

直流电动机传递函数测定的实验研究

王艳颖, 王 珍, 郭丽环

(大连大学 机械工程学院, 辽宁 大连 116622)

摘 要: 传递函数是控制理论中对系统进行分析、综合的基本数学工具。该文设计的实验综合了控制工程基础课程中关于系统、传递函数和一阶系统的时间响应的内容, 并结合计算机仿真软件 Matlab, 对直流电动机系统的传递函数进行了实验测定和仿真研究, 可以更加有助于对课程内容的理解和基本方法的应用。

关键词: 控制工程; 直流电动机; 传递函数; 仿真分析

中图分类号: G642 42; TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 1002-4956(2008)08-0038-03

Experiment study on the transfer function for DC motor

WANG Yan-ying, WANG Zhen, GUO Li-huan

(College of Mechanical Engineering, Dalian University, Dalian 116622, China)

Abstract: Transfer function is a basic mathematical tool for analyzing and synthesizing control system. A comprehensive experiment was designed to determine transfer function for DC motor. A number of contents in control engineering have been applied in this experiment, including in system, transfer function and time response of an order system. The software Matlab was used to deal with experimental result. Based on experiment and simulation analysis, it was not difficult to understand and use the transfer function for direct current electromotor for students. It is a benefit way to improve the teaching method.

Key words: control engineering; DC motor; transfer function; simulation analysis

“控制工程基础”是机械制造及其自动化专业中一门比较抽象的技术基础课^[1]。为了有助于对基本概念的理解, 必须重视实验教学内容的设计。传递函数是描述系统数学模型的基本形式, 对实际系统——直流电动机系统传递函数测定的实验进行研究, 可以使掌握直流电动机传递函数的实验测定和采用计算机仿真软件对实际系统进行仿真分析的一般方法。

1 传递函数与系统时间响应

直流电动机在忽略其微小电感 L_a 情况下, 可以看成是一个典型的一阶系统。该系统的传递函数是一个典型的惯性环节。

1.1 直流电动机的传递函数

图 1 是电枢控制直流电动机原理图。

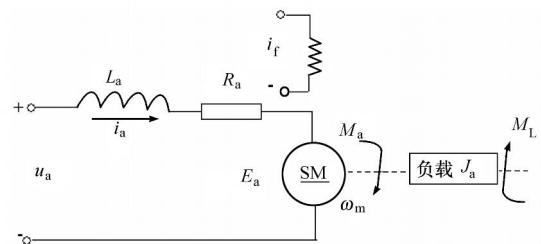


图 1 电枢控制直流电动机原理图

当电枢控制直流电动机的输入为电枢电压 u_a , 输出为转轴转速 n 时, 其传递函数 $N(s)/U_a(s)$ 可以按照下面的方法推导。

直流电动机是由 2 个子系统构成, 一个是电网络系统, 由电网络得到电能, 产生电磁转矩。另一个是机械运动系统, 转动机械能带动负载转动。

(1) 电网络平衡方程:

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + E_a = U_a, \quad (1)$$

式 (1) 中: i_a 为电动机的电枢电流; R_a 为电动机

收稿日期: 2007-09-24

作者简介: 王艳颖 (1974—), 女, 河北省安平县人, 博士, 副教授, 研究方向为检测控制与信号处理, CAD/CAE/CAM。

的电阻； L_a 为电动机的电感； E_a 为电枢绕组的感应电动势。

(2) 电动势平衡方程：

$$E_a = K_e \quad (2)$$

式 (2) 中， K_e 为电动势常数，由电动机的结构参数确定。

(3) 机械平衡方程：

$$J_a \frac{d}{dt} = M_a - M_L \quad (3)$$

式 (3) 中： J_a 为电动机转子的转动惯量； M_a 为电动机的电磁转矩； M_L 为折合阻力矩。

(4) 转矩平衡方程：

$$M_a = K_c I_a \quad (4)$$

式 (4) 中： K_c 为电磁力矩常数，由电动机的结构参数确定。

将上述 4 个方程联立，因为空载下的阻力矩很小，略去 M_L ，并消去中间变量 I_a 、 E_a 、 M_a ，得到关于输入输出的微分方程式：

$$\frac{J_a L_a}{K_c} \frac{d^2}{dt^2} + \frac{J_a R_a}{K_c} \frac{d}{dt} + K_c = U_c \quad (5)$$

这是一个二阶线性微分方程，因为电枢绕组的电感一般很小，略去 L_a ，则可以得到简化的一阶线性微分方程：

$$\frac{J_a R_a}{K_c} \frac{dn}{dt} + 2 K_c n = U_a$$

令初始条件为零，两边拉氏变换，求得传递函数 $G(s)$ 为

$$G(s) = \frac{N(s)}{U_a(s)} = \frac{1/2 K_c}{\frac{J_a R_a}{K_c} s + 1} = \frac{K}{TS + 1} \quad (6)$$

1.2 一阶系统的时间响应

如图 1，当输入信号为单位阶跃输入 1，一阶系统的传递函数的形式为 $G(s) = \frac{K}{TS + 1}$ ，时间响应是单位阶跃响应

$$x_0(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad (t \geq 0)$$

2 直流电动机传递函数的实验测定

2.1 测定原理

直流电动机传递函数如式 (6) 所示，如果能够记录下输入与输出的信号，则 T 、 K 就很容易被确定。现通过一个开关 S 把一直流电压加入到直流电机压迫电枢上时，则直流电机的速度变化如图 2

所示。

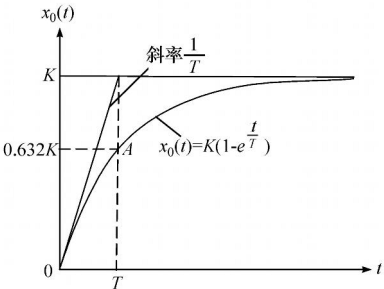


图 2 一阶系统的单位阶跃响应曲线

在图 2 的输入与输出信号上，可找到 $K = n() / u()$ 。由输出信号稳态值的 63.2%所对应的时间可直接得到 T 值。

但由于直流电机转速的变化情况，无法记录下来，为此采用了测速发电机装置。由于此发电机的输出电压正比于轴的转速，现将其轴与直流电动机轴机械地连接在一起，这样直流电动机的转速变化，可由测速发电机输出电压反映出来。此电压送入示波器里，观测到电压变化的波形，它与图 2 所示转速的变化规律是一致的，按上述确定 T 的方法，时间常数就可确定下来。

用光电测速仪测出加于直流电动机电枢上的电压所对应的转速，两者的比值即为所求的 K 值。

2.2 实现过程

按照图 3 连接好线路后，接通稳压电源。交流电源接入低频示波器，做好观测的准备。打开示波器，合上开关 S ，观察从起动到稳态时 63.2%处 T 值。

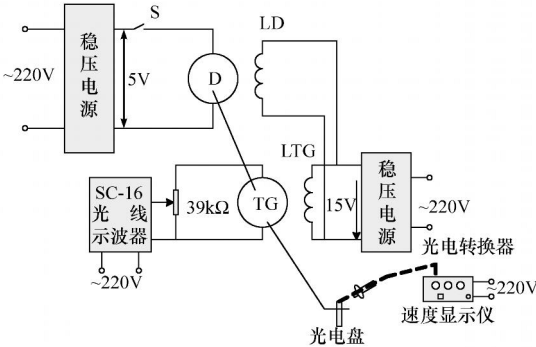


图 3 实验线路图

测定直流电动机的稳定时的转速完毕后，断开开关 S ，直流电动机停止转动。

根据实测数据，计算时间常数 T 和 K ，并将 T

值和 K 值代入式 (6) 中, 得出直流电动机传递函数的表达式。

3 直流电动机传递函数的仿真分析

在学习控制工程基础课程时, 许多计算问题越来越离不开计算机辅助分析及设计。在计算机性能迅速提高和各种软件大量涌现的今天, 机辅分析与设计也越来越方便。本文从实用的角度, 介绍 Matlab 语言在直流电动机传递函数实验中的应用。

首先根据电动机结构参数, 计算直流电动机系统的传递函数, 再采用 Matlab 软件中控制系统工具箱, 建立电动机系统的传递函数模型, 并对系统的单位阶跃响应进行仿真和分析。

3.1 直流电动机系统传递函数在 Matlab 中的表达

若略去电枢绕组的电感 L_a , 实验所采用的直流电动机系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{N(s)}{U_a(s)} = \frac{1/2 K_e}{\frac{J_a R_a}{K_e K_e} s + 1} \quad (7)$$

将电动机 S221D 相关参数代入式 (7), 得电动机传递函数:

$$G(s) = \frac{28.95}{1.96s + 1} \quad (8)$$

在 Matlab 中将上述传递函数采用有理分式形式 G

$$(s) = \frac{\sum_{i=1}^m a_m - i s^i}{\sum_{j=0}^n a_n - j s^j} \Rightarrow \frac{\text{num}}{\text{den}}$$

示为

```
num = [28 95]
den = [1.96 1]
sys = tf (num, den)
```

运行后, 返回传递函数 $G(s)$ 的形式。

3.2 直流电动机系统的时间响应

在 Matlab 中, 当传递函数已知时, 可以方便地求出系统的单位阶跃响应曲线。采用 Matlab 语言画出式 (8) 表达的直流电动机系统的单位阶跃响应曲线 step, 如图 4 所示。

参考程序:

```
num = [28 95]
den = [1.96 1]
sys = tf (num, den)
```

```
[y, t] = step (sys)
figure, step (sys, 20)
xlabel (t)
ylabel (x_o (t))
title (直流电动机的单位阶跃响应曲线)
```

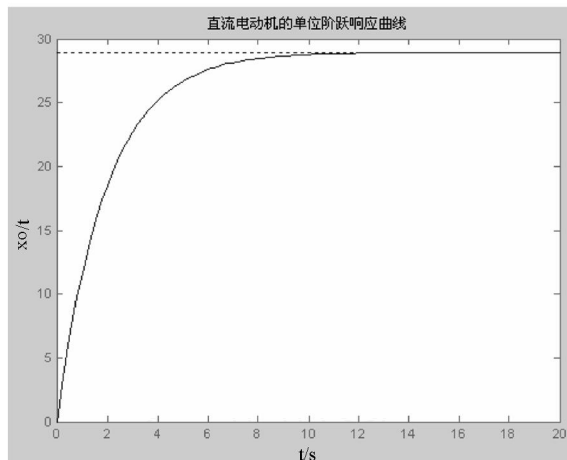


图 4 单位阶跃响应曲线 step

4 结束语

本文从理论与实验的角度设计了“直流电动机传递函数测定”的综合性实验, 将仿真分析与常规验证性实验有机结合。仿真分析部分可以使理论知识与验证性实验之间很好地过渡和衔接, 使理论授课更加形象, 使实验教学与理论内容也联系更加紧密, 既锻炼了学生综合运用所学知识的实际动手能力, 又使其熟悉并掌握了采用计算机仿真软件对实际系统进行仿真分析的方法, 有助于学生对课程内容的理解和基本方法的应用。这是一个非常好的综合性实验项目。

参考文献 (References):

- [1] 杨叔子, 杨克冲. 机械工程控制基础 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.
- [2] 薛定宇. 控制系统仿真与计算机辅助设计 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [3] 刘培基, 王安敏. 机械工程测试技术 [M]. 机械工业出版社, 2004.
- [4] 苗华明. 控制工程基础实验教程 [M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2005.
- [5] 吕国建. 频率特性的实验测定法 [J]. 自动化与仪表, 2002 (5): 63-65.