Klausur ELMESS, Studiengang TI/DSI, 29.3.2023

Bearbeitungszeit: 90 Minuten, als Hilfsmittel ist nur ein einfacher Taschenrechner zugelassen.

Volle Punktzahl gibt es nur für korrekte Lösungen mit vollständig nachvollziehbarem Lösungsweg. Ergebnisse von Rechnungen sind so weit wie sinnvoll möglich zu vereinfachen.

Name, Vorname: **Matr.-Nr.:**

Aufgabe 1. (2+1+2 = 5 P)

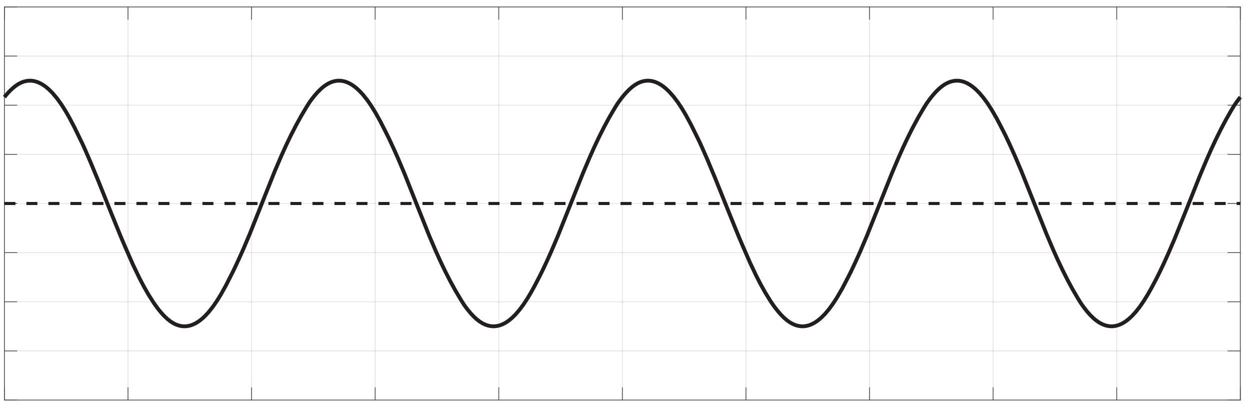
a) Geben Sie unter Verwendung der bekannten Beziehungen für Energieeinheiten die Einheit der magnetischen Kraftflussdichte 1 Tesla (= $\frac{1\,Vs}{m^2}$) in SI-Basiseinheiten an.

b) Welche Naturkonstante wird seit 2019 zur Definition der Einheit "kg" herangezogen?

c) Im Labor wird ein Signal mit 10 kHz abgetastet. Die Samplezahl beträgt zunächst 1000 und wird danach auf 10000 erhöht. Das zielt auf die Darstellung des Spektrums. Welche Änderung ergibt sich dort durch diese Erhöhung?

Aufgabe 2. (5 P)

Ermitteln Sie messtechnisch fachgerecht – also z.B. wie in "*ELMESS-Labor_Regularien und Hinweise_2022.pdf*" dargestellt – aus dem abgebildeten Oszillogramm die Periodendauer T. Bestimmen Sie damit die Frequenz f des Signals einschließlich der Unsicherheit Δf.



Aufgabe 3. (1+3+1+4 = 9 P)

An einer Spannungsquelle, an die ein variabler Lastwiderstand angeschlossen ist, wurden an der Last bei zwei verschiedenen Strömen I_1 und I_2 die Spannungen U_1 und U_2 gemessen.

a) Skizzieren Sie das ESB (Spannungsquelle mit Innenwiderstand und Lastwiderstand)

b) Leiten Sie die Gleichung der Leerlaufspannung U_0 in Abhängigkeit von I_1, I_2, U_1, U_2 her.

c) Geben Sie U_0 für die Messwerte $U_1 = 11\,V$ bei $I_1 = 2\,A$ und $U_2 = 9{,}5\,V$ bei $I_2 = 5\,A$ an.

d) Wie groß ist dabei die relative Unsicherheit von U_0, wenn die Ströme als exakt angesehen werden können, die Spannungsmessungen aber eine relative Unsicherheit von 1% aufweisen?

Aufgabe 4. (2+5+3 = 10 P)

Ein Signalgenerator mit dem Innenwiderstand $R_i = 90\ \Omega\ \pm 5\ \Omega$ liefert im Leerlauf eine ideale Rechteckspannung U_S. Es wird ein RC-Tiefpass mit dem Widerstand $R = 270\ \Omega\ \pm 5\ \Omega$ angeschlossen und dessen Ausgangssignal oszilloskopiert. Aus der am Oszilloskop dargestellten Sprungantwort wird die Zeitkonstante $\tau = 9{,}72\ ms\ \pm 0{,}1\ ms$ ermittelt.

a) Skizzieren Sie das ESB der Schaltung mit den gegebenen bzw. plausibel gewählten Bezeichungen für die Bauteile und die relevanten Spannungen.

b) Bestimmen Sie den Wert und die Unsicherheit der Kapazität C.

c) Skizzieren Sie den Verlauf der Eingangsspannung des RC-Tiefpasses beim Sprung des Rechtecksignals von 0V auf 5V. Der Sprung sei bei $t = 0\ ms$. Die Zeitachse soll bis $50\ ms$ reichen

Aufgabe 5. (7 P)

Das Signal $u(t) = 2\ V \cos(10\pi \cdot t) + 6\ V \cos^2(20\pi \cdot t)$ wird mit der Frequenz $f_S = 30\ Hz$ abgetastet. Skizzieren Sie das DFT-Betragsspektrum dieses abgetasteten Signals (Frequenzen 0 bis f_S). Hinweis: $\cos^2(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2x)$

Tritt hier ein Aliaseffekt auf? Wenn ja, nennen Sie die Original- und die Aliasfrequenz(en).

Aufgabe 6. (3+3+2+2 = 10 P)

Ein Ohmmeter mit der Toleranzangabe "$\Delta R = 0{,}5\%\ v.M. + 10D$", dessen Display 4 Ziffern hat, wird im 10kΩ-Messbereich (0-9999) benutzt, um folgende Messreihe eines NTC-Widerstands aufzunehmen:

Messung Nr.	1	2	3	4
R_{NTC} [Ω]	2400	2550	2600	2450

a) Bestimmen Sie den Mittelwert und dann mit diesem die zu berücksichtigende systematische Abweichung ΔR_M des Ohmmeters.

b) Bestimmen Sie die durch zufällige Abweichungen verursachte Messunsicherheit ΔR_N bezogen auf ein Vertrauensniveau von 95%. (Hinweis: $t_{4,95} = 3{,}18$)

c) Wie lautet das vollständige Messergebnis?

d) Ändert sich die Messunsicherheit aus b), wenn zwar eine weitere Messung durchgeführt wird, deren Wert aber die statistische Standardabweichung nicht ändert? Begründen Sie Ihre Antwort.

Gesamtpunktzahl: 46 P.

Lösungen

Aufgabe 1. (2+1+2 = 5 P)

a) 1 Tesla = $\frac{1\,Vs}{m^2} = \frac{1Ws}{Am^2} = \frac{1Nm}{Am^2} = \frac{1N}{Am} = \frac{1kgm}{Ams^2} = \frac{1kg}{As^2}$

b) das Plancksche Wirkungsquantum h ist die Grundlage der Neudefinition des "kg"

c) Die Messzeit wird um den Faktor 10 von $0{,}1\ s$ auf $1\ s$ erhöht. Damit verbessert sich die <u>Auflösung des Spektrums</u> um den Faktor 10 von $\Delta f = 10\ Hz$ auf $\Delta f = 1\ Hz$

Aufgabe 2. (5 P)

Anfang und Ende eines Abschnitts mit mehreren Perioden messen, z. B. $T = \frac{T_2 - T_1}{3}$, wobei

$T_2 = 830 \pm 5\ \mu s$, $T_1 = 80 \pm 5\ \mu s$, $T_2 - T_1 = 750\ \mu s$, $\Delta(T_2 - T_1) \approx 7{,}1\ \mu s$,

$T = \frac{T_2 - T_1}{3} = 250\ \mu s$, $\Delta T = \frac{\Delta(T_2 - T_1)}{3} \approx 2{,}4\ \mu s$.

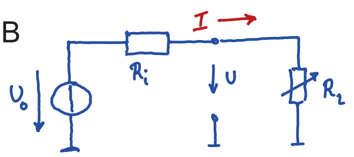
$f = \frac{1}{T} = 4\ kHz$, $\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta T}{T} = \frac{2.4}{250} = 0{,}96$,

$\Delta f = 0{,}0096 \cdot 4000\ Hz = 38{,}4\ Hz$

Aufgabe 3. (1+3+1+4 = 9 P)

$U_1 = 11\ V$ bei $I_1 = 2\ A$ und $U_2 = 9{,}5\ V$ bei $I_2 = 5\ A$.

a) ESB



b) Es gilt: $U_1 = U_0 - R_i \cdot I_1$, $U_2 = U_0 - R_i \cdot I_2$, $R_i = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1}$ und damit

$$\boldsymbol{U_0} = U_1 + R_i \cdot I_1 = \frac{\boldsymbol{U_1 I_2 - U_2 I_1}}{\boldsymbol{I_2 - I_1}}$$

c) $U_0 = \frac{11 \cdot 5 - 9{,}5 \cdot 2}{5 - 2}\ V = 12\ V$

d) $U_0 = \frac{5}{3} U_1 - \frac{2}{3} U_2$, $\Delta U_0 = \sqrt{\left(\frac{5}{3}\Delta U_1\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\Delta U_2\right)^2}$ etc. oder alternativ

$$\Delta U_{01} = \left|\frac{\partial U_0}{\partial U_1}\Delta U_1\right| = \left|\frac{I_2}{I_2 - I_1}\Delta U_1\right| = \frac{5}{3} \cdot 0{,}11\ V \approx 0{,}183\ V$$

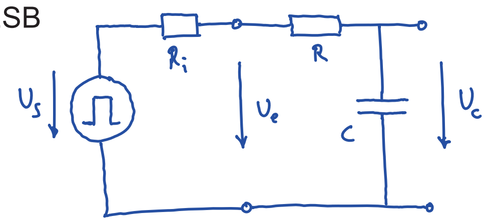
$$\Delta U_{02} = \left|\frac{\partial U_0}{\partial U_2}\Delta U_2\right| = \left|\frac{-I_1}{I_2 - I_1}\Delta U_2\right| = \frac{2}{3} \cdot 0{,}095 \approx 0{,}063\ V$$

$$\Delta U_0 \approx \sqrt{(0{,}183\ V)^2 + (0{,}063\ V)^2} \approx 0{,}194\ V\ ,\quad \frac{\Delta U_0}{U_0} = \frac{0{,}194\ V}{12\ V} \approx 0{,}0162 = 1{,}62\%$$

Aufgabe 4. (2+5+3 = 10 P)

Signalgenerator $R_i = 90\ \Omega\ \pm 5\ \Omega$, RC-Tiefpass mit $R = 270\ \Omega\ \pm 5\ \Omega$, Sprungantwort mit Zeitkonstante $\tau = 9{,}72\ ms\ \pm 0{,}1\ ms$.

a) ESB



b) $\tau = R_{Ges} \cdot C$

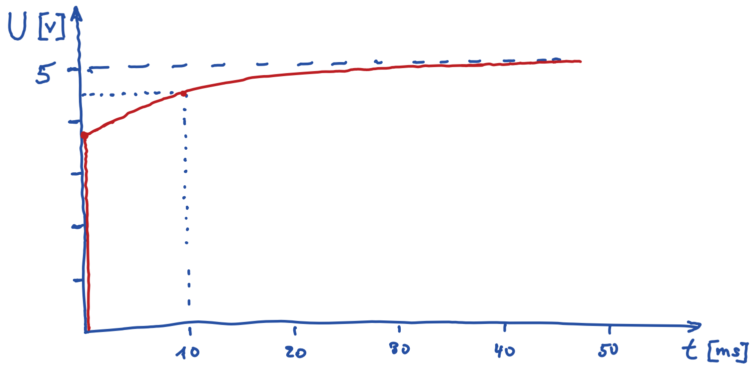
$$C = \frac{\tau}{R_i + R} = \frac{9{,}72 \cdot 10^{-3} s}{360\ \Omega} \approx 27\ \mu F$$

$$\Delta R_{Ges} = \sqrt{25 + 25}\ \Omega \approx 7{,}07\ \Omega$$

$$\frac{\Delta C}{C} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\tau}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R_{Ges}}{R_{Ges}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0{,}1}{9{,}72}\right)^2 + \left(\frac{7{,}07}{360}\right)^2} \approx 2{,}22\%$$

$$\Delta C = \frac{2{,}22}{100} \cdot 27\mu F \approx 0{,}599\ \mu F$$

c) Wie in den Versuchen OSZ und DAQ-USB: Im Sprungzeitpunkt $t = 0$ ist der Kondensator entladen ($U_C = 0V$). U_e springt also bei $t = 0$ auf den Wert, der sich aus dem Spannungsteiler R_i/R ergibt: $U_e(0) = \frac{270}{360} \cdot 5V = 3{,}75V$. Anschließend folgt ein Sättigungsverlauf bis zur vollen Höhe, wobei $U_e(\tau) \approx 0{,}63 \cdot (5V - 3{,}75V) \approx 4{,}54\ V$.



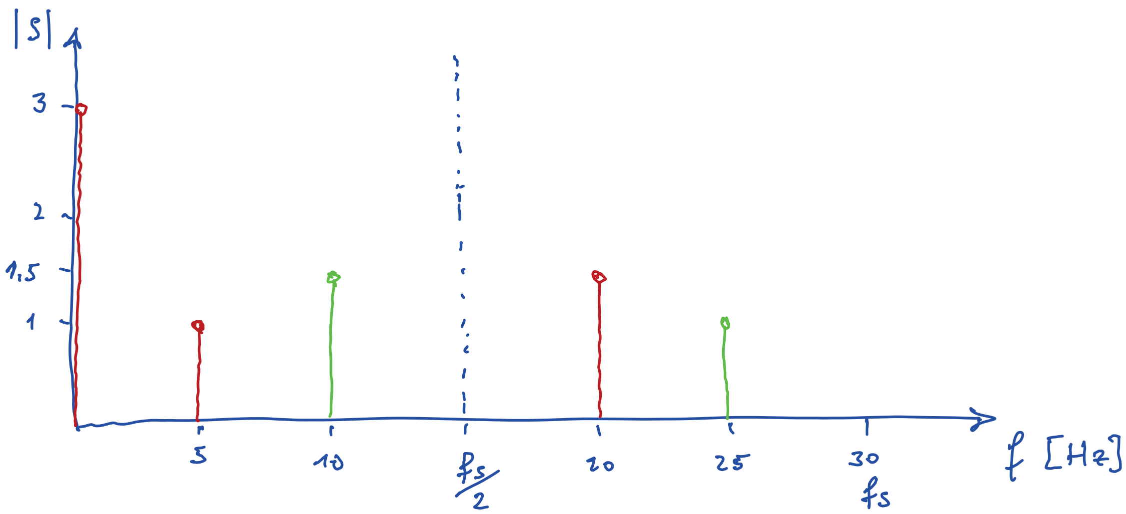
Aufgabe 5. (7 P)

$u(t) = 2\ V \cos(10\pi \cdot t) + 6\ V \cos^2(20\pi \cdot t)$, $f_S = 30\ Hz$

Betragsspektrum im Frequenzbereich $0 \leq f \leq f_S$

- Signalfrequenzen **0, 5, 20 Hz**, zugehörige Amplituden: **3, 1, 1,5**
- Aliasfrequenzen **10, 25 Hz**, Amplituden: **1,5 , 1**

Aliaseffekt bei $f = 20\ Hz$ mit $f_{Alias} = 10\ Hz$



Aufgabe 6. (3+3+2+2 = 10 P)

Ohmmeter mit der Toleranz "$\Delta R = 0{,}5\%\ v.M. + 10D$", Display 4 Ziffern, Messbereich (0-9999)

Messung Nr.	1	2	3	4
R_{NTC} [Ω]	2400	2550	2600	2450

a) Mittelwert und systematische Messunsicherheit "$\Delta R = 0{,}5\%\ v.M. + 10D$"

$$\bar{R} = \frac{10k\Omega}{4} = 2500\ \Omega$$

$$\Delta R_M = \frac{0{,}5}{100} \cdot 2500\ \Omega + 10 \cdot 1\Omega \approx \mathbf{22{,}5\ \Omega}$$

b) Statistische Standardabweichung und Messunsicherheit, $t_{4,95} = 3{,}18$

$$s_R^2 = \frac{1}{3}(10^4 + 2500 + 10^4 + 2500) = \frac{25000}{3} \approx 8333\ \Omega^2$$

$$s_R \approx 91{,}3\ \Omega$$

$$\Delta R_N = \frac{1}{2} \cdot 3{,}18 \cdot 91{,}3\ \Omega \approx \mathbf{145{,}15\ \Omega}$$

c) vollständiges Messergebnis

$$\Delta R_{ges} = \sqrt{145^2 + 22{,}5^2}\ \Omega \approx \mathbf{146{,}9\ \Omega}$$

$$\hat{R} = 2500\ \Omega \pm 147\ \Omega\,, \quad (1-\alpha) = 0{,}95$$

d) Aufgrund der weiteren Messung ist bei R_N mit $t_{5,95}$ zu rechnen und mit $\frac{1}{\sqrt{5}}$ statt $\frac{1}{2}$. Beides führt zu weiterer Verringerung der Unsicherheit.