

電子物性2 第4回目

2-4 電子比熱の測定

$C_{el} \propto N(E_F(0)) \Rightarrow$ 金属において観測される。

金属の比熱 = 電子比熱 + 格子比熱

約10K以下の低温では格子振動の振動スペクトルをデバイ近似すると

$$C_{lattice}(T) \propto T^3$$

室温では電子比熱は格子比熱3Rのおおよそ100分の1程度

10K以下では、金属の比熱 C は、

デバイモデルからデバイ温度 Θ_D は、

$$C = \gamma T + \alpha T^3 \quad (2.18) \quad \text{と書ける。}$$

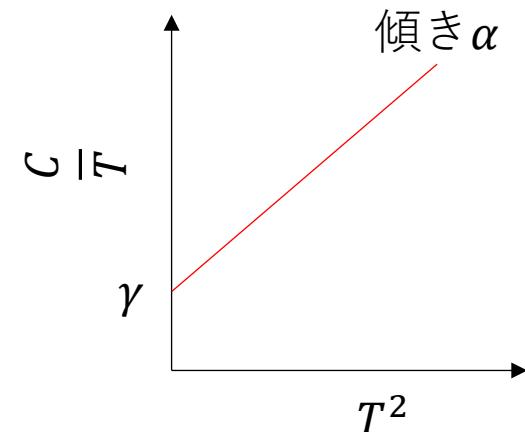
$$\gamma = \left(\frac{\pi^2}{3}\right) k_B^2 N(E_F(0)) \quad (2.19)$$

電子比熱係数

$$\Theta_D = \left(\frac{12\pi^4 R}{5\alpha}\right)^{\frac{1}{3}}$$

(2.18)を T で割ると

$$\frac{C}{T} = \gamma + \alpha T^2 \quad (2.20)$$



$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(3\pi^2 \frac{N_A}{V} \right)^{\frac{2}{3}}$$

実験で求めた電子比熱係数 γ_{exp} と自由電子の値 γ_F は通常異なる。

$$N(E) = \left(\frac{V}{2\pi^2} \right) \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E} \propto m^{\frac{3}{2}}$$

それを電子の質量に押し込む

$$\frac{\gamma_{exp}}{\gamma_F} = \frac{m^*}{m} \equiv m_{th}^*$$

アルカリ金属	γ_F (mJ/mol · K ²)	γ_{exp} (mJ/mol · K ²)
Li	0.78	1.63
Na		1.38
K	1.81	2.08
Rb	2.03	2.41
Cs	2.41	3.20

1からずれる原因

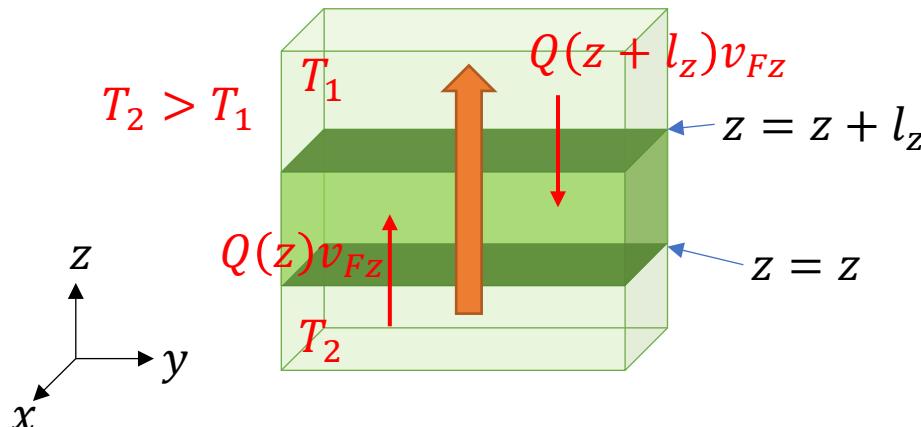
- ① E_F 近傍のバンド構造の自由電子近似からのずれ
- ②電子一電子相互作用
- ③電子一格子相互作用

2-5 電子による熱伝導率とヴィーデマン・フランツの法則

金属中

電場 → 電荷(電子・正孔) の移動 (電気伝導現象)

温度差 (勾配) → 電子は熱を運ぶ (熱伝導現象)



z方向に温度勾配 $\frac{dT}{dz}$ を考える → 热流が生じる

熱流 = エネルギーの流れ

単位体積当たりの
エネルギー密度 $Q = Q(z)$ とする

熱を運ぶ電子 → フェルミ面上の電子 速度は v_F (フェルミ速度)

電子が散乱なしに熱エネルギーを運ぶ距離を l とすると

$$l = v_F \underline{\tau} \quad (2.21) \quad |l| \text{は平均自由行程}$$

↖ 散乱時間

$$\left[\begin{array}{ll} z = z \text{の面} & Q(z) \text{のエネルギー密度} \\ z = z + l_z \text{の面} & Q(z + l_z) \text{のエネルギー密度} \end{array} \right] \rightarrow \begin{array}{l} z = z + l_z \text{まで運ばれ散乱} \\ z = z \text{まで運ばれ散乱} \end{array}$$

z と $z + l_z$ の二つの面の間で x - y 平面の単位面積を単位時間に流れる正味の熱流密度 J_z は、

$$J_z = [Q(z) - Q(z + l_z)]v_{Fz} = \left[Q(z) - Q(z) - \frac{dQ}{dz}l_z - \dots \right] v_{Fz} = -\frac{dQ}{dz}l_z v_{Fz} = -\tau \frac{dQ}{dT} \frac{dT}{dz} \langle v_{Fz}^2 \rangle \quad (2.22)$$

$$(2.21) l_z = v_{Fz}\tau \text{ を代入}$$

単位体積当たりの電子比熱を $C_{el} = \frac{dQ}{dT}$ とすると(2.22)は、

$$J_z = -\tau C_{el} \langle v_{Fz}^2 \rangle \frac{dT}{dz} \quad (2.23)$$

熱伝導率 κ を以下のように定義すると

$$J_z = -\kappa \frac{dT}{dz} \quad (2.24)$$

3次元の等方的な空間では $\langle v_{Fz}^2 \rangle = \langle v_{Fx}^2 \rangle = \langle v_{Fy}^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v_F^2 \rangle$ より

$$\kappa = \frac{1}{3} \tau \langle v_F^2 \rangle C_{el} \quad (2.25)$$

ここで $C_{el} = \gamma T$, $\gamma = \frac{\pi^2}{3} \frac{k_B^2 N(E_F)}{V}$, $N(E_F) = \left(\frac{V}{2\pi^2}\right) \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E_F}$, $E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$, $\hbar k_F = m v_F$, $N = \frac{V}{3\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} E_F^{\frac{3}{2}}$ を用いると

$$\begin{aligned}
 \kappa &= \frac{1}{3} \tau \langle v_F^2 \rangle C_{el} = \frac{1}{3} \tau \langle v_F^2 \rangle \times \frac{\pi^2}{3} \frac{k_B^2 N(E_F)}{V} T \\
 &= \frac{1}{3} \tau \times \frac{2E_F}{m} \times \frac{\pi^2}{3} \frac{k_B^2}{V} \times \left(\frac{V}{2\pi^2}\right) \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E_F} T \\
 &= \frac{2}{9} \frac{\pi^2}{m} \frac{k_B^2 \tau}{V} \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} E_F\right)^{\frac{3}{2}} T \\
 &= \frac{1}{9} \frac{k_B^2 \tau}{m} \frac{3\pi^2 N}{V} \quad \text{← } n = \frac{N}{V} \\
 &= \frac{\pi^2 n k_B^2 \tau}{3m} T \quad (2.26)
 \end{aligned}$$

$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$ より κ と比を取ると

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{\pi^2 n k_B^2 \tau}{3m} T \times \frac{m}{ne^2\tau} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_B}{e}\right)^2 T \quad (2.27)$$

両者の比は、 T に比例し、比例係数 $L = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_B}{e}\right)^2$ は金属の性質によらず一定（ヴィーデマン・フランツの法則）
ローレンツ数 $L = 2.45 \times 10^{-8} [\text{W}\Omega/\text{K}^2]$ (2.28)

Lorentz数の実験値 $L \times 10^8 (W\Omega/K^2)$

金属	0 °C	100 °C
Ag	2.31	2.37
Au	2.35	2.40
Cd	2.42	2.43
Cu	2.23	2.33