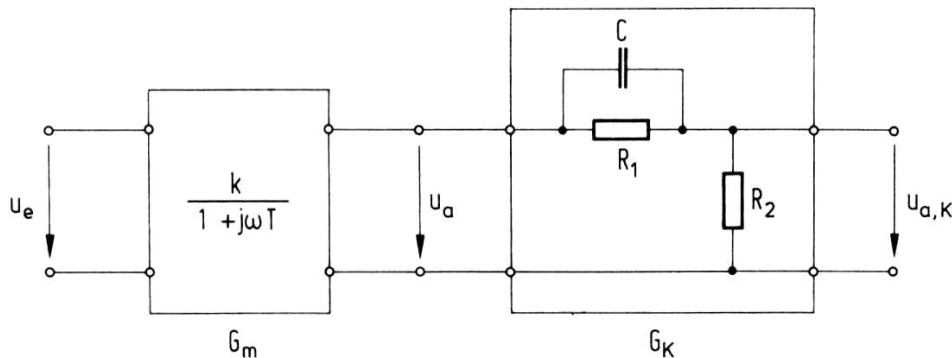


Lösungen zu 0.6.1 – 0.6.6

Zum Teil in der Vorlesung behandelt - diese Übungsaufgaben sind im Rahmen der Vorbereitung auf die Laborversuche DAQ-USB, DAQ-LV und DSA zu bearbeiten.

0.6.7 Frequenzgang

a) Gegeben ist die Kompensationsschaltung (ähnlich einem Tastkopf)



Zeigen Sie, dass der Frequenzgang $G_K(j\omega)$ sich in der Form

$$G_K(j\omega) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + j\omega R_1 C}{1 + j\omega \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C}$$

schreiben lässt.

Zwischenfrage:

Welcher Frequenzgang gilt für die Gesamtübertragung von U_e nach $U_{a,K}$?

- Bestimmen Sie für $G_K(j\omega)$ die Gleichspannungsverstärkung ($\omega = 0$) und die Verstärkung bei sehr hohen Frequenzen ($\omega \rightarrow \infty$).
- Die Zeitkonstante im Nenner soll um den Faktor 10 kleiner sein als die des Zählers. Bestimmen Sie das Widerstandsverhältnis R_1/R_2 .
- Skizzieren Sie für $G_K(j\omega)$ mit diesem Widerstandsverhältnis den Amplitudengang des Bodediagramms.

Hinweis: $20 \lg \left| \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + j\omega R_1 C}{1 + j\omega \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C} \right| = 20 \lg \frac{R_2}{R_1 + R_2} + 20 \lg \left| \frac{1}{1 + j\omega \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C} \right| + \left(-20 \lg \left| \frac{1}{1 + j\omega R_1 C} \right| \right)$

- Betrachten Sie nun die Gesamtschaltung (Serienschaltung von G_m und G_K). Wie unterscheiden sich die Grenzfrequenz und die Verstärkung $\frac{\hat{U}_{a,K}}{\hat{U}_e}$ der Gesamtschaltung von den entsprechenden Werten von $G_m(j\omega)$, wenn $R_1 C = T$ gewählt wird (für $k = 2$ mittels Bode-Diagramm verdeutlichen).

Lösung 0.6.7

a)

$$G_K(j\omega) = \frac{R_2}{R_2 + R_1 \parallel Z_C} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C}} =$$

$$= \frac{R_2 \cdot (1 + j\omega R_1 C)}{R_1 + R_2 + j\omega R_1 R_2 C} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + j\omega R_1 C}{1 + j\omega \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C}$$

Zwischenfrage:

Der Frequenzgang der Serienschaltung zweier Übertragungssysteme ist das Produkt aus den Frequenzgängen dieser Systeme. Hier also

$$G_{\text{gesamt}}(j\omega) = \frac{U_{a,K}}{U_e}(j\omega) = \frac{U_a}{U_e}(j\omega) \cdot \frac{U_{a,K}}{U_a}(j\omega) = G_m(j\omega) \cdot G_K(j\omega).$$

b)

$$G_K(j0) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + 0}{1 + 0}$$

$$G_K(j\infty) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + j\omega R_1 C}{1 + j\omega \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C} \right) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\frac{1}{j\omega} + R_1 C}{\frac{1}{j\omega} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C} \right)$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{0 + R_1 C}{0 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2} = 1$$

c)

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C = \frac{1}{10} R_1 C \Leftrightarrow 10 R_1 R_2 = R_1 (R_1 + R_2) \Leftrightarrow R_1 = 9 R_2$$

d)

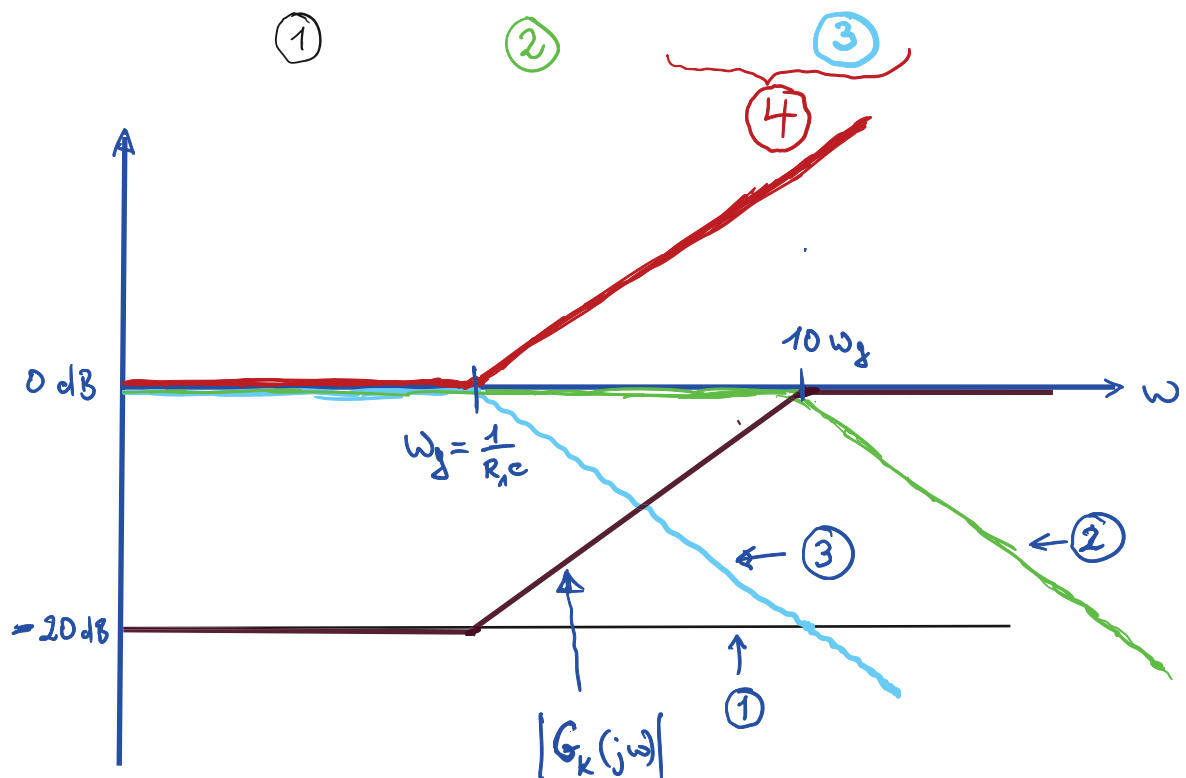
$$G_K(j\omega) = \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + 1} \cdot \frac{1 + j\omega R_1 C}{1 + j\omega \frac{R_1 C}{10}} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_g}}{1 + j \frac{\omega}{10\omega_g}} \quad \text{mit } \omega_g = \frac{1}{R_1 C}$$

Im Bode-Diagramm:

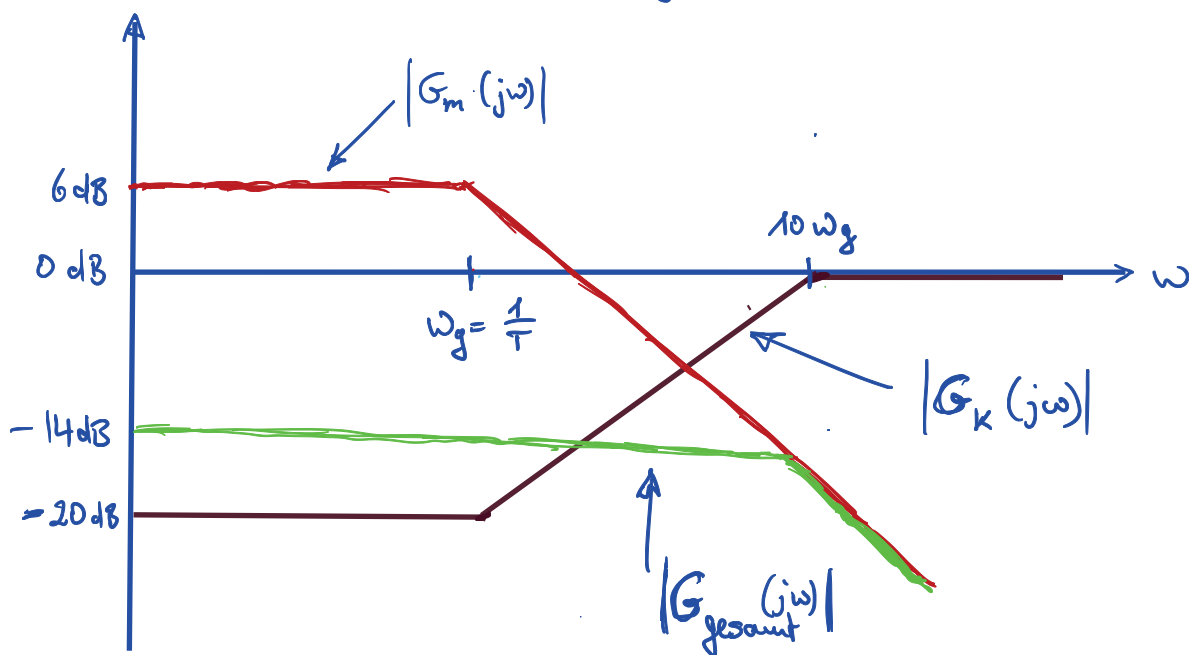
$$|G_K(j\omega)|_{\text{db}} = 20 \lg \left| \frac{1}{10} \cdot \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_g}}{1 + j \frac{\omega}{10\omega_g}} \right|$$

$$= 20 \lg \frac{1}{10} + 20 \lg \left| \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{10\omega_g}} \right| + 20 \lg \left| 1 + j \frac{\omega}{\omega_g} \right|$$

$$|G_K(j\omega)|_{db} = -20db + 20 \lg \left| \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{10\omega_g}} \right| + \left(-20 \lg \left| \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_g}} \right| \right)$$



e) Serienschaltung von $G_m(j\omega) = \frac{2}{1+j\omega T}$ und $G_K(j\omega)$ mit $R_1C = T$



Verstärkung der Serienschaltung nimmt gegenüber $G_m(j\omega)$ um den Faktor 10 ab, Grenzfrequenz sinkt um den Faktor 10.