Aufgabe 1. (1+3+2 P)

a) unbekannte systematische Fehler

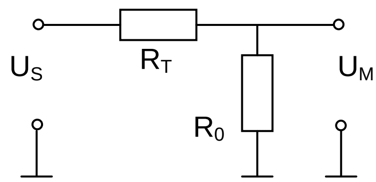
b) G = K / 100 = 0,015

$\Delta I = 0,015 \cdot 3\,\text{A} = 0,045\ \text{A}$ $\quad \dfrac{\Delta I}{I} = \dfrac{0,045\ \text{A}}{1\ \text{A}} = 4,5\%$

c) { 6 6 6 4.8 7.6}

Die gleitende Medianfilterung ist eine Möglichkeit, Ausreißer aus Messreihen zu entfernen.

Aufgabe 2. (8 P)



$$U_M = \frac{R_0}{R_0 + R_T} U_S \quad \Rightarrow \quad R_T = R_0 \left(\frac{U_S}{U_M} - 1 \right)$$

$$R_T = 120\,\Omega \cdot \left(\frac{9}{3} - 1 \right) = 240\,\Omega$$

$$\Delta R_{T,R_0} = \frac{\partial R_T}{\partial R_0} \cdot \Delta R_0 = \left(\frac{U_S}{U_M} - 1 \right) \cdot \Delta R_0 = 2 \cdot 2,5\,\Omega = 5\,\Omega$$

$$\Delta R_{T,U_M} = \frac{\partial R_T}{\partial U_M} \cdot \Delta U_M = R_0 \frac{-U_S}{U_M^2} \cdot \Delta U_M = -120\,\Omega \cdot \frac{9 \cdot 0,1}{9} = -12\,\Omega$$

$$\Delta R_T = \sqrt{\left(\Delta R_{T,R_0}\right)^2 + \left(\Delta R_{T,U_M}\right)^2} = \sqrt{25 + 144}\ \Omega = 13\,\Omega$$

Aufgabe 3. (6 P)

Ansatz: $\quad U(I) = \bar{U} - R_i \cdot \left(I - \bar{I} \right) = U_0 - R_i \cdot I\,,\ \ U_0 = \bar{U} + R_i \cdot \bar{I}$

$$\bar{I} = \frac{60}{4} = 15\,\text{A}$$

$$\bar{U} = \frac{32}{4} = 8\ \text{V}$$

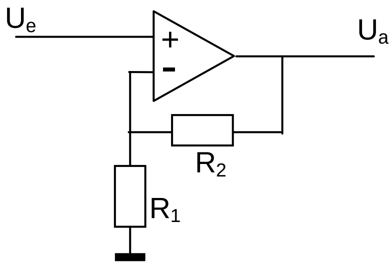
$$\sum \left(I_i - \bar{I} \right)\left(U_i - \bar{U} \right) = (-11) \cdot 2 + (-3) \cdot 0,5 + 1 \cdot (-0,5) + 13 \cdot (-2) = -50\ \text{VA}$$

$$\sum \left(I_i - \bar{I} \right)^2 = (-11)^2 + (-3)^2 + 1^2 + 13^2 = 300\ \text{A}^2$$

$$R_i = -\left(\frac{-50}{300} \right) \Omega = \frac{1}{6}\,\Omega \approx 0,167\,\Omega$$

$$U_0 = 8\ \text{V} + \frac{1}{6}\,\Omega \cdot 15\ \text{A} = 10,5\ \text{V}$$

Aufgabe 4. (6 P)



$$U_e = U_+$$

$$U_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_a$$

$$U_+ = U_- \quad \Rightarrow \quad U_a = \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_e$$

$$U_a = \frac{3{,}3 + 13{,}2}{3{,}3} U_e = \frac{16{,}5}{3{,}3} U_e$$

also

$$U_a = 5 \cdot U_e$$

Aufgabe 5. (6 P)

a)

$$\bar{\vartheta} = \frac{54}{6}\,°C = 9\,°C$$

$$s_\vartheta = \sqrt{\frac{1}{5}\left(1+0+9+9+1+0\right)}\,°C = \sqrt{\frac{20}{5}} = 2\,°C$$

$$\Delta\vartheta = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot 4{,}03 \cdot 2\,°C \approx 1{,}6 \cdot 2\,°C = 3{,}2\,°C$$

Messergebnis:

$$\vartheta = 9\,°C \pm 3{,}2\,°C\,, \quad \left(1-\alpha\right) = 0{,}99$$

b)

hier soll das vollständige Messergebnis in Worte gefasst werden, also

Die tatsächliche Temperatur des Reaktors liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% zwischen 2,6 °C und 15,4 °C.

Aufgabe 6. (10 P)

a) $R(\vartheta) = R_{25} \cdot (1 + 0.008\,\mathrm{K}^{-1} \cdot \Delta\vartheta + 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-2} \cdot \Delta\vartheta^2)$, $R_{25} = R(\vartheta = 25°C) = 2\,\mathrm{k}\Omega$,

$$R(20°C) = 1921\Omega\,, \quad R(50°C) = 2425\Omega$$

$$R_{lin}\left(\vartheta\right) = R(20°C) + \frac{R(50°C) - R(20°C)}{50°C - 20°C} \cdot \left(\vartheta - 20°C\right) = 1921\Omega + \frac{504}{30}\frac{\Omega}{K} \cdot \left(\vartheta - 20°C\right)$$

$$R_{lin}\left(\vartheta\right) = 1921\Omega + 16{,}8\frac{\Omega}{K} \cdot \left(\vartheta - 20°C\right) = 16{,}8\frac{\Omega}{K} \cdot \vartheta + 1585\Omega$$

b) Welche Temperaturen werden nach dieser linearen Näherung bei 0 °C und bei 100 °C Messtemperatur ermittelt?

$$\vartheta_{lin} = \frac{R_{lin} - 1585\Omega}{16{,}8\frac{\Omega}{K}}$$

$$R(0°C) = 1625\Omega\,,\quad R(100°C) = 3425\Omega$$

$$\vartheta_{lin}\left(0°C\right) = \frac{1625\Omega - 1585\Omega}{16{,}8\frac{\Omega}{K}} = 2{,}381°C$$

$$\vartheta_{lin}\left(100°C\right) = \frac{3425\Omega - 1585\Omega}{16{,}8\frac{\Omega}{K}} \approx 109{,}52°C$$

$$\frac{\Delta\vartheta}{\vartheta} = \frac{9{,}52°C}{100°C} = 9{,}52\%$$

c) Es wird ein Spannungsteiler aus dem Si-Widerstand und einem 2 kΩ-Präzisionswiderstand gebildet und mit 5 V (konstant) gespeist. Die Spannung über dem Si-Widerstand wird als Messspannung U_M ausgewertet. Bestimmen Sie eine lineare Kennlinie für U_M, die bei 20 °C und bei 50 °C exakte Werte liefert.

$$U_M = \frac{R(\vartheta)}{R(\vartheta) + 2k\Omega}\cdot 5V = \frac{1 + 0.008\,\mathrm{K}^{-1}\cdot\Delta\vartheta + 2\cdot 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-2}\cdot\Delta\vartheta^2}{2 + 0.008\,\mathrm{K}^{-1}\cdot\Delta\vartheta + 2\cdot 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-2}\cdot\Delta\vartheta^2}\cdot 5V$$

$$U_M(20°C) = 2{,}4496V,\quad U_M(50°C) = 2{,}7401V$$

$$U_{M,lin}\left(\vartheta\right) = U_M(20°C) + \frac{U_M(50°C) - U_M(20°C)}{50°C - 20°C}\cdot\left(\vartheta - 20°C\right) = 2{,}4496V + \frac{0{,}2905}{30}\frac{V}{K}\cdot\left(\vartheta - 20°C\right)$$

$$U_{M,lin}\left(\vartheta\right) = 2{,}4496V + 9{,}684\frac{mV}{K}\cdot\left(\vartheta - 20°C\right) = 9{,}684\frac{mV}{K}\cdot\vartheta + 2{,}2559V$$

d) Vergleichen Sie den relativen Fehler bei 100 °C mit dem aus b).

$$U_M(100°C) = 3{,}1567V$$

$$\vartheta_{lin} = \frac{U_M - 2{,}2559V}{9{,}684\frac{mV}{K}}$$

$$\vartheta_{lin} = \frac{3{,}1567V - 2{,}2559V}{9{,}684\frac{mV}{K}} \approx 93{,}02°C$$

$$\frac{\Delta\vartheta}{\vartheta} = \frac{100 - 93{,}02}{100} = 6{,}98\%$$

Der relative Fehler bei 100°C wird durch die Messschaltung mit Spannungsteiler um 2,54% (absolut) bzw. um 26,7% (relativ zum Fehler in b) reduziert.