5. クローニッヒ・ペニー模型において、伝導電子の取りうるエネルギーEと波数kの関係は、

$$P\frac{\sin\alpha a}{\alpha a}+\cos\alpha a=\cos ka\cdots(3.21)$$

であった。（講義 6 回目で与えられた式の番号に等しい）

ここで$P=\frac{mV_0ba}{\hbar^2}$であるが、$P\ll 1$の条件が与えられたとき、$k=0$に対してエネルギーの最も低いエネルギーバンド（許容帯）のエネルギーを求めなさい。

$P\frac{\sin(\alpha a)}{\alpha a}+\cos(\alpha a)=\cos(ka)$ ↙ $k=0$を代入。

$\Rightarrow P\frac{\sin(\alpha a)}{\alpha a}+\cos(\alpha a)=1 \quad (\because \cos 0=1)$

$\alpha a=x$ として、テイラー展開

$\frac{\sin x}{x}=1-\frac{x^2}{6}+O(x^4)$, $\cos x=1-\frac{x^2}{2}+O(x^4)$

$\Rightarrow P\left(1-\frac{x^2}{6}\right)+\left(1-\frac{x^2}{2}\right)=1$

$\Rightarrow P-\frac{x^2}{6}P+1-\frac{x^2}{2}=1$

$\Rightarrow P-x^2\left(\frac{P}{6}+\frac{1}{2}\right)=0 \Rightarrow x^2=\frac{P}{\frac{1}{2}+\frac{P}{6}}=\frac{6P}{3+P}$

$x^2=\frac{6P}{3+P}\simeq\frac{6P}{3}=2P \quad (\because P\ll 1)$

$\alpha^2a^2=2P \Rightarrow \alpha^2=\frac{2P}{a^2}$

$E_F=\frac{\hbar^2k_F^2}{2m} \Rightarrow E=\frac{\hbar^2\alpha^2}{2m} \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{2P}{a^2}\right)$

$$p = \frac{mV_0 ba}{\hbar^2}$$ を用いて、

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{2}{a^2} \left(\frac{mV_0 ba}{\hbar^2} \right) = \frac{b}{a} V_0$$

∴ $k=0$で最も低い許容帯のエネルギー $= \frac{V_0 b}{a}$ ($p \ll 1$) //

6. 銅（Cu）の室温（300K）での抵抗率が$1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$であるとする。Cu の室温（300K）の熱伝導率を推定しなさい。

☆重要公式、

$\sigma = \frac{1}{\rho}$ (σ：電気伝導率、ρ：抵抗率)

$\kappa = L\sigma T$ (L：ローレンツ数(2.45×10^{-8} [$W\Omega/K^2$])、T：温度)

→ ヴィーデマン－フランツ則(熱伝と電伝は温度に比例)

$$\sigma = \frac{1}{1.7 \times 10^{-8}} = 5.9 \times 10^{7} [\Omega^{-1} m^{-1}]$$

$$\kappa = 2.45 \times 10^{-8} \times 5.9 \times 10^{7} \times 300$$

$$= 4.3 \times 10^{2} [W/mK]$$ //