

PROVA 1 - Análise de Sobrevivência - Mestrado (13/05/2024)

NOME: _____ Matricula: _____

1. Considere o conjunto de dados abaixo e sua respectiva estimativa de Kaplan-Meier da função de sobrevivência e responda os itens a seguir.

Tempo	2	3 ⁺	5 ⁺	5 ⁺	7	10	15 ⁺	20	21 ⁺	25
-------	---	----------------	----------------	----------------	---	----	-----------------	----	-----------------	----

+: censura a direita.



j	time	n.risk	n.event	survival			
0	0	0	0	1			
1	2	10	1	0.90			
2	7	6	1	0.75			
3	10	5	1	0.60			
4	20	3	1	0.40			
5	25	1	1	0			

i) Qual é a estimativa do tempo médio e mediano? (1 ponto)

iii) Qual é a estimativa da vida média residual em $t = 15$? (1 ponto)

2. Seja T uma variável aleatória que representa o tempo (em horas) até que um indivíduo entregue sua prova em um concurso. Considere que esse concurso tem duração máxima de 1 hora, isto é, $T \in [0,1]$. Suponha que a variável T pode ser modelada pela seguinte função de risco:

$$h(t) = \frac{\theta}{(1-t)}, \quad \theta > 0, \quad 0 < t < 1,$$

i) Qual é a função de sobrevivência de T ? (1 ponto)

ii) Qual é o quantil p de T ? (1 ponto)

3. Considere uma variável aleatória contínua T que possui a seguinte Função de Sobrevivência:

$$S(t) = \left(\frac{\beta}{t+\beta}\right)^\alpha, \quad t \geq 0, \alpha > 0, \beta > 0.$$

i) Obtenha a função de risco de T . (1 ponto)

ii) Obtenha $\nu(t)$ (a Função Vida Média Residual de T), para $\alpha > 1$. (1 ponto)

Bônus) No item (ii), qual é o valor de $\nu(t)$ quando $\alpha \leq 1$? (1 ponto)

Para os itens (iii) e (iv) considere que Y é a variável aleatória discreta análoga à T , considerando $\alpha=2$ e $\beta=1$.

iii) Encontre a função de risco de Y e responda: $h(y)$ é constante, crescente ou decrescente? (1 ponto)

iv) Qual é o valor da vida média residual em $y=1$? (Dica: $E(Y) = 0,645$) (1 ponto)

4. (Transformação Arco-seno) Se $V(t) = \arcsen[S(t)] = \sin^{-1}[S(t)]$ e $\hat{V}(t) \approx N(V(t); \hat{V}(t), \hat{V}ar[\hat{V}(t)])$, então um intervalo de $100 \times (1 - \alpha)\%$ de confiança para $V(t)$, é dado por:

$$I.C. [V(t)]: \left[\hat{V}(t) - z_{(1-\alpha/2)} \sqrt{\hat{V}ar(\hat{V}(t))}; \hat{V}(t) + z_{(1-\alpha/2)} \sqrt{\hat{V}ar(\hat{V}(t))} \right].$$

Com base no intervalo de $V(t)$, apresente um intervalo de $100 \times (1 - \alpha)\%$ confiança para $S(t)$. (2 pontos)

Obs1: Apresentar os resultados em ternos de $\hat{S}(t)$ e $\hat{V}ar[\hat{S}(t)]$.

Obs2: $\frac{d}{dx} \sin^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Obs3: $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$

Obs4: $\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \sin(b)\cos(a)$

Obs5: $\cos[\sin^{-1}(x)] = \sqrt{1-x^2}$