

**Beispielklausur ELMESS**

Dauer: 90 Minuten, einfacher Taschenrechner wird bereitgestellt, sonst ohne Hilfsmittel.

Volle Punktzahl gibt es nur für Lösungen mit vollständig begründeter Antwort, bzw. mit vollständig nachvollziehbarem Lösungsweg in mathematisch korrekter Notation. Ergebnisse von Rechnungen sind so weit wie sinnvoll möglich zu vereinfachen.

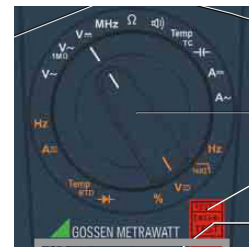
**Aufgabe 1. (3+2 = 5 P)**

Ein Oszilloskop zeigt eine Sinusschwingung mit der Periodendauer  $T = 0,4 \text{ ms} \pm 4 \mu\text{s}$ .

- Zu bestimmen ist die Kreisfrequenz und ihre relative und absolute Unsicherheit.
- Über Kanal 2 wird eine zweite Sinusschwingung gleicher Frequenz gemessen, die gegenüber der ersten um  $\Delta t = 0,05 \text{ ms}$  verschoben ist. Wie groß ist der Betrag der Phasenverschiebung in Grad und im Bogenmaß?

**Aufgabe 2. (2+2 = 4 P)**

- Welche Anzeigewerte sind bei einem Digitalmultimeter in den Einstellungen "V~" und "V~" jeweils zu erwarten, wenn ein Sinussignal mit der Amplitude 1 V anliegt?
- Wie groß sind die Quantisierungsstufen eines 10 Bit-A/D-Wandlers bei einem Eingangsspannungsbereich von 0 - 5V?

**Aufgabe 3. (3+4 = 7 P)**

Die Leistung einer Windenergieanlage berechnet sich aus  $P = c_p \frac{\rho}{2} A v^3$

mit  $c_p = 0,4 \pm 0,02$ ,  $\rho = 1,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  ( $\pm 3\%$ ),  $A = 7800 \text{ m}^2$ ,  $v = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

- Welches Messergebnis ergibt sich für die Leistung? Diese ist in kW anzugeben, wobei die Einheitenumrechnung nachvollziehbar durchzuführen ist!
- Wie groß ist die Messunsicherheit (absolut und relativ)?

**Aufgabe 4. (5 P)**

Am Eingang eines Oszilloskops mit der Bandbreite  $f_B = 200 \text{ MHz}$  liege ein ideales Rechtecksignal an. Das Verhalten des Oszilloskops sei das eines Tiefpasses 1. Ordnung mit der Sprungantwort  $u(t) = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ . Welche Anstiegszeit  $t_r = t_{10/90}$  ist bei dem am Bildschirm angezeigten Signal zu erwarten? (Herleitung = 3P., Ergebnis = 2 P.)

**Aufgabe 5. (4 P)**

Im Rahmen der Fertigungsüberwachung einer Serienproduktion wurden bei fünf Mikroschaltern nacheinander folgende Schaltwege gemessen:

$s = \{18, 24, 17, 19, 22\} \mu\text{m}$ .

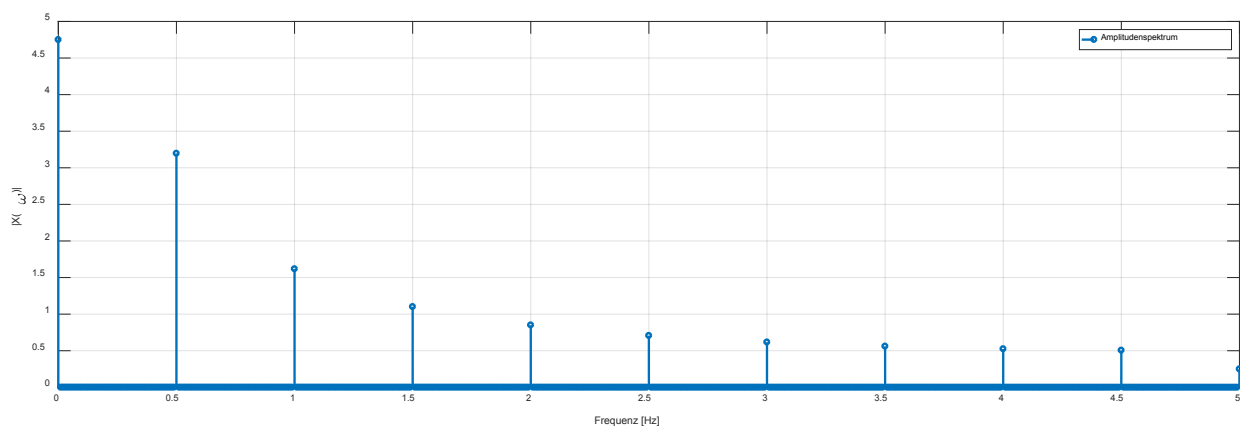
In welchem Intervall ist der nächste

Messwert mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% zu erwarten?

Anzahl Messungen in der Messreihe $n$	Vertrauensfaktor $t$						
	$(1-\alpha) = 68,27 \%$	$(1-\alpha) = 90,00 \%$	$(1-\alpha) = 95,00 \%$	$(1-\alpha) = 95,45 \%$	$(1-\alpha) = 99,00 \%$	$(1-\alpha) = 99,73 \%$	$(1-\alpha) = 99,98 \%$
2	1,84	6,31	12,71	18,44	63,66	235,80	761,40
3	1,32	2,92	4,30	4,93	9,93	19,21	42,30
4	1,20	2,35	3,18	3,48	5,84	9,22	19,77
5	1,15	2,13	2,78	2,98	4,60	6,62	12,48
6	1,11	2,02	2,57	2,73	4,03	5,51	9,77

**Aufgabe 6. (4 P)**

- Welche Wahrscheinlichkeitsverteilung wird bei messtechnischen Prozessen zugrunde gelegt?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegen die Werte einer Messreihe im Intervall  $\mu - 1,96\sigma < x < \mu + 1,96\sigma$ ?
- Wie nennt man beim Vertrauensfaktor  $t_{N,1-\alpha}$  den Term " $1 - \alpha$ "?
- Um welchen Faktor verringert sich die Unsicherheit Ihres Messergebnisses, wenn Sie statt einer Einzelmessung den Mittelwert einer Serie von 64 Messungen heranziehen?

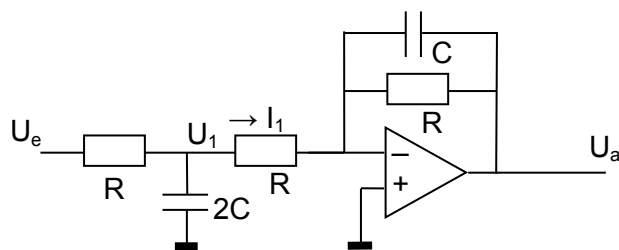
**Aufgabe 7. (6+2 = 8 P)**

- Ergänzen Sie dieses Amplitudenspektrum um die Linien, die bei Abtastung des zugrunde liegenden Signals mit der Frequenz  $f_s = 5,2 \text{ Hz}$  hinzukämen.
- Einige Spektralanteile sind dabei mit einem Aliaseffekt verbunden. Welcher davon hat die größte Amplitude? (Zugehörige Aliasfrequenz angeben!)

**Aufgabe 8. (4+1+3+2+2 = 12 P)**

Analysieren Sie die nebenstehende Operationsverstärkerschaltung wie folgt:

- Begründen Sie, warum der Strom  $I_1$  durch  $I_1 = \frac{U_1}{R}$  gegeben ist.



- Leiten Sie den Zusammenhang zwischen  $U_1$  und  $U_a$  her, also den Frequenzgang  $G_a(j\omega) = \frac{U_a}{U_1}$ .
- Stellen Sie die Knotengleichung für den Knoten bei " $U_1$ " auf und leiten Sie damit die Beziehung zwischen  $U_e$  und  $U_1$  her, also den Frequenzgang  $G_e(j\omega) = \frac{U_1}{U_e}$ .
- Wie lautet der Frequenzgang  $G(j\omega) = \frac{U_a}{U_e}$ ? Welcher Filtertyp liegt vor? (Begründung!)
- Mit welchem Faktor wird die Amplitude eines sinusförmigen Eingangssignals verstärkt bzw. gedämpft, wenn dessen Frequenz gleich  $f = \frac{1}{2\pi RC}$  ist. Angabe als Zahlenwert und in dB!

Gesamtpunktzahl: 49 P (1,0 ab 45 P., 4,0 ab 22 P.)

**Lösungen****A1**

- a)  $\omega \approx 15,708 \frac{\text{krad}}{\text{s}}$ ,  $\frac{\Delta\omega}{\omega} = 1\%$ ,  $\Delta\omega \approx 157 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- b)  $|\varphi| = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$

**A2**

- a) DC:  $\bar{U} = 0 \text{ V}$ , AC:  $U_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ V} \approx 0,71 \text{ V}$
- b)  $q = 4,888 \text{ mV}$

**A3**

- a)  $P \approx 668,85 \text{ kW}$  (Herleitung der Einheit kW muss nachvollziehbar sein!)
- b)  $\Delta P \approx 289,29 \text{ kW}$ ,  $\frac{\Delta P}{P} \approx 0,433 = 43,3\%$

**A4**

zunächst:  $\tau \approx 0,796 \text{ ns}$  (aus der Bandbreite),

dann:  $t_{10/90} = \tau \cdot \ln 9 \approx 1,749 \text{ ns}$  (Herleitung siehe Anhang im Versuch OSZ)

**A5**

Werte voraussichtlich zu 99% im Intervall  $6,589 \mu\text{m} < s < 33,41 \mu\text{m}$

**A6**

Antworten: Normalverteilung / 95% / Vertrauensniveau / Faktor 8

**A7**

- a) Einzutragen sind Linien (passender Amplitude) bei 0,2 / 0,7 / 1,2 / 1,7 / 2,2 / 2,7 / 3,2 / 3,7 / 4,2 und 4,7
- b) Größte Alias-Amplitude unterhalb von  $f_s/2$  ist bei 2,2 Hz.

**A8**

- a)  $I_1 = \frac{U_1 - U_-}{R}$ ,  $U_- = U_+ = 0$ , also  $I_1 = \frac{U_1}{R}$
- b)  $I_1 = I_a + I_-$ ,  $I_- \approx 0$ , also  $I_1 = I_a = \frac{U_1}{R} = -\frac{\frac{U_a}{R/j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}$ , also  $\frac{U_a}{U_1} = -\frac{1/j\omega C}{R + \frac{1}{j\omega C}} = -\frac{1}{1 + j\omega RC}$
- c)  $I_e = I_C + I_1$ , also  $\frac{U_e - U_1}{R} = j\omega 2C \cdot U_1 + \frac{U_1}{R}$ , also  $\frac{U_1}{U_e} = \frac{1}{2(1 + j\omega RC)}$ .
- d)  $G(j\omega) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{U_a}{U_e} \cdot \frac{U_1}{U_1} = \frac{1/2}{1 + j\omega RC} \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1/2}{(1 + j\omega RC)^2}$ .

Wegen  $G(\omega \rightarrow 0) = \frac{1}{2}$  und  $G(\omega \rightarrow \infty) = 0$  ist das ein Tiefpass.

- e)  $\left| G(j\omega = \frac{j}{RC}) \right| = \left| \frac{1/2}{(1+j)^2} \right| = \frac{1/2}{2} = \frac{1}{4} \approx -12 \text{ dB}$