Praktikum: "Numerik am Computer" FS 2018
Prof. M. Grote
R. Brügger, R. Croce, A. Heinimann, M. Nagy, G. Talarico Universität Basel

---

Serie 2

MATLAB-Debugger, Polynominterpolation

zur 11. KW (12.03. – 18.03.2018)

Aufgabe 2.1 (2 Punkte): In dieser Aufgabe beschäftigen wir uns mit dem in MATLAB eingebauten Debugger. Lies dir die Beilage sorgfältig durch und benutze den MATLAB-Debugger, um das Skript `bug_script.m` von der Webseite zu debuggen. Das Skript sollte die Matrix

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 343 & 8 & 8 & 1000 & 8 \\ 0 & 1 & 8 & 27 & 64 \\ 5 & 12 & 5 & 5 & 5 \\ 363 & 10 & 28 & 0 & 0 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

erzeugen. Welche Fehler hast du gefunden?

Aufgabe 2.2 (5 Punkte): Wir versuchen nun, ein etwas schwierigeres Programm zu debuggen. Dazu betrachten wir die Newton-Interpolation (siehe Beilage).

a) Lade die zwei Matlab-Funktionen

`c = newtonkoeff_bugged(x,y)` und `p = newtoninterpol_bugged(c,x,z)`

von der Webseite herunter. Die erste Funktion sollte die Koeffizienten der Newton-Interpolation berechnen. Die zweite Funktion sollte mit der Newtonschen Interpolationsformel den Wert des Interpolationspolyoms p durch die Stützpunkte (x_k, y_k), $k = 0, 1, \ldots, n$, an der Stelle $z \in \mathbb{R}$ berechnen. Sollte.

Allerdings haben sich einige Fehler eingeschlichen. Korrigiere sie mit Hilfe des MATLAB-Debuggers. Lade dazu zuerst das `mainA22.m`-Programm von der Webseite herunter. In diesem Programm wollen wir die Funktion $f(x) = e^{-(x-3)^2/2}$ auf dem Intervall $[1,5]$ mit Hilfe der äquidistanten Stützstellen $x_k = 1 + kh$ und der Stützwerte $y_k = f(x_k)$ für $h = 1/4$ und $k = 0, 1, ..., 16$ interpolieren. Nutze dieses Beispiel, um die beiden Funktionen zu debuggen. Um zu überprüfen, ob du alle Fehler korrigiert hast, kannst du die Grafiken betrachten. Die erste Abbildung zeigt das Interpolationspolynom $p(x)$ und die Funktion $f(x)$ sowie die Stützpunkte. Die zweite Grafik zeigt die Fehlerfunktion $r(x) = |f(x) - p(x)|$. Du hast alle Bugs gefunden, wenn

- die Kurven von $f(x)$ und $p(x)$ ziemlich gut übereinstimmen,
- die Stützpunkte auf beiden Kurven liegen,
- die Fehlerfunktion relativ kleine Werte annimmt.

b) Vervollständige nun das `mainA22.m`-Programm. Halbiere dazu den Abstand der Stützstellen auf 1/8 (33 Stützstellen) und interpoliere erneut. Zeichne wiederum die Funktion und die Interpolation in eine Grafik. Zeichne die Fehlerfunktion in eine weitere Grafik. Gib deinen Abbildungen einen Titel und eine Legende. Verbessert sich die Genauigkeit der Interpolation?

Aufgabe 2.3 (3 Punkte): In dieser Aufgabe geht es um das Beispiel von Runge (1901). Die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}$$

soll auf dem Intervall $[-1, 1]$ durch ein Interpolationspolynom (Newton oder Lagrange) approximiert werden, wobei die Stützpunkte folgendermassen gegeben sind:

(a) $p(x_k) = f(x_k)$ in den äquidistanten Stützstellen $x_k = -1 + 2k/n$, $k = 0, 1, \ldots, n$,

(b) $\tilde{p}(x_k) = f(x_k)$ in den Tschebyscheff-Stützstellen

$$x_k = \cos\left(\frac{2k+1}{n+1}\frac{\pi}{2}\right), \quad k = 0, 1, \ldots, n.$$

Zeichne in beiden Fällen die Funktion f, die interpolierende Funktion und die Fehlerfunktionen $|f - p|$ und $|f - \tilde{p}|$ im Intervall $[-1, 1]$ für $n = 5, 10, 25$. Benutze zur Darstellung den Befehl `subplot`. Was fällt dir auf?

Allgemeine Informationen zum Praktikum befinden sich auf der Webseite
`https://tinyurl.com/UnibasFS18PraktikumII`