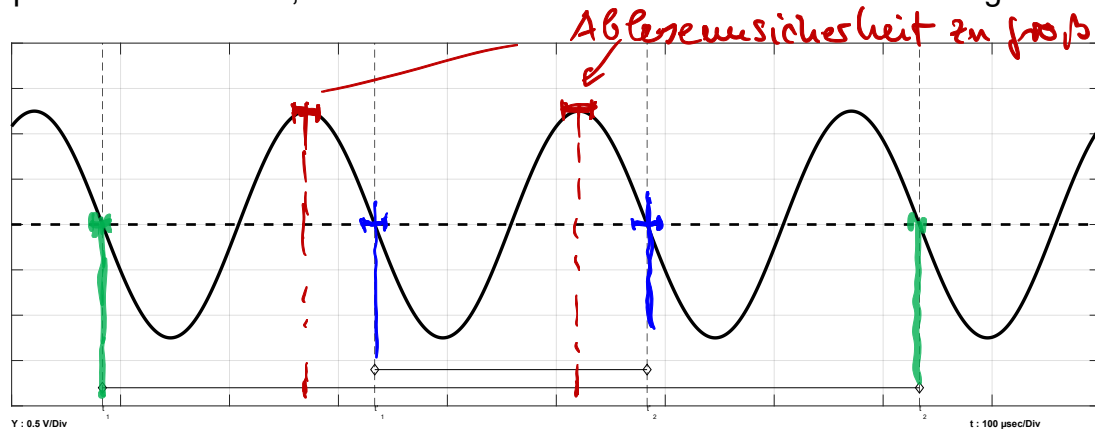


### 4.3 Vorgehen bei Messungen

Beim Messen geht es immer darum, Messergebnisse mit der geringst möglichen Messunsicherheit zu erzielen.

#### 4.3.1 Mitteln, wenn möglich

Beispiel: Periodendauer, wenn der Bildschirm mehrere Perioden eines Signals zeigt.



Man stellt z. B. fest, dass die Cursor sich nur mit einer Unsicherheit von  $\pm \frac{1}{20}$  Div entsprechend  $\Delta t_i = 5 \mu s$  einstellen lassen.

Im Protokoll sieht das dann so aus:

Vorgehensweise 1 (nicht optimal):

Eine Periode:  $T = t'_2 - t'_1$ ,  $t'_1 = 330 \mu s \pm 5 \mu s$ ,  $t'_2 = 580 \mu s \pm 5 \mu s$

Vorgehensweise 2 (besser):

Drei Perioden:  $3T = t_2 - t_1$ ,  $t_1 = 85 \mu s \pm 5 \mu s$ ,  $t_2 = 835 \mu s \pm 5 \mu s$

Die Auswertung ergibt dann:

Fall 1:

$$T = 580 \mu s - 330 \mu s \pm \sqrt{5^2 + 5^2} \mu s$$

$$T \approx (250 \pm 7) \mu s$$

Fall 2:

$$3T = 835 \mu s - 85 \mu s \pm \sqrt{5^2 + 5^2} \mu s \approx 750 \mu s \pm 7 \mu s$$

$$T \approx (250 \pm 2,4) \mu s$$

*Fehlerfortpflanzung (siehe unten)*

$$T = \frac{750 \mu s \pm 7 \mu s}{3} \Rightarrow \Delta T = \frac{7}{3} \mu s$$

Das Ergebnis hat bei der Vorgehensweise 2 also eine deutlich geringere Unsicherheit.

Ähnlich ist beim Ermitteln einer Stufenhöhe vorzugehen, wenn mehrere gleiche Stufen abgebildet sind.

### 4.3.2 Messunsicherheiten abschätzen

Das obige Beispiel demonstriert auch den Umgang mit Messunsicherheiten:

- bei jeder Messung Ableseunsicherheiten abschätzen und im Protokoll notieren,
- in der Auswertung nachvollziehbar machen, wie Sie abgeschätzt haben und zusätzlich Gerätetoleranzen einbeziehen
- dabei die Gesetze der Fehlerfortpflanzung anwenden.

#### Rechenregeln für einfache Fälle der Fehlerfortpflanzung

$m_1$  und  $m_2$  seien Messwerte, die mit Unsicherheiten  $\Delta m_1$  und  $\Delta m_2$  behaftet sind.

$M$  sei ein daraus berechnetes Messergebnis. Dann erhält man die Unsicherheit von  $M$  wie folgt:

- 1.) Addition und Subtraktion der Messwerte

$$M = m_1 \pm m_2 \quad \Delta M = \sqrt{\Delta m_1^2 + \Delta m_2^2}$$

Wurzel aus Quadratsumme der **absoluten** Messabweichungen.

- 2.) Multiplikation mit einem konstanten Faktor

$$M = k_1 \cdot m_1 \pm k_2 \cdot m_2 \quad \Delta M = \sqrt{(k_1 \cdot \Delta m_1)^2 + (k_2 \cdot \Delta m_2)^2}$$

- 3.) Multiplikation der Messwerte

$$M = m_1 \cdot m_2 \quad \frac{\Delta M}{M} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_1}{m_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_2}{m_2}\right)^2}$$

Wurzel aus Quadratsumme der **relativen** Messabweichungen.

- 4.) Division der Messwerte

$$M = \frac{m_1}{m_2} \quad \frac{\Delta M}{M} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_1}{m_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_2}{m_2}\right)^2}$$

Wurzel aus Quadratsumme der **relativen** Messabweichungen.

Insbesondere hat der **Kehrwert** eines Messwerts **die gleiche relative Abweichung** wie der Messwert selbst.

Sind die Messergebnisse nicht das Resultat so einfacher Rechenoperationen, so muss die Fehlerfortpflanzungsrechnung mit den Methoden der Differentialrechnung mit mehreren Variablen durchgeführt werden.

Darauf kommen wir später zurück.

Typische Datenblattangabe  $\Delta R = 0,5 \% \text{ v.M.} + 10 \text{ D}$

"D" = "Digit" = Wertigkeit der letzten Anzeigenziffer = Auflösung