng dẫn

Hình 1:

a) $\widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} = 120^o$

b) $S = \dfrac{\pi OB^2.\widehat{BOC}}{360^o} = \dfrac{\pi.5,1^2.60^2}{360^o} \approx 1,36 \text{ cm}$

Hình 2:

$\widehat{HEK} = \widehat{HDK}$ (vì góc nội tiếp cùng chắn 1 cung)

Hình 3:

$\widehat{ABC} = \widehat{ADx}$ (Góc ngoài của tứ giác nội tiếp)

Hình 4:

$sd\ \widehat{BAC} = sd\,CD - sd\,MN \Rightarrow sd\,MN = sd\,CD - sd\,\widehat{MSN} = 120^o - 40^o = 80^o.$

Hình 5: ta có $\widehat{OMA} = \widehat{OAM}$ (vì tam giác OMA cân tại O)

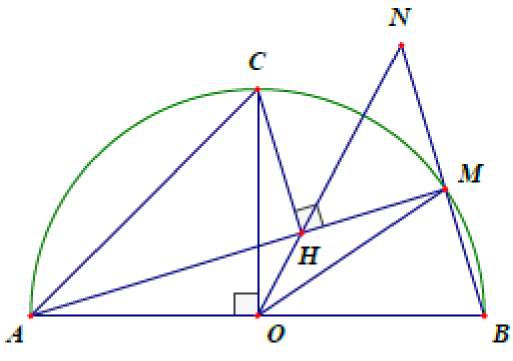
Mà $\widehat{OAM} = \widehat{MBD}$ (góc nt bằng góc tạo bởi tiếp tuyến cùng chắn 1 cung)

Nên $\widehat{OMA} = \widehat{MBD}$

Bài 2 (4 điểm) Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với AB và cắt đường tròn (O) tại điểm C. Trên cung CB lấy một điểm M bất kì. Kẻ CH vuông góc với AM tại H. Gọi N là giao điểm của OH và MB.

a) Chứng minh tứ giác CHOA nội tiếp được
b) Chứng minh $\widehat{CAO} = \widehat{ONB} = 45^0$
c) OH cắt CB tại điểm I và MI cắt (O) tại điểm thứ 2 là D. Chứng minh CM//BD
d) Xác định vị trí của M để ba điểm D, H, B thẳng hàng. Khi đó tính độ dài cung MB theo R.

Hướng dẫn



a) Chứng minh tứ giác CHOA nội tiếp được

Xét tứ giác CHOA có:

$\widehat{CHA} = \widehat{COA} = 90^0$

Do đó tứ giác CHOA nội tiếp được

b) Chứng minh $\widehat{CAO} = \widehat{ONB} = 45^0$

Vì tam giác COA vuông cân tại O nên $\widehat{CAO} = \widehat{ONB} = 45^0$

c) OH cắt CB tại điểm I và MI cắt (O) tại điểm thứ 2 là D. Chứng minh CM//BD.

Ta có: $\widehat{CAM} = \frac{1}{2}\widehat{COA} = 45^0$

$\Rightarrow \Delta CHM$ vuông cân tại H

$\Rightarrow HC = HM$ hay H nằm trên đường trung trực của MC.

Vì OC = OM = R nên O nằm trên trung trực của MC.

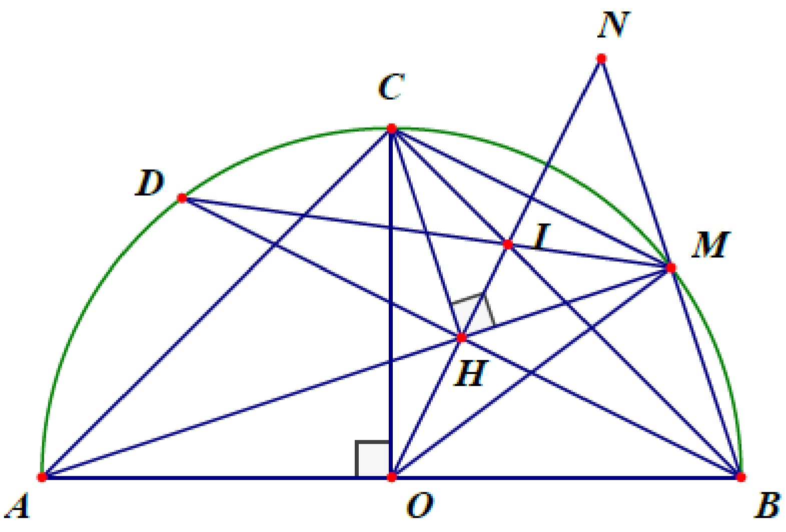
Suy ra tam giác ICM cân tại I.

$\Rightarrow \widehat{ICM} = \widehat{IMC}$.

Hơn nữa, $\widehat{MDB} = \widehat{BCM}$ (2 góc nt cùng chắn cung MB)

Suy ra $\widehat{MDB} = \widehat{CMD}$ $\Rightarrow$ CM//BD

d) Xác định vị trí của M để ba điểm D, H, B thẳng hàng. Khi đó tính độ dài cung MB theo R.



TRƯỜNG THCS THÁI THỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 8

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ II
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN: TOÁN 9

Ngày kiểm tra: 11 tháng 03 năm 2019
Thời gian làm bài: 90 phút
(Đề kiểm tra gồm 01 trang)

Bài I. *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức $A=\dfrac{x-3\sqrt{x}+16}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{2x-4\sqrt{x}+6}{x-2\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ với $x>0; x\neq 4; x\neq 9$

1) Tính giá trị của A khi x = 36
2) Rút gọn biểu thức B
3) Cho P = A.B. Tính giá trị nhỏ nhất của P

Bài II. *(2,0 điểm)* Giải bài toán bằng cách lặp phương trình hoặc hệ phương trình

Hai công nhân làm chung trong 12 ngày thì hoàn thành công việc đã định. Họ làm chung với nhau 4 ngày thì người thứ nhất được điều đi làm việc khác, người thứ hai làm công việc còn lại trong 10 ngày. Hỏi người thứ nhất làm một mình thì sau bao lâu hoàn thành công việc/

Bài III. *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{3}{x-4}+2\sqrt{y+1}=\dfrac{15}{2}\\ \dfrac{2}{x-4}-\sqrt{y+1}=-2\end{cases}$
2) Cho hàm số $y=x^2$ (P) và y = 3x – 2 (d); (d) cắt (P) tại hai điểm A, B với A là điểm có hoành độ nhỏ hơn.
   a) Tìm tọa độ điểm A và B
   b) Tính diện tích ΔOAB với O là gốc tọa độ

Bài IV. *(3,5 điểm)* Cho đường thẳng d và đường tròn (O;R) không có điểm chung. Kẻ OH⊥d tại H. Điểm A thuộc d và không trùng với điểm H. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới (O) (B và C là các tiếp điểm). BC cắt OA, OH lần lượt tại M và N. Đoạn thẳng OA cắt (O) tại I.

1) Chứng minh 4 điểm O, B, A, C cùng thuộc một đường tròn.
2) Chứng minh OM.OA = ON.OH.
3) Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC.

4) Chứng minh rằng khi điểm A di động trên đường thẳng d thì đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định.

Bài V. *(0,5 điểm)* Cho $x>0, y>0$ và $x+y\le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$T=\frac{1}{x^2+xy}+\frac{1}{y^2+xy}$$

---HẾT---

HƯỚNG DẪN

Bài I. *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức $A=\frac{x-3\sqrt{x}+16}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\frac{2x-4\sqrt{x}+6}{x-2\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ với $x>0; x\ne 4; x\ne 9$

1) Tính giá trị của A khi x = 36
2) Rút gọn biểu thức B
3) Cho P = A.B. Tính giá trị nhỏ nhất của P

Hướng dẫn

1) Khi $x=36$ (tmđk) thì $A=\frac{x-3\sqrt{x}+16}{\sqrt{x}-3}=\frac{36-3\sqrt{36}+16}{\sqrt{36}-3}=\frac{34}{3}$

2) Với $x>0; x\ne 4; x\ne 9$ ta có:

$$B=\frac{2x-4\sqrt{x}+6}{x-2\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}=\frac{2x-4\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{2x-4\sqrt{x}+6-x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{x-5\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$$

3) $P=A.B\Rightarrow P=\frac{x-3\sqrt{x}+16}{\sqrt{x}-3}.\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}=\frac{x-3\sqrt{x}+16}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\frac{16}{\sqrt{x}}-3$

$$P\ge 2\sqrt{\sqrt{x}.\frac{16}{\sqrt{x}}}-3\Leftrightarrow P\ge 2.4-3\Leftrightarrow P\ge 5.$$

$$\mathrm{P}_{\min}=5\Leftrightarrow \sqrt{x}=\frac{16}{\sqrt{x}}\Leftrightarrow x=16\quad (tm)$$

Vậy P đạt GTNN là 5 khi x = 16.

Bài II. *(2,0 điểm)* Giải bài toán bằng cách lặp phương trình hoặc hệ phương trình

Hai công nhân làm chung trong 12 ngày thì hoàn thành công việc đã định. Họ làm chung với nhau 4 ngày thì người thứ nhất được điều đi làm việc khác, người thứ hai làm công việc còn lại trong 10 ngày. Hỏi người thứ nhất làm một mình thì sau bao lâu hoàn thành công việc/

Hướng dẫn

Gọi x, y (ngày $x, y > 0$) lần lượt là số ngày người 1, người 2 làm 1 mình xong công việc.

$\Rightarrow$ Trong 1 ngày làm 1 mình, người 1 làm được là: $\dfrac{1}{x}$ công việc, người 2 làm $\dfrac{1}{y}$ công việc.

Vì 2 người cùng làm thì 10 ngày xong công việc nên ta có phương trình

$$12\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=1 \quad (1)$$

Làm chung 4 ngày thì người 1 được điều đi làm việc khác, người 2 làm việc còn lại trong 10 ngày, ta có phương trình: $4\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)+10.\dfrac{1}{y}=1 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{12}{x}+\dfrac{12}{y}=1 \\ \dfrac{4}{x}+\dfrac{14}{y}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{60} \\ \dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{15} \end{cases}$

Giải hệ phương trình được: $x = 60$.

Vậy người 1 làm 1 mình trong 25 ngày thì xong công việc.

Bài III. *(2,0 điểm)*

3) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{3}{x-4}+2\sqrt{y+1}=\dfrac{15}{2} \\ \dfrac{2}{x-4}-\sqrt{y+1}=-2 \end{cases}$

4) Cho hàm số $y = x^2$ (P) và y = 3x – 2 (d); (d) cắt (P) tại hai điểm A, B với A là điểm có hoành độ nhỏ hơn.
   c) Tìm tọa độ điểm A và B
   d) Tính diện tích ΔOAB với O là gốc tọa độ

Hướng dẫn

1) Ta có: $\begin{cases} \dfrac{3}{x-4}+2\sqrt{y+1}=\dfrac{15}{2} \\ \dfrac{2}{x-4}-\sqrt{y+1}=-2 \end{cases}$ (I) điều kiện $x\neq 4; y\geq -1.$

Đặt $u=\dfrac{1}{x-4}; v=\sqrt{y+1}\geq 0.$

$(I)\Leftrightarrow \begin{cases} 6u+4v=15 \\ 2u-v=-2 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} u=\dfrac{1}{2} \\ v=3 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x-4}=\dfrac{1}{2} \\ \sqrt{y+1}=3 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=8 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(6;8)$

2)

a) Cho hàm số $y=x^2 \quad (P); y=3x-2 \quad (d)$

$(d)\cap(P)=\{A;B\}\ x_A<x_B$

Phương trình hoành độ của (d) và (P) là:

$x^2=3x-2\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \end{array}\right.$

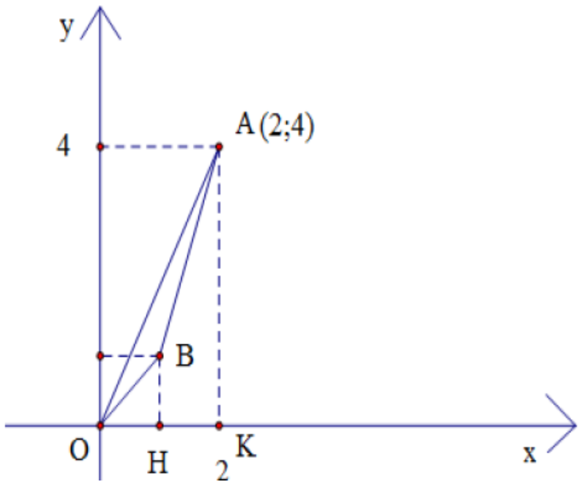
$\Rightarrow x_A=2; x_B=1\Rightarrow y_A=4; y_B=1.$

Vậy $A(2;4); B(1;1).$

b)

$S_{OAB}=S_{OAK}-S_{OHB}-S_{BHKA}$

Vậy $H(1;0); K(2;0)$



$S_{OAK}=\dfrac{1}{2}OK.KA=\dfrac{1}{2}|x_k|.|y_A|=\dfrac{1}{2}.2.4=4(dvdt)$

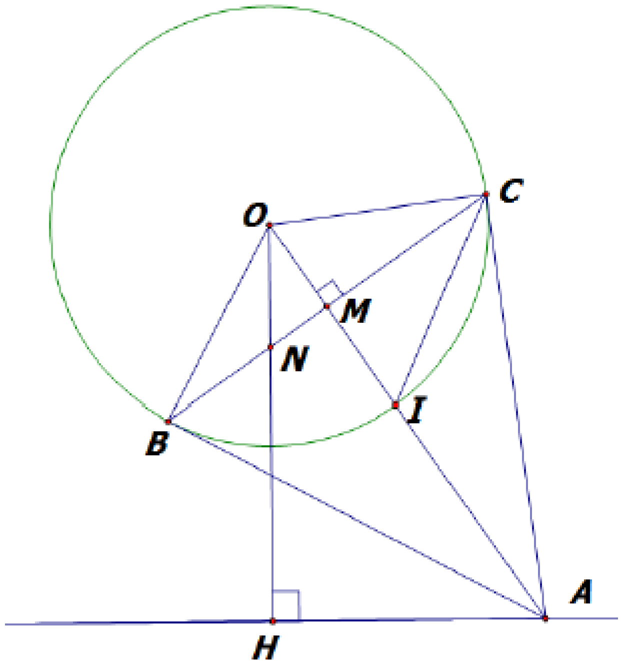
$S_{OHB}=\dfrac{1}{2}OH.HB=\dfrac{1}{2}|x_H|.|y_B|=\dfrac{1}{2}.1.1=\dfrac{1}{2}\ (dvdt)$

$S_{BHKA}=\dfrac{1}{2}(BH+KA)=\dfrac{1}{2}(1+4)=\dfrac{5}{2}(dvdt)\Rightarrow S_{OAB}=$

Bài IV. *(3,5 điểm)* Cho đường thẳng d và đường tròn (O;R) không có điểm chung. Kẻ OH⊥d tại H. Điểm A thuộc d và không trùng với điểm H. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới (O) (B và C là các tiếp điểm). BC cắt OA, OH lần lượt tại M và N. Đoạn thẳng OA cắt (O) tại I.

a) Chứng minh 4 điểm O, B, A, C cùng thuộc một đường tròn.
b) Chứng minh OM.OA = ON.OH.
c) Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC.
d) Chứng minh rằng khi điểm A di động trên đường thẳng d thì đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định.

Hướng dẫn



a) Vì AB, AC là 2 tiếp tuyến với $(O) \Rightarrow \angle OBA = \angle OCA = 90^o$

$\Rightarrow$ tứ giác OBAC tứ giác nội tiếp (có tổng 2 góc bằng 180^o)

$\Rightarrow$ O, B, A, C cùng thuộc một đường tròn

b) Ta có: OB = OC = R

AB = AC (do AB, AC là 2 tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow OA$OA là đường trung trực của BC

$\Rightarrow OA \perp BC = M$

$\Rightarrow \Delta OMN \sim \Delta OHA(g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{OM}{OH} = \dfrac{ON}{OA} \Rightarrow OM.OA = ON.OH$ (đpcm)

c) AB, AC là 2 tiếp tuyến của (O)

$\Rightarrow AO$ là tia phân giác của $BAC; AO \cap (O) = I$

$\Rightarrow A, I, O$ thẳng hàng $\Rightarrow AI$ cũng là phân giác BAC (1)

$BCI = \frac{1}{2} sd\, BI$ (góc nội tiếp)

$ICA = \frac{1}{2} sd\, IC$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

AB, AC là tiếp tuyến $\Rightarrow OA$ là đường trung trực của BC

$\Rightarrow I \in$ đường trực của BC $\Rightarrow IB = IC \Rightarrow \Delta PBC$ cân ở I

$\Rightarrow \angle PBC = \angle ICB$

$\Rightarrow \angle BCI = \angle ICA \Rightarrow CI$ là phân giác ACB $\quad (2)$

Từ (1), (2) $\Rightarrow I$ là giao điểm của 2 đường phân giác trong ΔABC

$\Rightarrow I$ là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC

d) Trong tam giác OBA vuông tại B có BM là đường cao suy ra $OM.OA = OB^2$

Mà theo ý b) ta có $OM.OA = ON.OH$ suy ra $ON.OH = OB^2$

$\Leftrightarrow ON = \frac{OB^2}{OH}$ không đổi khi điểm A di chuyển trên đường thẳng d nên điểm N cố định.

Vậy khi điểm A di động trên đường thẳng d thì đường thẳng BC luôn đi qua điểm N cố định.

Bài V. *(0,5 điểm)* Cho $x > 0, y > 0$ và $x + y \le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$T = \frac{1}{x^2 + xy} + \frac{1}{y^2 + xy}$$

Hướng dẫn

Ta có: $T = \frac{1}{x^2 + xy} + \frac{1}{y^2 + xy} = \frac{1}{x(x+y)} + \frac{1}{y(x+y)} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{xy}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho x và y ta có:

$$\sqrt{xy} \le \frac{x+y}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow xy \le \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{xy} \ge 4 \Rightarrow T \ge 4$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$ (t/m). Vậy $MinT = 4$ khi $x = y = \frac{1}{2}$

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN HÀ ĐÔNG

Đề số 9

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG GIỮA KÌ II
Năm học: 2017 – 2018
Môn: TOÁN 9
Thời gian làm bài: 60 phút

Bài 1 (2,5 điểm):

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (Q)

b) Gọi A, B là hai giao điểm của (P) và (Q). Tính diện tích tam giác OAB.

Bài 2 (2,5 điểm): *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Trong tháng đầu, hai tổ sản xuất được 860 chi tiết máy. Đến tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 10%. Do đó, tháng thứ hai cả 2 tổ sản xuất được 964 chi tiết máy. Tính số chi tiết máy mỗi tổ đã sản xuất được trong tháng đầu.

Bài 3 (4,0 điểm):

Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Dây CD vuông góc với AB tại E (E nằm giữa A và O; E không trùng A, không trùng O). Lấy điểm M thuộc cung nhỏ BC sao cho cung MB nhỏ hơn cung MC. Dây AM cắt CD tại F. Tia BM cắt đường thẳng CD tại K.

a) Chứng minh tứ giác BMFE nội tiếp

b) Chứng minh BF vuông góc với AK và $EK.EF = EA.EB$

c) Tiếp tuyến của (O) tại M cắt tia KD tại I. Chứng minh IK = IF.

Bài 4 (1,0 điểm): Với các số a, b, c > 0 và thỏa mãn $a + b + c = 1$.

Chứng minh $\dfrac{a}{1+9b^2} + \dfrac{b}{1+9c^2} + \dfrac{c}{1+9a^2} \ge \dfrac{1}{2}$

----- Hết -----

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

HƯỚNG DẪN

Bài 1 (2,5 điểm):

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (Q)
b) Gọi A, B là hai giao điểm của (P) và (Q). Tính diện tích tam giác OAB.

Hướng dẫn

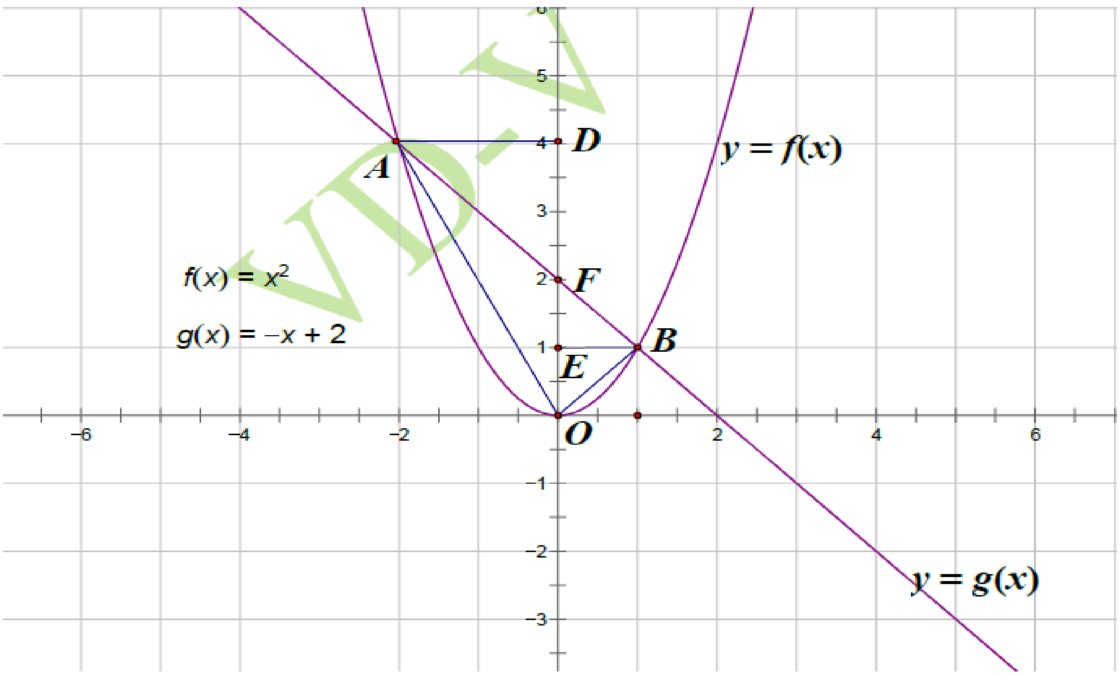
a) Hoành độ giao điểm của (P) và (Q) là nghiệm của PT:

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right..$$

Với $x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow B(1;1)$.

Với $x = -2 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow A = (-2;4)$.

b) Gọi A, B là giao điểm của (P) và (Q). Tính diện tích tam giác OAB



$$S_{AOB} = S_{OAF} + S_{FOB} = \frac{1}{2}AD.OF + \frac{1}{2}BE.OF = \frac{1}{2}(AD + BE).OF = \frac{1}{2}(2+1).2 = 3(\text{dvdt})$$

Bài 2 (2,5 điểm): *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Trong tháng đầu, hai tổ sản xuất được 860 chi tiết máy. Đến tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 10%. Do đó, tháng thứ hai cả 2 tổ sản xuất được 964 chi tiết máy. Tính số chi tiết máy mỗi tổ đã sản xuất được trong tháng đầu.

Hướng dẫn

Gọi số chi tiết máy mỗi tổ đã sản xuất được trong tháng đầu là x, y $(x, y \in N^*$, chi tiết máy).

Vì trong đầu, hai tổ sản xuất được 860 chi tiết máy nên ta có phương trình:

$x + y = 860 \quad (1)$

Vì đến tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 10%. Do đó, tháng thứ hai cả 2 tổ sản xuất được 964 chi tiết máy, nên ta có phương trình:

$x + 15\% x + y + 10\% y = 964 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

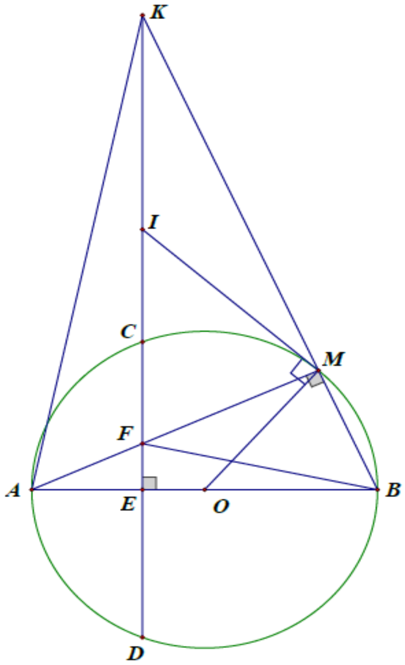
$$\begin{cases} x + y = 860 \\ 15\% x + 10\% = 104 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x + 15y = 12900 \\ 15x + 10y = 10400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 2500 \\ x + y = 860 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 500 \\ x = 360 \end{cases}$$

Vậy trong tháng đầu, số chi tiết máy mỗi tổ đã sản xuất được lần lượt 360 và 500.

Bài 3 (4,0 điểm): Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Dây CD vuông góc với AB tại E (E nằm giữa A và O; E không trùng A, không trùng O). Lấy điểm M thuộc cung nhỏ BC sao cho cung MB nhỏ hơn cung MC. Dây AM cắt CD tại F. Tia BM cắt đường thẳng CD tại K.

a) Chứng minh tứ giác BMFE nội tiếp
b) Chứng minh BF vuông góc với AK và $EK.EF = EA.EB$
c) Tiếp tuyến của (O) tại M cắt tia KD tại I. Chứng minh IK = IF.

Hướng dẫn



a) Chứng minh tứ giác BMFE nội tiếp

Ta có:

Nên 4 điểm E, F, M, B cùng thuộc đường tròn đường kính BF, suy ra tứ giác BMFE nội tiếp

b) Chứng minh BF vuông góc với AK và $EK.EF = EA.EB$

$\Delta AKB: KE \perp AB; AM \perp KB$

Nên F là trực tâm, suy ra $BF \perp AK$

$$\Delta AEF \sim \Delta KEB(g.g) \Rightarrow \frac{AE}{FE} = EK.EF = EA.EB$$

c) Tiếp tuyến của (O) tại M cắt tia KD tại I. Chứng minh IK = IF

Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} \angle IMK = \angle OMA\left(=90^o - \angle IMF\right) \\ \angle MKI = \angle OAM\left(=90^o - \angle KBA\right) \\ \angle OMA = \angle OAM\ \ (\Delta AOM\ \text{can}) \end{array}\right\} \Rightarrow \angle IMK = \angle MKI$$

$\Rightarrow \Delta IKM$ cân tại I $\Rightarrow IK = IM$

Chứng minh tương tự: cân tại I $\Rightarrow IF = IM \Rightarrow IK = IF$

Bài 4 (1,0 điểm): Với các số a, b, c > 0 và thỏa mãn $a+b+c=1$.

Chứng minh $\dfrac{a}{1+9b^2} + \dfrac{b}{1+9c^2} + \dfrac{c}{1+9a^2} \ge \dfrac{1}{2}$

Hướng dẫn

$$\frac{a}{1+9b^2} = \frac{a+9ab^2-9ab^2}{1+9b^2} = a - \frac{9ab^2}{1+9b^2} \ge a - \frac{9ab^2}{6b} = a - \frac{3}{2}ab$$

Chứng minh tương tự: $\dfrac{b}{1+9c^2} \ge b - \dfrac{3}{2}bc;\qquad \dfrac{c}{1+9a^2} \ge c - \dfrac{3}{2}ca$

$$\Rightarrow \frac{a}{1+9b^2} + \frac{b}{1+9c^2} + \frac{c}{1+9a^2} = (a+b+c) - \frac{3}{2}(ab+bc+ca) \qquad (*)$$

*) $ab+bc+ca \le \dfrac{a^2+b^2}{2} + \dfrac{b^2+c^2}{2} + \dfrac{c^2+a^2}{2} = a^2+b^2+c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)$

$$\Leftrightarrow 3(ab+bc+ca) \le 1 \Leftrightarrow ab+bc+ca \le \frac{1}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{3}(ab+bc+ca) \ge -\frac{1}{2} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\frac{a}{1+9b^2} + \frac{b}{1+9c^2} + \frac{c}{1+9a^2} \ge \frac{1}{2}$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} a=b=c \\ a+b+c=1 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=\dfrac{1}{3}$

TRƯỜNG THCS NGÔ SĨ LIÊN

Đề số 10

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
MÔN TOÁN LỚP 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2 điểm):

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}+\dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$ với $x\ge 0,\ x\ne 25$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 9

b) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$

c) Tìm tất cả giá trị của x để $A=B.|x-4|$

Bài 2 (2 điểm): Hai vòi nước chảy chung vào một bể thì sau 4h48’ thì đầy bể. Biết lượng nước vòi I chảy một một mình trong 1h20’ bằng lượng nước của vòi II chảy một mình trong 30 phút và thêm $\dfrac{1}{8}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy riêng trong bao lâu thì đầy bể.

Bài 3 (2 điểm):

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2\sqrt{2-y}+\sqrt{x+1}=4\\ \sqrt{2-y}-3\sqrt{x+1}=-5\end{cases}$

2) Cho Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx+3$

a) Chứng tỏ d luôn cắt P tại hai điểm phân biệt

b) Tìm tọa độ các giao điểm A, B của Parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m=2$. Tính diện tích ΔAOB

c) Gọi giao điểm của d và P là C và D. Tìm m để độ dài đoạn thẳng CD nhỏ nhất.

Bài 4 (3,5 điểm): Cho (O) đường kính AB, M là một điểm cố định trên tiếp tuyến tại A của (O). Vẽ tiếp tuyến MC và cát tuyến MHK (H nằm giữa M và K; tia MK nằm giữa hai tia MB, MO). Các đường thẳng BH, BK cắt đường thẳng MO tại E và F.

a) Chứng minh rằng tứ giác AMCO, tứ giác MGKC và tứ giác MCHE nội tiếp

b) Qua A kẻ đường thẳng song song với MK, cắt (O) tại I, CI cắt MK tại N. Chứng minh NH = NK

c) OE = OF.

Bài 5 (0,5 điểm):

Cho a, b, c dương thỏa mãn $a+b+c=3$. Tìm GTNN của $A=\dfrac{1}{a^2+1}+\dfrac{1}{b^2+1}+\dfrac{1}{c^2+1}$

HƯỚNG DẪN

Bài 1 (2 điểm):

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}+\dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$ với $x\ge 0,\ x\ne 25$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 9

b) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$

c) Tìm tất cả giá trị của x để $A=B.\left|x-4\right|$

Hướng dẫn

a) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 9

Thay x = 9 (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được:

$$A=\frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-5}=\frac{5}{-2}=\frac{-5}{2}$$

b) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$

$$B=\frac{3}{\sqrt{x}+5}+\frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}=\frac{3\sqrt{x}-5}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}+\frac{20-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}$$

$$B=\frac{3\sqrt{x}-15+20-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}=\frac{\sqrt{x}+5}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}=\frac{1}{\sqrt{x}-5}\quad \text{(đpcm)}$$

c) Tìm tất cả giá trị của x để $A=B.\left|x-4\right|$

Để $A=B.\left|x-4\right|$ với $x\ge 0, x\ne 25$ khi và chỉ khi

$$\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}=\frac{1}{\sqrt{x}-5}.\left|x-4\right|\Leftrightarrow \left|x-4\right|=\sqrt{x}+2\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-4=\sqrt{x}+2\\ x-4=-\sqrt{x}-2\end{array}\right.\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-\sqrt{x}-6=0\\ x+\sqrt{x}-2=0\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+2\right)=0\\ \left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)=0\end{array}\right.\quad \left(\text{do } \sqrt{x}+2>0, \forall x\ge 0\right)$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x}-3=0\\ \sqrt{x}-1=0\end{array}\right.\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=9\\ x=1\end{array}\right.\text{tm}$$

Vậy $x=9; x=1$ thì $A=B.\left|x-4\right|$

Bài 2 (2 điểm): Hai vòi nước chảy chung vào một bể thì sau 4h48’ thì đầy bể. Biết lượng nước vòi I chảy một một mình trong 1h20’ bằng lượng nước của vòi II chảy một mình trong 30 phút và thêm $\frac{1}{8}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy riêng trong bao lâu thì đầy bể.

Hướng dẫn

Đổi 4 giờ 48 phút = $4,8$ giờ; 1 giờ 20 phút = $\frac{4}{3}$ giờ ; 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ

Gọi thời gian vòi một chảy một mình đầy bể là x (giờ), điều kiện $x > 4,8$
Thời gian vòi hai chảy một mình đầy bể là y (giờ), điều kiện $y > 4,8$

1 giờ vòi một chảy được $\frac{1}{x}$ (bể)

1 giờ vòi hai chảy được $\frac{1}{x}$ (bể)

1 giờ cả hai vòi chảy được $\frac{1}{4,8} = \frac{5}{24}$ (bể)

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$ (1)

Trong 1 giờ 20 phút vòi một chảy được $\frac{4}{3x}$ (bể)

Trong 30 phút vòi hai chảy được $\frac{1}{2y}$ (bể)

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{4}{3x} - \frac{1}{2y} = \frac{1}{8}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{4}{3x} - \frac{1}{2y} = \frac{1}{8} \end{cases}$

Đặt $a = \frac{1}{x}; b = \frac{1}{y}$. Khi đó hệ phương trình có dạng:

$$\begin{cases} a + b = \frac{5}{24} \\ \frac{4}{3}a - \frac{1}{2}b = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{8} \\ b = \frac{1}{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \end{cases} (tm)$$

Vậy thời gian vòi một chảy một mình đầy bể là 8 (giờ)
thời gian vòi hai chảy một mình đầy bể là 12 (giờ)

Bài 3 (2 điểm):

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{2-y}+\sqrt{x+1}=4 \\ \sqrt{2-y}-3\sqrt{x+1}=-5 \end{cases}$

2) Cho Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx+3$

a) Chứng tỏ d luôn cắt P tại hai điểm phân biệt

b) Tìm tọa độ các giao điểm A, B của Parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m=2$. Tính diện tích ΔAOB

c) Gọi giao điểm của d và P là C và D. Tìm m để độ dài đoạn thẳng CD nhỏ nhất.

Hướng dẫn

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{2-y}+\sqrt{x+1}=4 \\ \sqrt{2-y}-3\sqrt{x+1}=-5 \end{cases}$

Điều kiện: $y \le 2; x \ge -1$

Đặt $a=\sqrt{2-y}; b=\sqrt{x+1}$ điều kiện: $a, b \ge 0$

Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} 2a+b=4 \\ a-3b=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=4 \\ a-3b=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=4 \\ 2a-6b=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7b=14 \\ 2a-6b=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ a=1 \end{cases} (tm)$$

Với $a=1 \Leftrightarrow \sqrt{2-y}=1 \Leftrightarrow y=1 \ (tm)$

Với $b=2 \Leftrightarrow \sqrt{x+1}=2 \Leftrightarrow x=3 \ (tm)$

Vậy hệ có nghiệm là $(x;y)=(1;3)$

2) Cho Parabol $(P): y=x^2$ *và đường thẳng* $(d): y=mx+3$

a) Chứng tỏ d luôn cắt P tại hai điểm phân biệt

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2=mx+3 \Leftrightarrow x^2-mx-3=0 \quad (1)$

$\Delta=m^2+12>0, \quad \forall m$

Phương trình 1 luôn có hai nghiệm phân biệt hay d luôn cắt P tại hai điểm phân biệt

Vậy d luôn cắt P tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Tìm tọa độ các giao điểm A, B của Parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m=2$. *Tính diện tích* ΔAOB

Với $m=2$ thay vào đường thẳng (d) ta có: $y=2x+3$.

Khi đó phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$$x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Với $x=-1 \Rightarrow y=1 \Rightarrow A(-1;1)$

Với $x = 3 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow B(3;9)$

Gọi C, D lần lượt là hình chiếu B, A trên Ox suy ra $C(3;0), D(-1;0)$

Ta có: $AD = 1; BC = 9; OD = 1; OC = 3; CD = 4$

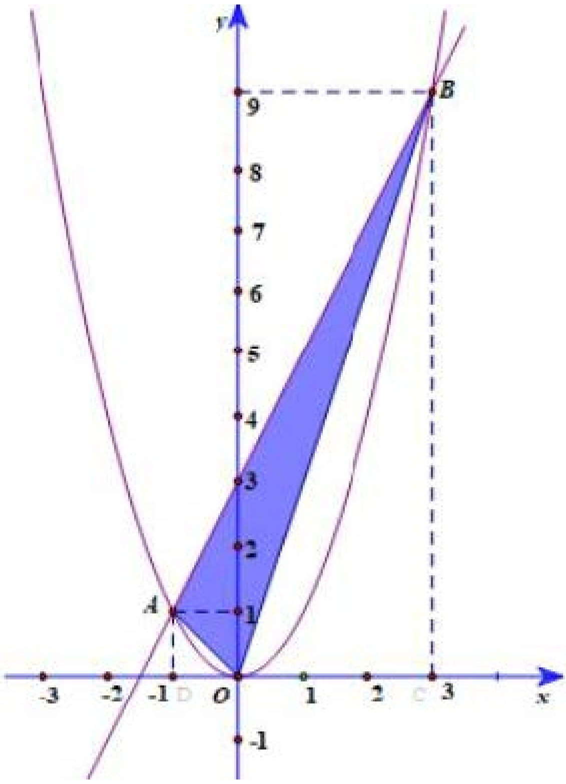
ΔOAD vuông tại D $\Rightarrow S_{\Delta OAD} = \frac{1}{2}.OD.AD = \frac{1}{2}.1.1 = \frac{1}{2}$ (đvdt)

ΔOBC vuông tại C $\Rightarrow S_{\Delta OBC} = \frac{1}{2}.OC.BC = \frac{1}{2}.3.9 = \frac{27}{2}$ (đvdt)

Hình thang vuông ABCD (AD//BC) $\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{(AD+BC).CD}{2} = \frac{(1+9).4}{2} = 20$ (đvdt)

Vậy $S_{\Delta OAB} = S_{ABCD} - S_{\Delta OAD} - S_{\Delta OBC} = 20 - \frac{1}{2} - \frac{27}{2} = 6$ (đvdt)

c) Gọi giao điểm của d và P là C và D. Tìm m để độ dài đoạn thẳng CD nhỏ nhất.



Theo câu a, ta có d luôn cắt P tại hai điểm phân biệt C và D với mọi m.

Gọi tọa độ của C và D lần lượt $x_1; y_1$ và $x_2; y_2$.

Các điểm C và D thuộc đường thẳng $(d): y = mx + 3$ nên

$y_1 = mx_1 + 3;\quad y_2 = mx_2 + 3.$

Ta có $CD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Do C và D là giao điểm của (d) và (P) nên x_1, x_2 là nghiệm của phương trình:

$x^2 = mx + 3 \Leftrightarrow x^2 - mx - 3 = 0 \quad (1)$

Có $\Delta = m^2 + 12 > 0, \forall m$

Giả sử $x_1 < x_2$ thì $x_1 = \dfrac{m - \sqrt{m^2 + 12}}{2}; x_2 = \dfrac{m + \sqrt{m^2 + 12}}{2}$

Khi đó $x_2 - x_1 = \sqrt{m^2 + 12}; y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1) = m\sqrt{m^2 + 12}.$

Suy ra $CD^2 = m^2 + 12 + m^2(m^2 + 12) = m^4 + 13m^2 + 12 \geq 0, \forall m$

Do đó $CD_{min} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow m = 0.$

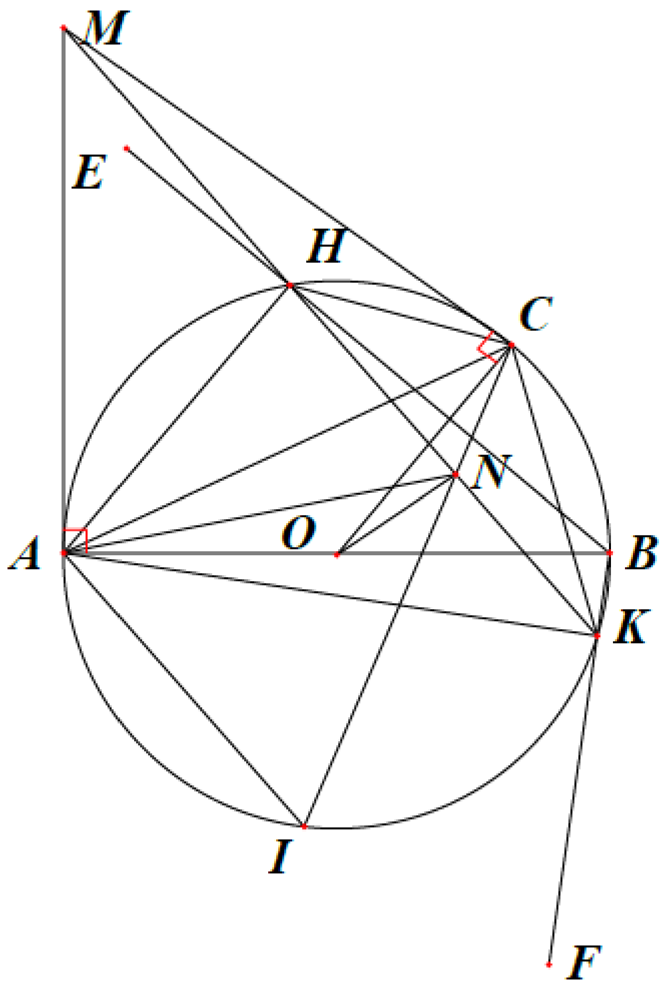
Bài 4 (3,5 điểm): Cho (O) đường kính AB, M là một điểm cố định trên tiếp tuyến tại A của (O). Vẽ tiếp tuyến MC và cát tuyến MHK (H nằm giữa M và K; tia MK nằm giữa hai tia MB, MO). Các đường thẳng BH, BK cắt đường thẳng MO tại E và F.

a) Chứng minh rằng tứ giác AMCO, tứ giác MGKC và tứ giác MCHE nội tiếp

b) Qua A kẻ đường thẳng song song với MK, cắt (O) tại I, CI cắt MK tại N. Chứng minh NH = NK

c) OE = OF.

Hướng dẫn



a) Chứng minh rằng tứ giác AMCO, tứ giác MGKC và tứ giác MCHE nội tiếp

*) Chứng minh tứ giác AMCO nội tiếp.

Vì MA là tiếp tuyến của (O) (gt) nên $MA \perp AO \Rightarrow \angle MAO = 90^o$.

Vì MC là tiếp tuyến của (O) (gt) nên $MC \perp CO \Rightarrow \angle MCO = 90^o$

Xét tứ giác AMCO có $\angle MAO + \angle MCO = 90^o + 90^o = 180^o$.

Mà hai góc này ở vị trí đối nhau.

Suy ra tứ giác AMCO nội tiếp đường tròn đường kính MO.

*) Chứng minh tứ giác MFKC nội tiếp.

Ta có $\angle BKC$ là góc nội tiếp chắc cung BC của (O) nên $\angle BKC = \frac{1}{2}$ sđ BC.

$\angle COB$ là góc ở tâm chắn cung BC của (O) nên

$\angle COB = \text{sd}\, BC \Rightarrow \angle COB = 2\angle BKC \quad (1)$

Vì MA, MC là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M của $(O) \Rightarrow \angle COM = \angle AOM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).

Mà $\angle MCO = \angle BOF$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \angle COM = \angle BOF$

Vì ΔMCO vuông tại O $\Rightarrow \angle CMO + \angle COM = 90^o \Rightarrow 2\angle CMO + 2\angle COM = 180^o$.

Hay $2\angle CMO + \angle COM + \angle BOF = 180^o$.

Lại có $\angle CMO + \angle BOC + \angle BOF = 180^o \Rightarrow \angle BOC = 2\angle CMO \qquad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle BKC + \angle CKF = 180^o$.

Mà $\angle CMO + \angle CKF = 180^o$. (hai góc kề bù)

Xét tứ giác MFKC có $\angle CMO + \angle CKF = 180^o$. (cmt)

Mà hai góc này ở vị trí đối nhau.

$\Rightarrow$ Tứ giác MFKC nội tiếp.

*) Chứng minh tứ giác tứ giác MCHE nội tiếp.

Ta có $2\angle CMO = \angle BKC\ (\text{cmt}) \Rightarrow \angle CME = \angle BKC$

Lại có $\angle CHB = \angle BKC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BC của (O))

$\Rightarrow \angle CME = \angle CHB$

Mà $\angle CME + \angle CHE = 180^o$. (hai góc kề bù)

$\Rightarrow \angle CME + \angle CHE = 180^o$.

Xét tứ giác MCHE có $\angle CME + \angle CHE = 180^o\ (\text{cmt})$.

Mà tứ giác này ở vị trí đối nhau.

$\Rightarrow$ Tứ giác MCHE nội tiếp.

b) Qua A kẻ đường thẳng song song với MK, cắt (O) tại I, CI cắt MK tại N. Chứng minh NH = NK

Vì $AI//MK(\text{gt}) \Rightarrow \angle AIC = \angle HNC$ (đồng vị)

Mà $\angle AIC = \frac{1}{2}$Sđ AC (góc nội tiếp chắn cung AC)

$\Rightarrow \angle HNC = \frac{1}{2} sd\, AC$

Vì MA, MC là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M của (O) nên OM là phân giác của $\angle AOC$.

$\Rightarrow \angle MOC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2} sd\, AC$

Mà $\angle HNC = \frac{1}{2} sd\, AC\,(cmt) \Rightarrow \angle MOC = \angle HNC$

Xét tứ giác MCNO có $\angle MOC = \angle HNC$ (cmt)

Mà hai góc này là hai góc của 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh MC của tứ giác MCNO

$\Rightarrow$ Tứ giác MCNO nội tiếp

Lại có $\angle MCO = 90^o\ (cmt) \Rightarrow$ Tứ giác MCNO nội tiếp đường tròn đường kính MO

$\Rightarrow \angle MOC = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính MO)

hay $\Rightarrow ON \perp HK \Rightarrow NH = NK$ (quan hệ đường kính vuông góc với dây cung (O)).

c) OE = OF.

Xét tứ giác AMNO có $\angle MAO + \angle MNO = 90^o + 90^o = 180^o$.

Mà hai góc này ở vị trí đối nhau.

$\Rightarrow$ Tứ giác AMNO nội tiếp.

$\Rightarrow \angle AOM = \angle ANH$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AM)

Mà $\angle AOM = \angle BOF$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow \angle ANH = \angle BOF$

Xét ΔHNA và ΔBOF có: $\Rightarrow \angle ANH = \angle BOF$ (cmt); $\angle AHN = \angle OBF$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AK của (O))

$\Rightarrow \Delta HAN \sim \Delta BOF\ (g.g) \Rightarrow \frac{AN}{HN} = \frac{OF}{OB}\ (3)$

Có $\angle BEO = \angle EMH + \angle EHM$ (góc ngoài của ΔMEH)

Mà $\angle EMH = \angle BHK$ (đối đỉnh) $\angle BEO = \angle EMH + \angle BHK$ $(*)$

Có $\angle OAN = \angle EMH$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung ON)

$\Rightarrow \angle NAK = \angle NAO + \angle OAK = \angle EMH + \angle BHK$ (do $\angle OAK = \angle BHK$ hai góc nội tiếp cùng chắn cung BK) (**)

Từ (*) và (**)$\Rightarrow \angle BEO = \angle NAK$

Xét ΔBEO và ΔKAN có:

$\angle BEO = \angle NAK\,(cmt); \angle EBO = \angle NKA$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AH)

$\Rightarrow \Delta BEO \sim \Delta KAN\,(g.g) \Rightarrow \frac{OE}{OB} = \frac{AN}{NK}$

Mà $NH = NK\,(cmt) \Rightarrow \frac{OE}{OB} = \frac{AN}{NH}$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \dfrac{OF}{OB} = \dfrac{OE}{OB} \Leftrightarrow OE = OF$ (đpcm).

Bài 5 (0,5 điểm):

Cho a, b, c dương thỏa mãn $a+b+c=3$. Tìm GTNN của $A = \dfrac{1}{a^2+1} + \dfrac{1}{b^2+1} + \dfrac{1}{c^2+1}$

Hướng dẫn

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si dạng hai số $a+b \geq 2\sqrt{ab}$

Dấu "=" xảy ra khi $x = y$.

Ta có $\dfrac{1}{a^2+1} = \dfrac{a^2+1-a^2}{a^2+1} = 1 - \dfrac{a^2}{a^2+1} \geq 1 - \dfrac{a^2}{2a} = 1 - \dfrac{a}{2}$

Tương tự, ta có:

$\dfrac{1}{b^2+1} \geq 1 - \dfrac{b}{2}$; $\dfrac{1}{c^2+1} \geq 1 - \dfrac{c}{2}$

Cộng theo vế ba BĐT trên ta được: $A \geq 3 - \dfrac{1}{2}(a+b+c) = 3 - \dfrac{3}{2} = \dfrac{3}{2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 1 \\ c^2 = 1 \\ a+b+c=3 \\ a,b,c > 0 \end{cases}$

Vậy $A_{min} = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow a = b = c = 1.$

TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI - AMSTERDAM	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II NĂM HỌC 2018 – 2019 Môn: Toán – Lớp 9 Thời gian làm bài: 45 phút

Bài 1: (2 điểm) Giải hệ phương trinh: $\begin{cases} \dfrac{1}{x+1} - \sqrt{y-1} = -1 \\ \dfrac{3}{x+1} + 2\sqrt{y-1} = 7 \end{cases}$

Bài 2 (3 điểm) Giải bài toán sau bằng cách hệ phương trình

Một nhóm gồm 15 học sinh nam và nữ tham gia lao động trồng cây. Cả buổi lao động thầy giáo nhận thấy các bạn nam trồng được 30 cây, các bạn nữ trồng được 36 cây. Mỗi bạn nam trồng được số cây như nhau và mỗi bạn nữ trồng được số cây được số cây như nhau. Tính số học sinh nam và số học sinh nữ của nhóm, biết rằng mỗi bạn nam trồng nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây.

Bài 3 (4 điểm) Cho tam giác ABC $(AB < AC)$ nhọn nội tiếp đường tròn (O). Trên cạnh BC lần lượt lấy hai điểm D và E (D nằm giữa B và E) sao cho $\widehat{DAB} = \widehat{EAC}$. Các tia AD và AE tương ứng cắt lại đường tròn (O) tại I và J.

a) Chứng minh: phân giác của đi qua điểm chính giữa của cung nhỏ IJ của đường tròn (O)
b) Chứng minh: tứ giác BCJI là hình thang cân.
c) Kẻ tiếp tuyến xy của đường tròn (O) tại điểm A. Chứng minh rằng: đường thẳng xy cũng là tiếp tuyến tròn ngoại tiếp tam giác ADE.

Bài 4 (1 điểm) Cho a,b,c là các số thỏa mãn $a+b+c=1$

Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $A = a^2 + b^2 + c^2 - 3ab$

---HẾT---

HƯỚNG DẪN

Bài 1: **(2 điểm)** Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{x+1} - \sqrt{y-1} = -1 \\ \dfrac{3}{x+1} + 2\sqrt{y-1} = 7 \end{cases}$

Hướng dẫn

Điều kiện: $x \neq 1; y \geq 1$

Đặt $\dfrac{1}{x+1} = a; \sqrt{y-1} = b$ hệ phương trình đã cho trở thành

$$\begin{cases} a - b = -1 \\ 3a + 2b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b = -2 \\ 3a + 2b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = -1 \\ a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 1 \end{cases}$$

Với $a = 1$ ta có $\dfrac{1}{x+1} = 1 \Rightarrow x + 1 = 1 \Leftrightarrow x = 0$ (thỏa mãn)

Với $b = 2$ ta có $\sqrt{y-1} = 2 \Leftrightarrow y - 1 = 4 \Leftrightarrow y = 5$ (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình có nghiệm là: $(x; y) = (0; 5)$

Bài 2 **(3 điểm)** Giải bài toán sau bằng cách hệ phương trình

Một nhóm gồm 15 học sinh nam và nữ tham gia lao động trồng cây. Cả buổi lao động thầy giáo nhận thấy các bạn nam trồng được 30 cây, các bạn nữ trồng được 36 cây. Mỗi bạn nam trồng được số cây như nhau và mỗi bạn nữ trồng được số cây được số cây như nhau. Tính số học sinh nam và số học sinh nữ của nhóm, biết rằng mỗi bạn nam trồng nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây.

Hướng dẫn

Gọi số học sinh nam là x (học sinh) với $0 < x < 15; x \in N^*$

Số học sinh nữ là y (học sinh) với $0 < y < 15; y \in N^*$

Vì nhóm gồm 15 học sinh nên ta có phương trình: $x + y = 15 \quad (1)$

Mỗi học sinh nam trồng được số cây là: $\dfrac{30}{x}$ (cây)

Mỗi học sinh nữ trồng được số cây là: $\dfrac{36}{y}$ (cây)

Vì mỗi bạn nam trồng nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây nên ta có phương trình:

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=15 \\ \dfrac{30}{x}-\dfrac{36}{y}=1 \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta có: $\begin{cases} x+y=15 \\ \dfrac{30}{x}-\dfrac{36}{y}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+15 \\ \dfrac{30}{x}-\dfrac{36}{y}=1 \end{cases}$

Suy ra $\dfrac{30}{x}-\dfrac{36}{-x+15}=1 \Leftrightarrow \dfrac{30}{x}+\dfrac{36}{x-15}=1 \Rightarrow 30\left(x-15\right)+36x=x\left(x-15\right)$

$\Leftrightarrow 30x-450+36x=x^2-x \Leftrightarrow 66x-450=x^2-15x \Leftrightarrow x^2-81x+450=0$

$\Leftrightarrow \left(x-75\right)\left(x-6\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=75\ \left(loai\right) \\ x=6\ \left(thoa\, man\right) \end{array}\right.$

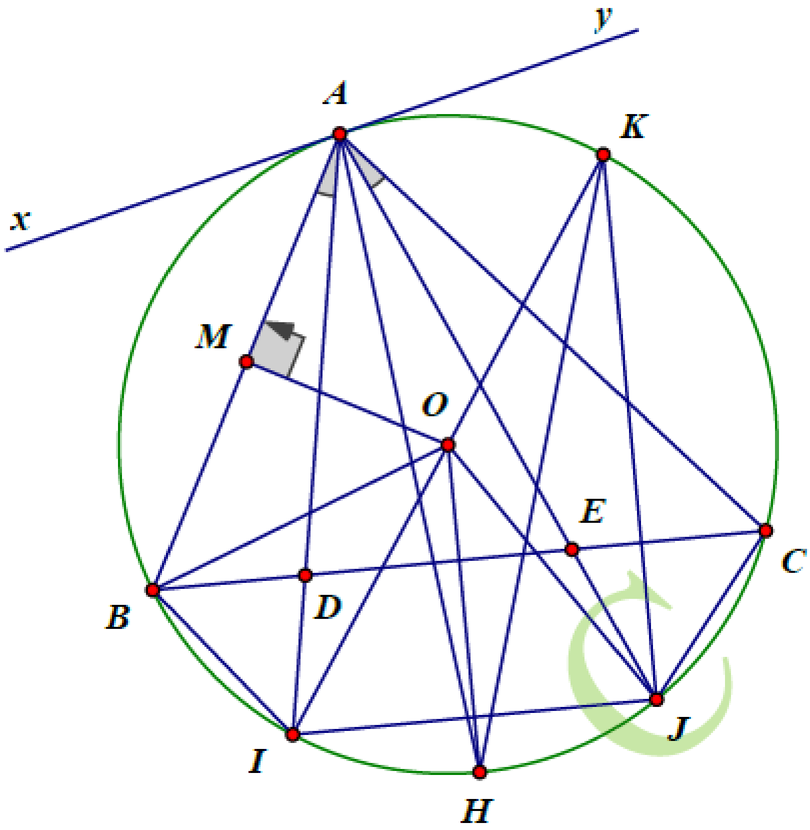
Vậy số học sinh nam là 6 học sinh.

Số học sinh nữ là $15-6=9$ (học sinh)

<u>Bài 3</u> (4 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O). Trên cạnh BC lần lượt lấy hai điểm D và E (D nằm giữa B và E) sao cho . Các tia AD và AE tương ứng cắt lại đường tròn (O) tại I và J.

a) Chứng minh: phân giác của đi qua điểm chính giữa của cung nhỏ IJ của đường tròn (O)
b) Chứng minh: tứ giác BCJI là hình thang cân.
c) Kẻ tiếp tuyến xy của đường tròn (O) tại điểm A. Chứng minh rằng: đường thẳng xy cũng là tiếp tuyến tròn ngoại tiếp tam giác ADE.

Hướng dẫn



a) Kẻ đường kính IOK . Ta có $OI = OJ \Rightarrow \Delta OIJ$ cân tại $O \Rightarrow \widehat{OIJ} = \widehat{OJI}$

Lại có: $\widehat{KOJ} = \widehat{OIJ} + \widehat{OJI}$ (góc ngoài tam giác)$\Rightarrow \widehat{KOJ} = 2\widehat{OIJ}$

Tương tự $\widehat{KOH} = 2\widehat{OIH}$

Nên $\widehat{KOH} - \widehat{KOJ} = 2\left(\widehat{IOH} - \widehat{OIJ}\right) \Rightarrow \widehat{HOI} = 2\widehat{HIJ}$

Tương tự $\widehat{HOJ} = 2\widehat{HAJ}$

Do đó $\widehat{HIJ} = \widehat{HAJ}$ (1)

Tương tự $\widehat{HIJ} = \widehat{HAI}$ (2)

Có $\widehat{HAJ} = \widehat{HAC} - \widehat{IAC}; \widehat{HAI} = \widehat{HAB} - \widehat{IAB}$

Mà $\widehat{HAC} = \widehat{HAB}; \widehat{IAC} = \widehat{IAB}$ (gt)

Nên $\widehat{HAJ} = \widehat{HAI}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra: $\widehat{HIJ} = \widehat{HJI} \Rightarrow \Delta HIJ$ cân tại H $\Rightarrow HI = HJ$

Mà IJ là dây cung của $(O) \Rightarrow H$ nằm chính giữa cung nhỏ IJ.

b) Tương tự câu a ta có: $\widehat{BCJ} = \widehat{BAJ}\left(=\frac{1}{2}\widehat{BOJ}\right)$; $\widehat{IBC} = \widehat{IAC}\left(=\frac{1}{2}\widehat{IOC}\right)$

Mà $\widehat{BAJ} = \widehat{IAJ} + \widehat{BAI} = \widehat{IAJ} + \widehat{CAJ} = \widehat{IAC}$

Nên $\widehat{BCJ} = \widehat{IBC}$

Có $B, C, J, I \in (O) \Rightarrow \widehat{BCJ} + \widehat{BIJ} = 180^o \Rightarrow \widehat{IBC} + \widehat{BIJ} = 180^o$

Mà hai góc này ở vị trí trong cùng phía

Do đó $BC // \text{IJ} \Rightarrow \text{BCIJ}$ là hình thang.

Mà $\widehat{BCJ} = \widehat{IBC}$ nên BCIJ là hình thang.

c) Có $\widehat{xAD} = \widehat{xAB} + \widehat{BAD}$

$\widehat{AED} = \widehat{ACE} + \widehat{EAC}$ Mà $\widehat{BAD} = \widehat{EAC}$

Kẻ $OM \perp AB\left(M \in AB\right)$, có $\widehat{xAB} = \widehat{AOM} = \dfrac{1}{2}\widehat{AOB}$

Tương tự câu a có $\widehat{ACB} = \dfrac{1}{2}\widehat{AOB}$

Do đó $\widehat{xAB} = \widehat{ACB}$ (đpcm)

<u>Bài 4</u> (1 điểm) Cho a, b, c là các số thỏa mãn $a + b + c = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $A = a^2 + b^2 + c^2 - 3ab$

Hướng dẫn

Ta có:

$$A = a^2 + b^2 + c^2 - 3ab = \left(a + b + c\right)^2 - 5ab - 2bc - 2ac = 1 - 5ab - 2bc - 2ac \le 1$$

Dấu bằng xảy ra khi (a; b; c) là hoán vị 3 số (1; 0; 0)

Ta có $A = \left(a - b\right)^2 + c^2 - ab$ Mà:

$$ab \le \frac{\left(a + b\right)^2}{4} = \frac{\left(1 - c\right)^2}{4} \Rightarrow A \ge \left(a - b\right)^2 + \frac{3}{4}c^2 + \frac{c}{2} - \frac{1}{4} = \left(a - b\right)^2 + \frac{3}{4}\left(c + \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} \ge -\frac{1}{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} a = b = \dfrac{2}{3} \\ c = -\dfrac{1}{3} \end{cases}$

Vậy giá trị lớn nhất của A là 1 khi (a; b; c) là hoán vị 3 số (1; 0; 0)

Giá trị nhỏ nhất của A là $-\dfrac{1}{3}$ khi $\begin{cases} a = b = \dfrac{2}{3} \\ c = -\dfrac{1}{3} \end{cases}$

UBND QUẬN BẮC TỪ LIÊM
PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO

Đề số 12

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
NĂM HỌC 2018 – 2019
Môn: Toán – Lớp 9
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2 điểm) Với $x \ge 0; x \ne 1$, cho hai biểu thức: $A = \dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$

và $B = \left(\dfrac{3}{x-1} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+1}\right) : \dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.
2) Rút gọn biểu thức B
3) Tìm x để $|M| = -M$ với $M = \dfrac{A}{B}$.

Bài 2 (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một người mua một cái bàn là và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 730 nghìn đồng. Khi trả tiền người đó được khuyến mãi giảm giá 10% đối với giá tiền bàn là và 20% đối với giá tiền quạt điện so với giá niêm yết. Vì vậy người đó phải trả tổng cộng 625 nghìn đồng. Tính giá tiền của cái bàn là và cái quạt điện theo giá niêm yết.

Bài 3 (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x-1} + \dfrac{2}{\sqrt{y+1}} = 5 \\ 4\sqrt{x-1} + \dfrac{3}{\sqrt{y+1}} = 10 \end{cases}$

2) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -2x + 3$

a) Vẽ đồ thị 2 hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ.
b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của đường thẳng (d) và Parabol (P). Tính diện tích tam giác AOB.

Bài 4 (3.5 điểm) Cho đường tròn (O;R) đường kính AB, điểm H nằm giữa hai điểm A và O. Kẻ dây CD vuông góc với AB tại H. Lấy điểm F thuộc cung AC nhỏ; BF cắt CD tại E; AF cắt tia DC tại I.

a) Chứng minh: Tứ giác AHEF là tứ giác nội tiếp.
b) Chứng minh: $\widehat{BFH} = \widehat{EAB}$, từ đó suy ra: $BE.BF = BH.BA$

c) Đường tròn ngoại tiếp ΔHIA cắt AE tại điểm thứ hai M. Chứng minh ΔHBE đồng dạng với và điểm M thuộc $(O;R)$.

d) Tìm vị trí của H trên OA để ΔOHD có chu vi lớn nhất.

Bài 5 (0.5 điểm) Cho các số thực a, b không âm thỏa mãn $a^2+b^2\le 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $C=\sqrt{a(29a+3b)}+\sqrt{b(29b+3a)}$

---HẾT---

HƯỚNG DẪN

Bài 1: (2 điểm) Với $x\ge 0; x\ne 1$, cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$

và $B=\left(\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}\right):\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$

4) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.
5) Rút gọn biểu thức B
6) Tìm x để $|M|=-M$ với $M=\dfrac{A}{B}$.

Hướng dẫn

1) Khi $x=16$ thì $A=\dfrac{\sqrt{16}-3}{\sqrt{16}-1}\Leftrightarrow A=\dfrac{1}{3}$

2) Với $x\ge 0; x\ne 1$, ta có:

$$B=\left(\frac{3}{x-1}+\frac{1}{\sqrt{x}+1}\right):\frac{1}{\sqrt{x}+1}=\left[\frac{3}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}+\frac{1}{\sqrt{x}+1}\right]:\frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{3+\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}.\left(\sqrt{x}+1\right)=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$$

Vậy với $x\ge 0; x\ne 1$ thì ta có $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$.

3) Ta có: $M=\dfrac{A}{B}$

$\Rightarrow M = A : B = \dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} : \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} = \dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$

Mà $|M| = -M \Leftrightarrow M < 0 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} < 0$ (do $\sqrt{x}+2 > 0$ luôn đúng với mọi $x \geq 0; x \neq 1$)

$\Leftrightarrow \sqrt{x}-3 < 0 \Leftrightarrow x < 9$. Kết hợp với điều kiện ra ta có $0 \leq 0 < 9; x \neq 1$.

Vậy $0 \leq 0 < 9; x \neq 1$ thì $|M| = -M$

<u>Bài 2</u> (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một người mua một cái bàn là và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 730 nghìn đồng. Khi trả tiền người đó được khuyến mãi giảm giá 10% đối với giá tiền bàn là và 20% đối với giá tiền quạt điện so với giá niêm yết. Vì vậy người đó phải trả tổng cộng 625 nghìn đồng. Tính giá tiền của cái bàn là và cái quạt điện theo giá niêm yết.

Hướng dẫn

Gọi giá niêm yết của bạn là, quạt điện lần lượt là a, b (nghìn đồng) (a, b dương)

+ Tổng số tiền mua bàn là và quạt điện theo giá niêm yết là 740 nghìn đồng, ta có $a+b=730$

+ Khi trả tiền người đó được khuyến mãn giảm giá 10% đối với giá bàn là và 20% đối với giá tiền quạt điện so với giá niêm yết. Nên ta có $90\%.a + 80\%.b = 625$ hay $0,9a + 0,8b = 625$

Vậy ta có hệ phương trình $\begin{cases} a+b=730 \\ 0,9a+0,8b=625 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=250 \\ b=500 \end{cases}$

Vậy giá niêm yết của bàn là và quạt điện lần lượt là 250000 đồng, 500000 đồng.

<u>Bài 3</u> (2 điểm)

1) Giải hệ phương trinh: $\begin{cases} \sqrt{x-1} + \dfrac{2}{\sqrt{y+1}} = 5 \\ 4\sqrt{x-1} + \dfrac{3}{\sqrt{y+1}} = 10 \end{cases}$

2) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -2x+3$

a) Vẽ đồ thị 2 hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của đường thẳng (d) và Parabol (P). Tính diện tích tam giác AOB.

Hướng dẫn

1) Điều kiện $\begin{cases} x-1\geq 0 \\ y+1\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 1 \\ y\geq -1 \end{cases}$

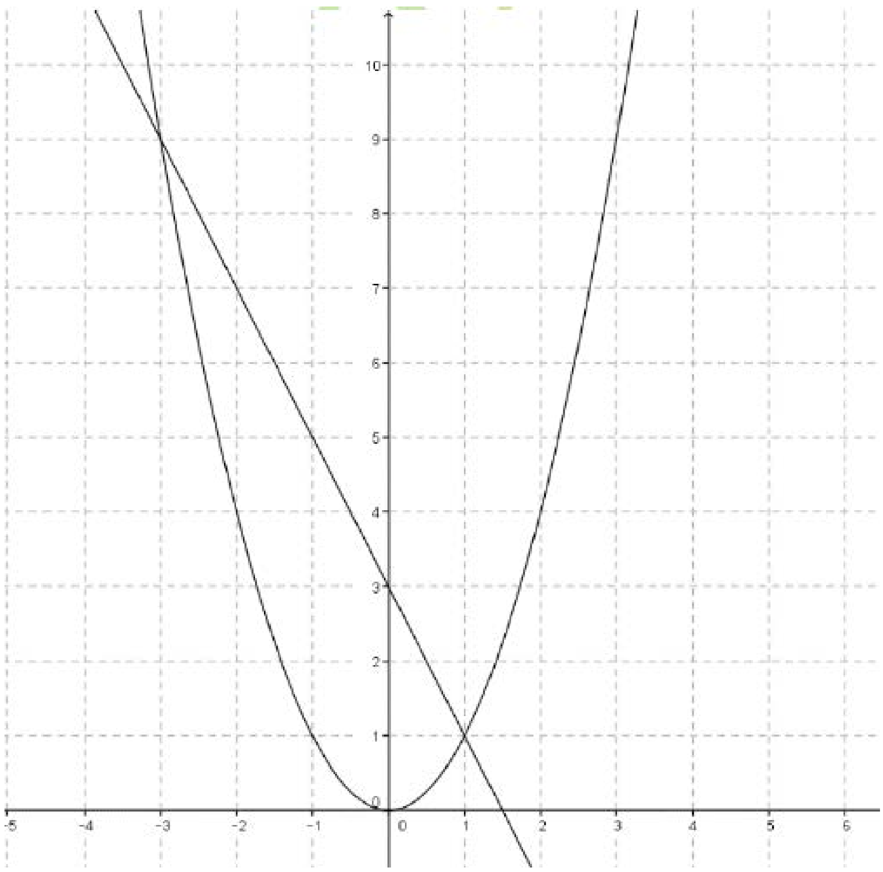
Đặt $\begin{cases} \sqrt{x-1}=a \\ \sqrt{y+1}=b \end{cases}$ (với $a\geq 0, \text{b}>0$)

Hệ phương trình đã cho trở thành $\begin{cases} a+2b=5 \\ 4a+3b=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1}=1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{y+1}}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-\dfrac{3}{4} \end{cases}$ (tmđk)

Vạy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(2;-\dfrac{3}{4}\right)$

2) a) Vẽ đồ thị



b) Từ hình vẽ $A(-3;9)$ và $B\left(\frac{3}{2};0\right)$. Kẻ AH vuông góc với Ox suy ra

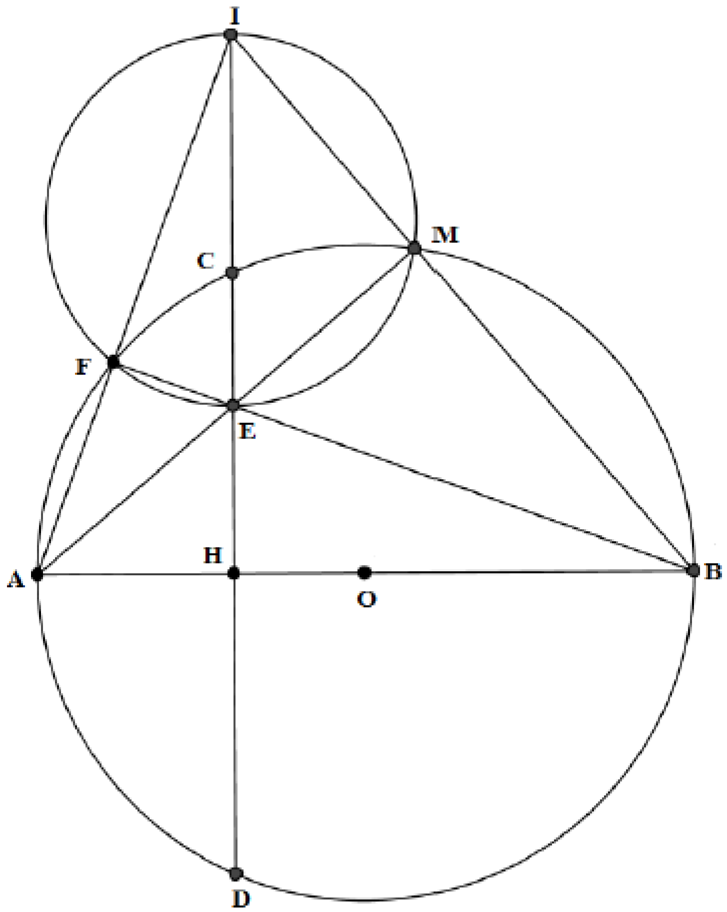
$AH;OB=\frac{3}{2}$

Vậy diện tích tam giác AOB là $\frac{1}{2}.9.\frac{3}{2}=\frac{27}{4}$

Bài 4 (3.5 điểm) Cho đường tròn (O;R) đường kính AB, điểm H nằm giữa hai điểm A và O. Kẻ dây CD vuông góc với AB tại H. Lấy điểm F thuộc cung AC nhỏ; BF cắt CD tại E; AF cắt tia DC tại I.

1) Chứng minh: Tứ giác AHEF là tứ giác nội tiếp.
2) Chứng minh: $\widehat{BFH}=\widehat{EAB}$, từ đó suy ra: $BE.BF=BH.BA$
3) Đường tròn ngoại tiếp ΔHIA cắt AE tại điểm thứ hai M. Chứng minh ΔHBE đồng dạng với và điểm M thuộc $(O;R)$.
4) Tìm vị trí của H trên OA để ΔOHD có chu vi lớn nhất.

Hướng dẫn



1) Ta có $\widehat{AFB}=90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{AFE}=90^o$

Ta có $\widehat{AHE}=90^o$ (do $CD\perp AB$ tại H)

Xét tứ giác AHEF có $\widehat{AFE}+\widehat{AHE}=90^o+90^o=180\Rightarrow$ Tứ giác AHEF nội tiếp đường tròn.

2) Tứ giác AHEF nội tiếp đường tròn (cmt)

$\Rightarrow \widehat{EFH}=\widehat{EAH}=\dfrac{1}{2}sd\,EH$ (góc nội tiếp đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{EFH}=\widehat{EAB}$

Xét ΔBHE và ΔBFA có

$\widehat{BHE}=\widehat{BFA}\left(=90^o\right)$

$\widehat{ABF}$ chung

Do đó $\Delta BHE\sim\Delta BFA\left(g.g\right)\Rightarrow\dfrac{BH}{BF}=\dfrac{BE}{BA}\Rightarrow BE.BF=BH.BA$

3) Xét ΔABF và ΔAHI có

$\widehat{AFB}=\widehat{AHI}\left(=90^o\right)$

$\widehat{BAI}$ Chung

Do đó $\Delta ABF\sim\Delta AHI\left(g.g\right)$

4) Xét có đường cao IH, BF và IH cắt BF tại E. Suy ra E là trực tâm $\Delta ABI\Rightarrow AE\perp BI\ (1)$

+ Ta có ΔEFI vuông tại F $\Rightarrow$ điểm F thuộc đường tròn đường kính EI. Mà tứ giác IFEM nội tiếp đường tròn $\Rightarrow$ điểm M thuộc đường tròn đường kính EI $\Rightarrow EM\perp IM$ hay $EM\perp IB\ \left(2\right)$

Từ (1) và (2) ta có A, E, M thẳng hàng và $\widehat{AMB}=90^o\Rightarrow M$ thuộc đường tròn đường kính AB.

Hay M thuộc (O)

<u>Bài 5</u> (0.5 điểm) Cho các số thực a, b không âm thỏa mãn $a^2+b^2\le 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $C=\sqrt{a\left(29a+3b\right)}+\sqrt{b\left(29b+3a\right)}$

Hướng dẫn

Ta có:

$$\sqrt{32}C=\sqrt{32a\left(29a+3b\right)}+\sqrt{32b\left(29b+3a\right)}$$

$$\le\frac{32a+\left(29a+3b\right)}{2}+\frac{32b+\left(29b+3a\right)}{2}=32\left(a+b\right)$$

$\Rightarrow C \le \sqrt{32}\left(a+b\right)$.

Mặt khác: $\left(a+b\right)^2 \le 2\left(a^2+b^2\right) \le 4 \Rightarrow a+b \le 2 \Rightarrow C \le 2\sqrt{32}$

Dấu bằng xảy ra khi $a=b=1$.

Vậy $\max C = 2\sqrt{32} \Leftrightarrow a=b=1$.

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II THCS ARCHIMEDES ACADEMY

Ngày thi: 02/03/2019

Thời gian: 90 phút

Đề số 13

Bài 1: (2 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{4x}{x-9} \text{ với } x>0; x\neq 9$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 16
2) Rút gọn biểu thức B
3) Cho $M = A.B$, hãy so sánh M và $\sqrt{M}$ (với điều kiện $\sqrt{M}$ có nghĩa)

Bài 2 (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách phương trình hoặc hệ phương trình

Hai vòi cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 6 giờ 40 phút sẽ đầy. Nếu chảy một mình thì vòi thứ hai chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ nhất là 3 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Bài 3 (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 6\sqrt{x+2} = \sqrt{x+y} \\ \dfrac{3}{\sqrt{x+y}} + \dfrac{2}{\sqrt{x+2}} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

2) Cho hai đường thẳng $(d): y = 2mx - m^2 + 2\text{m}$ và parabol $(P): y = x^2$

a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Giả sử đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$.

Tìm m để: $y_1y_2 = -10x_1x_2 - 9$

Bài 4 (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Điểm C bất kì trên nửa (O) (C khác A; C khác B). Kẻ đường kính CD của (O). Tiếp tuyến tại B của (O) cắt các tia AC; AD lần lượt tại M và N.

1) Chứng minh tứ giác CDNM nội tiếp.

2) Gọi H là trung điểm của BN, chứng minh O là trực tâm của tam giác MAH.

3) Kéo dài OM cắt AH tại K. Chứng minh:

a) $OK.OM = OA^2$

b) K thuộc đường tròn đi qua 4 điểm MCDN. Tính tỉ số $\frac{EF}{AB}$

<u>Bài 4</u> (0,5 điểm) Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn đồng thời các điều kiện

$a < b < c, \mathrm{a} + \mathrm{b} + \mathrm{c} = 6, \mathrm{ab} + \mathrm{bc} + \mathrm{ca} = 9$

a) Chứng minh rằng a, c hai nghiệm của phương trình bậc hai
$x^2 - (6-b)x + (3-b)^2 = 0$

b) Chứng minh rằng $0 < a < 1 < b < 3 < c < 4$.

---HẾT---

HƯỚNG DẪN

<u>Bài 1:</u> (2 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{4x}{x-9} \text{ với } x > 0; x \neq 9$$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 16
b) Rút gọn biểu thức B
c) Cho $M = A.B,$ hãy so sánh M và $\sqrt{M}$ (với điều kiện $\sqrt{M}$ có nghĩa)

Hướng dẫn

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$

Thay $x = 16$ (thỏa mãn điều kiện) vào $A = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$, ta được

$$A = \frac{2\sqrt{16}-1}{\sqrt{16}} = \frac{2.4-1}{4} = \frac{7}{4}$$

b) Rút gọn biểu thức B

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{4x}{x-9} \text{ với } x > 0; x \neq 9$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{x-9} + \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{x-9} - \frac{4x}{x-9}$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right) + \sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right) - 4x}{x-9}$$

$$B=\frac{2x+6\sqrt{x}+x-3\sqrt{x}-4x}{x-9}=\frac{3\sqrt{x}-x}{x-9}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}\left(3-\sqrt{x}\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

c) Cho $M=A.B,$ hãy so sánh M và $\sqrt{M}$ (với điều kiện $\sqrt{M}$ có nghĩa)

$$M=A.B=\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}.\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}=\frac{1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

Vì $\sqrt{M}$ có nghĩa nên, ta xét: $M^2-M=\dfrac{\left(2\sqrt{x}-1\right)\left(3\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)^2}$

Đánh giá: $x>0\Rightarrow\sqrt{x}>0\Leftrightarrow 3\sqrt{x}+2>0$ mà $\left(\sqrt{x}+3\right)^2>0,\forall x$

Xét $2\sqrt{x}-1>0\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{4}$. Vậy $M^2>M$ khi $x>\dfrac{1}{4}$.

<u>Bài 2</u> (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách phương trình hoặc hệ phương trình

Hai vòi cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 6 giờ 40 phút sẽ đầy. Nếu chảy một mình thì vòi thứ hai chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ nhất là 3 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Hướng dẫn

Gọi thời gian vòi 1 chảy một mình cho đến khi đầy bể là: $x\left(h\right),x>\dfrac{20}{3}$

Gọi thời gian vòi 2 chảy một mình cho đến khi đầy bể là: $y\left(h\right),y>\dfrac{20}{3}$

Như vậy, năng suất lần lượt của từng vòi 1, vòi 2 lần lượt là: $\dfrac{1}{x};\dfrac{1}{y}$ (bể/h)

Khi hai vòi cùng chảy vào bể không chứa nước thì sau $6h40p=\dfrac{20}{3}\left(h\right)$ thì đầy bể,

nên ta có: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{3}{20}\quad(1)$

Khi chảy riêng: Do vòi thứ 2 chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ nhất là 3 giờ nên ta có: $x = y + 3 \quad (2)$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{3}{20} \\ x = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = 12\,(t/m) \\ y = -\dfrac{5}{3}(l) \end{array}\right. \\ x = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 12 \end{cases}(h)$

Vậy thời gian để vòi 1, vòi 2 chảy 1 mình đầy bể lần lượt là: $15(h)$ và $12(h)$

Bài 3 (2 điểm)

1) Giải hệ phương trinh: $\begin{cases} 6\sqrt{x+2} = \sqrt{x+y} \\ \dfrac{3}{\sqrt{x+y}} + \dfrac{2}{\sqrt{x+2}} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

2) Cho hai đường thẳng $(d): y = 2mx - m^2 + 2\text{m}$ và parabol $(P): y = x^2$

a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Giả sử đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$.

Tìm m để: $y_1 y_2 = -10 x_1 x_2 - 9$

Hướng dẫn

1) Giải hệ phương trinh: $\begin{cases} 6\sqrt{x+2} = \sqrt{x+y} \\ \dfrac{3}{\sqrt{x+y}} + \dfrac{2}{\sqrt{x+2}} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

Điều kiện: $x > -2; \text{x} > -y$

Đặt $(I): \begin{cases} a = \sqrt{x+2} \\ b = \sqrt{x+y} \end{cases} (a, b > 0)$, ta được HPT mới tương đương HPT đã cho, như sau:

$\begin{cases} 6a = b \\ \dfrac{3}{b} + \dfrac{2}{a} = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 30 \end{cases} \quad (t/m)$

Thay $(a;b)=(5;30)$ vào (I), ta được:

$$\begin{cases}\sqrt{x+2}=5\\ \sqrt{x+y}=30\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2=25\\ x+y=900\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=23\\ y=877\end{cases}(t/m)$$

Vậy nghiệm của HPT là: $(x;y)=(23;877)$

2) Cho hai đường thẳng $(d): y=2mx-m^2+2\text{m}$ và parabol $(P): y=x^2$

a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$x^2=2mx-m^2+2\text{m}$

$\Leftrightarrow \text{x}^2-2mx+m^2-2m=0$

Xét $\Delta'=b'^2-ac=m^2-\left(m^2-2m\right)=2m$

Để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt
$\Leftrightarrow \Delta'>0\Leftrightarrow 2m>0\Leftrightarrow m>0$

Vậy $\text{m}>0$ thì đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Giả sử đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm $A(x_1;y_1)$ *và* $B(x_2;y_2)$.

Tìm m để: $y_1y_2=-10x_1x_2-9$

Vì đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$ nên phương trình $x^2-2mx+m^2-2m=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Theo vi-et, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2m\\ x_1x_2=m^2-2m\end{cases}\quad(1)$

Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm $A(x_1;x_1^2)$ và $B(x_2;x_2^2)$

Thay vào $y_1y_2=-10x_1x_2-9$, ta được:

$\Leftrightarrow x_1^2x_2^2=-10x_1x_2-9\Leftrightarrow (x_1x_2)^2=-10x_1x_2-9$

$$\Leftrightarrow (x_1x_2)^2+10x_1x_2+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1x_2=-1\\ x_1x_2=-9\end{array}\right.\quad(2)$$

Từ (1) và (2), ta có: $\left[\begin{array}{l} m^2-2m=-1 \\ m^2-2m=-9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2-2m+1=0 \\ m^2-2m+9=0 \quad (loai) \end{array}\right. \Leftrightarrow m=1 \quad (tm)$

Vậy m = 1 thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

<u>Bài 4</u> (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Điểm C bất kì trên nửa (O) (C khác A; C khác B). Kẻ đường kính CD của (O). Tiếp tuyến tại B của (O) cắt các tia AC; AD lần lượt tại M và N.

1) Chứng minh tứ giác CDNM nội tiếp.

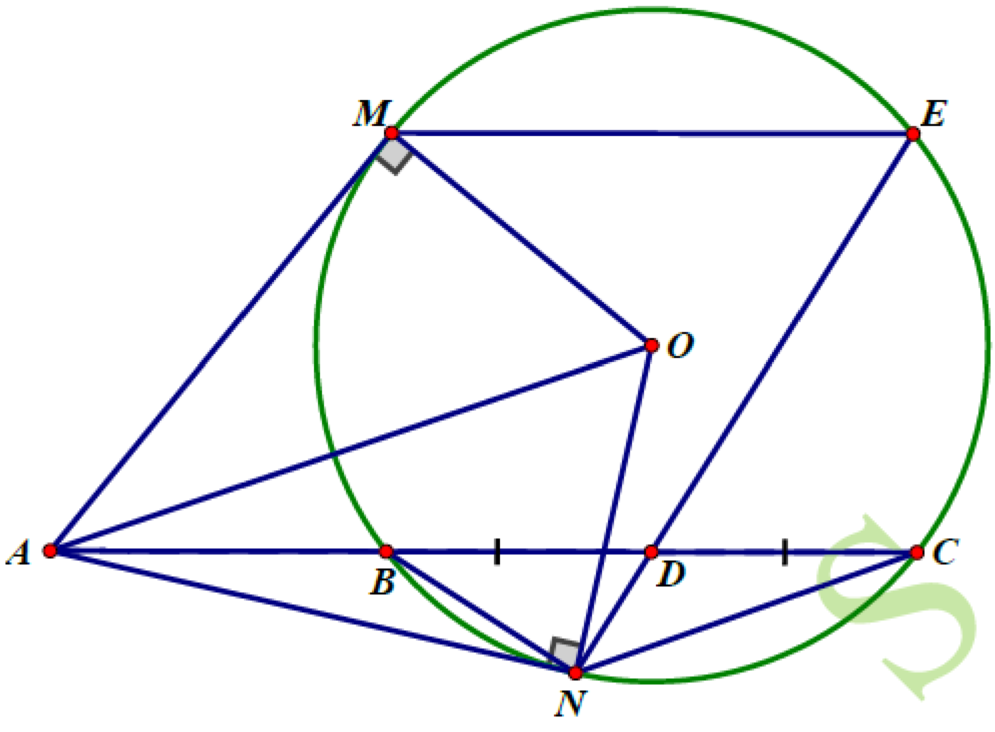
2) Gọi H là trung điểm của BN, chứng minh O là trực tâm của tam giác MAH.

3) Kéo dài OM cắt AH tại K. Chứng minh:

a) $OK.OM = OA^2$

b) K thuộc đường tròn đi qua 4 điểm MCDN. Tính tỉ số $\dfrac{EF}{AB}$

Hướng dẫn



1) Chứng minh tứ giác CDNM nội tiếp.

Chứng minh $\widehat{M} = \widehat{D_1}$ (cùng phụ hai góc bằng nhau) (1)

Mặt khác: $\widehat{D_1} + \widehat{D_2} = 180^o$ ($\widehat{AND}$ là góc bẹt) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{M}+\widehat{D_2}=180^o$ (2 góc ở vị trí đối diện)

$\Rightarrow CDNM$ nội tiếp (đpcm)

2) Gọi H là trung điểm của BN, chứng minh O là trực tâm của tam giác MAH

Vì CD là đường kính của (O) (gt) nên $\widehat{DAC}=90^o \Rightarrow AN\perp AC$

Ta có:

$\begin{cases} OA=OB\ (gt) \\ BH=HB\ (gt) \end{cases}$ Là đường trung bình của tam giác BAN

$\Rightarrow OH//AN$ (t/c đường trung bình)

$\Rightarrow OH\perp AC$ (quan hệ từ vuông góc tới song song)

Như vậy: $\begin{cases} AB\perp MH\ (gt) \\ OH\perp AC \\ OH\cap AB=\{O\} \end{cases} \Rightarrow O$ là trực tâm của tam giác MAH (đpcm)

3) Kéo dài MO cắt AH tại K. Chứng minh:

a) Chứng minh: $\Delta OAK \sim \Delta OMB(g.g)$

$$\Rightarrow \frac{OA}{OM}=\frac{OK}{OB} \Leftrightarrow OA.OB=OK.OM \Leftrightarrow OA^2=OK.OM\ (dpcm)$$

b) Đề sai.

<u>Bài 4</u> (0,5 điểm) Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn đồng thời các điều kiện

$a<b<c, \mathrm{a+b+c=6, ab+bc+ca=9}$

a) Chứng minh rằng a, c hai nghiệm của phương trình bậc hai

$x^2-(6-b)x+(3-b)^2=0$

b) Chứng minh rằng $0<a<1<b<3<c<4$.

Hướng dẫn

a) Chứng minh rằng a, c hai nghiệm của phương trình bậc hai

$x^2-(6-b)x+(3-b)^2=0$

Giải sử a, c là nghiệm của phương trình bậc hai $x^2-(6-b)x+(3-b)^2=0$

Ta thay lần lượt a, c vào phương trình trên:

$a^2-(6-b)a+(3-b)^2=0 \qquad (1)$

$c^2-(6-b)c+(3-b)^2=0 \qquad (2)$

Lấy (1) – (2) và $a<b<c, a+b+c=6$, ta được $0(c-a)=0$ (luôn đúng).

Như vậy, a, c là nghiệm của phương trình bậc hai $x^2-(6-b)x+(3-b)^2=0$ (đpcm)

b) Chứng minh rằng $0<a<1<b<3<c<4$.

Ta có $a<b<c, a+b+c=6, ab+bc+ca=9$

Xét $(a+b+c)^2=36 \Leftrightarrow a^2+b^2+c^2=18$

Chứng minh: $a,b,c>0$ ta có

$$ab+bc+ac<a(b+c)+\frac{(b+c)^2}{4}=a(6-a)+\frac{(6-a)^2}{4} \Rightarrow \frac{3a^2}{4}-3a<0$$

$\Rightarrow 0<a<4 \Rightarrow 0<a<b<c$

Mà $a^2+b^2+c^2<ac+bc+c^2=c(a+b+c)=6c \Rightarrow c>3$

Chứng minh $c<4$:

Giả sử: $c\ge 4 \Rightarrow c^2\ge 4c$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2>\frac{(a+b)^2}{2}+4c=\frac{(6-c)^2}{2}+4c \Leftrightarrow \frac{c^2}{2}-2c<0 \Leftrightarrow 0<c<4$$

Do đó, giả sử sai nên $c<4$.

Chứng minh $a<1$:

Giả sử: $1\le a<b<c<4$

Như vậy: $\begin{cases}(a-1)(a-4)\le 0 & (1)\\ (b-1)(b-4)<0 & (2)\\ (c-1)(c-4)<0 & (3)\end{cases}$

Lấy (1) + (2) + (3), ta được: $a^2+b^2+c^2\le 5(a+b+c)-12 \Rightarrow 18<5.6-12=18$ (vô lý)

Do đó, giả sử sai nên $a < 1$

Ta có: $a < 1; c < 4$ nên $b = 6 - a - c > 6 - 1 - 4 = 1$

Ta có: $a < 1; c < 4$ nên $b = 6 - a - c > 6 - 1 - 4 = 1$

Chứng minh $b < 3$:

Giả sử: $b \geq 3$, ta có: $(b-3)(c-3) \geq 0$

$$\Leftrightarrow bc \geq 3(b+c) - 9 = 3(6-a) - 9 = 9 - 3a$$
$$\Rightarrow 9 = ab + bc + ca = a(b+c) + bc \geq a(b+c) + 9 - 3a$$
$$\Rightarrow a(b+c-3) \leq 0$$

Mà $a > 0, b + c > 3$ do đó, giả sử sai nên $b < 3$

Từ các chứng minh trên ta suy ra: $0 < a < b < c < 4$ (đpcm)

PHÒNG GD&ĐT TRƯỜNG THCS NAM TỪ LIÊM Đề số 14	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II NĂM HỌC 2018 – 2019 Môn: Toán – Lớp 9 Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1: **(2 điểm) Cho hai biểu thức** $A = \dfrac{\sqrt{x}+2}{1+\sqrt{x}}$ và

$$B = \left(\frac{2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}-6} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}\right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \text{ với } x > 0; x \neq 9$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x^2 = 16$
2) Rút gọn biểu thức B
3) Với $x \in Z$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A.B$

Bài 2 **(2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình**

Quảng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4 km, một đoạn xuống dốc dài 5 km. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 40 phút và đi từ B hết 41 phút (vận tốc lên dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lên dốc và lúc xuống dốc.

Bài 3 **(2 điểm)** Cho đường thẳng $(d): y = x + 2$ và Parabol :

$$(P): y = (2m-1)x^2. \quad \left(m \neq \frac{1}{2}\right)$$

a) Tìm m biết parabol (P) đi qua điểm $M(-2;4)$
b) Với m tìm được
   1) Vẽ đồ thị của (d) và (P) trên cùng một hệ trục tọa độ.
   2) Xác định tọa độ điểm A và B của (d) và (P). Tính diện tích ΔOAB.

Bài 4 **(3,5 điểm)** Cho đường tròn (O;R) dây cung BC không đi qua tâm. Điểm A di động trên cung nhỏ BC (AB < AC). Kẻ đường kính AP. Gọi D là hình chiếu của A trên BC, gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B, C trên AP.

a) Chứng minh rằng tứ giác ABDE nội tiếp
b) Chứng minh rằng: $BD.AC = AD.$PC
c) Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng OI cắt DP tại K. Gọi N là điểm đối xứng của D qua I. Chứng minh IK//NP và EN//AC
d) Chứng minh I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF .

Bài 5 (0,5 điểm). Cho hai số dương x, y thỏa mãn $(x+y-1)^2 = xy$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \dfrac{1}{xy} + \dfrac{1}{x^2+y^2} + \dfrac{\sqrt{xy}}{x+y}$

---HẾT---

HƯỚNG DẪN

Bài 1: (2 điểm) Cho hai biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}+2}{1+\sqrt{x}}$ và

$$B = \left(\frac{2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}-6} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}\right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \text{ với } x > 0; x \neq 9$$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x^2 = 16$
b) Rút gọn biểu thức B
c) Với $x \in Z$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A.B$

Hướng dẫn

a) $x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm 4$. Vì $x > 0; x \neq 9 \Rightarrow x = 4$. Thay vào A ta có:P

$$A = \frac{\sqrt{4}+2}{1+\sqrt{4}} = \frac{2+2}{1+2} = \frac{4}{3}$$

b) Ta có:

$$B = \left(\frac{2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}-6} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}\right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \left[\frac{2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}\right] : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}+\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} . \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = \frac{x+4\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)} = \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+4\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$$

c) $P = A.B = \dfrac{\sqrt{x}+2}{1+\sqrt{x}} . \dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+1} = 1 + \dfrac{3}{\sqrt{x}+1}$

Với $x \in Z$ ta có $\sqrt{x}+1 \ge 1 \Leftrightarrow \dfrac{3}{\sqrt{x}+1} \le 3 \Leftrightarrow 1+\dfrac{3}{\sqrt{x}+1} \le 4$

Vậy giá trị lớn nhất của $P = A.B$ là 4. Dấu “=” xảy ra khi x = 0

Bài 2 (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Quảng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4 km, một đoạn xuống dốc dài 5 km. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 40 phút và đi từ B hết 41 phút (vận tốc lên dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lên dốc và lúc xuống dốc.

Hướng dẫn

Gọi x (km/h) là vận tốc của xe đẹp lúc lên dốc và y (km/h) là vận tốc xe đẹp lúc xuống dốc. Điều kiện $x > 0, y > 0$

Người đi xe đạp từ A đến B hết 40 phút nên ta có: $\dfrac{4}{x}+\dfrac{5}{y}=\dfrac{40}{60}$

Người đi xe đạp từ B đến A hết 41 phút nên ta có: $\dfrac{5}{x}+\dfrac{4}{y}=\dfrac{41}{60}$

Ta có phương trình $\begin{cases} \dfrac{4}{x}+\dfrac{5}{y}=\dfrac{40}{60} \\ \dfrac{5}{x}+\dfrac{4}{y}=\dfrac{41}{60} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=15 \end{cases}$

Bài 3 (2 điểm) Cho đường thẳng $(d): y = x+2$ và Parabol :

$(P): y=(2m-1)x^2$. $\left(m \ne \dfrac{1}{2}\right)$

a) Tìm m biết parabol (P) đi qua điểm $M(-2;4)$

b) Với m tìm được

1) Vẽ đồ thị của (d) và (P) trên cùng một hệ trục tọa độ.

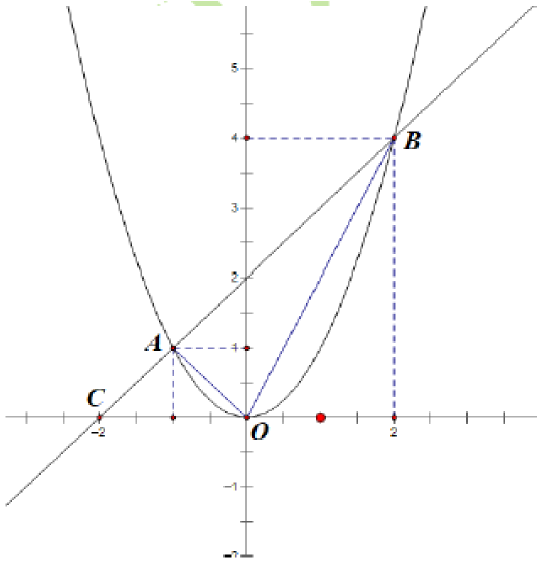
2) Xác định tọa độ điểm A và B của (d) và (P). Tính diện tích ΔOAB.

Hướng dẫn

a) Thay $M(-2;4)$ vào (P), ta được:

$4=(2m-1)(-2)^2 \Leftrightarrow 2m-1=1 \Leftrightarrow m=1$

b) $(P): y=x^2$, $\quad (d): y=x+2$



Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = 4 \end{array}\right.$$

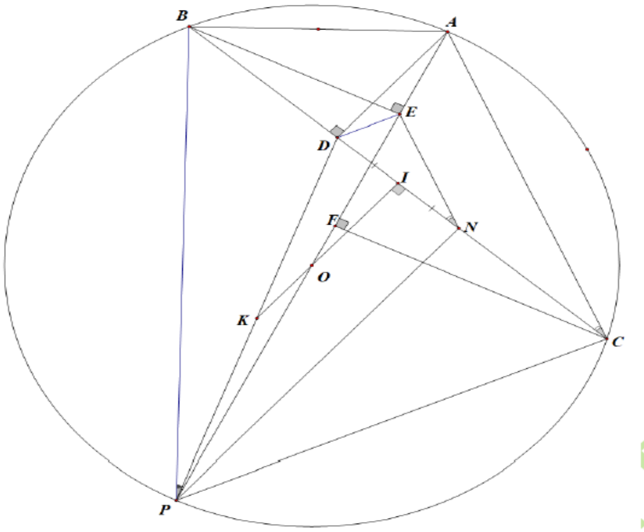
Vậy $A(-1;1), B(2;4)$

$$S_{OAB} = S_{COB} - S_{CAO} = \frac{1}{2}.2.4 - \frac{1}{2}.2.1 = 3$$

Bài 4 (3,5 điểm) Cho đường tròn (O;R) dây cung BC không đi qua tâm. Điểm A di động trên cung nhỏ BC (AB < AC). Kẻ đường kính AP. Gọi D là hình chiếu của A trên BC, gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B, C trên AP.

a) Chứng minh rằng tứ giác ABDE nội tiếp
b) Chứng minh rằng: $BD.AC = AD.\text{PC}$
c) Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng OI cắt DP tại K. Gọi N là điểm đối xứng của D qua I. Chứng minh IK//NP và EN//AC
d) Chứng minh I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF .

Hướng dẫn



a) Ta có D, E nhìn AB dưới một góc vuông nên ABDE nội tiếp

b) Xét ΔBDA và ΔPCA có:

$\widehat{BDA} = \widehat{PCA} = 90^o$

$\widehat{DBA} = \widehat{CPA} = 90^o$ (chắn cung AC)

Vậy $\Delta BAD \sim \Delta PCA(g.g) \Rightarrow \dfrac{BD}{AD} = \dfrac{PC}{AC} \Rightarrow BD.AC = AD.PC$

c) I là trung điểm của BC $\Rightarrow OI \perp BC \Rightarrow IK // AD$

Xét ΔPDA có O trung điểm PA, OK // AD. Vậy K là trung điểm của PD

Xét ΔPDN có I trung điểm DN, K là trung điểm PD. Vậy IK //NP

Ta có IK //NP $\Rightarrow \widehat{BNP} = 90^o$. Ta có N, E nhìn PB dưới một góc vuông nên BEBP nội tiếp

$\widehat{BNE} = \widehat{BPE}$ (chắn cung BE) (*)

$\widehat{BPE} = \widehat{BCA}$ (chắn cung BA) (*)

Từ (*) và (**) suy ra $\widehat{BNE} = \widehat{BCA}$. Vậy EN // AC

d) Ta có $\widehat{EDC} = \widehat{BAP}$ (tứ giác ABDE nội tiếp)

$\widehat{BAP} = \widehat{BCP}$ (chắn cung PB)

Vậy $\widehat{EDC} = \widehat{BCP}$. Vậy ED // CP

Ta có $\left.\begin{matrix} DE // CP \\ EN // CA \\ AC \perp CP \end{matrix}\right\} \Rightarrow DE \perp EN$. Mà I là trung điểm DN. Vậy I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF

<u>Bài 5</u> (0,5 điểm). Cho hai số dương x, y thỏa mãn $2(x+y-1)^2 = xy$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \dfrac{1}{xy} + \dfrac{1}{x^2+y^2} + \dfrac{\sqrt{xy}}{x+y}$

Hướng dẫn

Vì $xy \le \dfrac{(x+y)^2}{2} \Rightarrow (x+y-1)^2 \le \dfrac{(x+y)^2}{4}$

$$\Leftrightarrow (x+y)^2 - 2(x+y) + 1 \le \frac{(x+y)^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow 3(x+y)^2 - 8(x+y) + 4 \le 0$$

$$\Leftrightarrow (3x+3y-2)(x+y-2) \le 0$$

$$\Rightarrow x+y \le 2$$

Mà $x+y \ge 2\sqrt{xy} \Rightarrow xy \le 1$

$$P = \frac{1}{xy} + \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{\sqrt{xy}}{x+y} = \frac{1}{2xy} + \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2xy} + \frac{\sqrt{xy}}{x+y}$$

$$\ge \frac{4}{x^2+y^2+2xy} + 2\sqrt{\frac{1}{2xy}.\frac{\sqrt{xy}}{x+y}} \ge \frac{4}{(x+y)^2} + \frac{2}{\sqrt{2\sqrt{xy}.(x+y)}} \ge \frac{4}{4} + \frac{2}{\sqrt{2.1.2}} = 1+1 = 2$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = y = 1.$

Vậy $\min P = 2 \Leftrightarrow x = y = 1.$

UBND QUẬN BA ĐÌNH
TRƯỜNG THCS NGUYỄN CÔNG TRỨ

Đề số 15

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
NĂM HỌC 2017 – 2018
Môn: Toán – Lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1: (2 điểm) Cho biểu thức $A=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{x}{x-4}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x\ge 0; x\ne 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 9
2) Rút gọn biểu thức B
3) Tìm x nguyên để biểu thức $\dfrac{A}{B}$ có giá trị là số nguyên

Bài 2 (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một phần xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Bài 3 (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3\sqrt{x+1}-\dfrac{2}{y-2}=4 \\ 2\sqrt{x+1}+\dfrac{1}{y-2}=5 \end{cases}$
2) Cho phương trình: $x^2-mx-4=0$
   a) Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m.
   b) Tìm các giá trị của m để $x_1x_2-x_1^2-x_2^2=-13$

Bài 4 (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ tiếp tuyến AM, AN tới đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm)

a) Chứng minh rằng tứ giác AMON nội tiếp
b) Vẽ cát tuyến ABC tới đường tròn (O) (Tia AO nằm giữa AM và tia AC)
   Chứng minh rằng: $AM^2=AB.AC$
c) Gọi H là giao điểm AO và MN. Chứng minh tứ giác BHOC nội tiếp.

d) Chứng minh rằng HN là tia phân giác của $\widehat{BHC}$.

Bài 5 (0,5 điểm). Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}=1$

Chứng minh rằng: $\dfrac{a^2}{a+b}+\dfrac{b^2}{b+c}+\dfrac{c^2}{c+a}\ge \dfrac{1}{2}$

---HẾT---

HƯỚNG DẪN

Bài 1: (2 điểm) Cho biểu thức $A=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{x}{x-4}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x\ge 0; x\ne 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 9
b) Rút gọn biểu thức B
c) Tìm x nguyên để biểu thức $\dfrac{A}{B}$ có giá trị là số nguyên

Hướng dẫn

a) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 9

Với $x\ge 0; x\ne 4$ ta có $A=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

Với x = 9 thỏa mãn điều kiện

Thay x = 9 vào ta được: $A=\dfrac{2\sqrt{9}}{\sqrt{9}-2}=\dfrac{6}{3-2}=6$

Vậy với x = 9 thì A = 6.

b) Rút gọn biểu thức B

Với $x\ge 0; x\ne 4$ ta có:

$$B=\frac{x}{x-4}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}=\frac{x}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

$$=\frac{x}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{x+\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy với $x\geq 0; x\neq 4$ thì $B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$

c) Tìm x nguyên để biểu thức $\frac{A}{B}$ có giá trị là số nguyên

Với $x\geq 0; x\neq 4$ ta có:

$$\frac{A}{B}=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}:\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}.\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}=2+\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$$

Vì $2\in Z$ nên để $\frac{A}{B}\in Z$ thì $\frac{2}{\sqrt{x}-1}\in Z$

Trường hợp 1: x không là số chính phương

$\Rightarrow \sqrt{x}$ không là số nguyên

$\Rightarrow \sqrt{x}-1$ không là số nguyên

$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-1}$ không là số nguyên $\Rightarrow$ loại trường hợp này.

Trường hợp 1: x là số chính phương

$\Rightarrow \sqrt{x}$ là số nguyên

$\Rightarrow \sqrt{x}-1$ là số nguyên

Để $\frac{2}{\sqrt{x}-1}\in Z$ thi $\sqrt{x}-1\in U\left(2\right)=\left\{\pm 1;\pm 2\right\}$

Lập bảng:

$\sqrt{x}-1$	1	-1	2	-2
$\sqrt{x}$	2	0	3	-1
x	4 (Không TMĐK)	0	9	(loại)

Vậy với $x\in\left\{0;9\right\}$ thì $\frac{A}{B}$ có giá trị nguyên.

<u>Bài 2</u> (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một phần xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩn mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất theo kế hoạch là x (sản phẩm), $0 < x < 1100$;

Số ngày phân xưởng hoàn thành công việc theo kế hoạch là y (ngày), $y > 2$

Vì phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm nên ta có phương trình $xy = 1100 \quad (1)$

Vì mỗi ngày phân xưởng sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày, do đó ta có phương trình

$(x+5)(y-2) = 1100 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} xy = 1100 \\ (x+5)(y-2) = 1100 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x^2 + 10x - 5500 = 0 \\ y = \dfrac{10+2x}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-50)(x+55) = 0 \\ y = \dfrac{10+2x}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 50 \\ x = -55 \end{array}\right. \\ y = \dfrac{10+2x}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 50 \\ y = 22 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -55 \\ y = -50 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ta có $x = 50, y = 22$ thỏa mãn điều kiện của ẩn; $x = -55, y = -20$ không thỏa mãn điều kiện của ẩn.

<u>Bài 3</u> (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3\sqrt{x+1} - \dfrac{2}{y-2} = 4 \\ 2\sqrt{x+1} + \dfrac{1}{y-2} = 5 \end{cases}$

2) Cho phương trình: $x^2 - mx - 4 = 0$

   a) Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m.

   b) Tìm các giá trị của m để $x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2 = -13$

Hướng dẫn

1) Điều kiện: $x \geq -1, y \neq 2$

Đặt $\begin{cases}\sqrt{x+1}=a\\ \dfrac{1}{y-2}=b\end{cases}\left(a\ge 0,b\ne 0\right)$

Hệ phương trình trở thành:

$\begin{cases}3a-2b=4\\ 2a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a-2b=4\\ 4a+2b=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7a=14\\ 2a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=1\end{cases}\left(tmdk\right).$

Trở về ẩn cũ: $\begin{cases}\sqrt{x+1}=2\\ \dfrac{1}{y-2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+1=4\\ y-2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\ y=3\end{cases}$ (tmđk)

Vậy hệ phương trình có duy nhất $\left(x;y\right)=\left(3;3\right)$

2) a) Xét phương trình: $x^2-mx-4=0$

Ta có: $\Delta=m^2+4>0,\forall m$

Vậy phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 với mọi giá trị của m.

b) Theo Vi-et ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=m\\ x_1.x_2=-4\end{cases}$

Ta có: $x_1x_2-x_1^2-x_2^2=-13$

$\Leftrightarrow 3x_1x_2-\left(x_1+x_2\right)^2=-13\Leftrightarrow 3.\left(-4\right)-m^2=-13\Leftrightarrow m^2=1\Leftrightarrow m=\pm 1$

Vậy $m=\pm 1$ là giá trị cần tìm.

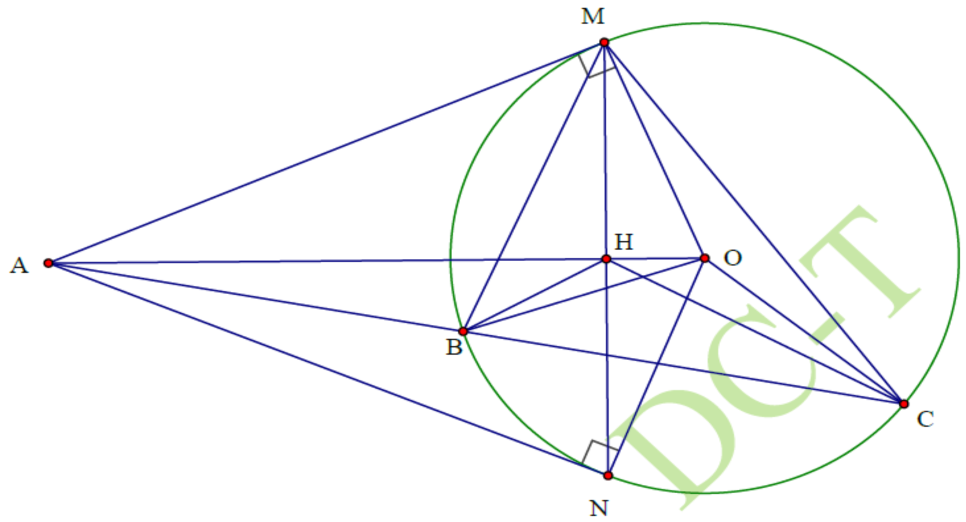
<u>Bài 4</u> (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ tiếp tuyến AM, AN tới đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm)

a) Chứng minh rằng tứ giác AMON nội tiếp
b) Vẽ cát tuyến ABC tới đường tròn (O) (Tia AO nằm giữa AM và tia AC)

Chứng minh rằng: $AM^2=AB.AC$

c) Gọi H là giao điểm AO và MN. Chứng minh tứ giác BHOC nội tiếp.
d) Chứng minh rằng HN là tia phân giác của $\widehat{BHC}$.

Hướng dẫn



a) Vì AM là tiếp tuyến của (O) nên $AM \perp MO$ (tính chất tiếp tuyến của đường tròn):

$\Rightarrow \widehat{MAO} = 90^o$

Vì AN là tiếp tuyến của (O) nên $AN \perp NO$ (tính chất tiếp tuyến của đường tròn):

$\Rightarrow \widehat{ANO} = 90^o$

Xét tứ giác AMON có $\widehat{MAO} + \widehat{ANO} = 90^o + 90^o = 180^o$

Mà $\widehat{MAO}, \widehat{MBO}$ ở vị trí đối nhau

Do đó tứ giác AMON nội tiếp

b) Xét ΔAMC và ΔABM có :

$\widehat{MAC}$ chung

$\widehat{AMB} = \widehat{ACM}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung MB)

Do đó $\Delta AMC \sim \Delta ABM\,(g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AC}{AM}$ (các cạnh tương ứng tỉ lệ)

$\Rightarrow AM^2 = AB.AC \quad (1)$

c) Xét ΔAMO vuông tại M có MH là đường cao

Từ (1) và (2) suy ra: $AB.AC = AH.AO \Rightarrow \dfrac{AB}{AO} = \dfrac{AH}{AC}$

Xét ΔABH và ΔAOC có

$\widehat{OAC}$ Chung

$\frac{AB}{AO}=\frac{AH}{AC}$

Do đó $\Delta ABH\sim\Delta AOC\left(c.g.c\right)\Rightarrow\widehat{AHB}=\widehat{ACO}$ (hai góc tương ứng)

Xét tứ giác BHOC có:

$\widehat{BHO}+\widehat{BCO}=\widehat{BHO}+\widehat{AHB}=180^0$

Mà $\widehat{BHO},\widehat{BCO}$ ở vị trí đối nhau $\Rightarrow$ tứ giác BHOC nội tiếp

d) Ta có $\widehat{AHB}=\widehat{ACO}\left(cmt\right)$ hay $\widehat{AHB}=\widehat{BCO}$

Vì ΔOBC cân tại O nên $\widehat{BCO}=\widehat{OBC}$ (tính chất tam giác cân)

Vì tứ giác BHOC nội tiếp nên $\widehat{OBC}=\widehat{OHC}$ (góc nội tiếp cùng chắn OC)

Do đó $\widehat{AHB}=\widehat{OHC}$

Ta có: $\begin{cases}\widehat{AHB}+\widehat{BHN}=90^o\\ \widehat{OHC}+\widehat{CHN}=90^o\Rightarrow\widehat{BHN}=\widehat{CHN}\\ \widehat{AHB}=\widehat{OHC}\end{cases}$

Vậy HN là tia phân giác $\widehat{BHC}$

Bài 5 (0,5 điểm). Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}=1$

Chứng minh rằng: $\frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a}\geq\frac{1}{2}$

Hướng dẫn

Ta có:

$$\frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a}\geq\frac{\left(a+b+c\right)^2}{2\left(a+b+c\right)}=\frac{a+b+c}{2}\geq\frac{\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}}{2}=\frac{1}{2}.$$

Dấu “=” xảy ra khi: $a=b=c=\frac{1}{3}$.

PHÒNG GD&ĐT QUẬN BA ĐÌNH TRƯỜNG THCS NGUYỄN TRI PHƯƠNG Đề số 16	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II NĂM HỌC 2018 – 2019 Môn: Toán – Lớp 9 Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1: (2 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{a-4}{\sqrt{a}-2} \text{ và } B=\frac{2}{\sqrt{a}-2}+\frac{3}{\sqrt{a}+2}+\frac{a-5\sqrt{a}+2}{a-4} \text{ với } x\ge 0; x\ne 4$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi a = 64
2) Rút gọn biểu thức B
3) Với $a>4$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=A.B$

Bài 2 (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách hệ phương trình

Cho một số có hai chữ số, biết rằng tổng của ba chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị là 22. Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì tỉ số mới và số ban đầu là $\frac{5}{6}$. Tìm số đã cho ban đầu.

Bài 3 (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{1}{x-1}+3\sqrt{y+3}=7\\ \dfrac{-3}{x-2}+2\sqrt{y+3}=1\end{cases}$
2) Cho hai đường thẳng: $(d_1): y=3x+1;\qquad (d_2): y=(m+2)x+2$

   Tìm m để đường thẳng (d_1) và đường thẳng (d_2) cắt nhau tại một điểm sao cho hoành độ và tung độ của điểm đó là hai số trái dấu nhau.

Bài 4 (4 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính BC và một điểm A nằm ngoài đường tròn (BA > AC). Gọi D là một điểm nằm giữa O và B, qua D kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt AB tại E, cắt AC ở F.

a) Chứng minh rằng tứ giác ACDE, ADBF nội tiếp
b) Tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A cắt EF ở M. Chứng minh MA = ME
c) Chứng minh AO là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF.

d) DE cắt nửa đường tròn (O) tại điểm P. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAEP.
Chứng minh C, I, P thẳng hàng.

---HẾT---

HƯỚNG DẪN

Bài 1: (2 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{a-4}{\sqrt{a}-2} \text{ và } B=\frac{2}{\sqrt{a}-2}+\frac{3}{\sqrt{a}+2}+\frac{a-5\sqrt{a}+2}{a-4} \text{ với } x\ge 0; x\ne 4$$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi a = 64
b) Rút gọn biểu thức B
c) Với $a>4$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=A.B$

Hướng dẫn

$$a)\ A=\frac{a-4}{\sqrt{a}-2}=\frac{\left(\sqrt{a}+2\right)\left(\sqrt{a}-2\right)}{\sqrt{a}-2}=\sqrt{a}+2$$

Khi $a=64$ thì $A=\sqrt{64}+2=8+2=10.$

$$\text{b) } B=\frac{2}{\sqrt{a}-2}+\frac{3}{\sqrt{a}+2}+\frac{a-5\sqrt{a}+2}{a-4}=\frac{2\left(\sqrt{a}+2\right)+3\left(\sqrt{a}-2\right)+a-5\sqrt{a}+2}{a-4}=\frac{a}{a-4}.$$

c) Với a > 4, ta có:

$$P=A.B=\left(\sqrt{a}+2\right).\frac{a}{a-4}=\left(\sqrt{a}+2\right).\frac{a}{\left(\sqrt{a}+2\right)\left(\sqrt{a}-2\right)}=\frac{a}{\sqrt{a}-2}$$

$$=\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{a}}-\frac{2}{a}}=\frac{1}{2}.\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{a}}-\frac{1}{a}}=\frac{1}{2}.\frac{1}{\frac{1}{16}-\left(\frac{1}{16}-\frac{1}{2\sqrt{a}}+\frac{1}{a}\right)}=\frac{1}{2}.\frac{1}{\frac{1}{16}-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2}\ge\frac{1}{2}.\frac{1}{\frac{1}{16}}=8.$$

Vậy $P_{\min}=8$ khi và chỉ khi $\frac{1}{4}-\frac{1}{\sqrt{a}}=0\Leftrightarrow a=16$ (thỏa mãn điều kiện ban đầu).

Bài 2 (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cáchc hệ phương trình

Cho một số có hai chữ số, biết rằng tổng của ba chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị là 22. Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì tỉ số mới và số ban đầu là $\frac{5}{6}$. Tìm số đã cho ban đầu.

Hướng dẫn

Gọi số đã cho là $\overline{ab}$

Vì tổng của ba lần chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị là 22 nên ta có phương trình $3a+2b=22 \quad (1)$

Lại có, nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì tỉ số của số mới và số ban đầu là $\frac{6}{5}$ nên ta có phương trình:

$$\frac{\overline{ba}}{\overline{ab}}=\frac{6}{5} \Leftrightarrow \frac{10b+a}{10a+b}=\frac{6}{5} \Leftrightarrow 60a+6b=5a+50b \Leftrightarrow 55a-44b=0 \Leftrightarrow 5a-4b=0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $a=4$ và $b=5$. Vậy số ban đầu là 45.

Bài 3 (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{x-1}+3\sqrt{y+3}=7 \\ \dfrac{-3}{x-2}+2\sqrt{y+3}=1 \end{cases}$

2) Cho hai đường thẳng: $(d_1): y=3x+1; \qquad (d_2): y=(m+2)x+2$

Tìm m để đường thẳng (d_1) và đường thẳng (d_2) cắt nhau tại một điểm sao cho hoành độ và tung độ của điểm đó là hai số trái dấu nhau.

Hướng dẫn

1) Đặt $u=\dfrac{1}{x-2}$ và $v=\sqrt{y+3}$

Hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} u+3v=7 \\ -3u+2v=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=1 \\ v=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}.$

2) Điều kiện để (d_1) cắt (d_2) khi và chỉ khi $m+2\neq 3 \Leftrightarrow m\neq 1.$

Khi $m\neq 1$, tọa độ giao điểm $M(x;y)$ của (d_1) và (d_2) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = (m+2)x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 1 = (m+2)x + 2 \\ y = 3x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-m)x = 1 \\ y = 3x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{1-m} \\ y = \dfrac{4-m}{1-m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{1}{1-m};\frac{4-m}{1-m}\right)$$

Điều kiện để tọa độ điểm $M(x;y)$ có hoành độ và tung độ trái dấu nhau khi và chỉ khi $x, y < 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{1-m}.\dfrac{4-m}{1-m} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{4-m}{(1-m)^2} < 0 \Leftrightarrow 4-m < 0 \Leftrightarrow m > 4.$

Kết hợp điều kiện ban đầu, suy ra: $m > 4.$

<u>Bài 4</u> (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính BC và một điểm A nằm ngoài đường tròn (BA > AC). Gọi D là một điểm nằm giữa O và B, qua D kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt AB tại E, cắt AC ở F.

a) Chứng minh rằng tứ giác ACDE, ADBF nội tiếp
b) Tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A cắt EF ở M. Chứng minh MA = ME
c) Chứng minh AO là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF.
d) DE cắt nửa đường tròn (O) tại điểm P. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAEP.
Chứng minh C, I, P thẳng hàng.

Hướng dẫn

a) Xét tứ giác ACDE có:

$\widehat{EDC} = 90^o\ (gt)$

$\widehat{EAC} = \widehat{BAC} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa cung tròn)

Vậy $\widehat{EDC} + \widehat{EAC} = 180^o$ nên tứ giác ACDE nội tiếp được trong một đường tròn.

Xét tứ giác ADBF có:

$\widehat{BDF} = \widehat{BAF} = 90^o$ nên tứ giác ADBF nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Ta có: $\widehat{MAE} = \widehat{ACB} = \dfrac{1}{2} sd\ BA \quad (1)$

Mà $\begin{cases} \widehat{ACB}+\widehat{ABC}=90^o \\ \widehat{BED}+\widehat{ABC}=90^o \end{cases} \Rightarrow \widehat{ACB}=\widehat{BED} \quad (2).$

Lại có: $\widehat{BED}=\widehat{MEA}$ (2 góc đối đỉnh) (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra: $\widehat{MEA}=\widehat{MAE} \Leftrightarrow \Delta MEA$ cân tại M $\Rightarrow MA=ME.$

c) Ta có $\widehat{EAM}+\widehat{MAF}=90^o$

Có ΔEAF vuông tại A nên $\widehat{MEA}+\widehat{MFA}=90^o$. Mà $\widehat{MEA}=\widehat{MAE}$ nên $\widehat{MFA}=\widehat{MAF} \Leftrightarrow \Delta MAF$ cân tại M.

Suy ra $MA=MF=ME$. Khi đó M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔEAF có bán kính $R=MA.$

Mà $OA\perp MA\left(gt\right)$ nên OA là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF.

d) Ta có ΔBCP vuông tại P (góc $\widehat{BPC}$ nội tiếp chắn nửa cung tròn) nên $\widehat{CBP}+\widehat{BCP}=90^o \quad (1)$

mà ΔBDP vuông tại D nên $\widehat{DBP}+\widehat{BPD}=90^o \Rightarrow \widehat{CBP}+\widehat{BPD}=90^o \quad (2)$

Ta lại có: $\widehat{BAP}=\widehat{BCP}$ (hai góc nội tiếp chắn cung nhỏ BP) (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{BPD}=\widehat{PAB} \Rightarrow \widehat{BPE}=\widehat{PAE}$. Do đó BP là tiếp tuyến của đường tròn tâm I ngoại tiếp tam giác AEP với P là tiếp điểm. Suy ra $BP\perp PI \ (4).$

Mà ΔBCP vuông tại P nên $BP\perp PC \quad (5).$

Từ (4) và (5) suy ra P, I, C là ba điểm thẳng hàng.

PHÒNG GD&ĐT QUẬN THANH XUÂN
TRƯỜNG THCS THANH XUÂN NAM

Đề số 17

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
NĂM HỌC 2018 – 2019
Môn: Toán – Lớp 9
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2 điểm) Cho biểu thức: $P=\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}+\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1}$

với $x\geq 0; x\neq 1$

1) Rút gọn biểu thức P
2) Tính giá trị của P khi $x=2\left(3+\sqrt{5}\right)$
3) Tìm x để $P=\dfrac{2}{7}$

Bài 2 (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách hệ phương trình

Một tàu thủy chạy xuôi dòng sông 66 km hết một thời gian bằng thời gian tàu chạy ngược dòng 54 km. Nếu tàu chạy xuôi dòng 22 km và ngược dòng 9 km thì chỉ hết 1 giờ. Tính vận tốc riêng của tàu thủy và vận tốc dòng nước (biết vận tốc của tàu không đổi)

Bài 3 (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2\left(x+y\right)+\sqrt{x+3}=4\\ x+y-3\sqrt{x+1}=-5\end{cases}$
2) Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm: $A\left(1;-3\right)$ và $B\left(-2;-4\right)$
3) Cho hệ phương trình: $\begin{cases}mx-y=2\\ 3x+my=5\end{cases}\quad\left(m\neq 0\right)$

Tìm m để phương trình trên có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x+y<1$

Bài 4 (3.5 điểm) Cho đường tròn (O;R) đường kính AB. Dây MN vuông góc với AB tại I sao cho IA < IB. Trên đoạn MI lấy điểm E $\left(E\neq M; E\neq I\right)$. Tia AE cắt đường tròn tại điểm thứ hai là K.

1) Chứng minh 4 điểm: B, E, I, K cùng thuộc đường tròn.
2) Chứng minh: $AE.AK=AM^2$

3) Chứng minh: $4R^2 = BI.BA + AE.AK$
4) Xác định vị trí của I sao cho chu vi tam giác MIO đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó theo R.

Bài 5 (0.5 điểm) Cho $a,b,c > 0$ và $a+b+c=1$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \dfrac{ab}{\sqrt{c+ab}} + \dfrac{bc}{\sqrt{a+bc}} + \dfrac{ca}{\sqrt{b+ca}}$

---HẾT---

HƯỚNG DẪN

Bài 1: (2 điểm) Cho hai biểu thức: $P = \dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \dfrac{1}{1-\sqrt{x}} + \dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1}$

với $x \geq 0; x \neq 1$

1) Rút gọn biểu thức P
2) Tính giá trị của P khi $x = 2\left(3+\sqrt{5}\right)$
3) Tìm x để $P = \dfrac{2}{7}$

Hướng dẫn

1.

$$P = \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(x+\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)} - \frac{x+\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)} + \frac{x+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}$$

$$= \frac{x-1-x-\sqrt{x}-1+x+2}{\left(x+\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)} = \frac{x-\sqrt{x}}{\left(x+\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)} = \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(x+\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$$

2. Khi $x=2\left(3+\sqrt{5}\right)=6+2\sqrt{5}=\left(\sqrt{5}+1\right)^2$ (thỏa mãn điều kiện), thay vào được

$$P=\frac{\sqrt{5}+1}{6+2\sqrt{5}+\sqrt{5}+1+1}=\frac{\sqrt{5}+1}{8+3\sqrt{5}}$$

3. $P=\frac{2}{7}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}=\frac{2}{7}\Leftrightarrow 2x+2\sqrt{x}+2=7\sqrt{x}\Leftrightarrow 2x-5\sqrt{x}+2=0$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}-2\right)\left(2\sqrt{x}-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} x=4 & (TM) \\ x=\frac{1}{4} & (TM)\end{array}\right.$$

Vậy $P=\frac{2}{7}$ để thì $x\in\left\{4;\frac{1}{4}\right\}$.

<u>Bài 2</u> (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách hệ phương trình

Một tàu thủy chạy xuôi dòng sông 66 km hết một thời gian bằng thời gian tàu chạy ngược dòng 54 km. Nếu tàu chạy xuôi dòng 22 km và ngược dòng 9 km thì chỉ hết 1 giờ. Tính vận tốc riêng của tàu thủy và vận tốc dòng nước (biết vận tốc của tàu không đổi)

Hướng dẫn

Gọi vận tốc riêng của tàu thủy và vận tốc dòng nước lần lượt là $x, y\left(x>y>0\ km/h\right)$

Vì tàu thủy chạy xuôi dòng sông 66 km hết một thời gian bằng thời gian tàu chạy ngược dòng 54 km nên ta có phương trình $\frac{66}{x+y}=\frac{54}{x-y}$ (1)

Vì tàu chạy xuôi dòng 22 km và ngược dòng 9 km thì hết 1 giờ nên ta có phương trình $\frac{22}{x+y}+\frac{9}{x-y}=1$ (2) Từ (1), (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}\frac{66}{x+y}=\frac{54}{x-y}\\ \frac{22}{x+y}+\frac{9}{x-y}=1\end{cases}$

đặt $\frac{1}{x+y}=a,\frac{1}{x-y}=b$ ta có:

$$\begin{cases}66a-54b=0\\ 22a+9b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}66a-54b=0\\ 66a+27b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}81b=3\\ 22a+9b=1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{1}{27} \\ a = \dfrac{1}{33} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 33 \\ x - y = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy vận tốc riêng của tàu thủy là 30 km/h, vận tốc của dòng nước là 3 km/h.

Bài 3 (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2(x+y) + \sqrt{x+3} = 4 \\ x + y - 3\sqrt{x+1} = -5 \end{cases}$

2) Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm: $A(1;-3)$ và $B(-2;-4)$

3) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases} \quad (m \neq 0)$

Tìm m để phương trình trên có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x + y < 1$

Hướng dẫn

1. Điều kiện: $x \geq -1$. Khi đó:

$$\begin{cases} 2(x+y) + \sqrt{x+3} = 4 \\ x + y - 3\sqrt{x+1} = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6(x+y) + 3\sqrt{x+1} = 12 \\ (x+y) - 3\sqrt{x+1} = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7(x+y) = 7 \\ 2(x+y) + \sqrt{x+1} = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ \sqrt{x+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \quad (tm) \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y) = (3;-2)$

2. Phương trình đường thẳng (d) có dạng tổng quát . Vì (d) đi qua điểm $A(1;-3)$ và $B(-2;-4)$ nên ta có: $\begin{cases} a + b = -3 \\ -2a + b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{3} \\ b = -\dfrac{10}{3} \end{cases}$.

Vậy phương trình $(d): y = \dfrac{1}{3}x - \dfrac{10}{3}$

3. $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 2 \\ 3x + m(mx - 2) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 2 \\ x(3 + m^2) = 5 + 2m \end{cases} \quad (*)$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có nghiệm duy nhất
$\Leftrightarrow 3 + m^2 \neq 0.$ (điều này luôn đúng với mọi giá trị của m)

Khi đó hệ phương trình có nghiệm duy nhất là: $\begin{cases} x = \dfrac{5 + 2m}{3 + m^2} \\ y = \dfrac{5m - 6}{3 + m^2} \end{cases}$

Ta có: $x + y < 1 \Leftrightarrow \dfrac{5 + 2m}{3 + m^2} + \dfrac{5m - 6}{3 + m^2} < 1 \Leftrightarrow \dfrac{7m - 1 - 3 - m^2}{3 + m^2} < 0$

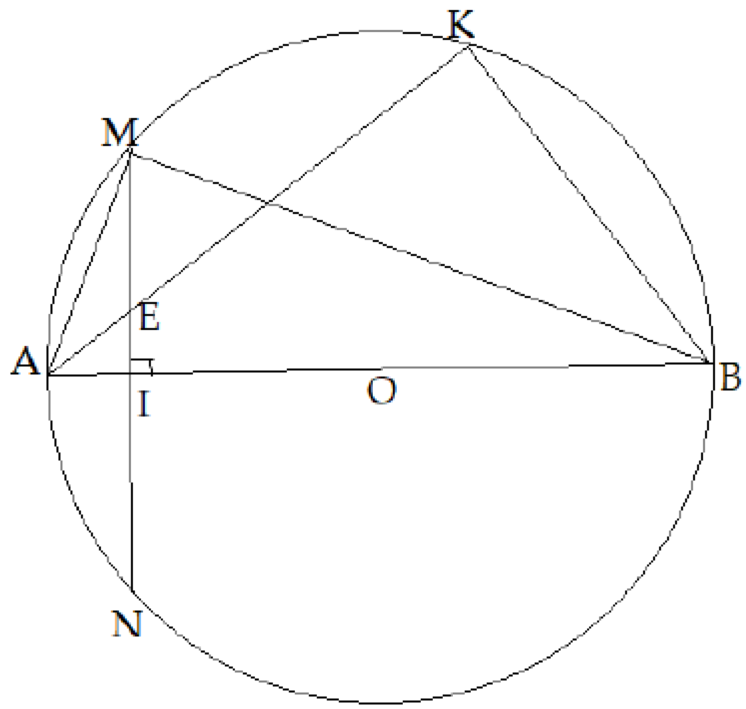
$\Leftrightarrow m^2 - 7m + 4 > 0 \quad (do\ 3 + m^2 > 0)$

$\Leftrightarrow m > \dfrac{7 + \sqrt{33}}{2}; m < \dfrac{7 - \sqrt{33}}{2}$

<u>Bài 4</u> (3.5 điểm) Cho đường tròn (O;R) đường kính AB. Dây MN vuông góc với AB tại I sao cho IA < IB. Trên đoạn MI lấy điểm E $(E \neq M; E \neq I)$. Tia AE cắt đường tròn tại điểm thứ hai là K.

1) Chứng minh 4 điểm: B, E, I, K cùng thuộc đường tròn.
2) Chứng minh: $AE.AK = AM^2$
3) Chứng minh: $4R^2 = BI.BA + AE.AK$
4) Xác định vị trí của I sao cho chu vi tam giác MIO đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó theo R.

Hướng dẫn



1. Ta có: $\widehat{AKB} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

   Xét tứ giác BKEI có: $\widehat{EKB} + \widehat{EIB} = 90^o + 90^o = 180^o$. Mà hai góc ở vị trí đối nhau nên tứ giác BKEI nội tiếp hay 4 điểm: B, E, I, K cùng thuộc một đường tròn.

2. Vì AB là đường kính, dây MN vuông góc với AB tại nên $sd\ AM = sd\ AN$

   Từ đó suy ra $\widehat{AME} = \widehat{AKM}$, lại có $\widehat{MAE}$ chung nên ΔMAE đồng dạng với ΔKAM

   Suy ra $\dfrac{MA}{KA} = \dfrac{AE}{AM} \Leftrightarrow AM^2 = AE.AK \quad (1)$

3. Ta có $\widehat{AMB} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Lại có $\widehat{MBA}$ chung nên ΔBIM đồng dạng với ΔBIM suy ra

   $\dfrac{BM}{BI} = \dfrac{BA}{BM} \Leftrightarrow BM^2 = BI.BA \quad (2)$

   Ta có: $AM^2 + BM^2 = AB^2 = 4R^2 \quad (3)$

   Từ (1), (2), (3) suy ra: $\widehat{EDC} = 90^o\ (gt)$

4. Chu vi tam giác MIO là: $MI + IO + MO = MI + IO + R.$

   Ta có: $(MI + IO)^2 \le 2\left(MI^2 + IO^2\right) = 2OM^2 = 2R^2 \Rightarrow MI + IO \le R.\sqrt{2}$

   Dấu bằng xảy ra khi $MI = OI \Rightarrow \Delta MIO$ vuông cân tại O $\Rightarrow OI = \dfrac{R}{2} \Rightarrow I$ là trung điểm của OA

Bài 5 (0.5 điểm) Cho $a,b,c>0$ và $a+b+c=1$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\dfrac{ab}{\sqrt{c+ab}}+\dfrac{bc}{\sqrt{a+bc}}+\dfrac{ca}{\sqrt{b+ca}}$

Hướng dẫn

Vì $a,b,c>0$ và $a+b+c=1$ nên

$$c+ab=c.1+ab=c(a+b+c)+ab=ca+cb+c^2+ab=(a+c)(b+c)$$

Tương tự ta có:

$$a+bc=(a+b)(a+c)$$
$$b+ca=(a+b)(b+c)$$

Vậy

$$A=\frac{ab}{\sqrt{c+ab}}+\frac{bc}{\sqrt{a+bc}}+\frac{ca}{\sqrt{b+ca}}=\frac{ab}{\sqrt{(a+c)(b+c)}}+\frac{bc}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}+\frac{ca}{\sqrt{(a+b)(b+c)}}$$

Theo BĐT Cô si, ta có:

$$\frac{1}{\sqrt{(a+c)(b+c)}}\le\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}\right)$$
$$\frac{1}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}\le\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}\right)$$
$$\frac{1}{\sqrt{(a+b)(b+c)}}\le\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}\right)$$

$$A\le\frac{1}{2}\left(\frac{ab}{a+c}+\frac{ab}{b+c}+\frac{bc}{a+b}+\frac{bc}{a+c}+\frac{ac}{a+b}+\frac{ac}{b+c}\right)$$
$$A\le\frac{1}{2}\left(\frac{ab+bc}{a+c}+\frac{ab+ac}{b+c}+\frac{bc+ac}{a+b}\right)$$
$$A\le\frac{1}{2}(b+a+c)=\frac{1}{2}$$

Vậy GTLN của A là $\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow a=b=c=\dfrac{1}{3}$

PHÒNG GD&ĐT QUẬN CẦU GIẤY TRƯỜNG THCS NAM TRUNG YÊN **Đề số 18**	**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II** **NĂM HỌC 2018 – 2019** **Môn: Toán – Lớp 9** **Thời gian làm bài: 90 phút**

Bài 1: (2 điểm) Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}; B=\dfrac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

a) Tính giá trị của biểu thức B khi $x=25$.
b) Rút gọn biểu thức A
c) Tìm x để $A<B$

Bài 2 (2 điểm)

Một nhóm học sinh của Trường THCS Nam Trung Yên được giao nhiệm vụ trồng 120 cây trong Lễ phát động Tết trồng cây "Đời đời nhớ ơn Bác Hồ". Trong khi thực hiện nhóm đó được tăng cường 3 học sinh nên mỗi học sinh đã trồng được ít hơn 2 cây so với dự định. Hỏi lúc đầu nhóm có bao nhiêu học sinh? (biết rằng số cây mỗi học sinh trồng là như nhau)

Bài 3 (2 điểm)

1) Cho hệ phương trình: $\begin{cases}2x-y=m+1\\x+my=2\end{cases}$

   a) Giải hệ phương trình khi $m=\sqrt{2}$.
   b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

2) Cho hàm số bậc nhất: $y=(m-1)x+1; y=x+2m-2$. Tìm m để đồ thị hai hàm số đã cho là hai đường thẳng song song.

Bài 4 (3.5 điểm)

Cho đường thẳng (d) và đường tròn (O; R) không có điểm chung. Hạ $OH\perp(d)$ tại H. Điểm $M\in(d)$. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới (O; R). Nối AB cắt OH, OM lần lượt tại K và I.

a) Chứng minh 4 điểm M, H, A, O cùng thuộc một đường tròn.
b) Chứng minh $OK.OH=OI.OM$
c) Chứng minh $OK=\dfrac{R^2}{OH}$ từ đó suy ra điểm K cố định.

d) Tìm vị trí của điểm M để diện tích ΔOIK đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5 (0.5 điểm)

Giải phương trình $x^2+2019\sqrt{2x^2+1}=x+1+2019\sqrt{x^2+x+2}$

---HẾT---

HƯỚNG DẪN

Bài 1: (2 điểm) Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2};B=\dfrac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

a) Tính giá trị của biểu thức B khi $x=25$.
b) Rút gọn biểu thức A
c) Tìm x để $A<B$

Hướng dẫn

a) Điều kiện xác định: $x\ge 0;x\ne 4;x\ne 9$.

Với x = 25 (thỏa mãn điều kiện) thay vào biểu thức B ta được:

$$B=\frac{2\sqrt{25}+1}{3-2\sqrt{25}}=\frac{2.5+1}{3-5}=-\frac{11}{2}.$$

Vậy $B=-\dfrac{11}{2}$ khi $x=25$.

b) Với $x\ge 0;x\ne 4;x\ne 9.$ ta có

$$A=\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}=\frac{2\sqrt{x}-9}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}-\frac{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}-9-x+9}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\sqrt{x}\left(2-\sqrt{x}\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}$$

c) Để $A<B\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}<\dfrac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}-\dfrac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}<0\Leftrightarrow \dfrac{-\sqrt{x}-1}{3-\sqrt{x}}<0.$

Vì $x\ge 0;x\ne 4;x\ne 9\Rightarrow -\sqrt{x}-1<0$ nên $\dfrac{-\sqrt{x}-1}{3-\sqrt{x}}<0$ khi $3-\sqrt{x}>0\Leftrightarrow x<9$

Kết hợp điều kiện suy ra $\begin{cases} 0 \le x < 9 \\ x \ne 4 \end{cases}$

Bài 2 (2 điểm)

Một nhóm học sinh của Trường THCS Nam Trung Yên được giao nhiệm vụ trồng 120 cây trong Lễ phát động Tết trồng cây "Đời đời nhớ ơn Bác Hồ". Trong khi thực hiện nhóm đó được tăng cường 3 học sinh nên mỗi học sinh đã trồng được ít hơn 2 cây so với dự định. Hỏi lúc đầu nhóm có bao nhiêu học sinh? (biết rằng số cây mỗi học sinh trồng là như nhau)

Hướng dẫn

Gọi số học sinh ban đầu của nhóm là x học sinh, $x \in N^*$

Sau khi tặng 3 học sinh thì số học sinh của nhóm là $x+3$ học sinh.

Số cây mỗi người phải trồng ban đầu là: $\dfrac{120}{x}$ cây

Số cây mỗi người phải trồng sau khi tăng thêm 3 học sinh là: $\dfrac{120}{x+3}$ cây.

Vì sau khi tăng thêm 3 người, mỗi học sinh đã trồng ít hơn 2 cây so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+3} = 2 \Leftrightarrow 120(x+3) - 120x = 2x(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 6x - 360 = 0 \Leftrightarrow 2(x-12)(x+15) = 0 \Rightarrow x = 12 \ \left(do\, x \in N^*\right)$$

Vậy số học sinh lúc đầu của nhóm là 12 học sinh.

Bài 3 (2 điểm)

1) Cho hệ phương trinh: $\begin{cases} 2x - y = m + 1 \\ x + my = 2 \end{cases}$

   a) Giải hệ phương trình khi $m = \sqrt{2}$.
   b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

2) Cho hàm số bậc nhất: $y = (m-1)x + 1; y = x + 2m - 2$. Tìm m để đồ thị hai hàm số đã cho là hai đường thẳng song song.

Hướng dẫn

1) a. Với $m = \sqrt{2}$ hệ phương trình có dạng:

$$\begin{cases}2x-y=\sqrt{2}+1\\ x+\sqrt{2}y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y=\sqrt{2}+1\\ 2x+2\sqrt{2}y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(2\sqrt{2}+1\right)y=3-\sqrt{2}\\ 2x-y=\sqrt{2}+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\dfrac{3-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1\\ x=\sqrt{2}\end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(x;y)=\left(\sqrt{2};\sqrt{2}-1\right)$.

b) **Cách 1:** Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $\dfrac{2}{1}\neq\dfrac{-1}{m}\Leftrightarrow m\neq-\dfrac{1}{2}$

Cách 2: Từ $2x-y=m+1\Rightarrow y=2x-m-1$ thay vào $x+my=2$ ta được:

$x+2mx-m^2-m=2\Leftrightarrow x(1+2m)=m^2+m+2\quad(*)$

Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất

$\Rightarrow 1+2m\neq0\Rightarrow m\neq-\dfrac{1}{2}$.

2) Điều kiện để hàm số là hàm số bậc nhất: $m\neq1$.

Để hai đồ thị là đường thẳng song song thì $\begin{cases}m-1=1\\ 2m-2\neq1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2\\ m\neq\dfrac{3}{2}\end{cases}\Rightarrow m=2$

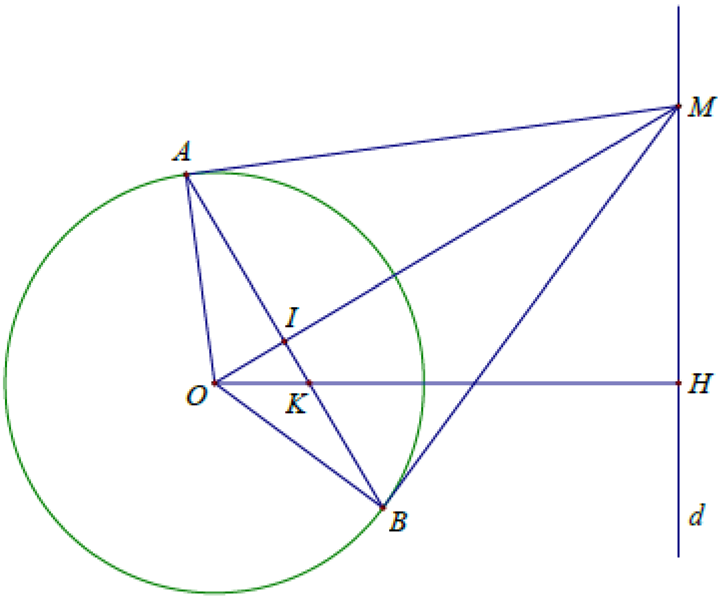
Vậy m = 2 thì hai đồ thị hàm số là hai đường thẳng song song.

Bài 4 (3.5 điểm)

Cho đường thẳng (d) và đường tròn (O; R) không có điểm chung. Hạ $OH\perp(d)$ tại H. Điểm $M\in(d)$. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới (O; R). Nối AB cắt OH, OM lần lượt tại K và I.

a) Chứng minh 4 điểm M, H, A, O cùng thuộc một đường tròn.
b) Chứng minh $OK.OH=OI.OM$
c) Chứng minh $OK=\dfrac{R^2}{OH}$ từ đó suy ra điểm K cố định.
d) Tìm vị trí của điểm M để diện tích ΔOIK đạt giá trị lớn nhất.

Hướng dẫn



a) Xét tứ giác MHOA có $\widehat{MAO}+\widehat{MHO}=90^o+90^o=180^o$ mà đây là hai học đối nhau của tứ giác, suy ra tứ giác MHOA nội tiếp nên điểm 4 điểm M, H, O, A cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chỉ ra $\begin{cases} OA=OB \\ MA=MB \end{cases} \Rightarrow OM$ là đường trung trực $AB \Rightarrow OM \perp AB$ tại H.

Từ đó suy ra ΔOIK đồng dạng $\Delta OHM\left(g.g\right) \Rightarrow OK.OH=OI.OM$

c) Chỉ ra $OI.OM=OA^2=R^2$ nên $OK.OH=OI.OM=R^2 \Rightarrow OK=\dfrac{R^2}{OH}$

Vì đường thẳng (d) cố định, O cố định nên OH cố định, suy ra $OK=\dfrac{R^2}{OH}$ không đổi nên điểm K cố định.

d) $S_{\Delta OIK}=\dfrac{1}{2}OI.OK \le \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{OI^2+OK^2}{2}\right)=\dfrac{1}{4}.OK^2$ (không đổi)

Dấu bằng xảy ra khi $OI=OK \Rightarrow \widehat{IOK}=45^o \Rightarrow MH=HO$ (tam giác OMH vuông cân)

Vậy điểm $M \in \left(d\right)$ sao cho $HM=HO.$

<u>Bài 5</u> (0.5 điểm)

Giải phương trình $x^2+2019\sqrt{2x^2+1}=x+1+2019\sqrt{x^2+x+2}$

Hướng dẫn

Điều kiện: $x \in R$

Ta có:

$$x^2 + 2019\sqrt{2x^2+1} = x + 1 + 2019\sqrt{x^2+x+2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 + 2009\sqrt{2x^2+1} - 2019\sqrt{x^2+x+2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 + 2019\left(\sqrt{2x^2+1} - 2019\sqrt{x^2+x+2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 + 2019.\frac{x^2-x-1}{\sqrt{2x^2+1}+\sqrt{x^2+x+2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2 - x - 1\right)\left(1 + \frac{2019}{\sqrt{2x^2+1}+\sqrt{x^2+x+2}}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \; do\, 1 + \frac{2019}{\sqrt{2x^2+1}+\sqrt{x^2+x+2}} > 0 \; \forall x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

PHÒNG GD&ĐT QUẬN TÂY HỒ
TRƯỜNG THCS NAM CHU VĂN AN

Đề số 19

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
NĂM HỌC 2018 – 2019
Môn: Toán – Lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1: (2 điểm) Giải các hệ phương trình sau:

$$a)\begin{cases}3(x+1)-y=6-2y\\2x-y=7\end{cases}\qquad b)\begin{cases}\dfrac{7}{\sqrt{x}-7}-\dfrac{4}{\sqrt{y}+6}=\dfrac{5}{3}\\[2mm]\dfrac{5}{\sqrt{x}-7}+\dfrac{3}{\sqrt{y}+6}=2\dfrac{1}{6}\end{cases}$$

Bài 2 (2 điểm) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Hai tổ sản xuất trong tháng thứ nhất làm được 1000 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, do cải tiến kĩ thuật nên tổ một vượt 20% tổ hai vượt 15% so với tổ thứ nhất. Vì vậy, cả hai tổ sản xuất được 1170 sản phẩm. Hỏi tháng thứ nhất, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

Bài 3 (2 điểm) Cho đường thẳng (d) có phương trình $y=ax+b$. Tìm a, b biết (d) song song với đường thẳng (d') có phương trình: $y=-3x+5$ và đi qua điểm A thuộc parabol (P) có phương trình $y=x^2$ có hoành độ -2.

Bài 4 (3.5 điểm) Cho đường tròn (O; R), kẻ đường thẳng AB. Điểm M bất kì trên (O) sao cho $MA<MB\left(M\neq A,B\right)$. Kẻ $MH\perp AB$ tại H. Vẽ đường tròn (I) đường kính MH cắt MA, MB lần lượt tại E và F

a) Chứng minh: $MH^2=MF.MB$ và ba điểm E, I, F thẳng hàng
b) Kẻ đường kính MD của đường tròn (O), MD cắt đường tròn (I) tại điểm thứ hai là $N\left(N\neq M\right)$. Chứng minh tứ giác BONF nội tiếp
c) MD cắt EF tại K. Chứng minh $MK\perp EF$ và $\widehat{MHK}=\widehat{MDH}$
d) Đường tròn (I) cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là $P\left(P\neq M\right)$
Chứng minh rằng ba đường thẳng MP, FE và BA đồng quy

Bài 5 (0.5 điểm) Cho các số không âm x, y, z thỏa mãn $x+y+z=1$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $Q=\sqrt{2x^2+x+1}+\sqrt{2y^2+y+1}+\sqrt{2z^2+z+1}$

---HẾT---

HƯỚNG DẪN

Bài 1: (2 điểm) Giải các hệ phương trình sau:

$$a)\begin{cases}3(x+1)-y=6-2y\\2x-y=7\end{cases}\qquad b)\begin{cases}\dfrac{7}{\sqrt{x}-7}-\dfrac{4}{\sqrt{y+6}}=\dfrac{5}{3}\\\dfrac{5}{\sqrt{x}-7}+\dfrac{3}{\sqrt{y+6}}=2\dfrac{1}{6}\end{cases}$$

Hướng dẫn

a) Ta có:

$$a)\begin{cases}3(x+1)-y=6-2y\\2x-y=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+3-y-6+2y=0\\2x-y=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+y=3\\2x-y=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-3\end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(2;-3)$

b) Điều kiện $\begin{cases}x\geq 0; x\neq 49\\y\geq 0\end{cases}$

Ta có: $\begin{cases}\dfrac{7}{\sqrt{x}-7}-\dfrac{4}{\sqrt{y+6}}=\dfrac{5}{3}\\\dfrac{5}{\sqrt{x}-7}+\dfrac{3}{\sqrt{y+6}}=2\dfrac{1}{6}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{21}{\sqrt{x}-7}-\dfrac{12}{\sqrt{y+6}}=5\\\dfrac{20}{\sqrt{x}-7}+\dfrac{12}{\sqrt{y+6}}=\dfrac{26}{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{41}{\sqrt{x}-7}=\dfrac{41}{3}\\\dfrac{20}{\sqrt{x}-7}+\dfrac{12}{\sqrt{y+6}}=\dfrac{26}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x}-7=3\\\sqrt{y+6}=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=100\\y=0\end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(x;y)=(100;0)$

Bài 2 (2 điểm) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Hai tổ sản xuất trong tháng thứ nhất làm được 1000 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, do cải tiến kĩ thuật nên tổ một vượt 20% tổ hai vượt 15% so với tổ thứ nhất. Vì vậy, cả hai tổ sản xuất được 1170 sản phẩm. Hỏi tháng thứ nhất, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm tổ 1 và tổ 2 làm được trong tháng thứ nhất lần lượt là x, y sản phẩm, điều kiện: $x, y \in N^*; x, y < 1000$.

Lập và đưa về hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 1000 \\ 1,2x + 1,15y = 1170 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 600 \end{cases}$ (thỏa mãn)

<u>Bài 3</u> (2 điểm) Cho đường thẳng (d) có phương trình $y = ax + b$. Tìm a, b biết (d) song song với đường thẳng (d') có phương trình: $y = -3x + 5$ và đi qua điểm A thuộc parabol (P) có phương trình $y = x^2$ có hoành độ -2.

Hướng dẫn

Điểm A thuộc $y = x^2$ có hoành độ $x = -2 \Rightarrow y = (-2)^2 = 4 \Rightarrow A(-2;4)$

Vì đường thẳng $d // y = -3x + 5 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b \neq 5 \end{cases}$

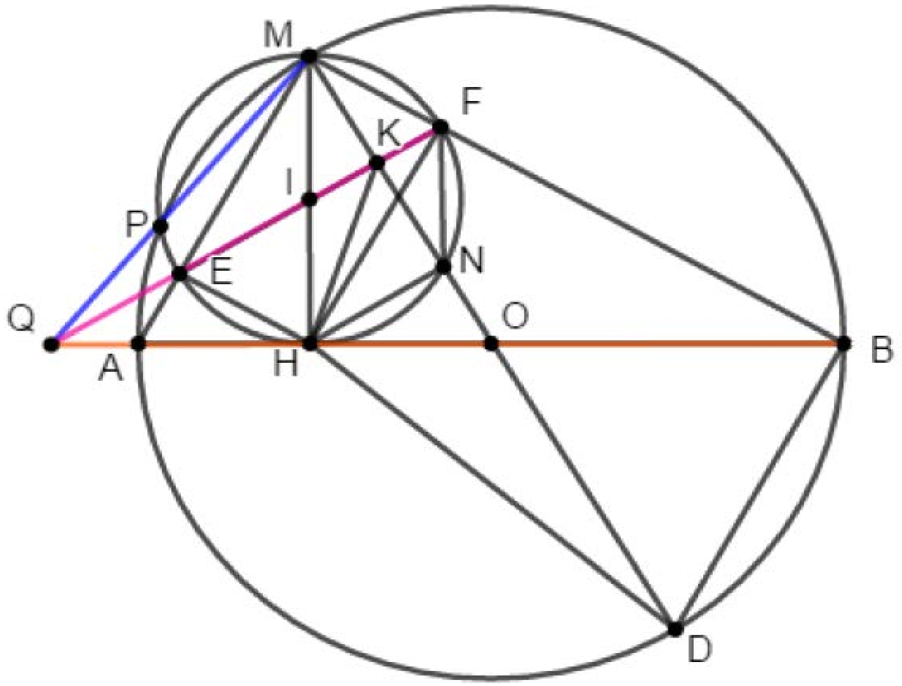
Vì đường thẳng (d) qua $A(-2;4)$ nên

$-3(-2) + b = 4 \Rightarrow b = -2(tm) \Rightarrow (d): y = -3x - 2.$

<u>Bài 4</u> (3.5 điểm) Cho đường tròn (O; R), kẻ đường thẳng AB. Điểm M bất kì trên (O) sao cho $MA < MB (M \neq A, B)$. Kẻ $MH \perp AB$ tại H. Vẽ đường tròn (I) đường kính MH cắt MA, MB lần lượt tại E và F

a) Chứng minh: $MH^2 = MF.MB$ và ba điểm E, I, F thẳng hàng
b) Kẻ đường kính MD của đường tròn (O), MD cắt đường tròn (I) tại điểm thứ hai là $N (N \neq M)$. Chứng minh tứ giác BONF nội tiếp
c) MD cắt EF tại K. Chứng minh $MK \perp EF$ và $\widehat{MHK} = \widehat{MDH}$
d) Đường tròn (I) cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là $P (P \neq M)$
Chứng minh rằng ba đường thẳng MP, FE và BA đồng quy

Hướng dẫn



a) Ta có $\widehat{AMB} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn O) và $\widehat{MFH} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm I)

Suy ra tam giác MHB vuông tại H, đường cao HF.

Vậy $MH^2 = MF.MB$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

b) Ta có $\widehat{MNH} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm I)

Suy ra $\widehat{NOH} = \widehat{MHN}$ (cùng phụ góc $\widehat{NHO}$)

Mà $\widehat{MHN} = \widehat{NFB}$ (do tứ giác MHNF nội tiếp).

Nên $\widehat{NOH} = \widehat{NFB}$

Mặt khác ta có $\widehat{HON} + \widehat{NOB} = 180^o$ (kề bù) nên $\widehat{NFB} + \widehat{NOB} = 180^o$

Vậy tứ giác BONF nội tiếp. (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^o)

c) Ta có $\widehat{MBD} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Chứng minh tương tự câu a, ta được tam giác AMH vuông tại H, đường cao HE. Khi đó $MH^2 = ME.MA$ mà $MH^2 = MF.MB$ (câu a) nên tam giác MAB đồng dạng tam giác MFE.

Suy ra $\widehat{MAB} = \widehat{MFE}$ (hai góc tương ứng bằng nhau)

Mặt khác ta có $\widehat{MAB} + \widehat{AMB} = 90^o$ (do $\widehat{DBM} = 90^o$)

$\Rightarrow \widehat{MFE} + \widehat{AMB} = 90^o$. Vậy $MK \perp EF$

Ta có tam giác MKF đồng dạng với tam giác MBD (g – g).

Suy ra $MF.MB = MK.MD$ mà $MF.MB = HF^2$ (câu a)

Nên $MK^2.MD = HF^2$

Khi đó tam giác MHK đồng dạng với tam giác MDH (c – g- c).

Vậy $\widehat{MHK}=\widehat{MDH}$ (hai góc tương ứng)

d) MH là đường cao

OI là đường cao (vì OI là đường nối tâm của hai đường tròn)

MH cắt OI tại I

Suy ra I là trực tâm tam giác MQO.

Nên $QI\perp MO$

Mặt khác $MO\perp EF$ (cmt)

Suy ra 3 điểm Q, E, F thẳng hàng.

Vậy ba đường thẳng MP, EF và BA đồng quy.

Bài 5 (0.5 điểm) Cho các số không âm x, y, z thỏa mãn $x+y+z=1$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $Q=\sqrt{2x^2+x+1}+\sqrt{2y^2+y+1}+\sqrt{2z^2+z+1}$

Hướng dẫn

Do x, y, z thỏa mãn $x+y+z=1\Rightarrow\begin{cases}x(x-1)\le 0\\ y(y-1)\le 0\\ z(z-1)\le 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2\le x\\ y^2\le y\\ z^2\le z\end{cases}$:

Do đó:

$$\begin{aligned}Q&=\sqrt{2x^2+x+1}+\sqrt{2y^2+y+1}+\sqrt{2z^2+z+1}\\&\le\sqrt{x^2+2x+1}+\sqrt{y^2+2y+1}+\sqrt{z^2+2z+1}\\&=\sqrt{(x+1)^2}+\sqrt{(y+1)^2}+\sqrt{(z+1)^2}\\&=x+y+z+3\\&=4\end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi (x, y, z) là các hoán vị của các bộ số (1; 0; 0)

PHÒNG GD-ĐT QUẬN HOÀNG MAI | **ĐỀ KHẢO SÁT GIỮA HK II**

TRƯỜNG THCS LĨNH NAM | **MÔN: TOÁN 9**

Đề số 20

Họ và tên:……………………………… Thời gian làm bài: 90 phút

Lớp: 9A…. Ngày kiểm tra: 05 tháng 12 năm 2020

ĐỀ SỐ 1

I. TRẮC NGHIỆM (1 điểm): Khoanh tròn vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng

Câu 1. Cho đường tròn (O; 5cm), dây AB = 8cm. Khoảng cách từ điểm O đến dây AB là:

A. 3cm B. 5cm C. 2cm D. 4cm

Câu 2. Cho ΔMNP vuông tại M có MN = 3cm, MP = 4cm. Đường tròn ngoại tiếp ΔMNP có bán kính là:

A. 3,5cm B. 5cm C. 2,5cm D. 7cm

Câu 3. Đồ thị hàm số $y=-x+3$ song song với đường thẳng $y=mx+m(m\neq 0)$ khi:

A. $m=-1$ B. $m\neq -1$ C. $m\neq -1; m\neq 3$ D. $m=3$

Câu 4. Đường thẳng $y=mx+1(m\neq 0)$ và đường thẳng $y=2x+m$ cắt nhau khi:

A. $m\neq 2$ B. $m\neq 1$ C. $m\neq 2; m\neq 0$ D. $m=2$

II. TỰ LUẬN (9 điểm)

Bài 1 (2 điểm) Cho biểu thức A = $\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}$ và B = $\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{6\sqrt{x}-4}{1-x}$ với $x\geq 0; x\neq 1$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 25
b) Rút gọn biểu thức B
c) Đặt P = A.B. Tìm giá trị nguyên của x để P < 1

Bài 2 (2 điểm) Cho đường thẳng $(d): y=(m+1)x+3$ (m là tham số, $m\neq -1$)

a) Tìm m biết đường thẳng (d) đi qua A(-1; 2)
b) Tìm m biết đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y=-2x+1$ tại điểm có hoành độ bằng 2

c) Tìm m biết đường thẳng (d) cắt hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho diện tích ΔAOB bằng 8

Bài 3 (1,5 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Kết quả kiểm tra giữa học kỳ I của bạn Lan rất tốt. Vì thế cuối tuần vừa rồi bố mẹ thưởng cho Lan đi công viên Biển Hà Nội cùng gia đình bằng xe máy. Quãng đường từ nhà Lan đến công viên dài 29km bao gồm 4km đường đang sửa còn lại là đường bằng phẳng. Vận tốc của xe máy khi đi trên đường đang sửa giảm 6km/h so với khi đi trên đường bằng phẳng. Tính vận tốc của xe máy khi đi trên đường đang sửa, biết thời gian đi từ nhà Lan đến công viên hết 60 phút

Bài 4 (3 điểm) Cho (O) đường kính AB. Điểm C thuộc (O) (C khác A, B; AC < BC). Gọi H là trung điểm của BC. Tiếp tuyến tại B của (O) cắt OH tại D, AD cắt (O) tại E

a) Chứng minh: CD là tiếp tuyến của (O)

b) Chứng minh: $\frac{DE}{DH} = \frac{DO}{DA}$

c) Gọi I là trung điểm của HD, BI cắt (O) tại F. Chứng minh: A, H, F thẳng hàng

Bài 5 (0,5 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{2021x - 2020} = \sqrt{2020x - 2021} - 2020x - 2020$

ĐỀ KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG GIỮA HKII NĂM HỌC 2018-2019
MÔN: TOÁN 9
(Thời gian làm bài: 90 phút)

ĐỀ BÀI

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN: (2 điểm)

Khoanh tròn vào các chữ cái đứng trước các câu trả lời đúng trong mỗi câu sau:

Câu 1: Cho phương trình 2x – y = 5. Phương trình nào sau đây kết hợp với phương trình đã cho để được một hệ phương trình có vô số nghiệm?

A. x – y = 5 **B.** – 6x + 3y = 15 **C.** 6x + 15 = 3y **D.** 6x – 15 = 3y.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến khi x < 0?

A. y = -2x **B.** y = -x + 10 **C.** $y = (\sqrt{3} - 2)x^2$ **D.** $y = \sqrt{3}x^2$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = 2ax^2$ (Với a là tham số). Kết luận nào sau đây là đúng?

A. Hàm số f(x) đạt giá tri lớn nhất bằng 0 khi a < 0.

B. Hàm số f(x) nghịch biến với mọi x < 0 khi a > 0

C. Nếu f(-1) = 1 thì $a = \frac{1}{2}$

D. Hàm số f(x) đồng biến khi a >0

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đồ thị các hàm số $y = 2x^2$ và y = 3x – 1 cắt nhau tại hai điểm có hoành độ là:

A. 1 và $\frac{1}{2}$ **B**. -1 và $\frac{1}{2}$ **C**. 1 và $-\frac{1}{2}$ **D**. -1 và $-\frac{1}{2}$

Câu 5: Phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ có nghiệm khi:

A. $m \geq 1$ **B**. $m \geq -1$ **C**. $m \leq 1$ **D**. $m \leq -1$

Câu 6: Cho ΔABC đều nội tiếp đường tròn (O). Số đo cung AB nhỏ là:

A. 30^0 **B**. 60^0 **C**. 90^0 **D**. 120^0

Câu 7: Một hình vuông có cạnh 6cm thì đường tròn ngoại tiếp hình vuông có bán kính bằng:

A. $6\sqrt{2}$ cm **B**. $\sqrt{6}$ cm **C**. $3\sqrt{2}$ cm **D**. $2\sqrt{6}$ cm

Câu 8: Mệnh đề nào sau đây là sai:

A. Hình thang cân nội tiếp được một đường tròn.

B. Hai cung có số đo bằng nhau thì bằng nhau.

C. Hai cung bằng nhau thì có số đo bằng nhau.

D. Hai góc nội tiếp bằng nhau thì cùng chắn một cung.

II. PHẦN TỰ LUẬN(8 điểm):

Bài 1:(2điểm)

Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) với m = -2
b) Chứng tỏ phương trình (1) luôn có nghiệm x_1, x_2 với mọi giá trị của m.
c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có 1 nghiệm bằng 3 . Tìm nghiệm còn lại

Bài 2: (2 điểm)

a, Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ (P)

b, Tìm giá trị của m sao cho điểm C(-2; m) thuộc đồ thị (P)

c, Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = x - 0,5$ và parabol (P)

Bài 3: (3 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Bx với nửa đường tròn. Gọi C là điểm trên nửa đường tròn sao cho cung CB bằng cung CA, D là một điểm tuỳ ý trên cung CB (D khác C và B). Các tia AC, AD cắt tia Bx theo thứ tự là E và F .

a, Chứng minh tam giác ABE vuông cân.

b, Chứng minh $FB^2 = FD.FA$

c, Chứng minh tứ giác CDFE nội tiếp được

Bài 4: (1điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} |xy-4| = 8 - y^2 \\ xy = 2 + x^2 \end{cases}$

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN LỚP 9
NĂM HỌC: 2018-2019

<u>Phần I :</u> Trắc nghiệm (**2điểm**) Mỗi câu trả lời đúng cho 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	C	A, C	A	B	D	C	B, D

<u>Phần II :</u> Tự luận (**8điểm**)

Bài 1 *(2 điểm)*

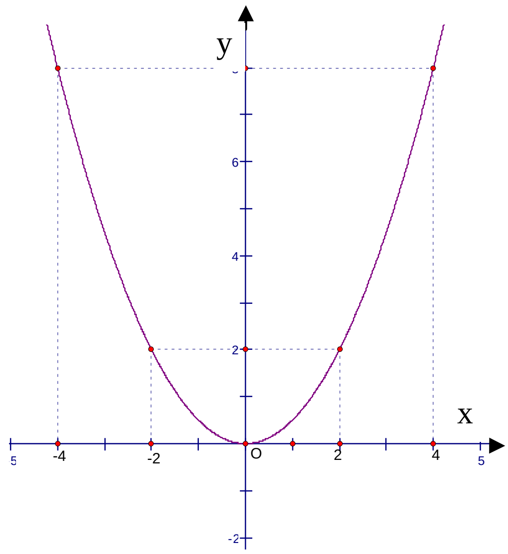
Đáp án	Điểm
Bài1a) 1 điểm $x^2 + 2x - 3 = 0$	
$\Delta' = b'^2 - ac$ $= 1^2 - 1.(-3) = 4$	0,25
$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-1+2}{1} = 1$ $\quad x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-1-2}{1} = -3$	0,5

Vậy phương trình có nghiệm là: $x_1 = 1; \quad x_2 = -3$	
b)$\Delta = b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4.1.(m-1) = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2 \geq 0$ Vì $\Delta \geq 0$ nên phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m	0,5
c)Vì phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ có nghiệm $x = 3$ nên ta có : $3^2 - m.3 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 4$	0,25
Với m = 4 ta có phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ $\Delta' = b'^2 - ac$ $= (-2)^2 - 1.(3) = 1$	0,25
$x_1 = \dfrac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \dfrac{2+1}{1} = 3 \qquad x_2 = \dfrac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \dfrac{2-1}{1} = 1$	0,25
Vậy với m= 4 phương trình có nghiệm $x_1 = 3; \quad x_2 = 1$	

Bài 2*(2 điểm)*

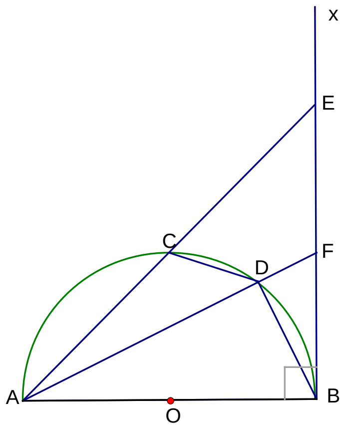
Đáp án	Điểm
a)Lập bảng các giá trị	0,25

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

 	0,25
Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ là đường parabol có đỉnh là gốc toạ độ O, nhận trục tung làm trục đối xứng, nằm phía trên trục hoành vì a > 0	0,25
b) Vì C (-2 ; m) thuộc parabol (p) nên ta có $m = \frac{1}{2}(-2)^2 \Leftrightarrow m = 2$ Vậy với m = 2 thì điểm C (-2; 2) thuộc parabol (p) c, Hoành độ giao điểm của parabol (p) và đường thẳng y = x - 0,5 là nghiệm của phương trình: $\frac{1}{2}x^2 = x - 0,5$ $\Leftrightarrow x^2 = 2x - 1$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$ $\Leftrightarrow x - 1 = 0$ $\Leftrightarrow x = 1$ Thay x = 1 vào y = x - 0,5 ta được y = 0,5 Vậy tọa độ giao điểm là (1 ; 0,5)	0,25 0,25 0,25 0,5

Bài 3 *(3 điểm)*

Đáp án	Điểm

 	
a) 1 điểm Trong (0) có $\overset{\frown}{CA} = \overset{\frown}{CB}$ (gt) nên sđ $\overset{\frown}{CA}$ = sđ $\overset{\frown}{CB} = 180^0 : 2 = 90^0$	0,25
$\widehat{CAB} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{CB} = \frac{1}{2}.90^0 = 45^0$ ($\widehat{CAB}$ là góc nội tiếp chắn cung CB) Tam giác ABE có $\widehat{ABE} = 90^0$ (tính chất tiếp tuyến) $\widehat{CAB} = \hat{E} = 45^0$ nên tam giác ABE vuông cân tại B (1đ)	0,25 0,5
b)1 điểm ΔABF và ΔDBF là hai tam giác vuông ($\widehat{ABF} = 90^0$ theo CM trên) $\widehat{ADB} = 90^0$ do là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\widehat{BDF} = 90^0$) có chung góc AFB Do đó $\Delta ABF \sim \Delta BDF$	0,5 0,25
suy ra $\frac{FA}{FB} = \frac{FB}{FD}$ hay $FB^2 = FD.FA$	0,25
c) 1 điểm Trong (o) có $\widehat{CDA} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{CA} = \frac{1}{2}.90^0 = 45^0$	0,25
$\widehat{CDF} + \widehat{CDA} = 180^0$ (2 góc kề bù)	0,25
Do đó $\widehat{CDF} = 180^0 - \widehat{CDA} = 180^0 - 45^0 = 135^0$	0,25
Tứ giác CDFE có $\widehat{CDF} + \widehat{CEF} = 135^0 + 45^0 = 180^0$ Suy ra tứ giác CDFE nội tiếp	0,25

Bài 4 : 1 điểm

Đáp án	Điểm
Ta có: xy = 2 + $x^2 \geq 2$ nên $xy \neq 0$ và $y = \frac{2+x^2}{x}$ Thay giá trị này vào pt thứ nhất	0,25

ta có: $\left\|x^2-2\right\|=8-\left(\frac{2+x^2}{x}\right)^2$. Do $\left\|x^2-2\right\|\ge 0$ nên $8-\left(\frac{2+x^2}{x}\right)^2\ge 0$	
$\Leftrightarrow (2+x^2)^2 \le 8x^2 \Leftrightarrow x^4-4x^2+4\le 0 \Leftrightarrow (x^2-2)^2\le 0$	0,25
$\Leftrightarrow (x^2-2)^2 = 0$ (vì $(x^2-2)^2 \ge 0$) $\Leftrightarrow x^2=2 \Leftrightarrow x=\sqrt{2}; x=-\sqrt{2}$	0,25
Nếu $x_1=\sqrt{2}$ thì $y_1=2\sqrt{2}$, Nếu $x_2=-\sqrt{2}$ thì $y_2=-2\sqrt{2}$, Vậy hệ có hai nghiệm (x ; y) là $(\sqrt{2}\ ;\ 2\sqrt{2})$, $(-\sqrt{2}\ ;\ -2\sqrt{2})$	0,25