

Обозначим узлы системы индексами  $i$  и  $j$ . Размер системы —  $n \times m$ .

Введём обозначения:

- $P_{i,j}$  — давление в узле;
- $Q_{d,i,j}$  — расход в трубе, инцидентной узлу  $(i, j)$  в направлении, исходящем от узла, где  $d = h$  соответствует горизонтальной трубе,  $v$  — вертикальной.

Для каждого узла  $(i, j)$  имеет место система уравнений:

$$\begin{aligned} P_{i,j} - P_{i,j+1} &= k_{h,i,j} Q_{h,i,j}^2 \quad \text{при} \quad \begin{cases} i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, m-1 \end{cases} \\ P_{i,j} - P_{i+1,j} &= k_{v,i,j} Q_{v,i,j}^2 \quad \text{при} \quad \begin{cases} i = 1, \dots, n-1 \\ j = 1, \dots, m \end{cases} \\ Q_{h,i,j-1} + Q_{v,i-1,j} &= Q_{h,i,j} + Q_{v,i,j} \quad \text{при} \quad \begin{cases} i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, m \end{cases} \end{aligned}$$

Понизим размерность системы, выразив все  $Q$  через  $P$ :

$$\sqrt{\frac{P_{i,j-1} - P_{i,j}}{k_{h,i,j-1}}} + \sqrt{\frac{P_{i-1,j} - P_{i,j}}{k_{v,i-1,j}}} = \sqrt{\frac{P_{i,j} - P_{i,j+1}}{k_{h,i,j+1}}} + \sqrt{\frac{P_{i,j} - P_{i+1,j}}{k_{v,i+1,j}}} \quad \text{при} \quad \begin{cases} i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, m \end{cases}$$

Краевые условия:

$$\begin{aligned} P_{1,1} &= P_{\text{in}} \\ P_{n,m} &= P_{\text{out}} \end{aligned}$$

В итоге имеем систему нелинейных уравнений с  $nm - 2$  неизвестными и таким же числом уравнений.

Решить систему методом простых итераций не удалось, решение расходится. Получить решение удалось методом Ньютона, при этом производные вычисляются аналитически. Неизвестные  $P_{i,j}$  инициализируем как среднее между входным и выходным давлением.

Прилагаемый код выводит параметры системы в CSV-формате вида:

$$\begin{array}{cccccc} P_{1,1} & , & Q_{h,1,1} & , & P_{1,2} & , & Q_{h,1,2} & , & \dots & , & P_{1,m} \\ Q_{v,1,1} & , & & , & Q_{v,1,2} & , & & , & & , & Q_{v,1,m} \\ P_{2,1} & , & Q_{h,2,1} & , & P_{2,2} & , & Q_{h,2,2} & , & \dots & , & P_{2,m} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ P_{n,1} & , & Q_{h,n,1} & , & P_{n,2} & , & Q_{h,n,2} & , & \dots & , & P_{n,m} \end{array}$$

$Q$  имеет знак «+», если жидкость течёт вправо или вниз, и «-», если жидкость течёт влево или вверх.