

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Math Team - Signal-Based Problem Solving

Câu 3a - Đề thi THPT (1.5 điểm)

Ngày tạo: Ngày 1 tháng 1 năm 2026

1 Đề bài

Giải phương trình:

$$2(x+1) + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = 0$$

Phân tích đề bài

- **Cho:** Phương trình chứa phân thức với các mẫu $(x-1)$ và $(x-2)$
- **Tìm:** Giá trị x thỏa mãn phương trình
- **Loại:** Đại số - Phương trình phân thức
- **Độ khó:** THPT

2 Lời giải

2.1 Bước 1: Xác định điều kiện xác định

Phương trình chứa các phân thức với mẫu số $(x-1)$ và $(x-2)$.
Điều kiện xác định:

$$\begin{aligned}x-1 &\neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \\x-2 &\neq 0 \Rightarrow x \neq 2\end{aligned}$$

Điều kiện: $x \in \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$

2.2 Bước 2: Đặt ẩn phụ

Đặt $u = x - 1$, khi đó:

- $x = u + 1$
- $x + 1 = u + 2$
- $x - 2 = u - 1$

Phương trình trở thành:

$$2(u+2) + \frac{1}{u} + \frac{2}{u-1} = 0$$

Hay:

$$2u + 4 + \frac{1}{u} + \frac{2}{u-1} = 0$$

2.3 Bước 3: Quy đồng mẫu số

Nhân cả hai vế với $u(u-1)$ (với $u \neq 0$ và $u \neq 1$):

$$(2u+4) \cdot u(u-1) + (u-1) + 2u = 0$$

Khai triển $(2u+4) \cdot u(u-1)$:

$$\begin{aligned}(2u+4)(u^2-u) &= 2u^3 - 2u^2 + 4u^2 - 4u \\ &= 2u^3 + 2u^2 - 4u\end{aligned}$$

Phương trình trở thành:

$$2u^3 + 2u^2 - 4u + u - 1 + 2u = 0$$

2.4 Bước 4: Rút gọn

Thu gọn các hạng tử đồng dạng:

$$2u^3 + 2u^2 + (-4u + u + 2u) - 1 = 0$$

$$2u^3 + 2u^2 - u - 1 = 0$$

2.5 Bước 5: Phân tích thành nhân tử

Nhóm các số hạng:

$$\begin{aligned}2u^3 + 2u^2 - u - 1 &= 2u^2(u+1) - (u+1) \\ &= (u+1)(2u^2-1)\end{aligned}$$

Phương trình trở thành:

$$(u+1)(2u^2-1) = 0$$

Nhận xét 1. Đây là điểm hay của cách đặt ẩn phụ - việc phân tích nhân tử trở nên đơn giản hơn so với cách quy đồng trực tiếp.

2.6 Bước 6: Giải phương trình

Trường hợp 1: $u+1=0$

$$u = -1 \Rightarrow x = u+1 = 0$$

Trường hợp 2: $2u^2-1=0$

$$u^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Suy ra:

$$\begin{aligned}u = \frac{\sqrt{2}}{2} &\Rightarrow x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{2} \\ u = -\frac{\sqrt{2}}{2} &\Rightarrow x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

2.7 Bước 7: Kiểm tra điều kiện xác định

Các nghiệm tìm được:

- $x_1 = 0$: Thỏa mãn ($0 \neq 1$ và $0 \neq 2$) ✓
- $x_2 = \frac{2+\sqrt{2}}{2} \approx 1.707$: Thỏa mãn ✓
- $x_3 = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \approx 0.293$: Thỏa mãn ✓

2.8 Bước 8: Kiểm tra nghiệm

Kiểm tra $x = 0$:

$$2(0+1) + \frac{1}{0-1} + \frac{2}{0-2} = 2 - 1 - 1 = 0 \quad \checkmark$$

3 Kết luận

Đáp số

Phương trình có 3 nghiệm:

$$x \in \left\{ 0, \frac{2-\sqrt{2}}{2}, \frac{2+\sqrt{2}}{2} \right\}$$

Hay viết dạng khác:

$$x = 0 \quad \text{hoặc} \quad x = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ghi nhớ

- Khi gặp phương trình phân thức, luôn xác định ĐKXD trước
- Đặt ẩn phụ $u = x - a$ với a phù hợp có thể giúp đơn giản hóa việc phân tích nhân tử
- Phương trình bậc 3 dạng $au^3 + bu^2 + cu + d = 0$ thường phân tích được bằng cách nhóm