



CÁLCULO DE PROBABILIDADE 2
ESPERANÇA CONDICIONAL

Questão 1. Seja X uma variável aleatória contínua dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^3} & \text{se } x > 1 \\ 0 & \text{se } x < 1. \end{cases}$$

Considere o evento $B = [X \leq 2]$, então

a) calcule a função de distribuição condicional de X dado B , cuja fórmula é,

$$F_X(x|B) = \frac{\mathbb{P}([X \leq x] \cap [X \leq 2])}{\mathbb{P}[X \leq 2]};$$

b) derivando a resposta obtida no item a) calcule a função de densidade condicional de X dado B ,

$$f(x|B) = \frac{d}{dx} F_X(x|B);$$

c) usando o item anterior calcule a esperança condicional de X dado B ,

$$E(X|B) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x|B) dx.$$

Questão 2. Considere as variáveis aleatórias X e Y com densidade conjunta dada por

$$f(x, y) = \frac{e^{-\frac{x}{y}} e^{-y}}{y}, \text{ onde } 0 < x < \infty, 0 < y < \infty$$

Então,

- a) determine a densidade marginal f_Y ;
- b) determine a densidade condicional $f(x|Y = y)$;
- c) calcule $\mathbb{P}[0 < X < 1|Y = 2]$;
- c) calcule a esperança condicional $E(X|Y)$.

Questão 3. Considere as variáveis aleatórias X e Y com densidade conjunta dada por

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} x + y & \text{se } 0 < x, y < 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Então,

- a) determine as densidades marginais f_X e f_Y ;
- b) determine as densidades condicionais $f(x|Y = y)$ e $f(y|X = x)$;
- c) calcule as esperanças condicionais $E(X|Y)$ e $E(Y|X)$.