

**Respostas -1ª Lista de Exercícios - Cálculo de Probabilidade 2**

- (1)  $P(X = k | 0 < X \leq n) = \begin{cases} \frac{p(1-p)^{k-1}}{1-(1-p)^n} & ; k = 1, 2, \dots, n \\ 0 & ; \text{caso contrário,} \end{cases}$
- (2)  $F_X(x | X > 0) = \begin{cases} 2F_X(x) - 1 & ; x > 0 \\ 0 & ; x \leq 0 \end{cases} ; f_X(x | X > 0) = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} & ; x > 0 \\ 0 & ; \text{caso contrário.} \end{cases}$
- (3)  $F_X(x | a < X \leq b) = \begin{cases} 0 & , x \leq a \\ \frac{F_X(x) - F_X(a)}{F_X(b) - F_X(a)} & , a < x \leq b \\ 1 & , x > b \end{cases} ; f_X(x | a < X \leq b) = \begin{cases} \frac{f_X(x)}{\int_a^b f_X(y) dy} & , a < x \leq b \\ 0 & , \text{c.c.} \end{cases}$
- (4)  $P(X \leq 10 | X \leq 50) = \frac{1 - e^{-1/2}}{1 - e^{-25/2}} \approx 0,393$
- (5) Para cada  $k = 0, 1, \dots, n$ ,  $p_{Y/X}(m | k) = \begin{cases} \binom{k}{m} \left(\frac{1}{2}\right)^k & , m = 0, 1, \dots, k \\ 0 & , \text{c.c.} \end{cases}$
- (6)  $p_{Y/X}(k | 1) \begin{cases} 1 & , k = 1 \\ 0 & , k \neq 1 \end{cases} ; \text{para } i = 2, 3, \dots, 6 \text{ } p_{Y/X}(k | i) = \begin{cases} \frac{1}{2i-1} & , k = i \\ \frac{1}{2i-1} & , k = 1, 2, \dots, i-1 \end{cases} .$
- (7)  $n = 2, 3, \dots \text{ } p_{Y/X+Y}(k | n) = \begin{cases} \frac{1}{n-1} & , k = 1, 2, \dots, n-1 \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases} .$
- (8) (a) para  $0 < x < 1$ ,  $f_{Y/X}(y | x) = \begin{cases} 2y & , 0 < y < 1 \\ 0 & , y \notin (0, 1) \end{cases} ; \text{para } 0 < y < 1$ ,  $f_{X/Y}(x | y) = \begin{cases} 2x & , 0 < x < 1 \\ 0 & , x \notin (0, 1) \end{cases}$
- (b) para  $0 < x < 1$ ,  $f_{Y/X}(y | x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x} & , x \leq y < 1 \\ 0 & , y \notin [x, 1) \end{cases} ; \text{para } 0 < y < 1$ ,  $f_{X/Y}(x | y) = \begin{cases} \frac{1}{y} & , 0 < x \leq y \\ 0 & , x \notin (0, y] \end{cases}$
- (9)  $P(0 < Y < 1/2 | X = 1) = \frac{5}{32}$  (10)  $P(X > 1 | Y = y) = e^{-1/y}$ ,  $y > 0$
- (11)(a) para  $x \geq 0$ ,  $f_{Y/X}(y | x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(y-x)} & , y > x \\ 0 & , y \leq x \end{cases}$
- (b) para  $0 < x < 1$ ,  $f_{Y/X}(y | x) = \begin{cases} \frac{(\alpha+1)(y-x)^\alpha}{(1-x)^{\alpha+1}} & , x < y \leq 1 \\ 0 & , y \notin (x, 1] \end{cases}$
- (c) para  $x \in R$ ,  $f_{Y/X}(y | x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-\frac{x}{8})^2}{1/2}}$ ,  $y \in R$
- (12) (b)  $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{3}{10} & , 0 \leq y < 1 \\ \frac{1}{2} & , 1 \leq y \leq 2 \\ \frac{1}{5} & , 2 < y \leq 3 \\ 0 & , \text{c.c.} \end{cases} ; \text{(c) não}$
- (13)  $f_{\Pi/Y}(p | y) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + n) p^{\alpha_1+y-1} (1-p)^{\alpha_2+n-y-1}}{\Gamma(\alpha_1+y) \Gamma(\alpha_2+n-y)} & , 0 < p < 1 \\ 0 & , p \notin (0, 1) \end{cases} : \text{densidade Beta}(\alpha_1 + y, \alpha_2 + n - y)$
- (14)  $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{\alpha\beta^\alpha}{(y+\beta)^{\alpha+1}} & , y > 0 \\ 0 & , y \leq 0 \end{cases} ;$
- para  $y > 0$ ,  $f_{\Lambda/Y}(\lambda | y) = \begin{cases} \frac{(\beta+y)^{\alpha+1} \lambda^\alpha e^{-(\beta+y)\lambda}}{\Gamma(\alpha+1)} & , \lambda > 0 \\ 0 & , \lambda \leq 0 \end{cases} : \text{densidade Gama}(\alpha+1, \beta+y)$