Beispielklausur ELMESS

Dauer: 90 Minuten, einfacher Taschenrechner wird bereitgestellt, sonst ohne Hilfsmittel.

Volle Punktzahl gibt es nur für Lösungen mit vollständig begründeter Antwort, bzw. mit vollständig nachvollziehbarem Lösungsweg in mathematisch korrekter Notation. Ergebnisse von Rechnungen sind so weit wie sinnvoll möglich zu vereinfachen.

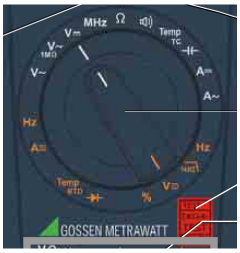
Aufgabe 1. (3+2 = 5 P)

Ein Oszilloskop zeigt eine Sinusschwingung mit der Periodendauer $T = 0{,}4\,ms \pm 4\mu s$.

a) Zu bestimmen ist die Kreisfrequenz und ihre relative und absolute Unsicherheit.

b) Über Kanal 2 wird eine zweite Sinusschwingung gleicher Frequenz gemessen, die gegenüber der ersten um $\Delta t = 0{,}05ms$ verschoben ist. Wie groß ist der Betrag der Phasenverschiebung in Grad und im Bogenmaß?

Aufgabe 2. (2+2 = 4 P)



a) Welche Anzeigewerte sind bei einem Digitalmultimeter in den Einstellungen "V–" und "V~" jeweils zu erwarten, wenn ein Sinussignal mit der Amplitude $1\ \mathrm{V}$ anliegt?

b) Wie groß sind die Quantisierungsstufen eines 10 Bit-A/D-Wandlers bei einem Eingangsspannungsbereich von 0 - 5V?

Aufgabe 3. (3+4 = 7 P)

Die Leistung einer Windenergieanlage berechnet sich aus $P = c_P \frac{\rho}{2} A v^3$

mit $c_P = 0{,}4 \pm 0{,}02$, $\rho = 1{,}25 \frac{kg}{m^3}$ $(\pm 3\%)$, $A = 7800\,m^2$, $v = 7\frac{m}{s} \pm 1\frac{m}{s}$

a) Welches Messergebnis ergibt sich für die Leistung? Diese ist in kW anzugeben, wobei die Einheitenumrechnung nachvollziehbar durchzuführen ist!

b) Wie groß ist die Messunsicherheit (absolut und relativ)?

Aufgabe 4. (5 P)

Am Eingang eines Oszilloskops mit der Bandbreite $f_B = 200\,MHz$ liege ein ideales Rechtecksignal an. Das Verhalten des Oszilloskops sei das eines Tiefpasses 1. Ordnung mit der Sprungantwort $u(t) = U_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$. Welche Anstiegszeit $t_r = t_{10/90}$ ist bei dem am Bildschirm angezeigten Signal zu erwarten? (Herleitung = 3P. , Ergebnis = 2 P.)

Aufgabe 5. (4 P)

Im Rahmen der Fertigungsüberwachung einer Serienproduktion wurden bei fünf Mikroschaltern nacheinander folgende Schaltwege gemessen:
$s = \{18, 24, 17, 19, 22\}\,\mu m.$

Anzahl Messungen in der Messreihe n	Vertrauensfaktor t						
	$(1-\alpha) =$ 68,27 %	$(1-\alpha) =$ 90,00 %	$(1-\alpha) =$ 95,00 %	$(1-\alpha) =$ 95,45 %	$(1-\alpha) =$ 99,00 %	$(1-\alpha) =$ 99,73 %	$(1-\alpha) =$ 99,98 % *
2	1,84	6,31	12,71	18,44	63,66	235,80	761,40
3	1,32	2,92	4,30	4,93	9,93	19,21	42,30
4	1,20	2,35	3,18	3,48	5,84	9,22	19,77
5	1,15	2,13	2,78	2,98	4,60	6,62	12,48
6	1,11	2,02	2,57	2,73	4,03	5,51	9,77

In welchem Intervall ist der nächste Messwert mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% zu erwarten?

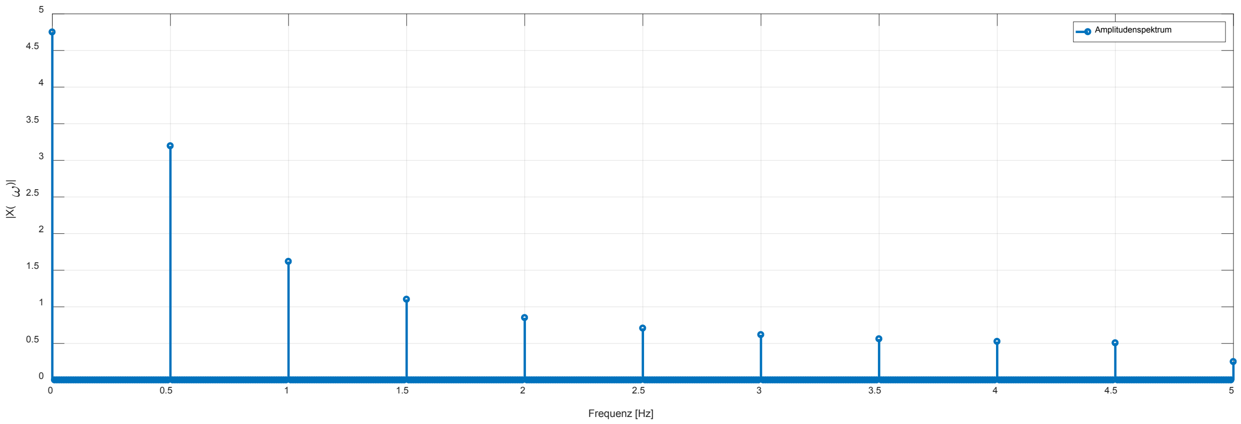
Aufgabe 6. (8 P)

Fügen Sie jeweils das Passende ein! (Punktabzug bei falschen Begriffen!)

Messen ist als ……………………prozess anzusehen, dem eine ……………..……verteilung zugrunde liegt. Der Erwartungswert μ ist dabei der "…………………………." der Messgröße, der nicht bekannt und messtechnisch nicht exakt bestimmbar ist.

Eine Messreihe ist eine …………………….. dieses Prozesses. Der statistische ………………… ist die bestmögliche Schätzung für den Erwartungswert. Anhand der Standardabweichung σ lässt sich sagen, dass die Werte der Messreihe mit …………% Wahrscheinlichkeit im Intervall $\mu - 1.96 \cdot \sigma < x < \mu + 1.96 \cdot \sigma$ liegen. Da σ unbekannt ist, wird zur Schätzung der Intervallgrenzen die statistische Standardabweichung mit dem ……………………… $t_{N,1-\alpha}$ multipliziert. $1-\alpha$ ist dabei das …………………………………….

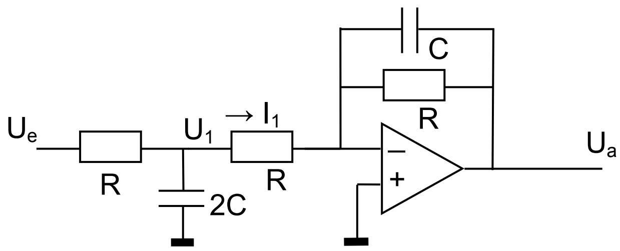
Aufgabe 7. (4 P)



Ergänzen Sie dieses Amplitudenspektrum <u>im Bereich 0 – 3 Hz</u> um die Linien, die bei Abtastung des zugrunde liegenden Signals mit der Frequenz $f_S = 4{,}8\ Hz$ hinzukämen.

Aufgabe 8. (4+1+3+2+2 = 12 P)

Analysieren Sie die nebenstehende Operationsverstärkerschaltung wie folgt:



a) Begründen Sie, warum der Strom I_1 durch $I_1 = \frac{U_1}{R}$ gegeben ist.

b) Leiten Sie den Zusammenhang zwischen U_1 und U_a her, also den Frequenzgang $G_a(j\omega) = \frac{U_a}{U_1}$.

c) Stellen Sie die Knotengleichung für den Knoten bei "U_1" auf und leiten Sie damit die Beziehung zwischen U_e und U_1her, also den Frequenzgang $G_e(j\omega) = \frac{U_1}{U_e}$.

d) Wie lautet der Frequenzgang $G(j\omega) = \frac{U_a}{U_e}$? Welcher Filtertyp liegt vor? (Begründung!)

e) Mit welchem Faktor wird die Amplitude eines sinusförmigen Eingangssignals verstärkt bzw. gedämpft, wenn dessen Frequenz gleich $f = \frac{1}{2\pi RC}$ ist. Angabe als Zahlenwert und in dB!

Gesamtpunktzahl: 49 P (1,0 ab 44 P., 4,0 ab 22 P.)

Lösungen

A1

a) $\omega \approx 15{,}708\,\frac{\mathrm{krad}}{\mathrm{s}}$, $\frac{\Delta\omega}{\omega} = 1\%$, $\Delta\omega \approx 157\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$

b) $|\varphi| = 45° = \frac{\pi}{4}$

A2

a) DC: $\overline{U} = 0\,V$, AC: $U_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,V \approx 0{,}71\,V$

b) $q = 4{,}888\,mV$

A3

a) $P \approx 668{,}85\ \mathrm{kW}$ (Herleitung der Einheit kW muss nachvollziehbar sein!)

b) $\Delta P \approx 289{,}29\ \mathrm{kW}$, $\frac{\Delta P}{P} \approx 0{,}433 = 43{,}3\%$

A4

zunächst: $\tau \approx 0{,}796\,ns$ (aus der Bandbreite),

dann: $t_{10/90} = \tau \cdot \ln 9 \approx 1{,}749\,ns$ (Herleitung siehe Anhang im Versuch OSZ

A5

Werte voraussichtlich zu 99% im Intervall $6{,}589\ \mu\mathrm{m} < \mathrm{s} < 33{,}41\ \mu\mathrm{m}$

A6

siehe Skript, Seite 76 f

A7

Nur die unmittelbaren Aliasfrequenzen sollen hier eingetragen werden, also Linien (passender Amplitude) bei 2,3; 1,8; 1,3; 0,8 und 0,3

Es gäbe auch Argumente für eine Linie bei 0,2 Hz, das ist hier aber nicht verlangt.

A8

a) $I_1 = \frac{U_1 - U_-}{R}$, $U_- = U_+ = 0$, also $I_1 = \frac{U_1}{R}$

b) $I_1 = I_a + I_-$, $I_- \approx 0$, also $I_1 = I_a = \frac{\underline{U_1}}{R} = -\frac{\underline{U_a}}{\frac{R/j\omega C}{R+\frac{1}{j\omega C}}}$, also $\frac{\underline{U_a}}{\underline{U_1}} = -\frac{1/j\omega C}{R+\frac{1}{j\omega C}} = -\frac{1}{1+j\omega RC}$

c) $I_e = I_C + I_1$, also $\frac{\underline{U_e}-\underline{U_1}}{R} = j\omega 2C \cdot \underline{U_1} + \frac{\underline{U_1}}{R}$, also $\frac{\underline{U_1}}{\underline{U_e}} = \frac{1}{2(1+j\omega RC)}$.

d) $G(j\omega) = \frac{\underline{U_a}}{\underline{U_e}} = \frac{\underline{U_1}}{\underline{U_e}} \cdot \frac{\underline{U_a}}{\underline{U_1}} = \frac{1/2}{1+j\omega RC} \cdot \frac{1}{1+j\omega RC} = \frac{1/2}{(1+j\omega RC)^2}$.

Wegen $G(\omega \to 0) = \frac{1}{2}$ und $G(\omega \to \infty) = 0$ ist das ein Tiefpass.

e) $\left|G(j\omega = \frac{j}{RC})\right| = \left|\frac{1/2}{(1+j)^2}\right| = \frac{1/2}{2} = \frac{1}{4} \approx -12\,dB$