Temperaturmessung mit verschiedenen Sensoren und Messverfahren

Labor: Grundlagen der Elektrischen Messtechnik

Wintersemester 2021/2022

Versuchs Bezeichnung:	TEMP
Versuchs Datum:	24.01.2022
Abgabedatum:	07.02.2022
Protokollführer:	-
Beteiligte:	Alexej Kravtschenko (5057533) Wilfrid Leyo Tajo Talla (5137536)
Laborleitung / - Betreuung:	Prof. Dr.-Ing. Manfred Mevenkamp M.Sc.-Phys. Hendrik Sander

1.1 Pt-100 und NTC mit Multimeter (Alexej)

1.1.1 RTD-Messung

In diesem Abschnitt der Auswertung wurde das Messgerät „METRAHIT TRMS-Digital-Multimeter“ verwendet. Mit diesem Gerät ist eine präzise Widerstandsmessung möglich, allerdings fällt dabei die Temperaturmessung relativ kurz bei Temperaturen, die gegen null gehen. Diese Unsicherheit hängt von dem Konstanten Wert $15D$ ≙ 1,5°C ab, der bei jeder Messung dazu addiert wird.

Die gemessene Temperatur ϑ_m des Pt-100 Sensors hat den folgenden Wert: $\vartheta_m = 21{,}6°\,C$

Bei der Temperaturmessung entstehen Unsicherheiten, die vom Multimeter sowie auch vom Sensor erzeugt werden. Dabei wurde die Toleranzklasse AA des Sensors betrachtet, die mit der folgenden Grenzabweichung behaftet ist: $\pm(0{,}1 + 0{,}0017 \cdot |t|)$

$$\textit{absolute Unsicherheit Pt}100\ \Delta\vartheta_{m2}:\ \pm(0{,}1 + 0{,}0017 \cdot |t|)$$

$$\Delta\vartheta_{m2} = \pm(0{,}1 + 0{,}001\,|21{,}6°\,C|) = 0{,}13024\,°C$$

Die Unsicherheit des Multimeters kann durch die folgenden Angaben aus dem Datenblatt bestimmt werden: $\pm(0{,}3\% \cdot MW + 15D)$

$$\textit{absolute Unsicherheit Multimeter}: \Delta\vartheta_{m1} = \pm\left(0{,}3\% \cdot \vartheta_m + 15D\right)$$

$$\Delta\vartheta_{m1} = \pm(0{,}003 \cdot 21{,}6°\,C + 15 \cdot 0{,}1°\,C) = 1{,}565\,°C$$

Durch die Betrachtung der beiden Unsicherheiten kann die absolute Gesamtunsicherheit ermittelt werden und somit auch alle dazugehörigen Unsicherheiten.

$$\textit{absolute gesamt Unsicherheit}:\ \Delta\vartheta_{ges} = \sqrt{\Delta\vartheta_{m1}^{\,2} + \Delta\vartheta_{m2}^{\,2}}$$

$$\Delta\vartheta_{ges} = \sqrt{(1{,}565°\,C)^2 + (0{,}13024°\,C)^2} = 1{,}57°\,C$$

$$\textit{relative Unsicherheit}:\ \frac{\Delta\vartheta_{ges}}{\vartheta_{ges}} = \frac{1{,}57°\,C}{21{,}6°\,C} = 7{,}26\%$$

$$\vartheta = 21{,}6°\,C\ (\pm 7{,}26\%)$$

1.1.2 Pt-100, Widerstand und Temperatur

In diesem Teilabschnitt werden die Unsicherheiten behandelt, die bei der Widerstandsmessung auftreten. Der dabei auftretende Wert für den Widerstand, einschließlich der Unsicherheiten, wird im Anschluss für die Bestimmung der Temperatur verwendet.

Der gemessene Widerstand hat den folgenden Wert: $R\vartheta_m = 108,45\ \Omega$

Dieser Widerstand muss mit dem behafteten Innenwiderstand Ri korrigiert werden, und somit erhält man die folgende Rechnung:

$$R_i = 0,25\ \Omega \pm 0,1\ \Omega$$

$$R_\vartheta = R\vartheta_m - R_i = 108,45\ \Omega - 0,25\ \Omega$$

$$R_\vartheta = 108,2\ \Omega$$

Die restlichen Rechnungen sind wie im Abschnitt 5.1.1 durchzuführen.

$$absolute\ Unsicherheit\ Multimeter: \Delta R_{\vartheta m} = \pm\left(0,2\% \cdot R_{\vartheta m} + 5D\right)$$

$$\Delta R_{\vartheta m} = \pm(0,002 \cdot 108,45\Omega + 5 \cdot 100m\Omega) = 0,7169\Omega$$

$$\Delta R\vartheta = \sqrt{\Delta R\vartheta_m{}^2 + \Delta Ri^2} = \sqrt{(0,7169\ \Omega)^2 + (0,1\Omega)^2} = 0,734\ \Omega$$

$$relative\ Unsicherheit: \frac{\Delta R\vartheta}{R\vartheta} = \frac{0,734\Omega}{108,2\ \Omega} = 0,0067 = 0,67\%$$

Nach der Bestimmung der auftretenden Unsicherheiten erhält man den folgenden Widerstand: $R\vartheta = 108,2\ \Omega\ (\pm\ 0,67\%)$

Sofern der Widerstand des Bauteils ermittelt wurde, lässt sich damit die entstandene Temperatur errechnen. Dafür benötigt man die (in diesem Versuch) Konstanten Bauteilwerte:
$R_0 = 100\,\Omega,\ A = 3,9083 \cdot 10-3°C^{-1},\ B = -5,775 \cdot 10-7°C^{-2}$

Diese Werte werden in die untere Formel eingesetzt, um die Temperatur zu bestimmen:

$$\vartheta_{PT100} = -\frac{A}{2B} - \sqrt{\left(\frac{A}{2B}\right)^2 - \frac{R_0 - R_\vartheta}{R_0 \cdot B}}$$

$$\vartheta_{PT100} = \frac{3,9083 \cdot 10^{-3°}C^{-1}}{2 \cdot 5,775 \cdot 10^{-7°}C^{-2}} - \sqrt{\left(\frac{3,9083 \cdot 10^{-3°}C^{-1}}{2 \cdot 5,775 \cdot 10^{-7°}C^{-2}}\right)^2 + \frac{100\,\Omega - 108,2\,\Omega}{100\,\Omega \cdot 5,775 \cdot 10^{-7°}C^{-2}}}$$

$$\vartheta_{PT100} = 21,0464\ °C$$

Laut Formel erhält man die Temperatur $21,0464°C$. Unter Anwendung der Fehlerfortpflanzungsrechnung lassen sich die vorkommenden Unsicherheiten ermitteln.

$$\Delta\vartheta_{PT100} = \frac{\partial\vartheta}{\partial R_\vartheta}\Delta R_\vartheta$$

$$\Delta\vartheta_{PT100} = -\frac{1}{2 \cdot R_0 \cdot B \cdot \sqrt{\left(\frac{A}{2B}\right)^2 - \frac{R_0 - R_\vartheta}{R_0 \cdot B}}} \cdot \Delta R_\vartheta$$

$$\Delta\vartheta_{PT100} = 0,7325\ °C$$

Wie schon im vorherigen Teilabschnitt bekannt, sind Temperaturen mit einer Toleranzklasse behaftet. Die dabei auftretenden Unsicherheiten $\Delta\vartheta_m$ lässt sich wie folgt bestimmen:

$$\Delta\vartheta_m = (0,1 + 0,0017 \cdot |t|)$$

$$\Delta\vartheta_m = (0,1 + 0,0017 \cdot |21,0464°C|) = 0,136\ °C$$

Sofern alle relevanten Unsicherheiten bestimmt sind, kann die absolute Unsicherheit für die Temperatur ermittelt werden.

$$\Delta\vartheta = \sqrt{\Delta\vartheta_m{}^2 + \Delta\vartheta_{PT100}{}^2}$$

$$\Delta\vartheta = \sqrt{(0,7325°C^2) + (0,136°C)^2} = 0,745\ °C$$

Die relative Unsicherheit sieht wie folgt aus:

$$\frac{\Delta\vartheta}{\vartheta} = \frac{0,745\ °C}{21,0464\ °C} = 0,0354 = 3,54\%$$

Für die endgültige Temperatur ist der folgende Wert festzuhalten:
$\vartheta = 21,0464\ °C\ (\pm\ 3,54\%)$

1.1.3 NTC-Temperatur

In diesem Teilabschnitt finden Rechnungen statt, die mit den vorherigen Teilabschnitten vergleichbar sind, mit dem Unterschied, dass der Sensor „NTC (negative temperature coefficient)“ verwendet wurde.

Der dabei gemessene Wert für den Temperaturabhängigen Widerstand lautet: $Rm_{NTC} = 12,238\ k\Omega$

Wie schon zuvor bekannt, muss die Unsicherheit des Messgeräts berücksichtigt werden.

$$\Delta Rm_{NTC} = (0,2\% \cdot MW + 5D)$$

$$\Delta Rm_{NTC} = (0,002 \cdot 12,238\ k\Omega + 5 \cdot 10\ \Omega) = 74,5\ \Omega$$

Als Bezugspunkt für die Temperatur Ermittlung wird die konstante Temperatur $T0 = 25\,°C$ genommen. Bei $25\,°C$ ändert sich der Widerstand auf einen Wert von $R_0 = 10\ k\Omega$. Laut Datenblatt bekommt man dabei eine Widerstandstoleranz von $\pm\ 5\%$.

$$\Delta Rt_{NTC} = Rm_{NTC}(\pm 5\%)$$

$$\Delta Rt_{NTC} = 12,238\ k\Omega \cdot 0,05 = 612\ \Omega$$

$$\Delta R_{NTC} = \sqrt{\Delta Rt_{NTC}^{\ 2} + \Delta Rm_{NTC}^{\ 2}}$$

$$\Delta R_{NTC} = \sqrt{612\Omega^2 + 74,5\Omega^2} = 616,52\ \Omega$$

$$\frac{\Delta R_{NTC}}{R_{NTC}} = \frac{616,52\ \Omega}{12238\ \Omega} = 0,05 = 5\%$$

Somit erhält man eine identische Unsicherheit, im Vergleich zu der Widerstandstoleranz.

$$R_{NTC} = 12,238\ k\Omega\ (\pm 5\%)$$

$$R_0 = 10\ k\Omega\ (\pm 5\%)$$

Laut Datenblattangabe, hat der Wert B eine Toleranz von $\pm\ 3\%$, und somit erhält man die folgende Unsicherheit: $\Delta B = 3950K \cdot 0,03 = 118,5\ K$

Jetzt, wo die Unsicherheiten der gemessenen Größen bekannt sind, lässt sich die Temperatur bestimmen.

$$\vartheta_{NTC} = \frac{B \cdot T_0}{T_0 \cdot \ln\left(\frac{R(T)}{R(T_0)}\right) + B}$$

$$\vartheta_{NTC} = \frac{3950K \cdot (25°\,C + 273,15K)}{(25°\,C + 273,15K) \cdot \ln\left(\frac{12,238\ k\Omega}{10\ k\Omega}\right) + 3950K} - 273,15K$$

$$\vartheta_{NTC} = 20,523\ °\,C$$

Unter Anwendung der Fehlerfortpflanzungsrechnung, sowie Auszügen aus dem Datenblatt, lassen sich die vorkommenden Unsicherheiten ermitteln. Dabei wird die Partielle Ableitung auf die Werte, die mit einer Unsicherheit behafteten sind, eingesetzt. Darunter fallen die folgenden Werte: $R(T)\ ,\ R(T_0)\ und\ B$

$$\Delta\vartheta_{RT0} = \frac{\partial\vartheta}{\partial R_{T0}} \cdot \Delta R_{T0}$$

$$\Delta\vartheta_{RT0} = \frac{B \cdot {T_0}^2}{R(T_0) \cdot \left(T_0 \cdot \ln\left(\frac{R(T)}{R(T_0)}\right) + B\right)^2} \cdot \Delta R_{T0}$$

$$\Delta\vartheta_{RT0} = \frac{3950K \cdot 298,15K^2}{10k\Omega \cdot \left(298,15K \cdot \ln\left(\frac{12,238k\Omega}{10k\Omega}\right) + 3950K\right)^2} \cdot 500\ \Omega$$

Die Unsicherheit für den Widerstand $R(T0)$ lautet:
$\Delta\vartheta_{RT0} = 1,0906\ K = 1.0906\ ^\circ C$

$$\Delta\vartheta_{RT} = \frac{\partial\vartheta}{\partial R_T} \cdot \Delta R_T$$

$$\Delta\vartheta_{RT} = -\frac{B \cdot {T_0}^2}{R(T) \cdot \left(T_0 \cdot \ln\left(\frac{R(T)}{R(T_0)}\right) + B\right)^2} \cdot \Delta R_T$$

$$\Delta\vartheta_{RT} = -\frac{3950K \cdot 298,15K^2}{12,238k\Omega \cdot \left(298,15K \cdot \ln\left(\frac{12,238k\Omega}{10k\Omega}\right) + 3950K\right)^2} \cdot 616,52\ \Omega$$

Die Unsicherheit für den Widerstand $R(T)$ lautet:
$\Delta\vartheta_{RT} = -\ 1.098\ K = -\ 1.098\ ^\circ C$

$$\Delta\vartheta_B = \frac{\partial\vartheta}{\partial B} \cdot \Delta B$$

$$\Delta\vartheta_B = \frac{\ln\left(\frac{R(T)}{R(T_0)}\right) \cdot {T_0}^2}{\left(T_0 \cdot \ln\left(\frac{R(T)}{R(T_0)}\right) + B\right)^2} \cdot \Delta B$$

$$\Delta\vartheta_B = \frac{\ln\left(\frac{12,238\ k\Omega}{10\ k\Omega}\right) \cdot 298,15K^2}{\left(298,15K \cdot \ln\left(\frac{12,238\ k\Omega}{10\ k\Omega}\right) + 3950K\right)^2} \cdot 118,5K$$

Die Unsicherheit für den Wert B lautet:
$\Delta\,\vartheta_B = 0{,}1316\ {}^\circ C$

Jetzt, wo alle relevanten Einflüsse, auf die Temperatur ermittelt wurden, kann die absolute- und relative Unsicherheit bestimmt werden.

$$\frac{\Delta\,\vartheta}{\vartheta} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\,\vartheta_B}{\boldsymbol{B}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\,\vartheta_{RT0}}{\vartheta_{RT0}}^2\right) + \left(\frac{\Delta\,\vartheta_{RT}}{\vartheta_{RT}}^2\right)}$$

$$\frac{\Delta\,\vartheta}{\vartheta} = \sqrt{\left(\frac{118{,}5K}{3950K}\right)^2 + \left(\frac{1{,}0906^\circ\,C}{25^\circ\,C}\right)^2 + \left(\frac{-\,1{,}098^\circ\,C}{20{,}523^\circ\,C}\right)^2}$$

$$relative\ Unsicherheit: \frac{\Delta\,\vartheta}{\vartheta} = 0{,}0753 = 7{,}53\%$$

$$absolute\ Unsicherheit:\ \Delta\,\vartheta = 1{,}545\ {}^\circ C$$

Für den endgültigen Messwert erhält man die folgende Temperatur:
$\vartheta_{NTC} = 20{,}523\ {}^\circ C\ (\pm 7{,}53\%)$

1.2 Automatisierte Messung (Wilfrid)

1.2.1 Auswertung Pt-100

In diesem Teil sollte zunächst die Unsicherheit ΔR_{pt100} des Widerstands, der bei einem Durchlauf des VI angezeigt wurde, mittels Fehlerfortflanzung berechnen.

Der Widerstand R_{pt100} hat den Wert: $R_{pt100} = 107,75\Omega$

Dessen Vorwiderstand aus der Messung mit dem Multimeter ist $R_{Vpt100} = 1,001k\Omega$ und die Unsicherheit dieses Widerstands lässt sich durch die folgenden Angaben aus dem Datenblatt bestimmen: $\pm(0,1\% \cdot MW + 5D)$

Die absolute Unsicherheit $\Delta Rv_{pt100} = \pm(0,2\% \cdot 1,001k\Omega + 5D) = 2,502\Omega$

Die relative Unsicherheit $\frac{\Delta R_{Vpt100}}{R_{Vpt100}} = \frac{2,502\Omega}{1001\Omega} = 0,0025 = 0,25\%$

Danach sollte die Unsicherheiten der Messspannungen mittels Anhang B berechnet werden. Dafür vernachlässigen wir etwaige temperaturbedingte Abweichungen, aber mit einer Mittelung über 100 Werte und wir berücksichtigen dazu einen Linearitätsfehler (INL) in Höhe von 76 ppm.

Die gemittelten Messwerte seien $U_0 = 1V \; und \; U_M = 0,11V$ und die haben im Messbereich $\pm 0,2V$ eine Toleranz, die sich aus "Gain Error", "Offset Error" (+INL) und "Noise" wie folgt ergeben:

$$\Delta U_0 = \frac{135.10^{-6} \cdot 1V + (40 + 76) \cdot 10^{-6} \cdot 0,2V + 3 \cdot 13\mu V}{10} \approx 19,72\mu V$$

$$\Delta U_M = \frac{135.10^{-6} \cdot 0,11V + (40 + 76) \cdot 10^{-6} \cdot 0,2V + 3 \cdot 13\mu V}{10} \approx 7,7\mu V$$

Aus Vorbereitung 2.3 lässt sich der Widerstand R_{pt-100} wie folgt berechnen:

$$R_{pt100} = \frac{R_{Vpt100} \cdot U_M}{U_0 - U_M}$$

Daraus kann die Unsicherheit ΔR_{pt100} mittels Fehlerfortpflanzung folgendes berechnet werden:

$$\Delta R_{pt100_{R_{Vpt100}}} = \left| \frac{\partial R_{pt100}}{\partial R_{Vpt100}} \cdot \Delta R_{Vpt100} \right| = \frac{U_M \cdot \left(U_0 - U_M \right)}{\left(U_0 - U_M \right)^2} \cdot \Delta R_{Vpt100}$$

$$\Delta R_{pt100_{R_{Vpt100}}} = \frac{0,11V \cdot (1V - 0,11V)}{(1V - 0,11V)^2} \cdot 2,502\Omega = 0,31\Omega$$

$$\Delta R_{pt100_{U_M}} = \left| \frac{\partial R_{pt100}}{\partial U_M} \cdot \Delta U_M \right| = \frac{R_{Vpt100} \cdot \left(U_0 - U_M \right) + R_{Vpt100} \cdot U_M}{\left(U_0 - U_M \right)^2} \cdot \Delta U_M$$

$$\Delta R_{pt100_{U_M}} = \frac{1001\Omega \cdot (1V - 0,11V) + 1001\Omega \cdot 0,11V}{(1V - 0,11V)^2} \cdot 7,7\mu V = 9,73m\Omega$$

$$\Delta R_{pt100_{U_0}} = \left| \frac{\partial R_{pt100}}{\partial U_0} \cdot \Delta U_0 \right| = - \frac{R_{Vpt100} \cdot U_M}{\left(U_0 - U_M \right)^2} \cdot \Delta U_0$$

$$\Delta R_{pt100_{U_0}} = - \frac{1001\Omega \cdot 0,11V}{(1V - 0,11V)^2} \cdot 19,72\mu V = -2,74m\Omega$$

$$\Delta R_{pt100} = \sqrt{\Delta R_{pt100_{R_{Vpt100}}}^2 + \Delta R_{pt100_{UM}}^2 + \Delta R_{pt100_{U_0}}^2}$$

$$\Delta R_{pt100} = \sqrt{(0,31\Omega)^2 + (9,73m\Omega)^2 + (-2,74m\Omega)^2} = 0,31\Omega$$

$$Relative\ Unsicherheit: \frac{\Delta R_{pt100}}{R_{pt100}} = \frac{0,31\Omega}{107,75\Omega} = 0,0029 = 0,29\%$$

Unter Anwendung der Fehlerfortpflanzungsrechnung, sowie aus ΔR_{pt100}, lässt sich die zugehörige Unsicherheit eines Einzelmesswertes der Temperatur wie folgt berechnen:

Entnommen wird $19,90°C$ aus den Messwerten der Temperatur. Dies entspricht genau einen Messwert der Temperatur aus Labview. Gemäß Fehlerfortpflanzungsrechnung lässt sich die folgende Unsicherheit bestimmen.

$$\Delta \vartheta_{pt100} = \frac{\partial \vartheta}{\partial R_{pt100}} \Delta R_{pt100}$$

$$\Delta \vartheta_{pt100} = - \frac{1}{2 \cdot R_0 \cdot B \cdot \sqrt{\left(\frac{A}{2B}\right)^2 - \frac{R_0 - R_{pt100}}{R_0 \cdot B}}} \cdot \Delta R_{pt100}$$

$$\Delta \vartheta_{pt100} = - \frac{1}{2 \cdot 100\Omega \cdot -5,775 \cdot 10^{-7°} C^{-2} \sqrt{\left(\frac{3,9083 \cdot 10^{-3°} C^{-1}}{2 \cdot -5,775 \cdot 10^{-7°} C^{-2}}\right)^2 - \frac{100\Omega - 107,5\Omega}{100\Omega \cdot -5,775 \cdot 10^{-7°} C^{-2}}}} \cdot 0,31\Omega$$

$$\Delta \vartheta_{pt100} = 0,8° C$$

Aus den 5 Temperaturmesswerten sollte hier die zufällige Messunsicherheit der Temperatur für ein Vertrauensniveau von 95% bestimmt werden:

Nr: n	ϑ_{pt100_k} (°C)
1	20,09
2	20,36
3	20,35
4	20,33
5	20,44

Um eine zufällige Messunsicherheit der Temperatur zu bestimmen, nehmen wir den statische Mittelwert. Dies ergibt sich:

$$\overline{\vartheta}_{pt100_k} = \frac{1}{5} \sum_{n=1}^{5} \vartheta_n = 20,31° C$$

Die statistische Standardabweichung lässt ebenfalls wie folgt bestimmen:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^{N} \left(\vartheta_n - \overline{\vartheta}_{pt100_k} \right)^2} = 0,132° C$$

ergibt sich dann hier $s \approx 0,13°C$

Dies ist ein Maß für die Größe der zufälligen Messabweichungen einer Messung. Die Messunsicherheit bezieht sich auf das Vertrauensniveau $(\alpha - 1)$ von 95% und diese lässt sich aus der Standardabweichung ermitteln:

$$\Delta\vartheta_{pt100_k} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot t_{n,1-\alpha} \cdot s$$

Aus der Tabelle der Vertrauensfaktoren nach DIN 1319 kann den Vertrauensfaktor $t_{5,95} = 2,78$ abgelesen werden.

Somit kann die Messunsicherheit aus der Messreihe wie folgt bestimmt werden:

$$\Delta\vartheta_{pt100_k} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot 2,78 \cdot 0,13°C = 0,16°C$$

Das vollständige Messergebnis ergibt sich:

$$\hat{\vartheta}_{pt100_k} = \bar{\vartheta}_{pt100_k} \pm \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot t_{n,1-\alpha} \cdot s = 20,31°C \pm 0,16°C,\ (1-\alpha) = 95\%$$

Aus den Angaben und der Toleranzklasse des Pt-100 sollte nun die Gesamtunsicherheit berechnet werden und dies ergibt sich wie folgt:

$$\Delta\vartheta_{pt100\,ges} = \sqrt{\Delta\vartheta^2_{pt100} + \Delta\vartheta_{pt100_k}^{\ 2}} = \sqrt{0,8°C^2 + 0,16°C^2} = 0,82°C$$

1.2.2 Auswertung NTC

In diesem Abschnitt sollte zuerst die Unsicherheit ΔR_{NTC} des bei einem Durchlauf des VI angezeigten Widerstands ermittelt werden. Der Widerstand ergibt sich zuerst $R_{NTC} = 13599,5\Omega$

Die Unsicherheit des Vorwiderstands $R_{VNTC} = 997\Omega$ aus der Messung mit dem Multimeter lässt sich durch die folgenden Angaben aus dem Datenblatt bestimmen: $\pm(0,2\% \cdot MW + 5D)$

Die absolute Unsicherheit: $\Delta\, Rv_{NTC} = \pm\,(0,2\% \cdot 997\Omega + 5D) = 2,494\Omega$

Die relative Unsicherheit: $\frac{\Delta\, R_{VNTC}}{R_{VNTC}} = \frac{2,494\Omega}{997\Omega} = 0,0025 = 0,25\%$

Danach sollte $U_0 = 1V$ und $U_M = 0,9V$ als Ablesung eingesetzt werden. Wir berücksichtigen auch hier einen Linearitätsfehler (INL) in Höhe von 76 ppm.

Die gemittelten Messwerte seien $U_0 = 1V\ und\ U_M = 0,9V$ und die haben auch im Messbereich $\pm 0,2V$ eine Toleranz, die sich aus "Gain Error", "Offset Error" (+INL) und "Noise" wie folgt ergeben:

$$\Delta\, U_0 = \frac{135.10^{-6} \cdot 1V + (40 + 76) \cdot 10^{-6} \cdot 0,2V + 3 \cdot 13\mu V}{10} \approx 19,72\mu V$$

$$\Delta\, U_M = \frac{135.10^{-6} \cdot 0,9V + (40 + 76) \cdot 10^{-6} \cdot 0,2V + 3 \cdot 13\mu V}{10} \approx 18,37\mu V$$

Aus Vorbereitung 2.3 kann der Widerstand R_{NTC} wie folgt bestimmt werden:

$$R_{NTC} = \frac{R_{VNTC} \cdot U_M}{U_0 - U_M}$$

Daraus kann die Unsicherheit ΔR_{pt-100} mittels Fehlerfortpflanzung folgendes berechnet werden:

$$\Delta\, R_{NTC_{R_{VNTC}}} = \left| \frac{\partial R_{NTC}}{\partial R_{VNTC}} \cdot \Delta\, R_{VNTC} \right| = \frac{U_M \cdot \left(U_0 - U_M\right)}{\left(U_0 - U_M\right)^2} \cdot \Delta\, R_{VNTC}$$

$$\Delta\, R_{NTC_{R_{VNTC}}} = \frac{0,9V \cdot (1V - 0,9V)}{(1V - 0,9V)^2} \cdot 2,494\Omega = 22,446\Omega$$

$$\Delta\, R_{NTC_{U_M}} = \left| \frac{\partial R_{NTC}}{\partial U_M} \cdot \Delta\, U_M \right| = \frac{R_{NTC} \cdot \left(U_0 - U_M\right) + R_{NTC} \cdot U_M}{\left(U_0 - U_M\right)^2} \cdot \Delta\, U_M$$

$$\Delta\, R_{NTC_{U_M}} = \frac{997\Omega \cdot (1V - 0,9V) + 997\Omega \cdot 0,9V}{(1V - 0,9V)^2} \cdot 18,37\mu V = 1,83\Omega$$

$$\Delta R_{NTC_{U_0}} = \left| \frac{\partial R_{NTC}}{\partial U_0} \cdot \Delta U_0 \right| = - \frac{R_{VNTC} \cdot U_M}{\left(U_0 - U_M\right)^2} \cdot \Delta U_0$$

$$\Delta R_{NTC_{U_0}} = - \frac{997\Omega \cdot 0,9V}{(1V - 0,9V)^2} \cdot 19,72\mu V = -1,77\Omega$$

$$\Delta R_{NTC} = \sqrt{\Delta R_{NTC_{R_{VNTC}}}^{\ 2} + \Delta R_{NTC_{UM}}^{\ 2} + \Delta R_{NTC_{U_0}}^{\ 2}}$$

$$\Delta R_{NTC} = \sqrt{(22,446\Omega)^2 + (1,83\Omega)^2 + (-1,77\Omega)^2} = 22,59\Omega$$

$$Relative\ Unsicherheit: \frac{\Delta R_{NTC}}{R_{NTC}} = \frac{22,59\Omega}{13599,5\Omega} = 0,0016 = 0,16\%$$

Aus der Fehlerfortpflanzung sowie aus ΔR_{NTC}, lässt sich die zugehörige Unsicherheit eines Einzelmesswertes der Temperatur $(18,23°C)$ wie folgt berechnen:

$$\Delta \vartheta_{NTC} = \frac{\partial \vartheta}{\partial R_{NTC}} \Delta R_{NTC}$$

$$\Delta \vartheta_{NTC} = - \frac{1}{2 \cdot R_0 \cdot B \cdot \sqrt{\left(\frac{A}{2B}\right)^2 - \frac{R_0 - R_{NTC}}{R_0 \cdot B}}} \cdot \Delta R_{NTC}$$

$$\Delta \vartheta_{NTC} = - \frac{1}{2 \cdot 100\Omega \cdot -5,775 \cdot 10^{-7°} C^{-2} \sqrt{\left(\frac{3,9083 \cdot 10^{-3°} C^{-1}}{2 \cdot 5,775 \cdot 10^{-7°} C^{-2}}\right)^2 - \frac{100\Omega - 13599,5\Omega}{100\Omega \cdot -5,775 \cdot 10^{-7°} C^{-2}}}} \cdot 22,59\Omega$$

$$\Delta \vartheta_{NTC} = 13,12° C$$

Aus den 5 Temperatur-Messwerten sollte hier die zufällige Messunsicherheit der Temperatur für ein Vertrauensniveau von 95% bestimmt werden:

Nr: n	$\vartheta_{NTC}\ (°C)$
1	18,24

2	17,90
3	18
4	18,09
5	18,2

Um eine zufällige Messunsicherheit der Temperatur zu bestimmen, kann erst den statischen Mittelwert berechnet werden. Dies ergibt sich:

$$\overline{\vartheta}_{NTC_k} = \frac{1}{5} \sum_{n=1}^{5} \vartheta_n = 18,086°\,C$$

Die statistische Standardabweichung lässt ebenfalls wie folgt bestimmen:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^{N} \left(\vartheta_n - \overline{\vartheta}_{NTC_k} \right)^2} = 0,35°\,C$$

ergibt sich dann hier $S = 0,35°C$

Dies ist ein Maß für die Größe der zufälligen Messabweichungen einer Messung. Die Messunsicherheit bezieht sich auf das Vertrauensniveau $(\alpha - 1)$ von 95% und diese lässt sich aus der Standardabweichung ermitteln:

$$\Delta\,\vartheta_{NTC_k} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot t_{n,1-\alpha} \cdot s$$

Aus der Tabelle der Vertrauensfaktoren nach DIN 1319 wird den Vertrauensfaktor $t_{5,95} = 2,78$ abgelesen.

Somit kann die Messunsicherheit aus der Messreihe wie folgt bestimmt werden:

$$\Delta\,\vartheta_{NTC_k} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot 2,78 \cdot 0,35°\,C = 0,43°\,C$$

Das vollständige Messergebnis ergibt sich:

$$\widehat{\vartheta}_{NTC_k} = \overline{\vartheta}_{NTC_k} \pm \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot t_{n,1-\alpha} \cdot s = 18,086°\,C \pm 0,43°\,C,\ (1-\alpha) = 95\%$$

Aus den Angaben und der Toleranzklasse des Pt-100 sollte nun die Gesamtunsicherheit berechnet werden und dies ergibt sich wie folgt:

$$\Delta\,\vartheta_{NTC\ ges} = \sqrt{\Delta\,\vartheta^2{}_{NTC} + \Delta\,\vartheta^2{}_{NTC_k}} = \sqrt{13,12^2 + 0,43^2} = 13,13°\,C$$

1.3 Zeitkonstanten, Least-Squares-Parameteridentifikation (Alexej)

In diesem Abschnitt der Auswertung werden die aufgenommenen Messreihen durch einen Sättigungsverlauf approximiert. Die aufgenommenen Messdaten verfügen über eine Zeit- und Temperaturangabe. Der Verlauf wurde mit hilfe von Matlab und der darin vorhandenen Funktion lsqcurvefit erzeugt. Dazu wurde der folgende Funktionssatz zur Hilfe genommen:

$$\vartheta(t) = \begin{cases} \vartheta_{start} & \text{für } 0 \leq t < t_0 \\ \vartheta_{start} + (\vartheta_{end} - \vartheta_{start}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right) & \text{für } t \geq t_0 \end{cases}$$

mit freien Parametern ϑ_{start}, ϑ_{end}, t_0 und τ.

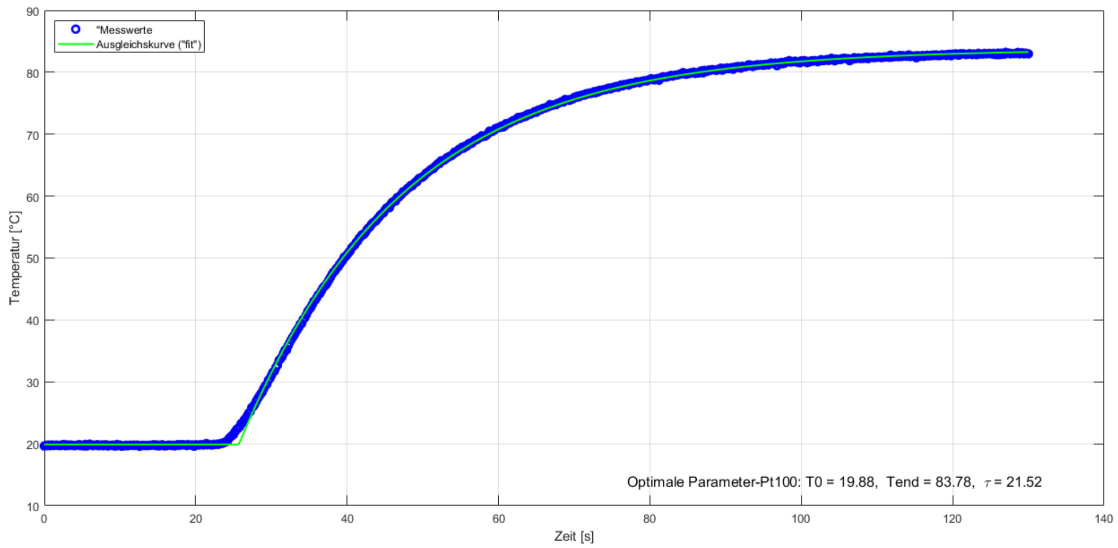


Abbildung 5.1: Anstiegskurve des Pt-100 Sensors

In der *Abbildung 5.1* ist die Anstiegskurve des Pt-100 Sensors zu sehen. Darin ist zu erkennen, dass die Ladekurve einen „sanften“ Verlauf vorweist. Dieser Verläuft ist mit der relativ langen Anstiegszeit $\tau = 21,52\,s$ zu begründen. Zusätzlich sind die Optimal-Parameter zu betrachten. Dabei hat die Anfangstemperatur $T0$ den Wert $19,88\,°C$ und die Endtemperatur $Tend = 83,78\,°C$.

Wie schon in der obigen Abbildung zu erkennen, wird in der unteren Abbildung dieselbe Ansatzfunktion verwendet, nur mit dem Unterschied, dass ein NTC-Sensor für die Datenerfassung angewendet wurde. Die Messung der beiden Sensoren fand unter gleichen Bedingungen statt, somit sollten nahestehende Parameter feststellbar sein.

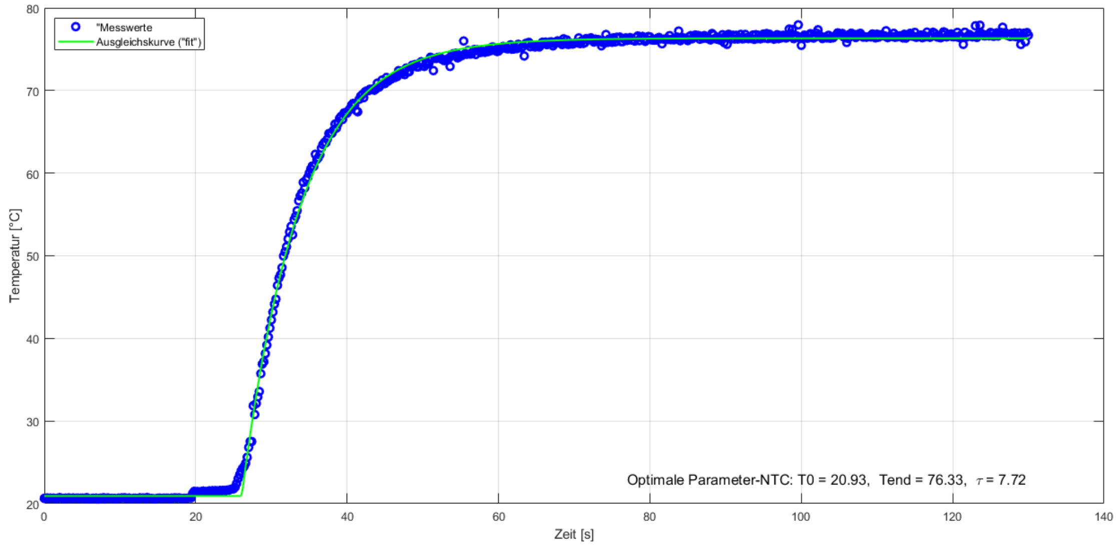


Abbildung 5.2: Anstiegskurve des NTC Sensors

In der *Abbildung 5.2* ist der Aufheizvorgang des NTC Sensors zu sehen. Darin sind die optimalen-Parameter Anfangstemperatur $T0$, Endtemperatur $Tend$ und Zeitkonstante τ beschrieben. Die Zeitkonstante verfügt über einen (im Vergleich zu dem vorherigen Sensor) steilen Anstieg. Dieser Anstieg ist anhand des Parameters $\tau = 7,72\,s$ aufgefasst.

Bei Betrachtung der beiden Zeitkonstanten, sowie der Bestimmung des Faktors, lässt sich die Aussage treffen, dass eine Temperatur-Messung mit dem PT-100 Sensor wesentlich genauer ist (in unserem Temperaturbereich), im Vergleich zu dem NTC-Sensor. Der Faktor, mit dem sich die Zeitkonstanten unterscheiden, liegt bei $2,79$. Nicht nur sind die Messwerte mit einer geringeren Unsicherheit behaftet, es treten auch wesentlich weniger zufällige Messfehler auf, wie bei dem NTC zu sehen ist. Im NTC sind aufgenommene Messwerte zu erkennen, die sich deutlich vom Mittelwert unterscheiden.

1.4 Parameter B des NTC (Wilfrid)

In diesem Teil muss zunächst zu 4.4 die Temperatur des Pt-100 und deren Unsicherheit bestimmt werden und dies Vergleich zu Aufgabe 5.1.2:

Der gemessene Widerstand des Pt-100 ist $R_{pt100} = 132,1\Omega$

Die Unsicherheit dieses Widerstands lässt sich durch die folgenden Angaben aus dem Datenblatt des Multimeters bestimmen: $\pm(0,2\% \cdot MW + 5D)$

Die absolute Unsicherheit $\Delta R_{pt100} = \pm(0,2\% \cdot 132,1\Omega + 5 \cdot 100m\Omega) = 0,76\Omega$

Die relative Unsicherheit $\frac{\Delta R_{pt100}}{R_{pt100}} = \frac{0,7642\Omega}{132,1\Omega} = 0,0058 = 0,58\%$

Sobald der Widerstand des Bauteils durch den Multimeter ermittelt wurde, lässt sich damit die entstandene Temperatur errechnen. Dafür werden die Konstanten Bauteilwerte benötigt: $R_0 = 100\,\Omega,\ A = 3,9083 \cdot 10-3°C^{-1},\ B = -5,775 \cdot 10-7°C^{-2}$

Diese Werte werden in die untere Formel eingesetzt, um die Temperatur des Pt100 zu bestimmen:

$$\vartheta_{pt100} = -\frac{A}{2B} - \sqrt{\left(\frac{A}{2B}\right)^2 - \frac{R_0 - R_{pt100}}{R_0 \cdot B}}$$

$$\vartheta_{pt100} = -\frac{3,9083 \cdot 10^{-3°}C^{-1}}{2 \cdot -5,775 \cdot 10^{-7°}C^{-2}} - \sqrt{\left(\frac{3,9083 \cdot 10^{-3°}C^{-1}}{2 \cdot -5,775 \cdot 10^{-7°}C^{-2}}\right)^2 - \frac{100\,\Omega - 132,1\,\Omega}{100\,\Omega \cdot -5,775 \cdot 10^{-7°}C^{-2}}}$$

$$\vartheta_{pt100} = 82,89°C$$

Die Unsicherheit $\Delta\vartheta_{pt100}$ ergibt sich:

$$\Delta\vartheta_{pt100} = \frac{\partial\vartheta}{\partial R_{pt100}} \Delta R_{pt100}$$

$$\Delta\vartheta_{pt100} = -\frac{1}{2 \cdot R_0 \cdot B \cdot \sqrt{\left(\frac{A}{2B}\right)^2 - \frac{R_0 - R_{pt100}}{R_0 \cdot B}}} \cdot \Delta R_{pt100}$$

$$\Delta\vartheta_{pt100} = -\frac{1}{2 \cdot 100\Omega \cdot -5,775 \cdot 10^{-7°}C^{-2}\sqrt{\left(\frac{3,9083 \cdot 10^{-3°}C^{-1}}{2 \cdot -5,775 \cdot 10^{-7°}C^{-2}}\right)^2 - \frac{100\Omega - 132,1\Omega}{100\Omega \cdot -5,775 \cdot 10^{-7°}C^{-2}}}} \cdot 0,76\Omega$$

$$\Delta\vartheta_{pt100} = 2°C$$

/

Es soll dann die Unsicherheit ΔR_{NTC} bestimmt werden und lässt wie folgt berechnen:

Der Wert des Widerstands NTC ist $R_{NTC} = 1386\Omega$

Aus Datenblatt ist immer wieder folgendes entnommen:

$\pm(0,2\% \cdot MW + 5D)$

Die absolute Unsicherheit $\Delta R_{NTC} = \pm(0,2\% \cdot 1386\Omega + 5 \cdot 100m\Omega) = 3,272\Omega$

Die relative Unsicherheit $\frac{\Delta R_{NTC}}{R_{NTC}} = \frac{3,272\Omega}{1386\Omega} = 0,0024 = 0,24\%$

Unter verwendung der Messwerte ϑ_{pt100} und ϑ_{NTC} aus den Messungen in 4.1.2 und 4.4 muss nun den Parameter B des NTC berechnet werden:

$$R_{NTC} = R_0 \cdot e^{B\left(\frac{1}{\vartheta_{NTC}} - \frac{1}{\vartheta_0}\right)} \Rightarrow B = \frac{1}{\frac{1}{\vartheta_{NTC}} - \frac{1}{\vartheta_0}} \cdot \ln \frac{R_{NTC}}{R_0}$$

$$B = \frac{\vartheta_0 \cdot \vartheta_{NTC}}{\vartheta_{NTC} - \vartheta_0} \cdot \left(\ln R_0 - \ln R_{NTC}\right)$$

angegebene Nennwerte: $R_{NTC} = 1386\Omega$, $R_0 = 10k\Omega$, $\vartheta_{NTC} = 20,523°C$

Als Bezugspunkt für die Temperatur Ermittlung wird die konstante Temperatur $\vartheta_0 = 25\,°C$ genommen. Bei $25\,°C$ ändert sich der Widerstand auf einen Wert von $R_0 = 10k\Omega$

$\Rightarrow B = 3942,6K$

$$B = \frac{\vartheta_0 \cdot \vartheta_{NTC}}{\vartheta_{NTC} - \vartheta_0} \cdot \left(\ln R_0 - \ln R_{NTC} \right)$$

$$\Delta B = \sqrt{\left(\frac{\partial B}{\partial R_{NTC}} . \Delta R_{NTC} \right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial R_0} . \Delta R_0 \right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial \vartheta_{NTC}} . \Delta \vartheta_{NTC} \right)^2}$$

$$\Delta B_{R_{NTC}} = \frac{\partial B}{\partial R_{NTC}} . \Delta R_{NTC} = - \frac{\vartheta_0 \cdot \vartheta_{NTC}}{\vartheta_{NTC} - \vartheta_0} \cdot \frac{1}{R_{NTC}} . \Delta R_{NTC} = 4,409 \ \frac{K}{\Omega}$$

$$\Delta B_{R_0} = \frac{\partial B}{\partial R_0} . \Delta R_0 = \frac{\vartheta_0 \cdot \vartheta_{NTC}}{\vartheta_{NTC} - \vartheta_0} \cdot \frac{1}{R_0} . \Delta R_0 = 0,083 \frac{K}{\Omega}$$

$$\Delta B_{\vartheta_{NTC}} = \frac{\partial B}{\partial \vartheta_{NTC}} . \Delta \vartheta_{NTC} = - \frac{\vartheta_0^{\ 2}}{\left(\vartheta_{NTC} - \vartheta_0 \right)^2} \cdot \left(\ln R_0 - \ln R_{NTC} \right) \cdot \Delta \vartheta_{NTC} = -59,23 \frac{K}{\Omega}$$

$$\Delta \vartheta_0 = 0$$

$$\Delta B = \sqrt{(4,409)^2 + (0,083)^2 + (-59,23)^2} = 59,4 \ K$$

Somit ergibt sich als vollständiges Messergebnis:

$$B = 3942,6 \, K \ \pm \ 59,4 \, K$$

Festzustellen ist, dass die gemessenen Messwerte deutlich die erwarteten Werte entsprechen. Beispielsweise ist der Widerstand R_{NTC}, Laut Datenblatt bekommt man dabei eine Widerstandstoleranz von $\pm$ 5%. Nach Berechnung bekommt man mittels der Fehlerfortpflanzung immer wieder $\pm$ 5%. Außerdem sind Die Messgeräte-Toleranzen als unbekannte systematische Fehler erfasst und in die Fehlerfortpflanzung einbezogen.

2. Quellen

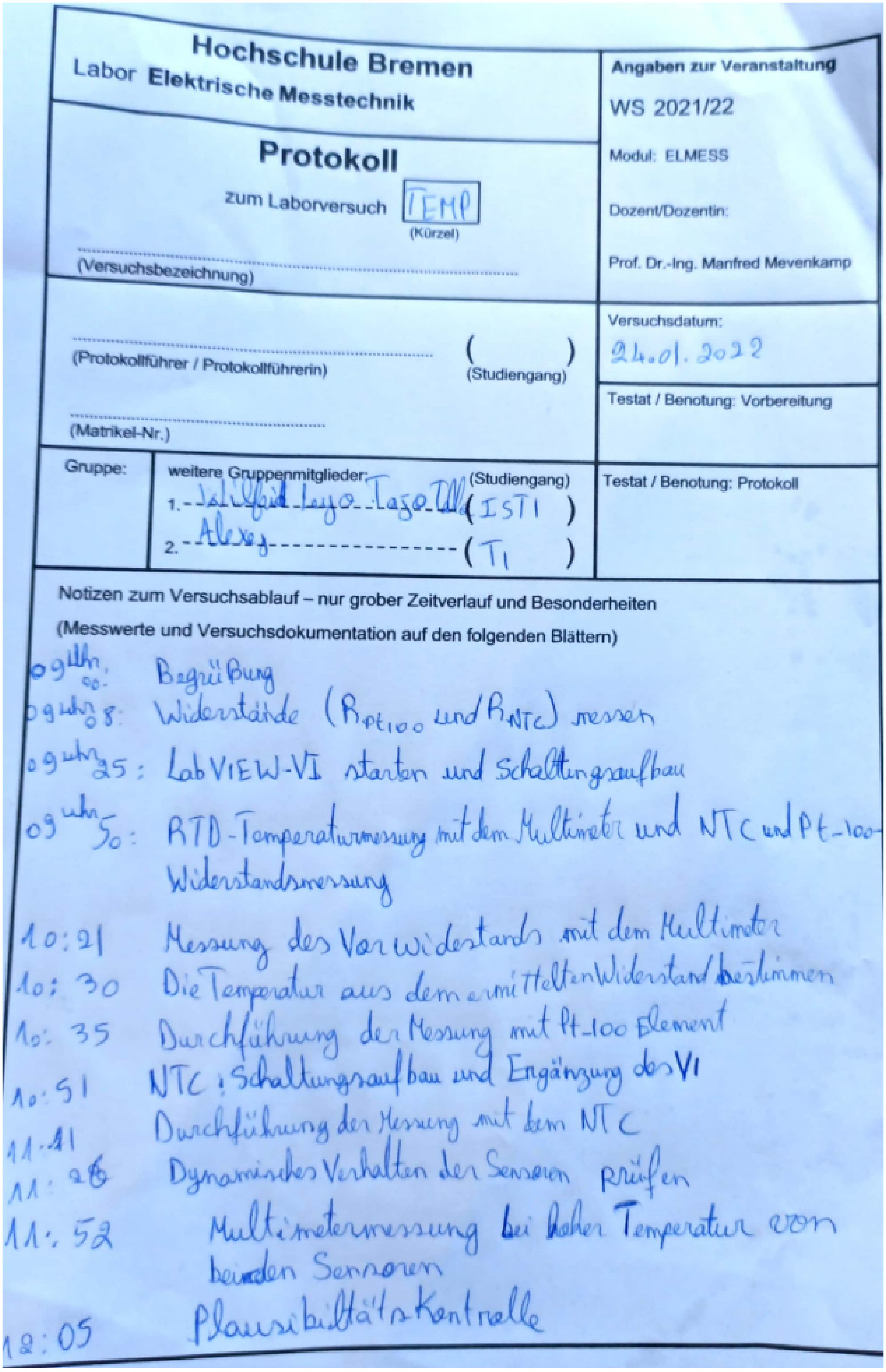
[1] Thomas Mühl: “Elektrische Messtechnik Grundlagen, Messverfahren, Anwendungen”,6. Auflage, Springer Vieweg
(ISBN 978-3-658-29115-0 ISBN 978-3-658-29116-7 (eBook))
https://doi.org/10.1007/978-3-658-29116-7)

[2] Prof. Dr.-Ing. Manfred Mevenkamp: Skript zur Veranstaltung "Grundlagen der Elektrischen Messtechnik", Hochschule Bremen
(Stand: WISE 2021/22)

[3] Prof.Dr.-Ing.Manfred Mevenkamp:Versuchsbeschreibung TEMP"Temperaturmessung mit verschiedenen Sensoren und Messverfahren", Hochschule Bremen
(Stand: WISE 2021/22)

3. Anhang

3.1 Protokoll-Deckblatt



Hochschule Bremen
Labor Elektrische Messtechnik

Protokoll

zum Laborversuch TEMP (Kürzel)

(Versuchsbezeichnung)

(Protokollführer / Protokollführerin) ( ) (Studiengang)

(Matrikel-Nr.)

Gruppe:

weitere Gruppenmitglieder: (Studiengang)
1. Wilfried Leyo Tago [illegible] (ISTI)
2. Alexej (TI)

Angaben zur Veranstaltung
WS 2021/22
Modul: ELMESS
Dozent/Dozentin:
Prof. Dr.-Ing. Manfred Mevenkamp

Versuchsdatum:
24.01.2022

Testat / Benotung: Vorbereitung

Testat / Benotung: Protokoll

Notizen zum Versuchsablauf – nur grober Zeitverlauf und Besonderheiten
(Messwerte und Versuchsdokumentation auf den folgenden Blättern)

09 Uhr 00: Begrüßung
09 Uhr 08: Widerstände (R_{Pt100} und R_{NTC}) messen
09 Uhr 35: LabVIEW-VI starten und Schaltungsaufbau
09 Uhr 50: RTD-Temperaturmessung mit dem Multimeter und NTC und Pt-100-Widerstandsmessung
10:21 Messung des Vorwiderstands mit dem Multimeter
10:30 Die Temperatur aus dem ermittelten Widerstand bestimmen
10:35 Durchführung der Messung mit Pt-100 Element
10:51 NTC: Schaltungsaufbau und Ergänzung des VI
11:41 Durchführung der Messung mit dem NTC
11:28 Dynamisches Verhalten der Sensoren prüfen
11:52 Multimetermessung bei hoher Temperatur von beiden Sensoren
12:05 Plausibilitätskontrolle

3.2 Vorbereitung

Vorbereitung Teil 1/4

Laborversuch TEMP

Vorbereitung

Wilfrid Leyo Tajo Tatla
Alexej Kravtschenko

1) $R(\vartheta) = R_0 \cdot (1 + A \cdot \vartheta + B \cdot \vartheta^2)$

mit $R_0 = 100\,\Omega$, $A = 3{,}9083 \cdot 10^{-3}\,°C^{-1}$

$B = -5{,}775 \cdot 10^{-7}\,°C^{-2}$

Wie lautet die Umkehrfunktion $\vartheta(R)$?

umständlich

$$R(\vartheta) = R_0 \cdot (1 + A \cdot \vartheta + B \cdot \vartheta^2)$$

$$R = R_0 \cdot (1 + A \cdot \vartheta + B \cdot \vartheta^2)$$

$$R = \cancel{R_0} + R_0 + R_0 \cdot A \cdot \vartheta + R \cdot B \cdot \vartheta^2$$

$$0 = (R_0 - R) + R_0 \cdot A \cdot \vartheta + R \cdot B \cdot \vartheta^2 \quad | : (R_0 \cdot B)$$

$$0 = \frac{(R_0 - R)}{R_0 \cdot B} + \frac{A \cdot \vartheta}{B} + \vartheta^2 \quad \text{(pq-formel)}$$

$$-\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

$$\vartheta_{1,2} = -\frac{\frac{A}{B}}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(-\frac{A}{B}\right)^2}{4} - \frac{R_0 - R}{R_0 \cdot B}}$$

$$= -\frac{A}{2B} \pm \sqrt{\frac{A^2}{4B^2} - \frac{R_0 - R}{R_0 \cdot B}}$$

$p = -6767{,}62$ ✓

$q = 0$, wenn $R = R_0$

$$= +\frac{6767{,}62}{2} \pm \sqrt{\frac{6767{,}62^2}{4}}$$

$$\vartheta_1 = 0 \qquad \vartheta_2 = -p = 6767{,}62 \quad ✓$$

$$\vartheta(100\,\Omega) = 0\,°C \iff \vartheta(100\,\Omega) = \frac{6767{,}62}{2} - \sqrt{\frac{6767{,}62^2}{4}}$$

$$\vartheta(100\,\Omega) = 0\,°C$$

also gilt das negative Vorzeichen der Wurzel

2.

$$\vartheta(R) = -\frac{A}{2B} \pm \sqrt{\frac{A^2}{4B^2} - \frac{R_0 - R}{R_0 \cdot B}} \qquad \Delta\vartheta = \left|\frac{\partial \vartheta}{\partial R} \cdot \Delta R\right| \quad f \quad f$$

mit $-\frac{A}{2B} = 0$ f

$$\Delta\vartheta = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{A^2}{4B^2} - \frac{R_0 - R}{R_0 \cdot B}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(-\frac{1}{B \cdot R_0}\right)$$

$$= \left| \frac{1}{2 \cdot B \cdot R_0 \cdot \sqrt{\frac{A^2}{4B^2} - \frac{(R_0 - R)}{B \cdot R_0}}} \cdot \Delta R \right| \checkmark$$

$$= \overset{f}{\pm}\, 5\, m\,{}^\circ C^2 \cdot \Delta R \quad ??$$ hängt von R ab

$$\cancel{\Delta R = R(\vartheta) = R_0 \cdot (1 + \overset{m_1}{A} \cdot \vartheta + \overset{m_2}{B} \cdot \vartheta^2)}$$

$$\cancel{\frac{\Delta R}{R} = \sqrt{\left(\frac{\Delta R_0}{R_0}\right)^2 + \sqrt{1 + (A \cdot \Delta\vartheta)^2 + (B \cdot \Delta\vartheta^2)^2}^2}}$$

3.

$$\frac{U_M}{U_0} = \frac{R_\vartheta}{R_V + R_\vartheta} \iff R_V U_M + R_\vartheta U_M = R_\vartheta U_0$$

$$\Rightarrow \frac{U_M \cdot R_V + U_M \cdot R_\vartheta}{U_0} = R_\vartheta \qquad \iff R_\vartheta (U_0 - U_M) = R_V U_M$$

$$\iff$$

$$\Rightarrow U_M \cdot R_V + U_M \cdot R_\theta = R_\theta \cdot U_0$$

$$\Rightarrow U_M (R_V + R_\theta) = R_\theta \cdot U_0$$

$$\Rightarrow R_V + R_\theta = \frac{U_0 \cdot R_\theta}{U_M}$$

$$\Rightarrow \frac{R_V}{R_\theta} + 1 = \frac{U_0}{U_M} \iff \frac{1}{R_\theta} = \frac{R_V \cdot U_0}{U_M} \cdot R_V$$

$$\Rightarrow R_\theta = \frac{U_M}{R_V - U_0} - \frac{1}{R_V} \qquad \cancel{R_V U_0 = R_\vartheta \frac{U_M}{U_M}}$$

$$\Rightarrow U_M \cdot R_V + R_\theta \cdot U_M = U_0 \cdot R_\theta$$

$$\Rightarrow U_M \cdot R_V = U_0 \cdot R_\theta - U_M \cdot R_\theta$$

$$\Rightarrow U_M \cdot R_V = (U_0 - U_M) \cdot R_\theta$$

$$\Rightarrow \frac{U_M \cdot R_V}{U_0 - U_M} = R_\theta \qquad R_\vartheta = R_V \cdot \frac{U_M}{U_0 - U_M}$$

4) $R(T) = R(T_0) \cdot e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$

Wie lautet die Umkehrfunktion $T(R)$?

$$\frac{R(T)}{R(T_0)} = e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{R(T)}{R(T_0)}\right) = B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\ln\left(\frac{R(T)}{R(T_0)}\right)}{B} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{\ln\left(\frac{R(T)}{R(T_0)}\right)}{B}$$ ✓

$$\Rightarrow T = \frac{B}{\ln\left(\frac{R(T)}{R(T_0)}\right)} + T_0$$ f

3.3 Protokoll

Versuchdurchführung:

4.1

4.1.2

R_{PT100} = 1,001 KΩ R_{NTC} = 0,997 KΩ

4.1

4.1.1

Weiß = 25,5 °C   Pt-100 Weiß = 024,6 °C

4.2 4.2.1

R_V = 107,90 Ω ≈ 108 Ω 3 Pt-100 Widerstand

Widerstand 107,54 Ω 3 LabView

RTD-Temp   Y

dt 0,02000   19,89984 °C

4.2.2

1. 107,829 Y: 20,09 °C
2. 107,932 Y: 20,3595 °C
3. 107,929 Y: 20,3494 °C
4. 107,921 Y: 20,3302 °C
5. 107,962 Y: 20,4356 °C

* $R_{v,NTC} = 0,997\,k\Omega$

4.2.3* $R_{NTC} = \cancel{11114,56\,\Omega}$ 11823,8 Ω

Temperatur von NTC = ~~14,7171 °C~~ 291,624 K

$R_{NTC} = 13599,5\,\Omega$ ~~18.2379 °C~~

1. 13.599,5 Ω Y = 18.2379 °C
2. 13813,5 Ω Y = 17,9026 °C
3. 13751 Ω Y = 18 °C
4. 13688,7 Ω Y = 18,0974 °C
5. 13621,6 Ω Y = 18,203 °C

4.4.

0,1321 kΩ

$R_{Pt100} = 0,1249\,k\Omega$ $R_{NTC} = 0,4,386\,k\Omega$

4.5. 0,1318 Ω

3.4 Geräteliste

3.5 Matlab(Auswertung 5.3)

```
%% "Messreihe
%-----------------------------------------------------------------------
test = table2array(MesswertFinal);
i = find(test(:,1) <= te);

time = test(i,1);
%Parameter fuer den PT-100 Sensor
%---------------------------------------------
TempPt = test(i,2);
maxTempPT = max(TempPt);
minTempPT = min(TempPt);

myTemp90PT= maxTempPT*0.9;
myTemp10PT= maxTempPT*0.1+minTempPT;

myT10PT = time(143);
myT90PT = time(348);

trPT = myT90PT- myT10PT;
tauPT = 0.455* (myT90PT-myT10PT);
%Parameter fuer den NTC Sensor
%---------------------------------------------
TempNTC = test(i,5);

maxTempNTC = max(TempNTC);
minTempNTC = min(TempNTC);

myTemp90NTC= maxTempNTC*0.9;
myTemp10NTC= maxTempNTC*0.1+minTempNTC;

myT10NTC = time(138);
myT90NTC = time(216);

trNTC = myT90NTC- myT10NTC;
tauNTC = 0.455* (myT90NTC-myT10NTC);

%% Fit
%-----------------------------------------------------------------------
% Theoretischer Verlauf: u(t) = u0 für t < t0  und
% u(t) = u0 + (u1-u0)*(1-exp(-(t-t0)/tau))  für t > t0
% Daraus ergibt sich die folgende Ansatzfunktion mit par = [t0, u0, u1, tau]
fun = @(par,t) (t<par(1))*par(2) + (t>=par(1)).*(par(2) + (par(3) - par(2)) ...
                                        * (1 - exp(-(t-par(1))/par(4))));


% Suche mit plausiblen Anfangsschätzwerten starten
par = [myT10PT; myTemp10PT; myTemp90PT; tauPT];
[paropt, resnorm] = lsqcurvefit(fun, par, time, TempPt);

% Suche mit plausiblen Anfangsschätzwerten starten
par2 = [myT10NTC; myTemp10NTC; myTemp90NTC; tauNTC];
[paropt2, resnorm2] = lsqcurvefit(fun, par2, time, TempNTC);

fprintf(['\nMittlere Abweichung der Messpunkte von der Ausgleichskurve',...
        '\ndelta_u = %6.3f\n'], sqrt(resnorm/length(TempPt)))

%% Grafik
figure(1)
clf
set(gcf,'units','normalized','position',[0.05 0.3,0.7,0.6])
h = axes('position', [0.08,0.11,0.88,0.85]);
hl = plot(time, TempPt, 'bo', time, fun(paropt,time), 'g');
grid
set(hl(1),'linewidth',2)
set(hl(2),'linewidth',1.5)
xlabel('Zeit [s]'); ylabel('Temperatur [°C]')
legend('"Messwerte', 'Ausgleichskurve ("fit")','Location','NorthWest')
%text(0.4,0.05,['C = ',num2str(paropt(4)/(R)),'F'],'units',
'normalized','fontsize',12);
%text(0.4,0.1,['Tau = ',num2str(paropt(4)),' s'],'units', 'normalized','fontsize',12);
text(0.55,0.05,['Optimale Parameter-Pt100: T0 = ' num2str(paropt(2),'%6.2f') ...
    ',  Tend = ' num2str(paropt(3),'%6.2f') ',  \tau = '
    num2str(paropt(4),'%6.2f')], ...
    'units', 'normalized','fontsize',12)
```

```
figure(2)
clf
set(gcf,'units','normalized','position',[0.05 0.3,0.7,0.6])
h = axes('position', [0.08,0.11,0.88,0.85]);
h2 = plot(time, TempNTC, 'bo', time, fun(paropt2,time), 'g');
grid
set(h2(1),'linewidth',2)
set(h2(2),'linewidth',1.5)
xlabel('Zeit [s]'); ylabel('Temperatur [°C]')
legend('"Messwerte', 'Ausgleichskurve ("fit")','Location','NorthWest')
%text(0.4,0.05,['C = ',num2str(paropt(4)/(R)),'F'],'units', 'normalized','fontsize',12);
%text(0.4,0.1,['Tau = ',num2str(paropt(4)),' s'],'units', 'normalized','fontsize',12);
text(0.55,0.05,['Optimale Parameter-NTC: T0 = ' num2str(paropt2(2),'%6.2f') ...
    ',  Tend = ' num2str(paropt2(3),'%6.2f') ',  \tau = ' num2str(paropt2(4),'%6.2f')], ...
    'units', 'normalized','fontsize',12)
```