

3

TEORIA DA MEDIDA¹

Luiz Pasquali

Em psicologia e em educação, existe um ramo de saber que assume o modelo quantitativista em ciência, denominado geralmente de psicometria. Nos manuais de metodologia científica, particularmente nas áreas das ciências psicossociais, este tema é tratado muito esporádica e superficialmente. Fala-se quase exclusivamente de um tema muito debatido, ou seja, as escalas de números: nominal, ordinal, de intervalo e de razão. Inclusive sem demonstrar como tais escalas surgem. A problemática da medida em ciências é bem mais complexa do que isso. Para oferecer uma visão mais coerente, abrangente e racional a essa temática, este capítulo procura dar e explicitar os fundamentos epistemológicos de medida em ciências (empíricas), bem como explicitar os tipos e níveis possíveis que ela pode assumir.

INTRODUÇÃO: CIÊNCIA E MATEMÁTICA

A medida em ciências psicossociais, notadamente na psicologia, deveria ser chamada puramente de psicometria, similarmente ao que ocorre em áreas afins, em que se fala de sociometria, econometria, politicometria, etc. Psicometria, contudo,

tem sido abusivamente utilizada dentro de um contexto muito restrito, referindo-se a testes psicológicos e escalas psicométricas. De qualquer forma, a psicometria ou medida em psicologia se insere dentro da teoria da medida em geral que, por sua vez, desenvolve uma discussão epistemológica em torno da utilização do símbolo matemático (o número) no estudo científico dos fenômenos naturais. Trata-se, portanto, de uma sobreposição, ou melhor, de uma interface, entre sistemas teóricos de saber diferentes, tendo a teoria da medida a função de justificar e explicar o sentido que tal interface possui.

A matemática e a ciência empírica são sistemas teóricos² (ou de conhecimento) muito distintos e, em termos estruturais, não são comensuráveis. Na verdade, os dois sistemas têm objetos e metodologias próprias, distintas e irreversíveis entre si. Pode-se discernir essa distinção, atentando para o Quadro 3.1. Observa-se que em nenhum momento ou sob nenhum critério os dois sistemas de saber se assemelham estruturalmente. A ciência tem como referente ou objeto os fenômenos da realidade, ao passo que a matemática tem como objeto de estudo o símbolo numérico (que é um conceito, e não uma realidade empíri-

¹ Este capítulo se encontra quase integralmente em Pasquali, 2004.

² Uma discussão epistemológica mais detalhada sobre sistemas de saber se encontra em Pasquali, L. (Org.), *Delineamento de pesquisa em ciência*. Em elaboração.

ca e nem uma propriedade desta realidade – Frege, 1884); a metodologia da ciência é a observação sistemática, e a da matemática é a dedução; o critério de verdade para a ciência é o teste empírico, ao passo que para a matemática é a consistência interna do argumento.

Assim, a primeira afirmação, no contexto da teoria da medida, consiste em dizer que o sistema científico do conhecimento não tem nada a ver com a matemática e vice-versa, falando-se em termos das estruturas epistemológicas dos dois saberes. O mesmo tipo de argumentação pode ser feito da ciência com relação aos outros sistemas de saber (filosofia, teologia, etc.).

A NATUREZA DA MEDIDA

Apesar dessa distância epistemológica entre ciência e matemática, a primeira se apercebeu das vantagens consideráveis que ela pode obter ao se utilizar da linguagem da matemática para descrever o seu objeto próprio de conhecimento. Na verdade, se o modelo matemático não dita e nem fundamenta o conhecimento científico, parece que é o uso deste modelo que vem possibilitando distinguir níveis de progresso no conhecimento científico. Essa afirmação, pelo menos, aparece claramente demonstrada na ciência da física

que, com o uso do modelo matemático, pôde passar de um estágio pré-científico à física moderna. Além disso, “Os instrumentos e as técnicas de medida propiciam a ponte mais útil entre os mundos do dia a dia do leigo e dos especialistas em ciência” (Klein, 1974, p. 24).

O uso do número na descrição dos fenômenos naturais constitui o objeto da teoria da medida. Essa teoria está razoavelmente axiomatizada somente nas ciências físicas, aparecendo ainda lacunar nas ciências psicossociais, em que, aliás, ainda se discute a viabilidade epistemológica da própria medida.

A natureza da medida implica alguns problemas básicos, dentre os quais três devem ser mencionados (Luce e Suppes, 1986; Suppes e Zinnes, 1963; Campbell, 1928; 1938): a representação, a unicidade e o erro.

O problema da representação ou o isomorfismo

O problema central da medida consiste em justificar a legitimidade de se passar de procedimentos e operações empíricos (a observação) para uma representação numérica desses procedimentos. É justificável designar ou expressar objetos ou fenômenos naturais por meio de números? Sim, se nessa designação se preserva-

QUADRO 3.1

Enfoque epistemológico em ciência e matemática

Sistema Teórico	Objeto	Atitude	Metodologia	Verdade	Certeza	Critério de Verdade
Ciência (empírica)	Fenômenos naturais	Empírica	Observação e Controle	Fato	Relativa	Teste Empírico
Matemática	Símbolo numérico	Transcendental	Dedução	Teorema	Absoluta	Consistência interna do argumento

rem tanto as propriedades estruturais do número quanto as características próprias dos atributos dos fenômenos empíricos. Trata-se do teorema da representação, isto é, representar com números (objeto da matemática) as propriedades dos fenômenos naturais (objeto da ciência).

O problema da unicidade da representação

A questão envolvida aqui é a seguinte: será que o número é a única ou a melhor representação das propriedades dos objetos naturais para fins de conhecê-los pelo ser humano? Evidentemente, você vê que a resposta a essa pergunta gera imediatamente guerra, em particular entre cientistas da área psicossocial. Entretanto, os defensores da medida em ciência respondem afirmativamente à pergunta, sem pestanejar. Mesmo assim, alertam que essa representação, ainda que sendo a melhor, apresenta níveis diferentes de qualidade ou precisão, dependendo do tipo de característica dos objetos que se está focalizando. Assim, para o caso do peso, o número representa excelente informação (a saber, o quilograma), enquanto no caso da inteligência ele já é menos preciso (o QI, por exemplo, ou um escore em um teste X). Essa problemática da unicidade da representação e de seus níveis gera os níveis da escala de medida, ou seja, define se a escala obtida será ordinal, intervalar, etc., como veremos.

O problema do erro

A observação dos fenômenos empíricos é sempre sujeita a erros devidos tanto ao instrumental de observação (os sentidos e suas extensões mediante instrumentos tecnológicos) quanto a diferenças individuais do observador, além de erros

aleatórios, sem causas identificáveis. Assim, tipicamente toda e qualquer medida vem acompanhada de erros e, por consequência, o número que descreve um fenômeno empírico deve vir acompanhado de algum indicador do erro provável, que será analisado dentro de teorias estatísticas para determinar se o valor encontrado e que descreve o atributo empírico está dentro de limites de aceitabilidade de medida. Note que o número matemático é um conceito unívoco, sem a mínima variabilidade de interpretação; os números são conceitos pontuais, em que um número não apresenta interseção alguma com o próximo. Assim, 1 é somente 1, 2 é somente 2, etc., coisa que não ocorre quando o número é utilizado para descrever (representar) fenômenos naturais; nesse caso, o número 1 pode ser *mais ou menos* 1 e, assim, pode ter interseção com o 2. Acontece que, na medida dos fenômenos naturais, o número se adultera um pouco, perdendo sua identidade pontual e absoluta, para se tornar um intervalo em vez de um ponto sem dimensões. O fato de o número, na medida, se tornar um intervalo diz que ele já tem variabilidade (variância), e isso é o erro. Se você chamar o número da matemática como número matemático, o número da medida você chamaria de número estatístico. Aquele é um ponto, enquanto este é um intervalo. Dessa forma, em matemática o número está sempre solitário, inconfundível, enquanto na medida ele vem sempre acompanhado de um “cão de guarda”, a variância, que indica o erro. Voltaremos a esse ponto mais adiante.

O uso do número na descrição dos fenômenos naturais (isto é, a medida) somente se justifica se for possível responder afirmativamente às duas questões seguintes:

1. É *legítimo* utilizar o número para descrever os fenômenos da ciência?

2. É útil, vantajoso, utilizar o número para descrever os fenômenos da ciência?

O restante deste capítulo procura responder e fundamentar a resposta afirmativa a essas duas questões.

A BASE AXIOMÁTICA DA MEDIDA

Esta parte visa fundamentar a legitimidade epistemológica da medida em ciências, isto é, a legitimidade do uso do número como descritor de fenômenos naturais.

Há legitimidade no uso do número na descrição dos fenômenos naturais se, e somente se, as propriedades estruturais, tanto do número quanto dos fenômenos naturais, forem salvaguardadas nesse procedimento. Isto é, deverá haver isomorfismo estrito (relação de 1 para 1) entre propriedades do número e aspectos dos atributos da realidade empírica.

São propriedades básicas do sistema numérico a identidade, a ordem e a aditividade. A medida deve resguardar, pelo menos, as duas primeiras dessas propriedades; de preferência, as três.

Para melhor enquadrar a psicometria e a medida em geral em ciências psicossociais, a base axiomática da medida será tratada dentro das ciências físicas, fazendo em seguida as ressalvas e correções necessárias para o caso da medida em ciências psicossociais e, em especial, da psicologia.

Axiomas do sistema numérico

Stevens (1951) representaria o sistema numérico como na Figura 3.1.

Esses vários tipos de números surgiram em épocas históricas diferentes, segundo as necessidades dos estudiosos e as da vida prática. Inicialmente só havia os números inteiros, que se mostravam sufi-

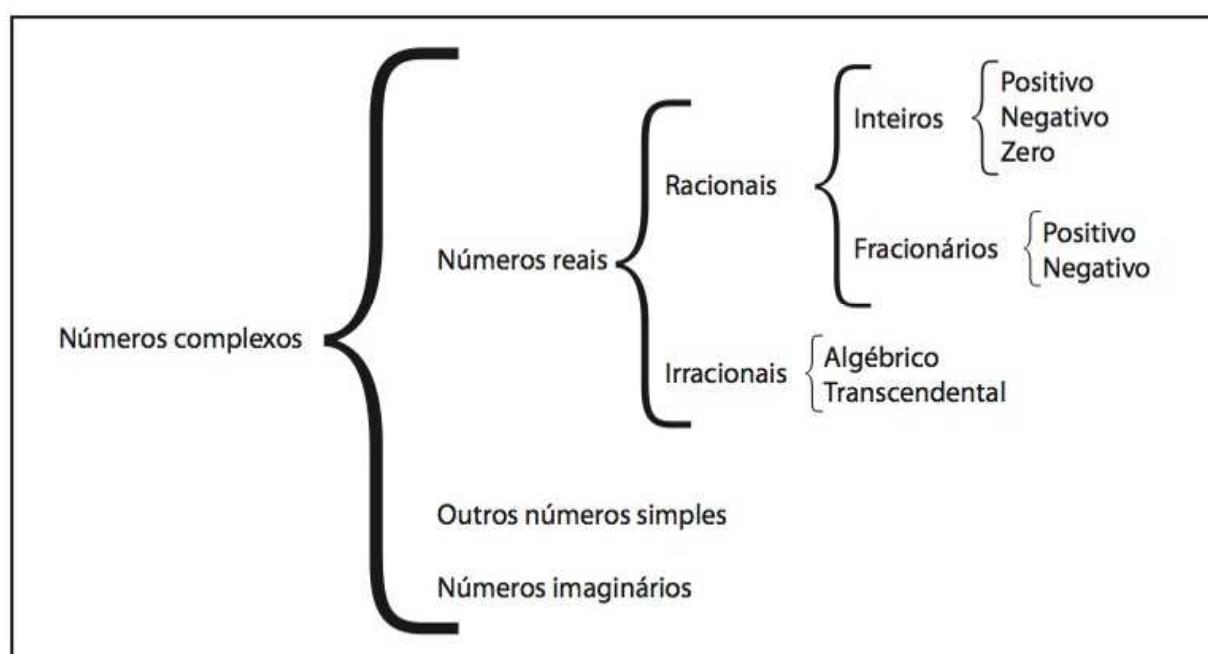


Figura 3.1
O sistema numérico.

cientes para a contagem de objetos discretos; por essa razão são também chamados de números naturais (ver Klein, 1974). Com eles se podia fazer as operações de soma e de multiplicação. Eles não davam sempre certo, especialmente quando se queria subtrair um número maior de um número menor. Essa limitação do sistema de inteiros fez com que ele fosse estendido para incluir números negativos e o zero. Com a divisão, o sistema de inteiros se mostrava ainda mais limitado, o que forçou a adoção de números fracionários. Esse conjunto de números (inteiros positivos, negativos, zero e frações) constitui o sistema de números racionais, dado que qualquer número desse sistema pode ser expresso em termos de razão entre dois números inteiros. Excetuada a divisão por zero, todas as operações são possíveis dentro desse sistema numérico. Contudo, certas operações matemáticas não eram viáveis dentro do sistema, como, por exemplo, a raiz quadrada de 2. Inventaram-se, então, os números irracionais, e assim se fechou o círculo dos números reais, suficientes para permitir qualquer sorte de medida da realidade, até o presente.

A matemática é um saber baseado em puras convenções; assim, tanto o seu objeto (o número) quanto suas regras são convencionadas. No início do século XX, os filósofos e matemáticos Whitehead e Russell (1910-1913; 1965) elencaram nada menos que 27 axiomas ou regras do jogo da matemática, apresentadas em seu livro *Principia mathematica*. Desses axiomas, três grandes conjuntos são importantes para o caso da medida. São os axiomas que definem as propriedades numéricas de identidade, ordem e aditividade.

1. *Identidade*. Esta propriedade define o conceito de igualdade, isto é, que um número é idêntico a si mesmo e so-

mente a si mesmo. Ela apresenta três axiomas (postulados aceitos e não provados) que expressam a relação de IGUAL A (=):

- Refletividade: $a = a$ ou $a \neq b$. Números são idênticos ou são diferentes.
- Simetria: se $a = b$, então $b = a$.
- Transitividade: se $a = b$ e $b = c$, então $a = c$. Duas coisas iguais a uma terceira são iguais entre si.

2. *Ordem*. Esta propriedade se baseia na desigualdade dos números. Todo número é diferente de outro. Essa desigualdade não é somente de qualidade, mas ela se caracteriza em termos de magnitude, isto é, um número não é somente diferente do outro, mas um é maior que o outro. Aliás, eles são diferentes precisamente porque um é maior que o outro. Assim, excetuado o caso de igualdade, os números podem ser colocados numa sequência invariável ao longo de uma escala linear – sequência monotônica crescente. Também apresenta três axiomas, que expressam NÃO IGUAL A ou MAIOR QUE (>):

- Assimetria: se $a > b$, então $b < a$. A ordem dos termos não pode ser invertida.
- Transitividade: se $a > b$ e $b > c$, então $a > c$.
- Conectividade: ou $a > b$ ou $b > a$.
- Um quarto axioma é o de ordem-denso: números racionais são tais que entre dois números inteiros quaisquer há sempre um número racional; o intervalo entre dois inteiros não é vazio.

3. *Aditividade*. Os números podem ser somados, isto é, podem ser concatenados de modo que a soma de dois números, excetuado o zero, produz um outro número diferente deles próprios. Isto é, as quatro operações (soma, subtração, multiplicação e divisão – as três últimas são redutíveis à primeira) podem

ser aplicadas aos números. Dois axiomas se destacam:

- Comutatividade: $a + b = b + a$. A ordem dos termos não altera o resultado da adição.
- Associatividade: $(a + b) + c$ é igual a $a + (b + c)$. A ordem de associação ou de combinação dos termos não afeta o resultado.

Nota: As quatro operações básicas dos números (soma, subtração, multiplicação, divisão) se reduzem à soma. Veja:

Soma:	$3 + 2 = 5$
Subtração:	$3 - 2 = 3 + (-2)$
Multiplicação:	$3 \times 2 = 2 + 2 + 2$ (três vezes o 2)
Divisão:	$4 \div 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ (quatro vezes $\frac{1}{2}$).

Axiomas da medida

Como a medida consiste na atribuição de números às propriedades das coisas segundo certas regras, ela deve garantir que as operações empíricas salvem os axiomas dos números. A medida que salva todos esses axiomas é a mais sofisticada possível e, por isso, rara (escala de razão). A maioria das medidas, ao menos em ciências psicossociais, se dão por satisfeitas se puderem salvar, pelo menos, os axiomas de ordem. Se somente os axiomas de identidade forem salvos (escala nominal), a operação propriamente não chega a ser medida, mas se trata apenas de classificação, pois a única característica do número salva é a sua identidade; isto é, o número utilizado para uma operação empírica deve ser diferente do de uma outra operação. Para tanto, aliás, o número é utilizado tão somente como numeral, a saber, um rabisco diferente de outro, que poderia ser substituído por qualquer ou-

tro sinal ou rabisco (desde que diferentes entre si) sem a menor consequência para a medida. O número nesse caso serve apenas de etiqueta para uma classe de coisas. A medida realmente acontece quando se salvam, pelo menos, os axiomas de ordem dos números. Então fica a pergunta: é possível demonstrar a existência de ordem de magnitude nos atributos das coisas, isto é, as coisas têm dimensões? (Entendidas estas como atributos mensuráveis, propriedades empíricas possuidoras de magnitude.) Como resposta a essa questão, poder-se-ia simplesmente assumir que sim: os atributos empíricos têm magnitude, como o senso comum nos parece dizer quotidianamente quando fala de “mais do que”, “maior que” e expressões similares. Contudo, esta não parece ser uma base suficientemente segura para fundamentar uma teoria da medida. É preciso, então, demonstrar empiricamente que tal ocorrência existe na realidade das coisas. Nas ciências físicas essa questão parece resolvida, mas nas ciências psicossociais ainda suscita acirradas controvérsias. Antes de oferecer uma tentativa de demonstração experimental de axiomas da medida, note o comentário a seguir.

Comentário: Os números, pelo menos os complexos, diferem entre si em termos de magnitude e não em termos de qualidade. Assim, o 2 não é qualitativamente diferente do 1; ele é diferente quantitativamente. Quer dizer que todos os números são da mesma qualidade ou natureza, isto é, são todos da qualidade de quantidade ou de magnitude; eles diferem em ordem, porque um é maior que o outro. Repare que os fenômenos naturais, por outro lado, diferem entre si também qualitativamente: a cor é uma qualidade diferente da do peso, que é diferente da do comprimento, etc. Essas diferenças são de qualidade, pois se tratam de aspectos, qualidades, características ou atributos

diversos e distintos de um mesmo objeto natural. O isomoformismo defendido na medida é entre as propriedades do número (sobretudo de ordem e aditividade) com estas mesmas propriedades de cada atributo de um objeto natural e não com o próprio objeto natural. De fato, os diferentes atributos de um mesmo objeto não diferem em termos de quantidade e sim de qualidade. Entretanto, um mesmo atributo de um objeto natural pode variar em diferentes momentos ou situações ou objetos-indivíduos, e essa variação é que é definida em termos de magnitude, portanto mensurável (de onde a medida: esta é de atributos individuais de objetos e não dos próprios objetos). Assim, por exemplo, da rosa eu posso falar de diferentes qualidades, tais como intensidade de aroma, peso, tamanho. Mas cada uma dessas qualidades pode aparecer com magnitude diferente de aroma, peso, comprimento (isto é, eu posso medir as magnitudes de

cada qualidade). Em termos de seus atributos, qualitativamente diferentes, não posso dizer que uma rosa é mais rosa que a outra; posso, porém, dizer que uma é mais aromática ou mais pesada que a outra. Veja a Figura 3.2 para facilitar a compreensão.

Demonstração empírica dos axiomas de ordem (Guilford, 1954)

Os axiomas de ordem afirmam que, na medida, a ordem dada pelos números atribuídos aos objetos (transitividade e conectividade) deve ser a mesma obtida pela ordenação empírica desses mesmos objetos. Existe ordem (“maior que”) nas propriedades das coisas. Exemplos: um metal que arranha um outro e não pode ser arranhado por este, diz-se que é mais duro. Assim, uma ordem empírica de dureza pode ser estabelecida a partir da ope-

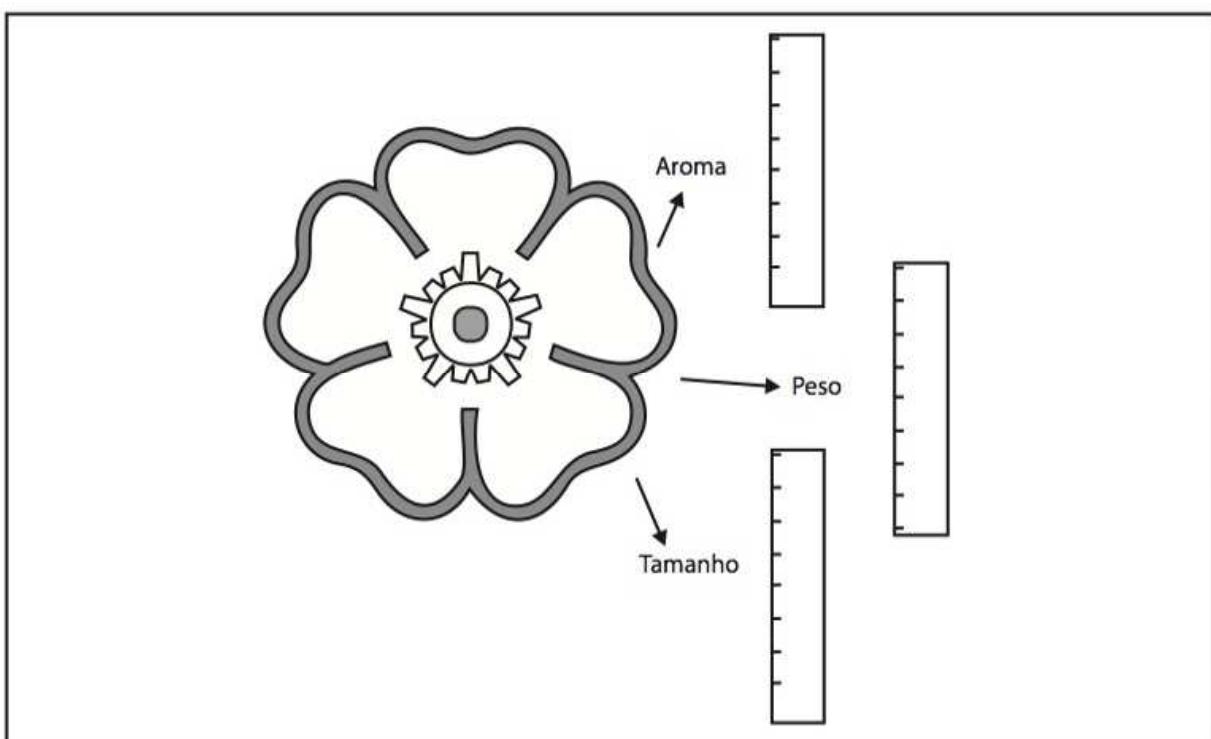


Figura 3.2

Três qualidades da rosa com suas magnitudes.

ração empírica de arranhar. Igualmente, o alinhamento de linhas mostra que uma é maior que outra, de onde uma ordenação de objetos em termos de comprimento poder ser montada. Um tom que é dito mais alto que outro por uma amostra de sujeitos, diz-se que é mais agudo. Assim, uma ordem de altura tonal (*pitch*) pode ser estabelecida. O mesmo ocorre se um sujeito resolve corretamente maior número de uma série de problemas do que outro: diz-se que é mais inteligente. Assim, pode-se estabelecer uma escala de inteligência. As inversões que ocorrem são consideradas “erros de medida” ou de observação, que devem ser tratados dentro da teoria da consistência, que visa mostrar que, apesar desses erros, há consistência na medida.

Demonstração empírica dos axiomas de aditividade

A demonstração dos axiomas de aditividade parece ser possível somente no caso dos atributos extensivos, como massa, comprimento e duração temporal, bem como no caso da probabilidade. A aditividade se baseia na ideia de concatenação: a combinação (concatenação) de dois objetos ou eventos produz um terceiro objeto ou evento com as mesmas propriedades dos dois, mas em grau maior. Assim, tomando-se um objeto de comprimento x (medido em uma unidade de comprimento qualquer, o metro, por exemplo), encontrar um outro objeto com o mesmo comprimento x , juntando (concatenando) os dois objetos obtém-se um objeto maior z com comprimento duas vezes os comprimentos dos objetos individuais. O conceito de concatenação implica que A con B (A concatenando B) = $A + B$.

Fica, assim, claro e amplamente demonstrado que a medida, isto é, a utilização do número para descrever os fenômenos naturais, é legítima e adequada.

Contudo, da discussão anterior, você também percebe que existe medir e medir; ou seja, nem todas as medidas são iguais, digamos, em qualidade. Essa qualidade depende do grau ou da quantidade de isomorfismo que existe entre as propriedades do número e as propriedades dos fenômenos naturais. Isso quer dizer que há níveis diferentes de correspondência entre o número e os fenômenos naturais, o que implicará diferentes níveis de medida, como veremos em seguida.

NÍVEIS DA MEDIDA (ESCALAS DE MEDIDA)

Dependendo da quantidade de axiomas do número que a medida salva resultam vários níveis de medida, conhecidos como escalas de medida. Como vimos, são três os axiomas básicos do número: identidade, ordem e aditividade. O último apresenta dois aspectos úteis para o presente problema: origem e intervalo ou distância. Quanto mais axiomas do número a medida salvaguardar, maior será o seu nível, isto é, mais se aproximará da escala numérica ou métrica e maior será o isomorfismo entre o número e as operações empíricas. Assim, podemos considerar cinco elementos numéricos para definir o nível da medida: identidade, ordem, intervalo, origem e unidade de medida. Desses cinco elementos, os mais discriminativos dos níveis são a origem e o intervalo, dado que a ordem é uma condição necessária para que realmente haja medida. Se a medida somente salva a identidade do número, na verdade não se trata de medida, mas de classificação e contagem. Nesse caso (escala nominal), os números não são atribuídos a atributos dos objetos, mas o próprio objeto é identificado por rótulo numérico.

Esse rótulo nem precisaria ser numérico, visto que não importa que símbolo

ou rabisco pode ser utilizado com a mesma função de distinguir objetos um do outro ou classe de objetos de outra classe. A única condição necessária é que se salvaguarde a identidade do símbolo, isto é, um mesmo símbolo não pode ser duplicado para identificar objetos diferentes, como também diferentes símbolos não podem ser usados para identificar objetos idênticos. Embora não estejamos neste caso medindo, a escala numérica que resulta dessa rotulação adquire direito ao nome escala, visto que ela corresponde em parte à definição de medida que diz: "medir é atribuir números às coisas empíricas".

O esquema a seguir ilustra como se originam as várias escalas de medida:

		Origem		
		Não natural	Natural	
Intervalo	Não igual	Ordinal	Ordinal	
	Igual	Intervalar	Razão	

Assim, uma medida de uma propriedade de um objeto natural que não tem uma origem natural (exemplos: aroma, QI, amizade) não pode começar em zero (0), porque não se conhece um valor zero de aroma ou de QI. Mesmo se você usa o zero na medida de tais atributos, este é um zero fictício, não natural. Dessa forma, uma escala de medida de tais atributos pode começar com qualquer número, inclusive o zero, sendo este número a origem da escala, e o próximo número tem que ser maior (se a escala for ascendente) porque a escala precisa salvar, pelo menos, a ordem natural dos números. Uma tal escala seria chamada de ordinal, em que a origem é arbitrária, e a distância entre os números não seria igual. Consequentemente, as seguintes escalas são equivalentes, produzem exatamente a mesma informação:

3	4	5	6	7
3	5	6	10	100
0	1	2	3	4
-3	0	15	30	31

A única coisa relevante que distingue essas escalas é uma questão de estética, sendo provavelmente a mais elegante a escala 0 1 2 3 4. Mas elegância é questão de gosto e "*de gustibus non est disputandum*" (não se briga por gostos). Agora, seria um erro transformar essas escalas na seguinte:

0	1	2	4	3
---	---	---	---	---

porque se perderia a ordem (monotônica crescente).

Se nessa mesma medida você puder salvar a origem natural, isto é, o zero, mas não puder salvar o intervalo igual entre os números da escala, você ainda estaria medindo apenas no nível ordinal. Por exemplo: medir o peso de diferentes objetos sem ter uma balança. Nesse caso, você pode pedir a um ou vários sujeitos para ordenar os objetos em termos de mais pesado, surgindo daí uma ordenação pelo peso sem se poder dizer quanto um objeto é mais pesado que o anterior. Peso, na verdade, é um atributo da natureza que permite o valor zero, mas o processo de medida, como descrito, não permite dizer mais do que um objeto ser mais pesado que o outro, sem se poder definir quanto mais. Se você pudesse ou puder definir quanto mais pesado ele é, então você já estaria medindo no nível de escala de razão que, além de ter uma origem natural zero, tem intervalos iguais entre os números da escala. Uma tal escala sempre começa com zero e seus números estão a distâncias iguais entre si. Exemplo:

0	1	2	3	4
0	2	4	6	8
0	5	10	15	20

Nessa escala o que muda é apenas a unidade de medida (o tamanho do intervalo), sendo ela sucessivamente de 1, 2 e 5, no exemplo proposto.

Um exemplo de uma escala simplesmente intervalar e suas transformações legítimas seria a seguinte:

0	2	4	6	8
2	4	6	8	10
-5	0	5	10	15

onde são salvos a ordem dos números e o tamanho do intervalo entre eles.

Note que o fator que define o nível da medida não é o número, mas sim a característica do atributo medido da na-

tureza (da realidade): se ele permite ou não uma ordem natural, o zero (tais como peso, comprimento), se permite definir distâncias iguais ou não (muitos pesquisadores afirmam que nenhum atributo não extensivo da natureza, como todos os atributos psicossociais, permite medida intervalar!). Os números, por natureza, têm todas estas características: origem natural (o zero), ordem e distâncias iguais entre si. Assim, para os números, todas as escalas são de razão, mas para a medida, isto é, os números utilizados para descrever fenômenos naturais, nem sempre se podem salvar essas características dos números.

O Quadro 3.2 resume as características de cada escala.

Como já insinuado, uma escala numérica pode ser transformada em uma outra equivalente se forem respeitados os

QUADRO 3.2

Características das escalas numéricas de medida

Escala	Axiomas salvos	Invariâncias	Liberdades	Transformações permitidas	Estatísticas apropriadas
Nominal	- identidade		- ordem - intervalo - origem - unidade	Permutação (troca 1 por 1)	Frequências: f, %, p, Mo, qui ² , C
Ordinal	- identidade - ordem	- ordem	- intervalo - origem - unidade	Monotônica crescente (isotonia)	Não paramétricas: Md, rs, U, etc.
Intervalar	- identidade - ordem - aditividade	- ordem - intervalo	- origem - unidade	Linear de tipo $Y = a + bx$	Paramétricas: M, DP, r, t, F, etc.
Razão	- identidade - ordem - aditividade	- ordem - intervalo - origem	- unidade	Linear de tipo $y = bx$ (similaridade)	M geométrica, Coef., variação, Logaritmos

F = frequência; % = percentagem; p = proporção; C = coeficiente de contingência; Md = mediana; DP = desvio padrão; rs = correlação de Spearman; U = teste de Mann-Whitney; r = correlação de Pearson (produto-momento); F = teste de Fisher (análise da variância).

elementos da invariância na transformação. Uma escala de maior nível pode utilizar as operações estatísticas de uma escala inferior, mas perde informação dado que as estatísticas próprias de uma escala inferior são menos eficientes, isto é, são menos robustas.³ Por exemplo, posso organizar o leque de idades dos sujeitos em quatro grupos etários (adolescência, jovem-adulto, adulto e terceira idade); mas, nesse caso, a partir desses grupos não posso saber a média das idades da amostra. Não é permitido (é erro) utilizar estatísticas de uma escala de nível superior em uma inferior, visto que esta não satisfaz os requisitos necessários para se utilizarem procedimentos estatísticos superiores. São chamados paramétricos os procedimentos estatísticos da escala intervalar porque os números nela possuem caráter métrico, isto é, são adicionáveis, enquanto os não paramétricos não são métricos, pois representam somente possos e não quantidades somáveis.

FORMAS E UNIDADES DE MEDIDA

Até aqui sabemos que posso expressar legitimamente os atributos naturais com escalas de números e que estas se apresentam em diferentes níveis. Fica, entretanto, o seguinte problema: como é que vou atribuir um número a tais e tais atributos de um fenômeno natural e por que este número e não outro? Isso não pode se constituir em um processo aleatório, pois medir (como veremos mais adiante) visa precisamente dar maior precisão à descrição do fenômeno natural, e nada é mais impreciso do que uma descrição aleatória. Então, o que fazer? Bem, se cada atributo da realidade empírica apresentasse uma unidade-base natural específica de magnitude, a medida dele

seria uma tarefa relativamente fácil. Seria suficiente verificar quantas unidades-base ele possui, e o número de unidades seria a medida do atributo em questão. Desse forma, se eu pudesse dividir um dado atributo em pedacinhos, o tamanho desse atributo seria a soma desses pedacinhos. Para tal tarefa, eu posso definir um pedacinho qualquer aleatoriamente, como, por exemplo, o centímetro para o comprimento, e assim ver quantos deles este atributo tem e quantos aquele. Acontece, porém, que nem no mundo da física todos os atributos permitem uma definição de unidade-base natural específica, como é o caso da velocidade. Disso resulta que deve haver mais de uma forma de se proceder a medida dos atributos da realidade que não seja a simples enumeração do número de unidades que o atributo do objeto apresenta.

Formas de medida

Há diferentes maneiras (formas) de se atribuir números às propriedades dos objetos. Uma das taxonomias mais úteis consiste em distinguir três formas diferentes de mensuração: medida fundamental, medida derivada e medida por teoria (esta chamada de medida *by fiat* por Campbell, 1928; 1938). Pode-se igualmente falar em medida direta e medida indireta; e há outras ainda. A primeira, contudo, parece mais esclarecedora.

Medida fundamental

É a medida de atributos de objetos empíricos para os quais, além de se poder estabelecer uma unidade-base natural específica, existe uma representação extensiva. São dimensões (atributos mensurá-

³ Um teste estatístico é dito mais robusto se tiver maior poder de rejeitar a hipótese nula.

veis) que permitem a concatenação, isto é, dois objetos podem ser associados, concatenados, formando um terceiro objeto de mesma natureza. Tal situação ocorre com os atributos de massa, comprimento e duração temporal. Esses atributos permitem uma medida direta e fundamental, visto que o instrumento utilizado para medi-los possui a mesma qualidade que se quer medir neles. Assim, ao se medir o comprimento de um objeto, utiliza-se um instrumento composto de unidades de comprimento. A medida dele será dada pela coincidência de pontos entre o comprimento do objeto e a unidade de comprimento marcada no instrumento, por exemplo, o metro. É como se você dissesse: este objeto tem 100 centímetros de comprimento, isto é, tem o tamanho da soma de 100 pedacinhos de comprimento, sendo esses pedacinhos os centímetros. O metro é um analógico conveniente composto de 100 desses pedacinhos ou centímetros (veremos em seguida que hoje em dia se define o metro com outro tipo de pedacinhos de comprimento) que pode ser utilizado para facilitar a medida do comprimento das coisas.

Mesmo podendo ser possível conceitualmente proceder a uma medida fundamental nos casos mencionados, nem sempre isso é empiricamente factível. Por exemplo, como se faria uma medida fundamental de distâncias astronômicas ou subatômicas? Ou como se poderia medir fundamentalmente a massa de uma galáxia? Nesses casos e em outros semelhantes é preciso recorrer a outras estratégias de medida, mais indiretas, como a medida derivada ou outra.

Medida derivada

Muitos atributos da realidade não permitem uma medida extensiva ou não possuem unidades-base e, portanto, ne-

nhuma medida fundamental é deles possível. Podem, contudo, ser medidos indiretamente mediante o estabelecimento de uma relação com medidas extensivas. Esse procedimento depende da prova empírica de que esses atributos são afetados independentemente por dois ou mais componentes. Se esses componentes permitem medida fundamental, então se pode obter uma medida derivada para aqueles atributos não extensivos por meio de uma função de potência entre os componentes do qual o atributo em questão é constituído. De qualquer forma, uma tal medida é derivada se finalmente ela pode ser expressa em termos de medidas fundamentais. Por exemplo, sabe-se que a massa varia em função de volume e de densidade: $\text{massa} = \text{volume} \times \text{densidade}$. Como a massa permite medida fundamental (peso, expresso em quilos) e o volume também (o cubo do comprimento: m^3), então a densidade, que não possui medida fundamental, pode ser medida indiretamente em função de massa e volume (quilos dividido por metros cúbicos: kg/m^3).

Deve-se notar que o fundamento da função existente entre os componentes constitui uma lei, isto é, deve ser um dado empiricamente demonstrado e não somente baseado em alguma teoria. Assim, a massa sendo determinada pelo volume e pela densidade é uma descoberta científica, uma lei, não uma hipótese. Entende-se, portanto, por medida derivada de um atributo aquela cujos componentes do atributo, estabelecidos por uma lei empírica, tenham finalmente dimensões extensivas.

Nessa discussão sobre as formas de medida estamos falando de atributos extensivos ou atributos possuidores de unidades-base como sendo sinônimos. Na verdade, essa sinonímia só entrou em jogo em 1960 com a definição do conceito de unidade-base e do estabelecimento das

primeiras unidades-base da física do *Système International des Unités* – SI (como veremos logo mais). Até essa data, eram em número muito reduzido as propriedades naturais consideradas extensivas; elas praticamente se esgotavam com os atributos de comprimento, peso e duração temporal. Agora, com a definição de atributo extensivo sendo aquele para o qual existe unidade-base de medida, o número de propriedades extensivas subiu para seis (em 1960) e sete (em 1961). Assim, por exemplo, a luminância pode ser considerada um atributo extensivo, já que possui unidade-base, a saber, a candela. De fato, ela é $\text{lum} = \text{cd/m}^2$. O mesmo vale para resistência elétrica, força do campo elétrico e do campo magnético.

Medida por teoria

Há outros atributos da realidade, e é o caso de quase todos em ciências psicosociais, que:

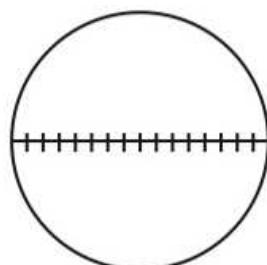
1. não podem ser expressos em termos de dimensões extensivas ou de unidades-base, não permitindo, consequentemente, uma medida fundamental, e
2. não são resultantes de componentes extensivos, não permitindo consequentemente nem a medida derivada.

Tais atributos são mensuráveis somente com base em leis e em teorias científicas.

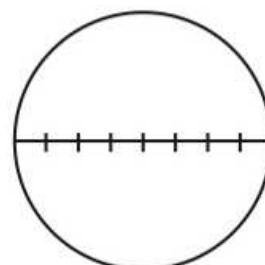
1. *Medida por lei*: quando uma lei for empiricamente estabelecida entre duas ou mais variáveis, a(s) constante(s) típica(s) do sistema pode(m) ser medida(s) indiretamente por meio da relação estabelecida entre essas variáveis, como é o caso da viscosidade em física e da lei do reforço em psicologia.

2. *Medida por teoria*: quando nem leis existem relacionando variáveis, pode-se recorrer a teorias que hipotetizam relações entre os atributos da realidade, permitindo assim a medida indireta de um atributo por intermédio de fenômenos a ele relacionados via teoria. O importante nesse caso é garantir que haja instrumentos calibrados para medir (fundamentalmente ou de outra forma válida) os fenômenos com os quais o atributo em questão esteja relacionado pela teoria. Mesmo em física isso ocorre, como é o caso da medida das distâncias galácticas. Afirma-se, por exemplo, que medindo o movimento das linhas espectrais para o vermelho estar-se-ia medindo as distâncias astronômicas, dada a teoria de que existe uma relação sistemática entre a distância de uma galáxia e a velocidade do seu afastamento e a cor do seu espectro luminoso. O mesmo vale para o efeito Doppler, que afirma (teoria) que um objeto que se afasta tende a espalhar as ondas do seu espectro luminoso, reduzindo sua frequência.

Veja, por exemplo, como funciona a teoria do efeito Doppler. Esse cientista alemão hipotetizou que quanto mais as linhas do espectro luminoso da galáxia se separam, mais rapidamente esta se afastando, e quanto mais elas se aproximam, mais rapidamente a galáxia está se aproximando de nós. Veja a ilustração da separação das linhas espectrais:



Aproximação



Afastamento

Há duas questões importantes nessa hipótese de Doppler:

1. É preciso uma medida extremamente exata das distâncias entre as linhas espectrais; isso é teoricamente de simples solução, pois se trata de uma medida fundamental de comprimento (distância) que o metro resolve. É, contudo, um problema tecnicamente difícil, porque nessa medida, como em qualquer medida, existe sempre o erro, e um erro mínimo aqui irá resultar em erro gigantesco ao se referenciar às distâncias intergalácticas.
2. Outra questão, e esta é a mais importante, é a seguinte: é verdade que a distância das linhas espectrais tem a ver com o movimento da galáxia? Na resposta a esta questão entra a teoria dizendo que sim. Se isso for verdade, então posso deduzir daí hipóteses sobre o movimento das galáxias e testá-las empiricamente e tornar, assim, a teoria uma teoria científica. Foi o que os físicos fizeram com sucesso, tornando a medida por teoria uma medida científicamente legítima.

Unidades de medida

Normalmente existe interdependência entre os fenômenos, de sorte que, ao se variar um deles, o outro covaria com ele. Essa covariância pode ser expressa por alguma constante. Essas constantes podem ser universais, como o caso da gravitação universal, que covaria com as gravitações locais de um sistema menor, por exemplo, a da massa, chamada aquela inclusive de constante universal de gravitação. Outras constantes pertencem a algum sistema específico, chamadas de constantes do sistema ou locais, como a constante entre massa e volume ou as constantes da lei do

reforço em psicologia. Evidentemente, a descrição de tais constantes pode constituir uma medida indireta.

Além de constantes que relacionam dois ou mais atributos, os próprios atributos variam por conta própria, assumindo diferentes magnitudes, isto é, eles são dimensões, entendendo por isso que podem variar de magnitude e, portanto, podem ser mensuráveis. Nesse caso, seria extremamente útil se houvesse, para cada atributo diferente, uma unidade básica com a qual se pudesse determinar a sua magnitude. De fato, qualquer unidade que se queira definir serve aos propósitos da medida, bastando haver consenso sobre ela. Mas é fácil ver as vantagens de se estabelecerem unidades-base aceitáveis para todos. Nas ciências físicas, esse esforço tem sido constante. O critério que tem guiado os físicos na procura de unidades-base foi a busca de um fenômeno natural de estabilidade máxima que pudesse servir como padrão físico da unidade-base para o sistema. A história da procura dessas unidades tem lances de Babel, pois cada região do mundo tinha seus sistemas de medida, incomensuráveis com outras regiões. Por exemplo, para medir o comprimento na França se utilizava o pé do rei francês, que era diferente do tamanho do pé direito do rei da Inglaterra, e daí surgiam brigas sem fim no comércio entre os países. Há cerca de 200 anos, contudo, uma procura mais sistemática e mais entrosada no âmbito mundial tem sido desenvolvida até que culminou no *Système International des Unités* (SI), definido na *11th General Conference On Weights and Measures* (Onzième conférence générale des poids et mesures, 1960, Résolution 12), onde foram estabelecidas seis unidades-base ou primárias para os fenômenos físicos, sendo todas as restantes medidas derivadas destas seis primárias (Klein, 1974; Luce e Suppes, 1986). No ano seguinte, uma séti-

ma unidade-base foi definida, o mole, que representa a substância (peso, massa) da molécula e é igual à soma dos pesos atômicos de todos os átomos que compõem a molécula – lembrando que o peso atômico (também chamado número de massa) corresponde ao total de nucleídeos (prótons e neutrons) do núcleo do átomo. O Quadro 3.3 sintetiza essas unidades-base consensuais.

A maioria das outras unidades em física é expressa em unidades derivadas

dessas sete unidades-base. Por exemplo, densidade é igual a peso por volume (kg/m^3), velocidade é metros por segundos (m/s), luminância é intensidade da luz por área que é expressa em termos de distância (cd/m^2), volt é watts por ampere ($V = W/A$), watt é joule por segundo ($W = \text{j}/\text{s}$), joule é newton vezes comprimento ($J = N \times m$), newton é peso vezes distância por tempo ($N = \text{kg} \times \text{m}/\text{s}^2$), etc.

A procura de unidades similares em ciências psicossociais é algo ainda precá-

QUADRO 3.3
Unidades-base da física

Atributo	Unidade	Sigla	Padrão físico (definição do SI)
Comprimento	metro	m	"O metro é o comprimento igual a 1.650.763,73 comprimentos de onda no vácuo da radiação correspondente à transição entre os níveis $2p^{10}$ e $5d^5$ do átomo do Krypton-86."
Massa	quilograma	kg	"O quilograma (unidade de massa) é a massa de um cilindro especial feito de liga de platina e de irídio, que é considerado como o protótipo internacional do quilograma, e é conservado sob os cuidados do Bureau International des Poids et Mesures num cofre forte em Sèvres, França."
Tempo	segundo	s	"O segundo é a duração de 9.192.631.770 períodos (ou ciclos) da radiação correspondente à transição entre dois níveis hiperfinos do átomo de césio-133."
Corrente elétrica	ampere	A	"O ampere, unidade de corrente elétrica, é a corrente constante que, se mantida em dois condutores paralelos de comprimento infinito, de uma grossura negligível, e colocados a 1 metro de distância num vácuo, produzirá, entre estes condutores, uma força igual a 2×10^{-7} newtons por metro de comprimento (cerca de 0,1kg)."
Temperatura	Kelvin	K	"O kelvin, a unidade de temperatura termodinâmica, é a fração 1/273,16 da temperatura termodinâmica do triplo ponto da água (no qual gelo, água e vapor estão em equilíbrio – igual a $-273,16^\circ\text{C}$)."
Intensidade da luz	candela	cd	"Luminosidade de 1/600.000 de um metro quadrado de pura platina fundida no ponto de se solidificar. Isso corresponde a uma temperatura de 2.045°K ."
Massa atômica	mole	mol	Montante de substância que corresponde à soma dos pesos atômicos de todos os átomos que compõem uma molécula. É a quantidade de matéria de um sistema que contém tantas entidades elementares quantos forem os átomos contidos em 0,012 quilograma de carbono 12 [14a. CGPM (1971)]."

rio, exceto onde medidas fundamentais forem possíveis, como talvez em psicofísica (medida dos estímulos) e na análise experimental do comportamento (medidas de estímulos e frequência de respostas). E, por isso, nessas ciências, prevalece a forma de medida por teoria como a corriqueira.

A MEDIDA EM CIÊNCIAS PSICOSSOCIAIS

Medidas fundamentais nas ciências psicossociais parecem difíceis de serem concebidas. Mesmo em economia, que se apresenta como a mais desenvolvida nessa área, parece ter caído em descrédito a concepção de que a escolha dos sujeitos se reduziria à avaliação da quantidade e preço dos bens. De fato, há ali fatores subjetivos que codeterminam a escolha dos sujeitos, fatores agrupados sob o construto de utilidade. Também não parece aceitável que a utilidade de um conjunto de bens possa ser reduzida à soma das utilidades individuais desses bens. Desse problema surgiu a teoria moderna da utilidade baseada na teoria dos jogos. Em psicofísica também se tenta enquadrar a medida como sendo fundamental. Entretanto, para isso se deveria modificar a definição de medida fundamental como sendo a medida de atributos extensivos. Em psicofísica o atributo de interesse é a resposta do sujeito a estímulos físicos. Estes certamente podem permitir medida fundamental, mas não são eles que constituem o interesse específico direto da medida psicofísica, e sim a resposta a eles. E desta não há como visualizar uma medida fundamental, visto que não é um atributo extensivo. A medida da resposta se faz em função da sua relação com o estímulo, estabelecida por uma lei empiricamente demonstrada. A medida, portanto, se baseia em uma função entre “componentes”. A palavra “componentes” está entre aspas

porque o estímulo realmente não é componente da resposta no sentido dado nas medidas derivadas, em que os componentes relacionados são propriedades constituintes do atributo medido derivadamente, como massa em função de volume e densidade.

Se a medida fundamental não é defensável em ciências psicossociais, nem a derivada o é. Resta, então, a possibilidade de se medir nessas ciências por uma terceira forma, que apresentamos sob a égide de medida por teoria, que congrega finalmente aquelas formas de medida não redutíveis a medidas fundamentais. Duas formas de medida são aqui destacáveis: medida por lei e medida por teoria propriamente. As duas podem ser enquadradas sob medida por teoria, visto que a lei constitui uma hipótese derivável de alguma teoria e empiricamente demonstrada.

Medida por lei

A medida por lei é comum nas ciências psicossociais. Em psicologia, em particular, ela faz parte da história da psicofísica e da análise experimental do comportamento. Em psicofísica, a história que vai de Weber a Stevens é a da medida por lei: lei da constante (Weber), lei logarítmica (Fechner) e lei da potência (Stevens). Na análise experimental do comportamento temos as várias leis do reforço, por exemplo.

Em que consiste uma medida por lei? Mede-se por lei quando se quer demonstrar empiricamente que dois ou mais atributos estruturalmente diferentes mantêm entre si relações sistemáticas. Duas condições são expressas nesta concepção:

1. Os atributos são de natureza diferente, um não é redutível ao outro. Por exemplo: a cor e a distância são dois atributos distintos dos fenômenos físicos (no caso do desvio para o vermelho das linhas espectrais dos objetos na medi-

da de distâncias). No caso da medida psicofísica e da análise experimental do comportamento, acontece o mesmo com a resposta e o estímulo, que são dois atributos diferentes.

2. A existência de uma relação sistemática entre esses atributos, que foi demonstrada cientificamente. Assim, as manipulações efetuadas em um atributo repercutem sistematicamente no outro, de onde é possível estabelecer uma função de covariância entre os dois, uma lei.

Medida por teoria

Uma teoria não é uma lei, visto que é composta de axiomas ou postulados e não de fatos empíricos. Ademais, ela é científica se de seus axiomas é possível deduzir hipóteses empiricamente testáveis. O caso da medida por teoria ocorre também em física, como ficou dito anteriormente. No caso da psicologia, podemos distinguir vários enfoques teóricos com respeito à medida por teoria. Quatro deles são de uso corrente:

Teoria dos jogos. Trabalha basicamente com dois parâmetros:

- a) a probabilidade objetiva de ganhos e perdas associada com a escolha de cada alternativa disponível e
- b) a utilidade, que expressa a preferência subjetiva do sujeito por uma determinada alternativa.

O conceito de utilidade foi introduzido pela ciência econômica, diante do fato de que os sujeitos nem sempre escolhem a alternativa de maior probabilidade objetiva de ganhos. De fato, as alternativas em uma dada situação podem ser ordenadas tanto pela grandeza de suas probabilidades objetivas quanto pelo nível de preferência que o sujeito lhes atribui. Aliás, o

conceito de utilidade, entendida como a força de nosso desejo, já foi trabalhado por Pascal em *La logique, ou l'art de penser* (662 apud Bernstein, 1997), depois por Bernoulli e redescoberto por Bentham no século XVIII. Esse conceito foi reelaborado por Von Neumann e Morgenstern na teoria dos jogos, que publicaram em *Theory of games and economic behavior* (Von Neumann, 1953). A escolha ou decisão final depende de uma interação entre essas duas ordenações, decisão que a teoria dos jogos procura explicar (Von Neumann e Morgenstern, 1944; Blinder, 1982; Zagare, 1984; Mirowski, 1991; 1992; Macrae, 1992; Nasar, 1994; Leonard, 1995).

Teoria psicofísica. Trabalha com estímulos e respostas. Dentro dela se distinguem:

1. *Teoria clássica* que trabalha sobretudo o problema dos limiares sensoriais (Weber, 1834; Fechner, 1860; Gescheider, 1997).
2. *Teoria da detecção do sinal*, que trabalha com dois parâmetros, a saber, relação sinal-ruído (d) e disposição do sujeito (β). O primeiro parâmetro define o grau de detectabilidade do sinal contra um fundo de ruído, e o β define o nível de vontade ou disposição que o sujeito tem de ver o sinal quando ele está presente (Gescheider, 1997; Swets, 1959; Green & Swets, 1966; Swets et al., 1961);
3. *Teoria stevensiana* (Stevens, 1946; 1951; 1959; 1960; 1971; 1974; 1975; Faleiros Souza, Kamizaki e da Silva, 1999).
4. *Teoria do estímulo e resposta* (Skinner, 1953; 1958; 1959; Keller e Schoenfeld, 1950; Sidman, 1960).

Teoria psicométrica ou a teoria dos testes psicológicos. Trabalha igualmente com dois parâmetros: a resposta (comportamento) do sujeito e o critério. Como

o critério é entendido de diferentes maneiras, surgem duas teorias psicométricas bastante distintas, quais sejam, a teoria clássica dos testes (TCT), que entende o critério como comportamento (futuro), e a teoria de resposta ao item (TRI), que entende como critério o traço latente (*latent modeling*). Estas são detalhadas em Pasquali (2004 e 2007).

O PROBLEMA DO ERRO

Conceito de erro

A medida é um procedimento empírico, e não existe procedimento empírico isento de erro. Essa não é uma afirmação lógica, mas pode ser considerada um postulado e pode ser empiricamente verificada por intermédio de operações de mensuração. Mesmo na medida fundamental, é impossível evitar o erro. Argumentando com Popper (1972), podemos dizer que medir consiste na determinação da coincidência de pontos: um sinal no objeto a ser medido e um sinal no instrumento de medida (metro, por exemplo). Porém, não existe tal coincidência no sentido de que os dois pontos se fundem em um ponto único, há apenas uma justaposição dos dois pontos. A precisão perfeita da justaposição só seria finalmente efetuada se pudesse ser verificada em um aumento ao infinito desses dois pontos; e acontece que com o aumento deles ao infinito se verifica que os pontos realmente (de fato) não estão perfeitamente alinhados, mas apenas aparecem mais ou menos próximos. Assim, a coincidência se faz dentro de um intervalo: o ponto do corpo medido cai dentro de um intervalo de pontos no instrumento (“extremos de condensação”). Quanto menor esse intervalo, maior a precisão da medida. Por essa razão, é costumeiro entre os cientistas apresentar, além do valor da medida, o seu equivalen-

te erro provável, que define precisamente os extremos de condensação.

A esta altura, você provavelmente já sentiu que o número utilizado na medida dos fenômenos naturais não é exatamente o número que os matemáticos estudam, embora ele mantenha importantes características em comum, tais como ordem e até aditividade. É, entretanto, esclarecedor observar que o número estudoado pelos matemáticos é um conceito absolutamente claro e distinto; ele é um ponto, ele é o objeto direto de estudo do matemático. Por outro lado, o número utilizado na medida já não é mais um ponto; ele é um intervalo, o que significa que ele pode ser mais ou menos ele mesmo, isto é, ele admite variabilidade, o que é uma maneira elegante de dizer que ele admite erro. Este número “grosseiro” é objeto de estudo de um ramo da matemática chamado estatística. Assim, enquanto a estatística estuda o número como representação de algo diferente dele, porque ele é uma descrição de fenômenos naturais e não mais um conceito original, a matemática estuda precisamente o número em sua própria identidade.

Tipos de erro

Os erros podem ser debitados ou à própria observação ou à amostragem de objetos ou eventos na qual a medida foi realizada.

Erros de observação

Há quatro fontes principais de erros de observação:

1. erros instrumentais devidos a inadequações do instrumento de observação;
2. erros pessoais devidos às diferentes maneiras de cada pessoa reagir;

3. erros sistemáticos devidos a algum fator sistemático não controlado, como medir a temperatura em nível diferente do mar; e
4. erros aleatórios, que não têm causa conhecida ou cognoscível.

Há, inclusive, curiosos acontecimentos neste particular, como a demissão do seu assistente pelo astrônomo real Nevil Maskelyne (Inglaterra) por ter observado a passagem de estrelas e planetas meio segundo depois do que tinha ele mesmo observado. O problema não é tanto a existência desses erros, que são inevitáveis, mas identificar as suas fontes e propor meios de reduzi-los. O Quadro 3.4 dá uma síntese dessa problemática.

Erros de amostragem

Como a pesquisa empírica normalmente não pode ser feita sobre todos os membros de uma população de eventos ou objetos, tipicamente se seleciona uma amostra desses eventos ou objetos. Essa escolha de indivíduos no meio de uma população é sujeita a desvios, vieses, isto é, erros. O problema não são os erros em si, se o interesse fosse tirar conclusões sobre a amostra selecionada. Acontece, porém, que o interesse do pesquisador é tirar conclusões ou fazer inferências so-

bre toda a população da qual a amostra foi retirada. Nesse caso, o erro de amostragem é desastroso, dado que poderia ocasionar inferências errôneas, considerando a presença de vieses da amostra com respeito a essa população (falta de representatividade). Para solucionar os problemas advindos da seleção da amostra foi desenvolvida a teoria estatística da amostragem.

A teoria do erro

Visto que o erro está sempre presente em qualquer medida e que sua presença constitui uma ameaça séria à tomada de decisões científicas, é de capital importância que haja meios de neutralizar ou diminuir os seus efeitos ou, pelo menos, de conhecer sua grandeza, o mais aproximadamente possível, para saber o tamanho de risco em que se está incorrendo ao tomar decisões baseadas na medida. Todos os esforços para controlar o erro por meio de procedimentos experimentais são necessários, mas nem por isso o erro vai desaparecer, visto que a ocorrência dele é imprevisível, isto é, nunca é possível determinar as causas de todos os erros possíveis em uma medida. Para enfrentar essa situação foi desenvolvida a teoria do erro, baseada na teoria da probabilidade e dos eventos casualóides.

QUADRO 3.4

Erros de medida: fontes e controle

Tipo	Causa	Controle
instrumental	instrumento	calibração
pessoal (observador)	diferenças individuais	atenção, treinamento
sistemático	fator específico	experimental ou estatístico
aleatório	não conhecida	teorias do erro (probabilidade)
amostragem	seleção da amostra	representatividade da amostra (teoria estatística)

Um evento casualóide ou aleatório é definido por Popper (1974, p. 190):

Uma sequência-evento, ou sequência-propriedade, especialmente uma alternativa, se diz “casualóide” ou “aleatória” se e somente se os limites das frequências de suas propriedades primárias forem “absolutamente livres”, isto é, indiferentes a qualquer seleção que se apóie nas propriedades de qualquer ênupla de predecesores.

Em palavras mais simples, um evento empírico é aleatório se sua ocorrência não pode ser predita a partir dos eventos que ocorreram antes dele, isto é, ele é totalmente independente (livre) com relação ao que aconteceu antes. Imagine o jogo de lançar uma moeda para obter cara ou coroa ou de um dado; qualquer que tenha sido o resultado nos lançamentos anteriores do dado, o resultado (um entre os seis possíveis) do lançamento seguinte é totalmente imprevisível – isto é liberdade de absoluta.

O erro na medida é considerado um evento aleatório pela teoria do erro. Feita essa suposição, então é possível tratar o erro dentro da teoria da probabilidade, do teorema de Bernoulli, que baseia a lei dos grandes números e da curva normal, que determina a probabilidade de ocorrência dos vários elementos da série, no nosso caso, da série aleatória composta dos vários tamanhos de erros cometidos na medida.

A curva normal define que uma sequência aleatória de eventos empíricos se distribui normalmente em torno de um ponto modal (média) igual a 0 e de uma variância igual a 1. Esse valor modal, no caso de uma distribuição de erros, significa que estes se cancelam no final, visto que este valor (0) é o que possui a maior

probabilidade na distribuição. Contudo, isso é absolutamente verdadeiro somente na distribuição de uma série aleatória de um número infinito de eventos, segundo o teorema de Bernoulli. Esse teorema, na verdade, afirma que um segmento x de elementos de uma série aleatória infinita A (isto é, com liberdade absoluta) que se aproxima da série total ($x \rightarrow A$) possui os mesmos parâmetros dessa série. Isso significa que, quanto maior o segmento, mais próximo está dos parâmetros da série ou, em outras palavras, quanto maior o segmento, menor o desvio dos parâmetros dele dos da série. Diz Popper (1974, p. 198):

Assim, o teorema de Bernoulli asserava que os segmentos mais curtos de sequências casualóides mostram, muitas vezes, grandes flutuações, enquanto os segmentos longos sempre se comportam de modo que sugerem constância ou convergência; diz o teorema, em suma, que encontramos desordem e aleatoriedade no pequeno, ordem e constância no grande. É a este comportamento que se refere a expressão “lei dos grandes números”.

Na prática da pesquisa, contudo, o erro da medida é expresso pelo erro padrão da medida (EPM), que é o valor médio da variância, isto é,

$$EPM = \frac{\sqrt{S^2}}{\sqrt{N-1}} = \frac{DP}{\sqrt{N-1}}$$

em que,

S^2 = variância

N = número de sujeitos.

A informação dada pelo erro padrão da medida esclarece que a medida verdadeira de um atributo se situa entre o valor médio das medidas efetuadas e um erro

padrão em torno dele (isto é, mais um erro padrão e menos um erro padrão).

IMPORTÂNCIA DA MEDIDA

Pode-se perguntar, diante de tantas dificuldades que a medida apresenta, se há vantagem em utilizar métodos de medições em lugar de métodos puramente qualitativos ou descritivos. Parece que a resposta deve ser positiva, porque aqueles métodos se apresentam superiores a estes em, pelo menos, duas áreas: precisão e simulação.

Precisão

Apesar de a medida nunca ser destituída de erro, ela é capaz de definir limites dentro dos quais os reais valores dos atributos medidos se encontram. O conceito de pontos de condensação ou de extremos imprecisos (Popper, 1974) nos indica a solução da questão da precisão da medida. Fazer pontos coincidirem (ponto extremo do atributo do objeto a ser medido e ponto de referência do instrumento de medida) significa determinar que o ponto do atributo cai dentro de um intervalo de pontos extremos do instrumento. A questão, então, se reduziria a determinar esses pontos extremos do intervalo, que, por sua vez, também caem dentro de um intervalo, cujos pontos extremos precisariam ser determinados, e assim indefinidamente. Isto é, nunca daria para decidir nenhum intervalo de pontos de condensação. Entretanto, os pontos extremos do intervalo de condensação seriam definidos por intervalos cada vez menores, de forma que se pode finalmente definir um intervalo, o menor possível, com pontos extremos imprecisos, dentro do qual o valor real do atributo se encontra. Assim, fica definido um intervalo mínimo mais

provável dentro de seus pontos extremos e, igualmente, a margem de erro tolerada ou provável. De sorte que não seria suficiente simplesmente afirmar que o atributo é mais ou menos de tal magnitude, mas que tem uma magnitude definida dentro de limites (intervalos) assim estabelecidos. A redução ao mínimo do intervalo dos pontos de condensação, evidentemente, depende de avanços tecnológicos no instrumental de medição.

Sendo isso possível, fica mais precisa tanto a descrição do fenômeno natural quanto a comunicação sobre ele. Fica também mais exata a definição das operações e dos procedimentos utilizados na observação desses fenômenos. A medição não torna a observação possível, mas a torna mais unívoca, isto é, menos ambígua, mais precisa. Essa vantagem da medição se torna ainda mais crucial na observação do muito grande (macroscópico) e do muito pequeno (microscópico).

Simulação

A manipulação da realidade é geralmente complexa, difícil e custosa. Além disso, às vezes ela é impossível ou eticamente condenável. Por exemplo, não parece aceitável querer estudar os efeitos da bomba atômica sobre uma cidade explodindo uma. Porém, conhecendo com precisão as relações entre os componentes em jogo e suas magnitudes, podem-se utilizar modelos matemáticos para simular os efeitos que queremos estudar e que, de outro modo, seria impossível ou impraticável pesquisar.

CONCLUSÃO

A medida em ciências empíricas não pode ser considerada uma panaceia para decidir todos os problemas do conhecimento da realidade, inclusive porque não

é ela que define o objeto e nem o método da ciência. Mas, diante das vantagens apresentadas, seria quiçá até irracional não se aproveitar da medida como instrumental de trabalho no estudo da realidade. A história da ciência parece demonstrar, inclusive, que o avanço do conhecimento científico está ligado ao maior ou menor uso da medida, sobretudo quando ela está baseada em uma teoria axiomatizada, isto é, quando há a explicitação clara do maior número possível dos axiomas necessários. Infelizmente, na medida em ciências psicossociais, essa axiomatização está longe de ser uma realidade. Mesmo assim, a discussão sobre a viabilidade da medida nessas ciências parece uma disputa mais inócuia que produtiva; uma discussão de como se proceder à medida parece mais substantiva, produtiva e útil para o desenvolvimento dessas ciências.

REFERÊNCIAS

- Bernstein, P.L. (1997). *Desafio aos deuses: A fascinante história do risco*. Rio de Janeiro, RJ: Campus.
- Blinder, A.S. (1982). Issues in the coordination of monetary and fiscal policies. In *Monetary Policy Issues in the 1980s*. Kansas City, MO: Federal Reserve Bank of Kansas City.
- Campbell, N.R. (1928). *An account of the principles of measurement and calculations*. London: Longmans Green.
- Campbell, N.R. (1938). Symposium: Measurement and its importance for philosophy. *Proceedings Aristot. Society Suppl.*, 17, 121-142.
- Faleiros Souza, F.A., Kamizaki, R., & da Silva, J.A. (1999). Utilização de escalas de razão de variáveis clínicas e sociais. In L. Pasquali (Org.), *Instrumentos psicológicos: Manual prático de elaboração* (73-103). Brasília, DF: LabPAM/IBAPP.
- Fechner, G.T. (1860). *Element der Psychophysik*. Leipzig, Deutschland: Breitkopf & Härtel.
- Frege, J.G. (1884). Os fundamentos da aritmética: uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número. In *Os pensadores: Peirce e Frege* (pp. 195-276). São Paulo: Victor Civita.
- Gescheider, G.A. (1997). *Psychophysics: The fundamentals* (3rd ed.). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Green, D.M., & Swets, J.A. (1966). *Signal detection theory and psychophysics*. New York: Wiley.
- Guilford, J.P (1936/1954). *Psychometric methods*. New York: McGraw-Hill.
- Keller, F.S., & Schoenfeld, W.N. (1950). *Principles of psychology*. New York: Appleton-Century-Crofts.
- Klein, H.A. (1974). *The world of measurements: Masterpieces, mysteries and muddles of metrology*. New York: Simon and Schuster.
- Leonard, R.J. (1995). From parlor games to social science: Von Neumann, Morgenstern, and the creation of game theory. *Journal of Economic Literature*, 33(2), 730-761.
- Luce, R.D., Krantz, D., Suppes, P., & Tversky, A. (1990). *Foundations of measurement: Vol. 3. Representation, axiomatization, and invariance*. St. Paul, MN: Assessment Systems Corporation.
- Luce, R.D., & Suppes, P. (1986). Measurement theory. In *The New Encyclopaedia Britannica* (Vol. 23, pp.792-798). Chicago: Encyclopaedia Britannica.
- Macrae, N. (1992). *John von Neumann*. New York: Pantheon Books.
- Mirowski, P. (1991). When games grow deadly serious: The military influence on the evolution of game theory. *History of Political Economy*, 23, 227-260.
- Mirowski, P. (1992). What were von Neumann and Morgenstern trying to accomplish? *History of Political Economy*, 24, 113-147.
- Nasar, S. (1994, November 13). The lost years of a Nobel laureate. *The New York Times*, section 3, p.1.
- Onzième Conférence générale des poids et mesures (1960). *Résolution 12*. Paris: CGPM.
- Pasquali, L. (2009). *Psicométrica: Teoria dos testes na psicologia e na educação* (3. ed.). Petrópolis, RJ: Vozes.
- Pasquali, L. (2007). *TRI: Teoria de resposta ao item: Teoria, procedimentos e aplicações*. Brasília, DF: LabPAM.
- Popper, K. R. (1972). *A lógica da pesquisa científica*. São Paulo: Cultrix.
- Popper, K.R. (1974). *Conjeturas e refutações*. Brasília: Ed. Universidade de Brasília.
- Sidman, M. (1960). *Tactics of scientific research*. New York: Basic Books.
- Skinner, B.F. (1953). *Science and human behavior*. New York: McMillan.
- Skinner, B.F. (1958). Teaching machines. *Sciences*, 128, 969-977.
- Skinner, B.F. (1959). *Cumulative record*. New York: Appleton-Century-Crofts.
- Stevens, S.S (1946). On the theory of scales of measurement. *Science*, 103, 667-680.
- Stevens, S.S. (1951). Mathematics, measurement, and psychophysics. In S.S. Stevens (Ed.), *Handbook of experimental psychology* (pp. 1-49). New York: Wiley & Sons.
- Stevens, S.S. (1975). *Psychophysics: Introduction to its perceptual, neural, and social prospects*. New York, NY: Wiley.
- Suppes, P., & Zinnes, J.L. (1963). Basic measurement theory. In R.D. Luce, R.R. Bush, & E.G. Galanter (Eds.),

- Handbook of mathematical psychology* (Vol. I, pp. 1-76). New York: Wiley.
- Swets, J.A. (1959). Indices of signal detectability obtained with various psychophysical procedures. *Journal of the Acoustical Society of America*, 31, 511-513.
- Swets, J.A., Tanner, W.P. Jr., & Birdsall, G. (1961). Decision processes in perception. *Psychological Review*, 68, 301-340.
- Von Neumann, J. (1955). Can we survive technology? *Fortune*.
- Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1944). *Theory of games and economic behavior*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Weber, E.H. (1834). *De pulsu, respiratione, auditu et tactu: Annotationes anatomicae et physiologicae*. Leipzig, Deutschland: Koehl.
- Whitehead, A.N., & Russell, B. (1910-1913/1965). *Principia mathematica* (3 vols., 2nd ed). Cambridge: Cambridge University Press.
- Zagare, F.C. (1984). *Game theory: Concepts and applications*. Newbury Park, CA: SAGE.