Beispielaufgaben zur Klausur ELMESS (Online)

Die Klausur steht am Klausurtermin in einer AULIS-Übungseinheit zum Download bereit.

Bearbeitungszeit: 90 Minuten, Lösung handschriftlich auf Papier oder digital (Onenote etc.).

Alle Materialien der Veranstaltung, MATLAB und Taschenrechner sind als Hilfsmittel zugelassen. Voraussetzung für die Teilnahme ist die Unterzeichnung einer Eigenständigkeitserklärung.

Abgabeformat: Eine einzige PDF-Datei, die nicht größer als 3 MB sein darf (Papierlösungen scannen oder fotografieren, Auflösung angemessen verringern und zu einer PDF-Datei zusammenfassen)

Für die Abwicklung dieses Hochladevorgangs stehen 10 Minuten zur Verfügung.

Verspätete Lösungen werden nicht angenommen. Es liegt in Ihrer Verantwortung während der Teilnahme Zugriff auf eine stabile Internetverbindung zu haben.

Volle Punktzahl gibt es nur für Lösungen mit vollständig begründeter Antwort, bzw. mit vollständig nachvollziehbarem Lösungsweg in mathematisch korrekter Notation. Ergebnisse von Rechnungen sind so weit wie sinnvoll möglich zu vereinfachen.

Aufgabe 1. (Einheiten, Umrechnung von Einheiten)

Auf einem Trimm-Fahrrad ist das (Gegen-)Drehmoment der Pedale auf $M = 20\ Nm$ eingestellt. Ich habe einen Schokoriegel (Brennwertangabe: 776 kJ pro Riegel) vernascht und will die damit aufgenommene Energie auf dem Fahrrad wieder abarbeiten.

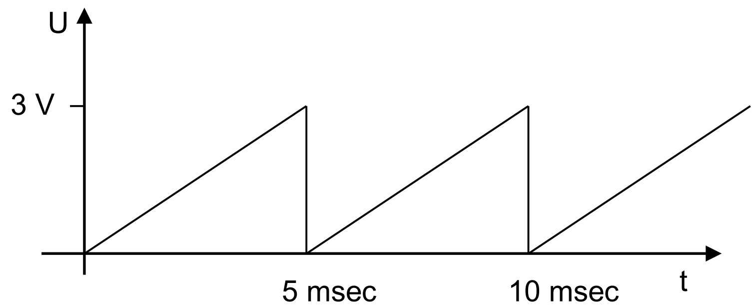
a) Welche mittlere Leistung muss ich aufbringen, damit das innerhalb einer Stunde gelingt?

b) Mit welcher Drehzahl (in U/min) muss ich dabei treten?

Hinweis: Zwischen Leistung, Drehmoment und Kreisdrehfrequenz gilt die Beziehung $\omega = \frac{P}{M}$.

Aufgabe 2.

a) Welcher Anzeigewert ist bei der dargestellten Spannung mit periodischem, Sägezahn-förmigem Verlauf zu erwarten, wenn mit einem "True RMS"-Digital-Multimeter im "AC"-Modus gemessen wird?



b) Welche Frequenzen sind im Spektrum (Fourierzerlegung) dieses Signals zu erwarten?

c) Wie groß sind die Quantisierungsstufen, wenn das Signal mit einem 10 Bit-A/D-Wandler mit einem Eingangsspannungsbereich von 0 bis 5V digitalisiert wird?

Aufgabe 3.

Ein Oszilloskop zeigt eine Sinusschwingung mit der Periodendauer $T = 0{,}4\ ms \pm 4\mu s.$

a) Zu bestimmen ist die Kreisfrequenz und ihre relative und absolute Unsicherheit.

b) Über Kanal 2 wird eine zweite Sinusschwingung gleicher Frequenz gemessen, die gegenüber der ersten um $\Delta t = 0{,}05 ms$ verschoben ist. Wie groß ist der Betrag der Phasenverschiebung in Grad und im Bogenmaß?

Aufgabe 4.

Am Eingang eines Oszilloskops mit der Bandbreite $f_B = 200\,MHz$ liege ein ideales Rechtecksignal an. Das Verhalten des Oszilloskops sei das eines Tiefpasses 1. Ordnung mit der Sprungantwort $u(t) = U_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$. Welche Anstiegszeit $t_r = t_{10/90}$ ist bei dem am Bildschirm angezeigten Signal zu erwarten?

Aufgabe 5.

Ein Signalgenerator mit dem Innenwiderstand $R_i = 250\,\Omega\ \pm 5\,\Omega$ liefert im Leerlauf eine ideale Rechteckspannung. Es wird ein RC-Tiefpass mit dem Widerstand $R = 1000\,\Omega\ \pm 10\,\Omega$ angeschlossen und dessen Ausgangssignal oszilloskopiert. Aus der am Oszilloskop dargestellten Sprungantwort wird die Zeitkonstante $\tau = 1{,}025\,ms\ \pm 0{,}02\,ms$ ermittelt.

a) Skizzieren Sie die Schaltung

b) Bestimmen Sie den Wert und die Unsicherheit der Kapazität C.

Aufgabe 6.

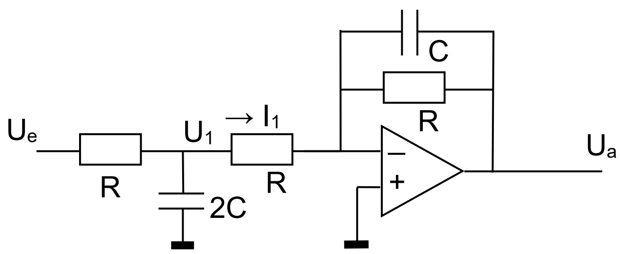
Am Eingang eines Filters mit $G(j\omega) = \frac{j\omega\cdot 0{,}008}{1+j\omega\cdot 0{,}002}$ liegt die Spannung $u_e(t) = 1\,V\cdot\sin(300t)$ an.

a) Bestimmen Sie die Amplitude $\hat{U}_a$ am Ausgang.

b) Wie groß ist die maximale Verstärkung $|G(j\omega)|_{max}$ des Frequenzgangs und bei welchen Frequenzen (hohe, mittlere, niedrige) tritt sie auf?

Aufgabe 7.

Analysieren Sie die nebenstehende Operationsverstärkerschaltung wie folgt:



a) Begründen Sie, warum der Strom I_1 durch $I_1 = \frac{U_1}{R}$ gegeben ist.

b) Leiten Sie den Zusammenhang zwischen U_1 und U_a her, also den Frequenzgang $G_a(j\omega) = \frac{\underline{U_a}}{\underline{U_1}}$.

c) Stellen Sie die Knotengleichung für den Knoten bei "U_1" auf und leiten Sie damit die Beziehung zwischen U_e und U_1her, also den Frequenzgang $G_e(j\omega) = \frac{\underline{U_1}}{\underline{U_e}}$.

d) Wie lautet der Frequenzgang $G(j\omega) = \frac{\underline{U_a}}{\underline{U_e}}$? Welcher Filtertyp liegt vor? (Begründung!)

Aufgabe 8.

Eine Temperaturmesskette liefere eine Ausgangsspannung mit der Charakteristik

$$U = 0.08\frac{V}{K}\cdot\vartheta + 0.0002\,\frac{V}{K^2}\vartheta^2\,.$$

a) Geben Sie eine lineare Kennlinie an, die bei $\vartheta = 0\ °C$ und $\vartheta = 100\ °C$ mit obiger Charakteristik übereinstimmt.

b) Wie groß ist die relative Abweichung zwischen der Empfindlichkeit bei $\vartheta\ = 80\ °C$ (lokal) und der Empfindlichkeit nach a).

Aufgabe 9.

Bei der Temperaturbestimmung mittels NTC-Widerstand kann als Hilfsgröße $R_\infty = R_0 \cdot e^{-\frac{B}{T_0}}$ bestimmt werden. Sei $B = 4200\,K$ und $R_0 = 30\,k\Omega$ bei $T_0 = 300\,K$. Weiter seien die Messunsicherheiten $\Delta R_0 = 200\,\Omega$ und $\Delta T_0 = 0{,}5\,K$ bekannt. B wird als nicht fehlerbehaftet angenommen. Bestimmen Sie R_∞ sowie die Unsicherheit absolut und relativ.

Aufgabe 10.

Im Rahmen der Fertigungsüberwachung einer Serienproduktion wurden bei fünf Mikroschaltern nacheinander folgende Schaltwege gemessen: $s = \{18, 24, 17, 19, 22\}\ \mu m$.

Anzahl Messungen in der Messreihe n	Vertrauensfaktor t						
	$(1-\alpha) =$ 68,27 %	$(1-\alpha) =$ 90,00 %	$(1-\alpha) =$ 95,00 %	$(1-\alpha) =$ 95,45 %	$(1-\alpha) =$ 99,00 %	$(1-\alpha) =$ 99,73 %	$(1-\alpha) =$ 99,98 % *
2	1,84	6,31	12,71	18,44	63,66	235,80	761,40
3	1,32	2,92	4,30	4,93	9,93	19,21	42,30
4	1,20	2,35	3,18	3,48	5,84	9,22	19,77
5	1,15	2,13	2,78	2,98	4,60	6,62	12,48
6	1,11	2,02	2,57	2,73	4,03	5,51	9,77

a) In welchem Intervall ist der nächste Messwert mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% zu erwarten?

b) Geben Sie das vollständige Messergebnis für ein Vertrauensniveau von 95% an.

Aufgabe 11.

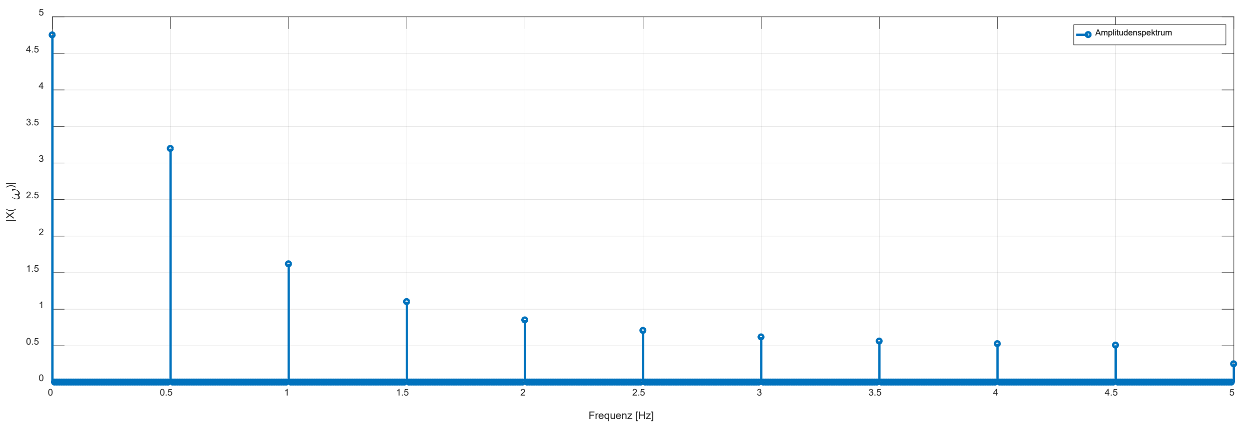
a) Welche Wahrscheinlichkeitsverteilung wird bei messtechnischen Prozessen zugrunde gelegt?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegen die Werte einer Messreihe im Intervall $\mu - 1{,}96\sigma < x < \mu + 1{,}96\sigma$?

c) Wie nennt man beim Vertrauensfaktor $t_{N,1-\alpha}$ den Term "$1-\alpha$"?

d) Um welchen Faktor verringert sich die Unsicherheit Ihres Messergebnisses, wenn Sie statt einer Einzelmessung den Mittelwert einer Serie von 9 Messungen heranziehen?

Aufgabe 12.



a) Ergänzen Sie dieses Amplitudenspektrum um die Linien, die bei Abtastung des zugrunde liegenden Signals mit der Frequenz $f_S = 5{,}2\,Hz$ hinzukämen.

b) Bei einigen Signalanteilen des obigen Spektrums tritt ein Aliaseffekt ein. Welcher dieser Signalanteile hat davon die größte Amplitude? (Frequenz <u>und</u> Aliasfrequenz angeben!)

Lösungen

Aufgabe 1

a) $E = P \cdot t = 776 \cdot 10^3\ Ws$, $P = \frac{776 \cdot 10^3\ Ws}{3600\ s} \approx 215{,}6\ W$

b) $\omega = \frac{P}{M} = \frac{776 \cdot 10^3\ Ws}{M \cdot 3600\ s} = \frac{7760\ Nm}{20\ Nm \cdot 36\ s}$, $n = \frac{\omega}{2\pi} \frac{U}{s} \cdot \frac{60\ s}{min} \approx 102{,}9\ \frac{U}{min}$

Aufgabe 2

a) Angezeigt wird der Effektivwert. Berechnung: $U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{5}\int_0^5 \left(\frac{3V}{5} \cdot t\right)^2 dt} = \cdots$ etc.

b) Grundfrequenz $f_1 = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3} s} = 200\ Hz$ und die ganzzahligen Vielfachen davon

c) $q \approx 4{,}89\ mV$

Aufgabe 3

a) $\omega \approx 15{,}71 \cdot 10^3\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta T}{T} = 1\%$, $\Delta\omega \approx 157 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

b) $|\varphi| = \frac{\Delta t}{T} \cdot 360° = 45° = \frac{\pi}{4}$

Aufgabe 4

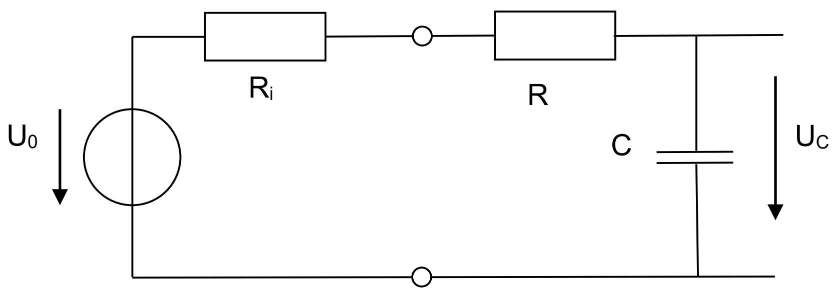
zunächst: $\tau = \frac{1}{\omega_B} = \frac{1}{2\pi \cdot 200\ MHz} \approx 0{,}796\ ns$,

dann: $t_r = t_{10/90} = \tau \cdot \ln 9 \approx 1{,}75\ ns$ (Herleitung siehe Anhang im Versuch OSZ)

Aufgabe 5

$R_i = 250\ \Omega \pm 5\ \Omega$, $R = 1000\ \Omega \pm 10\ \Omega$, $\tau = 1{,}025\ ms \pm 0{,}02\ ms$

a) Schaltung



b) Wert und Unsicherheit der Kapazität C.

$\tau = RC$, hier: Summe der beiden Widerstände

$C = \frac{\tau}{R + R_i} = \frac{1{,}025\ ms}{1250\ \Omega} \approx 820\ nF$

$\frac{\Delta C}{C} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\tau}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R_G}{R_G}\right)^2}$

$\Delta R_G = \sqrt{(\Delta R)^2 + (\Delta R_i)^2} = \sqrt{100 + 25}\ \Omega \approx 11{,}2\ \Omega$,

$\frac{\Delta C}{C} = \sqrt{\left(\frac{0{,}02}{1{,}025}\right)^2 + \left(\frac{11{,}2}{1250}\right)^2} \approx 0{,}0215$, $\Delta C \approx 17{,}6\ nF$

Aufgabe 6

a) $\hat{U}_a = |G(j\omega)| \cdot \hat{U}_e = \frac{0{,}008\omega}{\sqrt{1+(0{,}002\omega)^2}} \cdot \hat{U}_e = \frac{0{,}008 \cdot 300}{\sqrt{1+(0{,}002 \cdot 300)^2}} \cdot 1V = \frac{2{,}4}{\sqrt{1{,}36}} \cdot 1V \approx 2{,}06\,V$

b) $G(j\omega) = \frac{j\omega \cdot 0{,}008}{1+j\omega \cdot 0{,}002} = 4 \cdot \frac{j\omega/500}{1+j\omega/500}$ ist der Frequenzgang eines Hochpasses mit Grenzfrequenz $\omega_g = 500\frac{rad}{s}$ und Verstärkung 4. Diese tritt bei hohen Frequenzen auf: $|G(j\omega)|_{max} = \lim_{\omega\to\infty} G(j\omega) = 4$.

Aufgabe 7

a) $I_1 = \frac{U_1 - U_-}{R}$, $U_- = U_+ = 0$, also $I_1 = \frac{U_1}{R}$

b) $I_1 = I_a + I_-$, $I_- \approx 0$, also $I_1 = I_a = \frac{\underline{U}_1}{R} = -\frac{\underline{U}_a}{Z_{RC}}$ mit $Z_{RC} = \frac{\frac{R}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}$, also

$\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_1} = -\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}} = -\frac{1}{1+j\omega RC}$

c) $I_e = I_C + I_1$, also $\frac{\underline{U}_e - \underline{U}_1}{R} = j\omega 2C \cdot \underline{U}_1 + \frac{\underline{U}_1}{R}$, also $\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_e} = \frac{1}{2(1+j\omega RC)}$.

d) $G(j\omega) = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_e} \cdot \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_1} = \left(\frac{1/2}{1+j\omega RC}\right) \cdot \left(-\frac{1}{1+j\omega RC}\right) = -\frac{1/2}{(1+j\omega RC)^2}$.

Wegen $G(\omega \to 0) = \frac{1}{2}$ und $G(\omega \to \infty) = 0$ ist das ein Tiefpass.

Aufgabe 8

a) $U_{lin}(\vartheta) = U(0°C) + \frac{U(100°C) - U(0°C)}{100°C}\vartheta = \frac{8V+2V}{100°C}\vartheta = 0{,}1\frac{V}{°C} \cdot \vartheta$

b) $E(\vartheta = 80°C) = \left.\frac{dU}{d\vartheta}\right|_{\vartheta=80°C} = 0{,}08\frac{V}{°C} + 2 \cdot 0{,}0002\frac{V}{°C^2} \cdot 80°C = 0{,}112\frac{V}{°C}$

$E_{lin} = 0{,}1\frac{V}{°C}$, Relative Abweichung: $\frac{\Delta E}{E} = \frac{E(80°C) - E_{lin}}{E(80°C)} \approx 0{,}107 = 10{,}7\%$

Aufgabe 10

a) Mittelwert $\bar{s} = 20\,\mu m$, Standardabweichung $s_s \approx 2{,}92\,\mu m$. $t_{5,99} = 4{,}6$, also liegt der nächste Wert voraussichtlich zu 99% im Intervall $\bar{s} - 4{,}6 s_s < s < \bar{s} - 4{,}6 s_s$

$\Leftrightarrow$ $6{,}589\,\mu m < s < 33{,}41\,\mu m$

b) $\Delta s = \frac{1}{\sqrt{5}}\, t_{5,95} \cdot s_s \approx 3{,}625\,\mu m$ mit $t_{5,95} = 2{,}78$

$\hat{s} = (20 \pm 3{,}63)\mu m$, $\quad (1-\alpha) = 0{,}95$

Aufgabe 11

Antworten: Normalverteilung / 95% / Vertrauensniveau / Faktor 3

Aufgabe 12

a) Einzutragen sind Linien (passender Amplitude) bei 0,2 / 0,7 / 1,2 / 1,7 / 2,2 / 2,7 / 3,2 / 3,7 / 4,2 und 4,7

b) Signalanteile mit $f > f_S/2$ verursachen einen Aliaseffekt. Die größte Amplitude gibt es dabei bei $f = 3\,Hz$. Die Aliasfrequenz ist $f_{3,alias} = f_S - 3\,Hz = 2{,}2\,Hz$.