



Universidade de Brasília  
Departamento de Estatística

## Prova 2 - Estatística Matemática - 2025/1

| Dados de Identificação |              |
|------------------------|--------------|
| Professor:             | Roberto Vila |
| Aluno(a):              |              |
| Matrícula:             |              |

Escreva sua resposta com letra legível. Argumente!

1. **(3,0) Questão.** Sejam  $X \sim U[0, 1]$  e  $Y \sim U[0, 1]$  variáveis aleatórias independentes. Determine a densidade conjunta de  $W = X + Y$  e  $Z = X - Y$ , e grafique o suporte de  $(W, Z)$ , isto é,  $\{(w, z) \in \mathbb{R}^2 : f_{W,Z}(w, z) > 0\}$ .
2. **(3,0) Questão.** Sejam  $X \sim \exp(\lambda)$  e  $Y \sim \exp(\theta)$ ,  $\lambda, \theta > 0$ , variáveis aleatórias independentes, e sejam  $X_{(1)} = \min\{X, Y\}$ ,  $X_{(2)} = \max\{X, Y\}$ . Determine  $\text{Cov}(X_{(1)}, X_{(2)})$ .
3. **(1,5) Questão.** Considere o seguinte experimento de 2 etapas: primeiro, escolhe-se um ponto  $x$  de acordo com a distribuição uniforme em  $(0, 1)$ , depois escolhe-se um ponto  $y$  de acordo com a distribuição uniforme em  $(-x, x)$ . Se o vetor  $(X, Y)$  representar o resultado do experimento, qual será a densidade conjunta de  $X$  e  $Y$ ?
4. **(2,5) Questão.** As variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  têm variâncias positivas e finitas. Obtenha o coeficiente de correlação  $\rho_{X,Y}$  no caso de  $\mathbb{E}(X|Y) = aY + b$  e  $\mathbb{E}(Y|X) = cX + d$ , onde  $a > 0, c > 0$  e  $b, d \in \mathbb{R}$ .

Boa prova!