Lista 1b

ANÁLISE DE DADOS CATEGORIZADOS

Tailine J. S. Nonato

Exercício 1

Um curso de treinamento aumenta a produtividade de uma certa população de funcionários em 75 dos casos. Se dez funcionários quaisquer participam desse curso,

i. Qual a probabilidade de exatamente sete funcionários aumentarem a produtividade?
ii. Qual a probabilidade de não mais do que oito funcionários aumentarem a produtividade?
iii. Qual a probabilidade de pelo menos três funcionários não aumentarem a produtividade?
iv. Determine o número de funcionários que participaram do curso e aumentaram a produtividade. Determine também o desvio padrão.

Solução

Seja X o número de funcionários que aumentaram a produtividade. Então,

$$X \sim Bin(10, 0.75)$$

i. A probabilidade de exatamente sete funcionários aumentarem a produtividade é dada por

```
pi<-dbinom(7, 10, 0.75)
kable(pi, digits=3, caption="P(X=7)")
```

Table 1: P(X=7)

x
0.25

ii. A probabilidade de no máximo oito funcionários aumentarem a produtividade é dada por

```
pii<-pbinom(8, 10, 0.75)
kable(pii, digits=3, caption="P(X<=8)")
```

Table 2: P(X<=8)

x
0.756

iii. A probabilidade de pelo menos três funcionários não aumentarem a produtividade é dada por

```
piii<-1-pbinom(2, 10, 0.75)
kable(piii, digits=3, caption="P(X^c>=3)")
```

Table 3: P(X^c>=3)

x
1

iv. O número esperado de funcionários que participaram do curso e aumentaram a produtividade é dado por

```
n<-10
p<-0.75
media<-n*p
dp<-sqrt(n*p*(1-p))

kable(data.frame(media, dp), digits=3, caption="E(X) e S(X)")
```

Table 4: E(X) e S(X)

media	dp
7.5	1.369

Exercício 2

Numa central telefônica, o número de chamadas chega em média de seis chamadas por minuto. Determinar qual a probabilidade de que num minuto se tenha:

i. dez ou mais chamadas;
ii. menos que nove chamadas;
iii. entre sete (inclusive) e nove (exclusive) chamadas.

Solução

Seja X o número de chamadas que chegam em um minuto. Então,

$$X \sim Poisson(6)$$

i. A probabilidade de que se tenha dez ou mais chamadas é dada por

```
pi<-1-ppois(9, 6)
kable(pi, digits=3, caption="P(X>=10)")
```

Table 5: P(X>=10)

x
0.084

ii. A probabilidade de que se tenha menos que nove chamadas é dada por

```
pii<-ppois(8, 6)
kable(pii, digits=3, caption="P(X<9)")
```

Table 6: P(X<9)

x
0.847

iii. A probabilidade de que se tenha entre sete e nove chamadas é dada por

```
piii<-ppois(9, 6)-ppois(6, 6)
kable(piii, digits=3, caption="P(7<=X<9)")
```

Table 7: P(7<=X<9)

x
0.31

Exercício 3

Um indivíduo, em certa localidade no interior do país, pode chegar ao emprego utilizando-se apenas de um desses meios de locomoção: ônibus, carro/motocicleta ou bicicleta. Sabe-se que a probabilidade de ele se utilizar do ônibus é de 0.6; de bicicleta 0.1 e de carro/motocicleta 0.3.

i. Qual a probabilidade de em uma amostra aleatória de 6 trabalhadores dessa localidade, 3 utilizem ônibus para chegar ao trabalho, 2 carro ou motocicleta e 1 bicicleta?
ii. Qual o número esperado de trabalhadores que utilizam cada um dos meios de locomoção e a variância?

Solução

Seja X o número de trabalhadores que utilizam ônibus para chegar ao trabalho, Y o número de trabalhadores que utilizam carro ou motocicleta e Z o número de trabalhadores que utilizam bicicleta. Então,

$$X \sim Bin(6, 0.6)$$

$$Y \sim Bin(6, 0.3)$$

$$Z \sim Bin(6, 0.1)$$

i. A probabilidade de que 3 trabalhadores utilizem ônibus, 2 carro ou motocicleta e 1 bicicleta é dada por

```
pi<-dbinom(3, 6, 0.6)*dbinom(2, 6, 0.3)*dbinom(1, 6, 0.1)
kable(pi, digits=3, caption="P(X=3, Y=2, Z=1)")
```

Table 8: P(X=3, Y=2, Z=1)

x
0.032

Utiliza-se a função `dbinom` em vez de `pbinom` porque estamos interessados na probabilidade de um valor específico e não na probabilidade acumulada.

ii. O número esperado de trabalhadores que utilizam cada um dos meios de locomoção é dado por

```
n<-6
p1<-0.6
p2<-0.3
p3<-0.1

media1<-n*p1
var1<-n*p1*(1-p1)
onibus<- data.frame(media1, var1)
kable(onibus, caption="Ônibus")
```

Table 9: Ônibus

media1	var1
3.6	1.44

```
media2<-n*p2
var2<-n*p2*(1-p2)
carro<-data.frame(media2, var2)
kable(carro, caption="Carro/Motocicleta")
```

Table 10: Carro/Motocicleta

media2	var2
1.8	1.26

```
media3<-n*p3
var3<-n*p3*(1-p3)
```

```
bicicleta<-data.frame(media3, var3)
kable(bicicleta, caption="Bicicleta")
```

Table 11: Bicicleta

media3	var3
0.6	0.54

Exercício 4

Cada uma das 100 questões de múltipla escolha em um exame tem quatro alternativas de resposta possíveis, mas uma resposta correta. Para cada pergunta, um aluno seleciona aleatoriamente uma alternativa como resposta.

i. Qual a distribuição de probabilidade do número de respostas corretas?
ii. Com base na média e no desvio padrão dessa distribuição, seria surpreendente se o aluno obtenha pelo menos 50 respostas corretas? Explique seu raciocínio.

Solução

i. Seja X o número de respostas corretas. Então a distribuição de probabilidade é dada por

$$X \sim Bin(100, 0.25)$$

ii. O número esperado de respostas corretas e o desvio padrão são dados por

```
n<-100
p<-0.25
media<-n*p
dp<-sqrt(n*p*(1-p))

kable(data.frame(media, dp), digits=3, caption="E(X) e S(X)")
```

Table 12: E(X) e S(X)

media	dp
25	4.33

Para saber se seria surpreendente o aluno obter pelo menos 50 respostas corretas, calculamos a probabilidade de que ele obtenha 50 ou mais respostas corretas.

```r
pi<-1-pbinom(49, 100, 0.25)
kable(pi, digits=10, caption="P(X>=50)")
```

Table 13: P(X>=50)

x
6.64e-08

Como a probabilidade de que o aluno obtenha pelo menos 50 respostas corretas é de < 0.001, considerado um valor muito pequeno, seria surpreendente se ele obtivesse pelo menos 50 respostas corretas.

Exercício 5

Numa placa de microscópio com área dividida em quadrados de 1mm2, encontram-se em média 4 colônias por mm^2.

i. Especifique a distribuição de probabilidade do número de colônias por mm^2.
ii. Qual a probabilidade de um quadrante ter exatamente uma colônia
iii. Qual a probabilidade de se encontrar pelo menos duas colônias num quadrante?

Solução

i. Seja X o número de colônias por mm^2. Então a distribuição de probabilidade é dada por

$$X \sim Poisson(4)$$

ii. A probabilidade de um quadrante ter exatamente uma colônia é dada por

```r
pii<-dpois(1, 4)
kable(pii, digits=3, caption="P(X=1)")
```

Table 14: P(X=1)

x
0.073

iii. A probabilidade de se encontrar pelo menos duas colônias num quadrante é dada por

```r
piii<-1-ppois(1, 4)
kable(piii, digits=3, caption="P(X>=2)")
```

Table 15: P(X>=2)

x
0.908