

GRg17 Geblergasse 56-58,
1170 Wien,
Österreich

**Fachbereichsarbeit aus Physik
bei Mag. Josef Emhofer**

Analoge passive Filter in der Elektronik

Nico Einsidler

17. Februar 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	6
1.1	Analog & Digital	6
1.1.1	Analoge Filtersysteme	6
1.1.2	Digitale Filtersysteme	6
1.2	Passiv & Aktiv	7
1.2.1	Passive Filtersysteme	7
1.2.2	Aktive Filtersysteme	7
2	Grundlagen	8
2.1	Darstellung von komplexen Größen	8
2.2	Impedanz	8
2.2.1	Der ohmsche Widerstand	10
2.2.2	Kapazitäten - Der Kondensator	10
2.2.3	Induktivität - Die Spule	11
2.3	Spannungsteiler	12
2.3.1	Belastete und unbelastete Spannungsteiler	12
2.3.2	Spannung an dem zweiten Glied eines unbelasteten Spannungsteilers	13
2.4	Übertragungsfunktion	14
2.4.1	RC-Tiefpass	14
2.4.2	RL-Hochpass	14
2.4.3	RC-Bandpass	15
2.5	Grenzfrequenz	16
2.5.1	Grenzfrequenz am RC-Tiefpass	16
2.5.2	Grenzfrequenz am RL-Hochpass	17
2.5.3	Die Grenzfrequenzen am RC-Bandpass	18
2.6	Bode-Diagramme	19
3	RC- und RL-Wechselstromkreise	20
3.1	RC-Tiefpass	20
3.1.1	Theorie	20
3.1.2	Simulation	21
3.1.3	Versuch und Messung	24
3.2	RL-Hochpass	28
3.2.1	Theorie	28
3.2.2	Simulation	29
3.2.3	Versuch und Messung	31

3.3	Bandpass	34
3.3.1	Theorie	34
3.3.2	Simulation	35
4	Praktische Anwendung: Lichtorgel	38
4.1	Theorie	38
4.1.1	Stromversorgung	38
4.1.2	Vorverstärker	39
4.1.3	Filter	39
4.1.4	Komparator	39
4.1.5	Schaltplan	40
4.2	Praxis	40
	Abbildungsverzeichnis	40
	Literaturverzeichnis	45

Vorwort

Vor fünf Jahren habe ich meine erste LED bekommen. Seit dem kann ich mich der Faszination Elektronik kaum entziehen. Zusammen mit einem guten Freund, Daniel Frank, der mich auch diesmal mit einem Oszilloskop und mit Bauteilen unterstützt hat, haben wir unsere Fähigkeiten im Bereich der Elektronik immer weiter verbessert. Eine Zeit lang führten wir sogar eine Homepage für Bastler.

Heute gehe ich die Elektronik schon seriöser an, jedoch treibt mich immer noch die Tatsache, am Ende etwas gebastelt zu haben, in dem Fall eine Lichtorgel. Jedoch kommt mein ungewöhnliches Hobby in letzter Zeit vor allem durch die Schule etwas zu kurz. Aus diesem Grund und wegen des festen Beschlusses eine Fachbereichsarbeit zu schreiben, da ich von ihren Vorteilen überzeugt bin, fragte ich mich, warum ich mein Hobby nicht für die Schule austobe.

Diese Arbeit ist das Resultat. Das Resultat von mindestens drei Monaten harter Arbeit, da es immer wieder zu Komplikationen kam, sei es, dass es ein kleiner Vorzeichenfehler war oder ein Kabel mit einem Wackelkontakt.

Danksagung

Es gab jedoch Personen, die mich in solch mühsamen Stunden immer wieder ermuntert haben und mit Rat und Tat zur Seite standen. Besonders dankend erwähnen möchte ich:

- Professor Franz Embacher von der Universität Wien
- Daniel Frank
- Johannes Geist

Zusammenfassung

Jeder kennt Equalizer, Radios oder Frequenzweichen für Boxen. Allen diesen Dingen ist eins gemeinsam: Sie funktionieren nur, weil es Filter gibt. Filterschaltungen sind einer der wichtigsten Schaltungstypen und umgeben uns täglich.

Die einfachste Form eines Filters in der Elektronik ist ein analoges passives Filter. Dieses arbeitet nicht mit Algorithmen und braucht auch keine externe Stromversorgung um zu funktionieren, trotzdem schafft es bestimmte Frequenzen passieren zu lassen oder auch nicht.

Beschäftigt man sich etwas genauer mit den Bauteilen, die ein analoges passives Filter ausmachen, also mit Kondensatoren oder Spulen, so gelangt man zu erstaunlichen Einsichten: Erstens, dass Strom und Spannung nicht unbedingt in Phase sein müssen und zweitens, dass komplexe Zahlen keine Erfindung der Menschheit sind, sondern auch in der Natur vorkommen.

Häufig benützte Abkürzungen

C ... Kondensator (engl. capacitor)

L ... Spule

R ... (ohmscher) Widerstand (engl. resistor)

Rechtlicher Hinweis zu den Abbildungen

Alle Grafiken sind, wenn nicht anders angeführt, vom Autor selbst (Nico Einsidler) erstellt.

1 Einleitung

1.1 Unterschied zwischen analog und digital

1.1.1 Analoge Filtersysteme

Analoge Filter werden aus relativ einfachen elektronischen Komponenten zusammengebaut, nämlich aus einem Widerstand und einer Spule oder einem Kondensator. Sie sind dafür gebaut Teile des Frequenzspektrums herauszufiltern. Analoge Filter finden einen sehr großen Anwendungsbereich: Videosignale werden mit ihrer Hilfe verbessert, grafische Equalizer für HiFi-Systeme werden mit analogen Filtern realisiert, usw. Noch dazu sind sie außerdem meist sehr kostengünstig.

„Ein Filter ist dann analog, wenn es das Signal zeit- und amplitudenkontinuierlich¹ verarbeitet.“ [1, vgl. S.6] Es muss das Signal also nicht vorher bearbeitet werden.

1.1.2 Digitale Filtersysteme

Ein digitales Filter besteht aus einem Prozessor, der den „Filtereffekt“ mit digitalen Werten errechnet. Dafür muss das Signal vor dem Filtern erst mit Hilfe von einem ADC (engl.: analog to digital converter; zu Deutsch: analog zu digital Wandler) digitalisiert, in der Fachsprache „gesampled“ (Englisch) werden.

Beim Sampling werden von einem Tonsignal in kurzen Abständen die gemessenen Spannungswerte (siehe Abb 1.1) aufgezeichnet und dadurch digitalisiert.

Diese Spannungswerte, Samples, können dann von einem Audio-Prozessor weiter verarbeitet werden. Dies geschieht durch Algorithmen, die den Filtereffekt errechnen und somit ein Filter simulieren. Anschließend werden die gefilterten Spannungswerte durch einen DAC (engl.: digital to analog converter) wieder in ein analoges Signal (also ungleichförmige Wechselspannung) konvertiert.

¹d. h. die Spannungswerte können innerhalb einer bestimmten Zeitspanne beliebige Werte annehmen

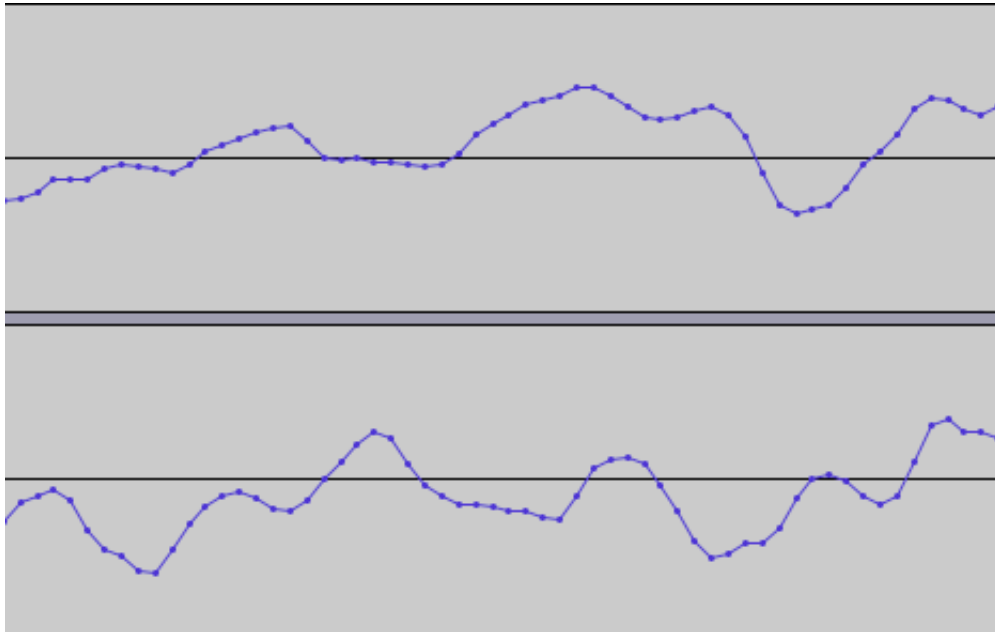


Abbildung 1.1: Samples (blaue Punkte), also die gemessenen Spannungswerte, mit dem Open Source Programm Audacity sichtbar gemacht.

1.2 Unterschied zwischen Passiv- und Aktivfiltern

1.2.1 Passive Filtersysteme

Passive Filter bestehen ausschließlich aus Kondensatoren (C), Spulen (L), Widerständen (R) und selten auch aus Quarzen (Q). Sie benötigen keine externe Stromquelle.

1.2.2 Aktive Filtersysteme

Aktive Filtersysteme bestehen nicht nur aus passiven Elementen, sondern auch aus aktiven, wie Transistoren und Operationsverstärkern, weswegen sie eine externe Stromversorgung benötigen. Allerdings kann mit Hilfe der Transistoren oder Operationsverstärker das gefilterte Signal sofort im Filter zusätzlich verstärkt werden.

Durch den Gebrauch von aktiven Elementen kann eine Induktivität (wie es auch die Spule ist) simuliert werden. Damit erzielt man folgende Vorteile: Erstens ist keine große Spule von Nöten, und andererseits erreicht man dadurch eine hohe Güte² des Filters.

²Die Güte eines Filters bestimmt die „Schärfe“ des Übergangs zwischen Sperr- und Durchlassbereich.

2 Grundlagen

In dem folgenden Kapitel werden nur sinus- oder cosinusförmige Wechselströme und Spannungen behandelt. Die dadurch erarbeiteten Grundlagen gelten aber auch für alle anderen Arten von Wechselgrößen.

2.1 Darstellung von komplexen Größen

Wechselströme und Wechselspannungen, welche einen sinusförmigen Verlauf haben, können mathematisch wie folgt beschrieben werden:

$$i(t) = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i) \quad (2.1)$$

$$u(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u) \quad (2.2)$$

Nun kann man Wechselstrom oder Wechselspannung als *Drehzeiger* (rotierender Zeiger, zu sehen in Abb. 2.1) in der gaußschen Zahlenebene darstellen, somit wird aus dem Wechselstrom $i(t)$ der komplexe Wechselstrom $\underline{i}(t)$ beziehungsweise aus der Wechselspannung $u(t)$ die komplexe Wechselspannung $\underline{u}(t)$:

$$\underline{i}(t) = \operatorname{Re} \underline{i}(t) + j \operatorname{Im} \underline{i}(t) = \hat{I} \cos(\omega t + \varphi_i) + j \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i) \text{ , mit } j = \sqrt{-1} \quad (2.3)$$

$$\underline{u}(t) = \operatorname{Re} \underline{u}(t) + j \operatorname{Im} \underline{u}(t) = \hat{U} \cos(\omega t + \varphi_u) + j \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u) \quad (2.4)$$

Wobei \hat{U} beziehungsweise \hat{I} die Amplituden, auch Scheitelwerte genannt, der Wechselgrößen darstellen, welche als *ruhende Zeiger* dargestellt werden können. Durch Anwenden der eulerschen Formel erhält man:

$$\hat{I} \cos(\omega t + \varphi_i) + j \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i) = \hat{I} e^{j(\omega t + \varphi_i)} = \underline{i}(t) \quad (2.5)$$

$$\hat{U} \cos(\omega t + \varphi_u) + j \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u) = \hat{U} e^{j(\omega t + \varphi_u)} = \underline{u}(t) \quad (2.6)$$

2.2 Impedanz

Als Impedanz wird der Widerstand in Wechselstromkreisen bezeichnet, Impedanz ist also der *Wechselstromwiderstand*. Sie besteht aus einem von der Zeit unabhängigen Realteil R und einem zeitabhängigen Imaginärteil X .¹

$$\underline{Z} = R + jX \quad (2.7)$$

¹Bei einem ohmschen Widerstand ist der Imaginärteil gleich null, er ist also nur real.

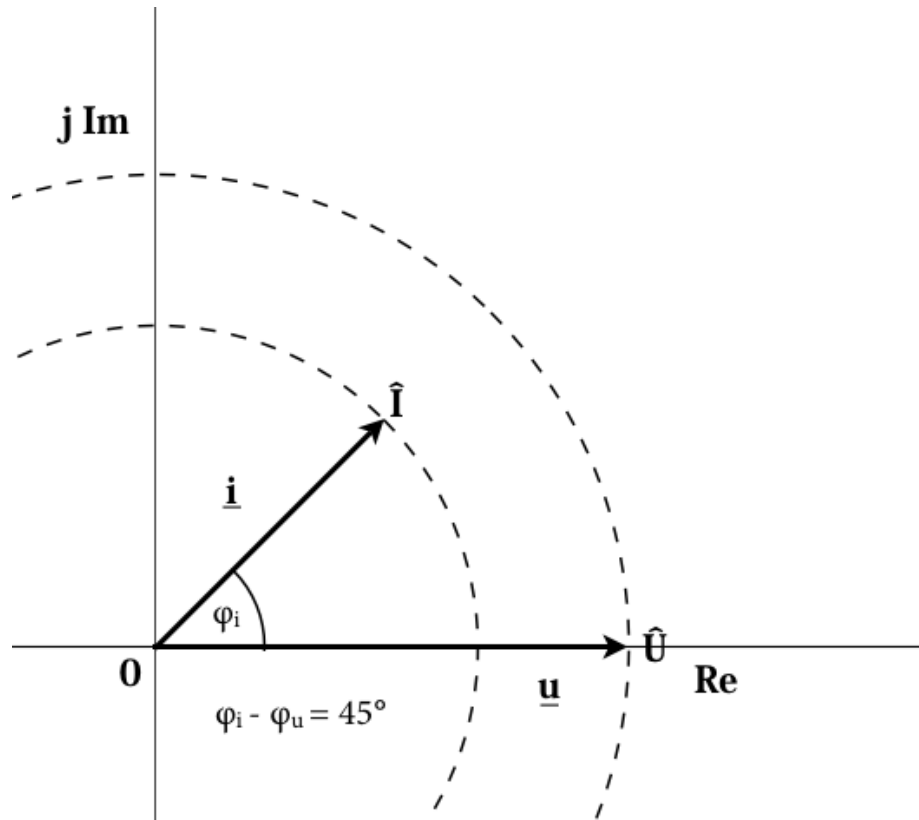


Abbildung 2.1: Darstellung von komplexem Wechselstrom und -spannung als Drehzeiger in der gaußschen Zahlenebene. Strom und Spannung sind hier nicht in Phase, der Strom eilt der Spannung um 45° voraus. Die Zeiger für Strom und Spannung gegen den Uhrzeigersinn mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierend, die Zeigerlänge entspricht der Amplitude der jeweiligen Größe.

Die Impedanz \underline{Z} ergibt sich ganz analog zum ohmschen Gesetz, der Strich unter Z kennzeichnet Z als eine komplexe Zahl. Durch Einsetzen der komplexen Wechselgrößen für Strom und Spannung kommt man auf:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{u(t)}{i(t)} = \frac{\hat{U}e^{j(\omega t + \varphi_u)}}{\hat{I}e^{j(\omega t + \varphi_i)}} \quad (2.8)$$

Nach dem Beispiel $10^a \cdot 10^b = 10^{a+b}$ kann angeschrieben werden: $\frac{\hat{U}e^{j(\omega t + \varphi_u)}}{\hat{I}e^{j(\omega t + \varphi_i)}} = \frac{\hat{U}e^{j\omega t}e^{j\varphi_u}}{\hat{I}e^{j\omega t}e^{j\varphi_i}}$ und Kürzen ergibt:

$$\underline{Z} = \frac{\hat{U}e^{j\varphi_u}}{\hat{I}e^{j\varphi_i}} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}}e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} \quad (2.9)$$

Setzt man nun die Werte für die Amplituden \hat{U} und \hat{I} und die Winkel φ_u und φ_i ein, bekommt man den Zeiger der Impedanz \underline{Z} in Polarkoordinaten ausgedrückt.

Da eine Division zweier sich drehenden Zeiger einen ruhenden Zeiger ergibt, kann die Impedanz als *ruhender Zeiger* in der gaußschen Zahlenebene dargestellt werden (Abb. 2.2). [2, vgl. S.16]

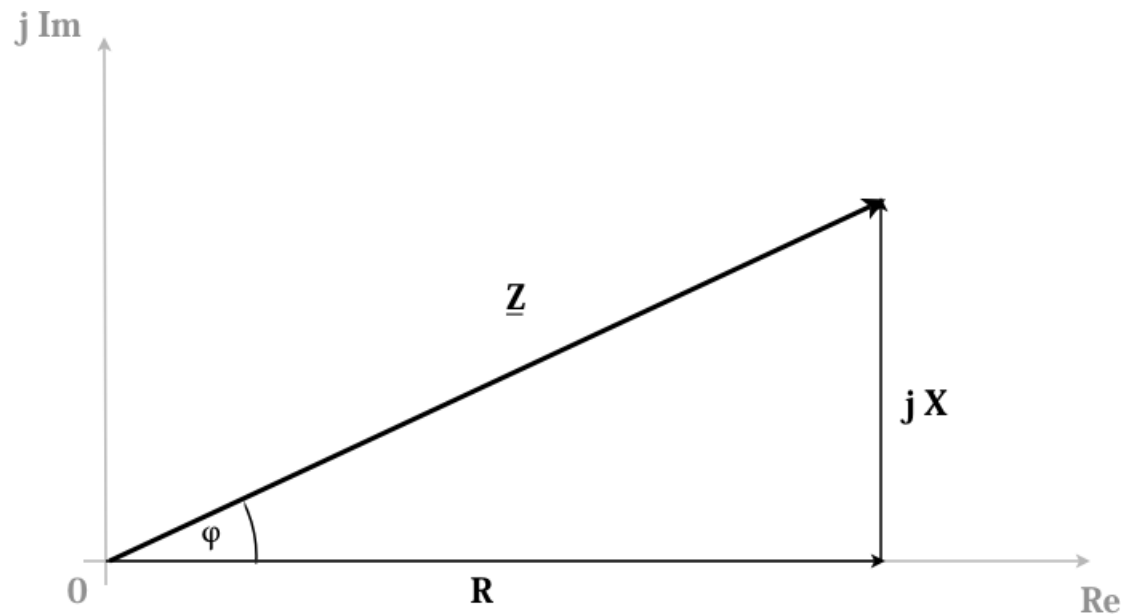


Abbildung 2.2: Die Darstellung eines komplexen Widerstands in der gaußschen Zahlenebene mit dem Realteil R (Resistanz) und dem Imaginärteil Z (Reaktanz).

Die Länge des Zeigers \underline{Z} kann durch den Satz des Pythagoras (vgl. Abb 2.2) wie folgt errechnet werden:

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (2.10)$$

Der Betrag einer Impedanz wird als Scheinwiderstand bezeichnet.

2.2.1 Der ohmsche Widerstand

Der ohmsche Widerstand verursacht keine Phasenverschiebung von Strom und Spannung, was bedeutet $\varphi_u - \varphi_i = 0$. Damit ergibt sich für die Impedanz:

$$\underline{Z} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} e^{j0} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} \quad (2.11)$$

2.2.2 Kapazitäten - Der Kondensator

Ausgehend von der Formel $I = C \cdot \frac{dU}{dt}$, welche den Stromfluss an einem Kondensator beschreibt, können die Impedanz und die Phasenverschiebung zwischen Strom und Span-

nung hergeleitet werden. Dazu setzt man den komplexen Strom $\underline{i} = \hat{I} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)}$ und die komplexe Spannung $\underline{u} = \hat{U} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_u)}$ in die Gleichung ein und leitet ab:

$$\underline{i} = C \cdot \frac{d\underline{u}}{dt} = C \cdot \frac{d(\hat{U} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_u)})}{dt} = C \cdot \underbrace{\hat{U} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_u)}}_{\underline{u}} \cdot j\omega = \underline{u} \cdot j\omega C \quad (2.12)$$

Und da die Impedanz \underline{Z} als Quotient aus Spannung und Strom definiert ist, ergibt weiteres Umstellen:

$$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C} \quad (2.13)$$

Um nun die Phasenverschiebung feststellen zu können, sind noch einige weitere Rechenschritte nötig. Zuerst muss die imaginäre Einheit j vom Nenner in den Zähler gebracht werden:

$$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C} = -j \cdot \frac{1}{\omega C}, \text{ da } j^{-1} = \frac{1}{j} = \frac{j}{j \cdot j} = \frac{j}{-1} = -j \quad (2.14)$$

Da nun $-j$ durch die eulersche Formel auch auf die Form $\cos(-\frac{\pi}{2}) + j \cdot \sin(-\frac{\pi}{2}) = e^{-j\frac{\pi}{2}}$ gebracht werden kann, ist durch Formel 2.9 die Phasenverschiebung ersichtlich,

$$\varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{2} \quad (2.15)$$

was 90° entspricht.

2.2.3 Induktivität - Die Spule

Ganz ähnlich wie bei der Berechnung der Impedanz eines Kondensators verhält es sich bei der Spule auch. Durch das in der Schule behandelte Induktionsgesetz ist folgende Gleichung bekannt:

$$U = L \cdot \frac{dI}{dt} \quad (2.16)$$

Man kann nun die komplexe Spannung \underline{u} sowie den komplexen Strom \underline{i} einsetzen. Dadurch erhält man $\underline{u} = L \cdot \frac{d\underline{i}}{dt}$. Durch Einsetzen des Wertes für \underline{i} und anschließendes Ableiten ergibt sich:

$$\underline{u} = L \cdot \frac{d(\hat{I} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)})}{dt} = L \cdot \underbrace{\hat{I} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)}}_{\underline{i}} \cdot j\omega = \underline{i} \cdot j\omega L \quad (2.17)$$

Und da die Impedanz der Quotient von komplexer Spannung und komplexem Strom ist, gilt für die Impedanz der Spule:

$$\underline{Z} = j\omega L, \text{ da } \underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} \quad (2.18)$$

Da die Impedanz einer Spule nur einen imaginären Teil besitzt - der Widerstand einer Spule ist also nur imaginär - beträgt die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung 90° . Dies kann man auch mathematisch festhalten, da j durch $e^{j\frac{\pi}{2}}$ ersetzt werden kann ($j = \cos(\frac{\pi}{2}) + j \cdot \sin(\frac{\pi}{2}) = e^{j\frac{\pi}{2}}$). $\varphi_u - \varphi_i$ ist somit $\frac{\pi}{2}$, was 90° entspricht.

2.3 Spannungsteiler

2.3.1 Belastete und unbelastete Spannungsteiler

In der einfachsten Form besteht ein Spannungsteiler aus zwei in Reihe geschalteten Widerständen. Wie der Name schon suggeriert, ist er dazu da um Spannungen zu teilen. Man unterscheidet grundlegend zwischen zwei Arten von Spannungsteilern:

- **unbelastete Spannungsteiler:** Bei dieser Form des Spannungsteilers werden zwei Widerstände, R_1 und R_2 , in Reihe geschaltet. Sind die Widerstände beispielsweise gleich groß, so fällt an beiden Widerständen die gleiche Spannung ab, wenn nicht, dann teilt sich die Spannung in dem Verhältnis der Widerstandswerte auf. Von einem unbelasteten Spannungsteiler spricht man dann, wenn weder an R_1 noch an R_2 ein weiterer Verbraucher parallel geschaltet wird.
- **belastete Spannungsteiler:** Bei einem belasteten Spannungsteiler wird ein zusätzlicher Verbraucher an einen der beiden Widerstände parallel geschaltet. Der Verbraucher und der Widerstand können dann als ein einziger Widerstand angesehen werden, welcher den Gesamtwiderstand $R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V}}$ ² hat. Ist nun der Widerstand des Verbrauchers gegenüber dem des einen Gliedes des Spannungsteilers sehr groß, dann ist der Widerstandswert des Verbrauchers R_V (in Abbildung 2.3 abgekürzt U_V) annähernd der Widerstand R_2 .

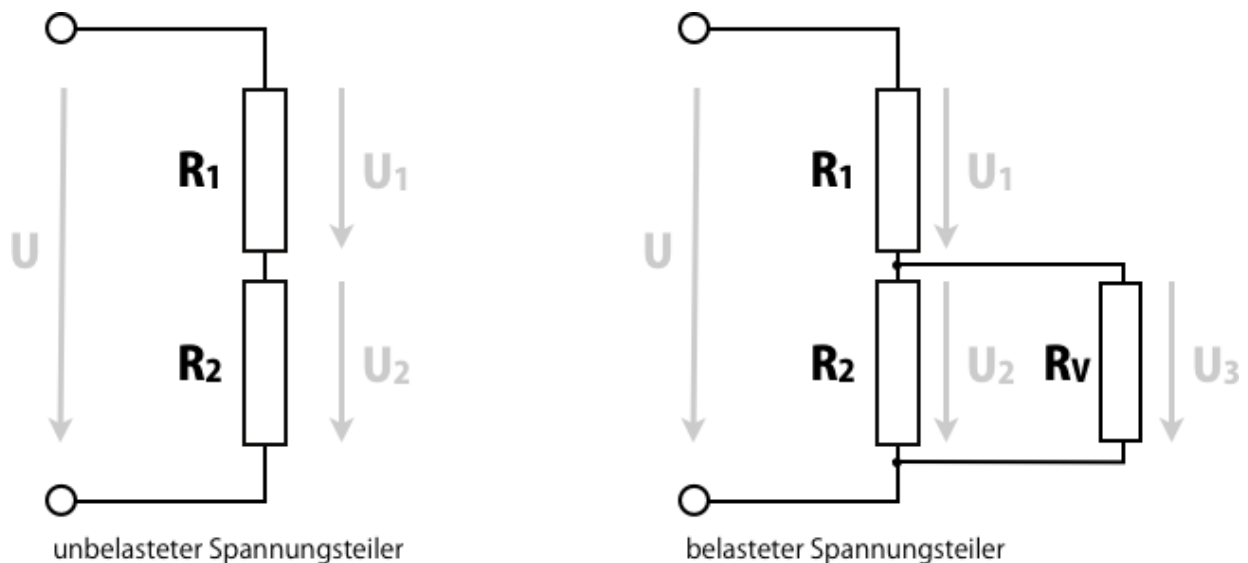


Abbildung 2.3: Abbildung eines belasteten und eines unbelasteten Spannungsteilers

² R_V ist der Widerstand des Verbrauchers.

In der Praxis kommen eigentlich nur belastete Spannungsteiler vor, da es des Spannungsteilers Aufgabe ist, Spannung zu teilen, die man danach anderweitig verwenden möchte. Auch bei der Messung von Schaltungen spielt dies eine große Rolle, Messgeräte haben daher meist einen sehr hohen Widerstand, damit dieser Effekt minimiert werden kann. Bei dem Bau eines Filters wird das Augenmerk daher darauf liegen, den Widerstand des Filters gegenüber dem des Verbrauchers möglichst klein zu halten, damit die Berechnungen annähernd wieder stimmen.

2.3.2 Spannung an dem zweiten Glied eines unbelasteten Spannungsteilers

Für die Herleitung der Übertragungsfunktion eines Filters wird es von Nöten sein, die Spannung U_2 aus Abbildung 2.3 nur unter der Verwendung von bekannten Größen, Widerständen und Eingangsspannung, auszudrücken. Dazu verwendet man die Maschenregel.

$$U - U_1 - U_2 = 0 \quad (2.19)$$

Umstellen ergibt:

$$U_2 = U - U_1 \quad (2.20)$$

Nun kann für U_1 nach dem ohmschen Gesetz auch $R_1 \cdot I$ eingesetzt werden. I hat dabei deswegen keine weitere Beschriftung, da alle Bauteile vom selben Strom durchflossen werden, es gibt keinen Knoten. Somit wird Gleichung 2.20 zu:

$$U_2 = U - R_1 \cdot I \quad (2.21)$$

Jetzt muss noch die einzige unbekannte Größe, nämlich I aus der Gleichung eliminiert werden. Dabei hilft wieder das ohmsche Gesetz: Statt I kann auch $\frac{U}{R_1 + R_2}$ geschrieben werden, wobei $R_1 + R_2$ den Gesamtwiderstand darstellen. Gleichung 2.21 wird somit zu:

$$U_2 = U - R_1 \cdot \frac{U}{R_1 + R_2} \quad (2.22)$$

Mit ein paar Schritten kann nun das Ergebnis noch vereinfacht werden:

$$U_2 = U - \frac{U \cdot R_1}{R_1 + R_2} = \frac{U \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2} - \frac{U \cdot R_1}{R_1 + R_2} = \frac{UR_1 + UR_2}{R_1 + R_2} - \frac{UR_1}{R_1 + R_2} = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.23)$$

Nun ist die einfachste Form der Gleichung für die Spannung am zweiten Widerstand des unbelasteten Spannungsteilers in Abbildung 2.3 gefunden:

$$U_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.24)$$

2.4 Übertragungsfunktion

Die Übertragungsfunktion gibt das Verhältnis von der Eingangs- zur Ausgangsspannung an, sie ist also definiert als der Quotient von Eingangs- und Ausgangsspannung $H = \frac{U_a}{U_e}$ (U_a steht für die Ausgangsspannung, U_e für die Eingangsspannung). Aus Gleichung 2.24 kann man auf die Übertragungsfunktion schließen, indem man durch U dividiert. U wird von jetzt an U_e und U_2 wird nun U_a genannt:

$$H = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.25)$$

Vorgehensweisen gibt es mehrere die Übertragungsfunktion einer Schaltung zu finden. In dieser werde ich jedoch immer die Vorteilhafteste nehmen, wobei nicht alle Methoden bei jeder Schaltung funktionieren, weshalb es besser wäre alle Knoten und Maschen einer Schaltung zu betrachten, anstatt mit Spannungsteilern oder komplexen Widerständen zu arbeiten. Diese Arbeit wird sich allerdings wegen der Länge und der einzelnen Formeln, wie schon erwähnt, mit der kürzesten Methode beschäftigen.

2.4.1 RC-Tiefpass

Um auf die Übertragungsfunktion eines RC-Tiefpasses zu kommen, müssen die Werte für die Widerstände in die allgemeine Form der Übertragungsfunktion 2.25 eingesetzt werden. Bei einem RC-Tiefpass wird R_1 zu R , da der erste Widerstand im Spannungsteiler ein ohmscher Widerstand ist, und R_2 wird zu der Impedanz X_C , nämlich der des Kondensators. Einsetzen ergibt:

$$H = \frac{X_C}{R + X_C} \quad (2.26)$$

Da $X_C = \frac{1}{j\omega C}$ (siehe Gleichung 2.13), wird oben stehende Gleichung zu:

$$H = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \quad (2.27)$$

Umstellen ergibt:

$$H = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{Rj\omega C + 1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega CR} \quad (2.28)$$

2.4.2 RL-Hochpass

Analog zu den Überlegungen der Übertragungsfunktion des RC-Tiefpasses kann für den RL-Hochpass notiert werden:

$$H = \frac{X_L}{R + X_L} \quad (2.29)$$

Einsetzen und Vereinfachen ergibt:

$$H = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{1}{\frac{R}{j\omega L} + 1} = \frac{1}{1 - j\frac{R}{\omega L}} \quad (2.30)$$

2.4.3 RC-Bandpass

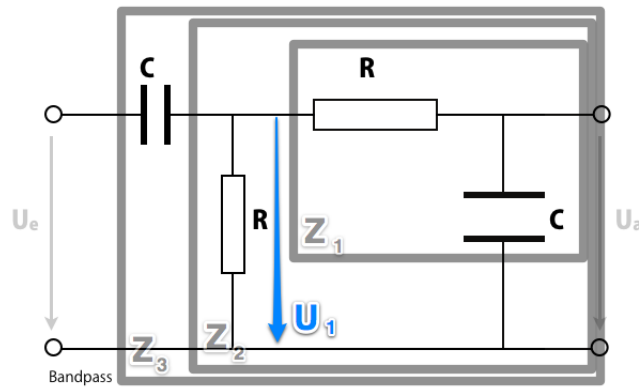


Abbildung 2.4: Ein Bild eines RC-Bandpasses mit für die Herleitung nützlichen Beschriftungen

Wie im Kapitel 3.3 beschrieben wird hier angenommen, dass die Kondensatoren und Widerstände gleich sind, um die Herleitung zu vereinfachen.

Ausgehend von Abbildung 2.4 wird die Spannungsteilerformel verwendet, um den Bandpass herzuleiten. Die Übertragungsdefinition ist folgendermaßen definiert, man erweitert mit U_1 :

$$H = \frac{U_a}{U_e} = \frac{U_a}{U_1} \cdot \frac{U_1}{U_e} \quad (2.31)$$

Durch die Spannungsteilerformel kann man $\frac{U_a}{U_1}$ und $\frac{U_1}{U_e}$ umformen:

$$\frac{U_a}{U_1} = \frac{X_c}{\underline{Z}_1}, \text{ wobei } X_c \text{ der komplexe Widerstand des Kondensators ist.} \quad (2.32)$$

$$\frac{U_1}{U_e} = \frac{X_2}{\underline{Z}_3} \quad (2.33)$$

Nun werden die gesuchten komplexen Widerstände notiert:

$$\underline{Z}_1 = R + \frac{1}{j\omega C} \quad (2.34)$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{X_c}} = \frac{R \cdot \underline{Z}_1}{R + \underline{Z}_1} = \frac{\underline{Z}_1}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{R}} = \frac{R + \frac{1}{j\omega C}}{1 + \frac{R + \frac{1}{j\omega C}}{R}} = \frac{1 + j\omega CR}{2j\omega C + \frac{1}{R}} \quad (2.35)$$

$$\underline{Z}_3 = \underline{Z}_2 + \frac{1}{X_c} = \underline{Z}_2 + \frac{1}{j\omega C} \quad (2.36)$$

Jetzt kann für $\frac{U_a}{U_1}$ und $\frac{U_1}{U_e}$ eingesetzt werden:

$$\frac{U_a}{U_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\underline{Z}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega CR} \quad (2.37)$$

$$\frac{U_1}{U_e} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{1+j\omega CR}{2j\omega CR + \frac{1}{R}}}{\frac{1+j\omega CR}{2j\omega CR + \frac{1}{R}} + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{1+j\omega CR}{2j\omega CR + \frac{1}{R}}}{\frac{3+j\omega CR + \frac{1}{j\omega CR}}{2j\omega C + \frac{1}{R}}} = \frac{1 + j\omega CR}{3 + j\omega CR + \frac{1}{j\omega CR}} \quad (2.38)$$

Nun multipliziert man die beiden gefundenen Brüche und es ergibt sich:

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{U_a}{U_1} \cdot \frac{U_1}{U_e} = \frac{1}{1 + j\omega CR} \cdot \frac{1 + j\omega CR}{3 + j\omega CR + \frac{1}{j\omega CR}} = \frac{1}{3 + j\omega CR + \frac{1}{j\omega CR}} = \frac{1}{3 + j(\omega CR - \frac{1}{\omega CR})} \quad (2.39)$$

Nun ist die einfachste Form der Übertragungsfunktion eines Bandpasses gefunden, wenn alle Kondensatoren und Widerstände gleich sind.

2.5 Grenzfrequenz

2.5.1 Grenzfrequenz am RC-Tiefpass

Die Grenzfrequenz f_c oder auch Eckfrequenz, bzw. englisch *cut off frequency*, ist die Frequenz bei der sich die Leistung eines Signals halbiert (um 3 dB vermindert [3, S. 9]). Weil hier mit Spannungen gerechnet wird, muss sich die Spannung um die Wurzel von 2 vermindern, damit sich die Leistung halbiert. Sie ist also der Punkt an dem der Betrag der Übertragungsfunktion H $\frac{1}{\sqrt{2}}$ beträgt.

$$|H| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2.40)$$

Setzt man den Betrag der Übertragungsfunktion des RC-Tiefpasses gleich, so erhält man nach einigen Umformungen die Grenzfrequenz f_c :

$$|H| = \frac{1}{|1 + j\omega CR|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} \quad (2.41)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2.42)$$

$$\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2} = \sqrt{2} \quad (2.43)$$

$$1 + \omega^2 C^2 R^2 = 2 \quad (2.44)$$

$$\omega^2 C^2 R^2 = 1 \quad (2.45)$$

$$\omega CR = 1 \quad (2.46)$$

Da die Grenzfrequenz $\omega = 2\pi f$, kann für ω eingesetzt werden:

$$2\pi f CR = 1 \quad (2.47)$$

Und da die Frequenz f in der obigen Gleichung die Grenzfrequenz ist, wird diese umbenannt in f_c . Es wird aufgelöst nach f_c :

$$f_c = \frac{1}{2\pi CR} \quad (2.48)$$

Stellt man nun um, kommt man zu der Erkenntnis, dass bei der Grenzfrequenz der Widerstand des Kondensators mit dem des ohmschen Widerstandes *betragsmäßig* gleich ist:

$$R = \underbrace{\frac{1}{2\pi f_c C}}_{\substack{\omega \\ X_C}} \quad (2.49)$$

Daher, dass an der Grenzfrequenz die Widerstandswerte der beiden Bauteile betragsmäßig gleich sind, kann man nun in die Übertragungsfunktion H für einen den Wert des anderen einsetzen:

$$H = \frac{1}{1 + j\omega CR} \text{ und } R = \frac{1}{\omega C} \text{ bzw. } \omega C = \frac{1}{R} \quad (2.50)$$

$$H = \frac{1}{1 + j\frac{R}{R}} = \frac{1}{1 + j} \quad (2.51)$$

$\frac{1}{1+j}$ ist betragsmäßig $\frac{1}{\sqrt{2}}$ und hat die Phase -45° . Spannung und Strom sind also an der Grenzfrequenz um -45° phasenverschoben.

2.5.2 Grenzfrequenz am RL-Hochpass

Analog zu dem Vorgang beim RC-Tiefpass, kann auch beim RL-Hochpass der Betrag der Übertragungsfunktion mit $\frac{1}{\sqrt{2}}$ gleich gesetzt werden:

$$|H| = \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{\omega^2 L^2} + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2.52)$$

$$\sqrt{\frac{R^2}{\omega^2 L^2} + 1} = \sqrt{2} \quad (2.53)$$

$$\frac{R^2}{\omega^2 L^2} + 1 = 2 \quad (2.54)$$

$$\frac{R^2}{\omega^2 L^2} = 1 \quad (2.55)$$

$$\frac{R}{\omega L} = 1 \quad (2.56)$$

$$f_c = \frac{R}{2\pi L} \quad (2.57)$$

Gleichung 2.56 kann wieder umgeformt werden, damit man sieht, dass an der Grenzfrequenz der Betrag der beiden Widerstände gleich ist:

$$R = \omega L \quad (2.58)$$

Wie auch schon beim RC-Tiefpass kann nun wieder in die Übertragungsfunktion eingesetzt werden:

$$H = \frac{1}{1 + \frac{R}{j\omega L}} = \frac{1}{1 + \frac{R}{jR}} = \frac{1}{1 + j^{-1}} = \frac{1}{1 - j} \quad (2.59)$$

Dies ist betragsmäßig wie erwartet $\frac{1}{\sqrt{2}}$ und hat die Phase 45° .

2.5.3 Die Grenzfrequenzen am RC-Bandpass

Alle Lösungen der Übertragungsfunktion H sind komplexe Zahlen. Diese wiederum können als Polarkoordinaten angeschrieben werden, der Betrag entspricht dann der Verstärkung der Amplitude und der Winkel - das Argument - entspricht der Phasenverschiebung von Strom und Spannung.

Dieser Fakt kann bei der Herleitung der Grenzfrequenzen sehr nützlich sein. Aus den vorherigen Herleitungen für den Hochpass und Tiefpass geht hervor, dass die Phasenverschiebung an den Grenzfrequenzen $\pm 45^\circ$ betrug. Der Winkel der Polarkoordinate kann mit Hilfe des Arkustangens bestimmt werden (siehe Grafik 2.1), es ist das Verhältnis zwischen Imaginärteil und Realteil, an der Grenzfrequenz muss dieses also ± 1 sein, da $\arctan \pm 1 = \pm 45^\circ$.

Damit man den Imaginärteil und den Realteil erkennen kann, muss die Übertragungsfunktion aus Gleichung 2.39 auf die Form $a + jb$ gebracht werden, wobei a der Realteil und b der Imaginärteil ist. Zu einer besseren Übersicht wird wie in Quelle [3] Ω als ωCR definiert.

$$H = \frac{1}{3 + j(\Omega - \frac{1}{\Omega})} \quad (2.60)$$

Nun wird mit der konjugierten komplexen Zahl des Nenners erweitert, sodass man auf Folgendes kommt:

$$H = \frac{3 - j(\Omega - \frac{1}{\Omega})}{(3 + j(\Omega - \frac{1}{\Omega})) \cdot (3 - j(\Omega - \frac{1}{\Omega}))} = \frac{3 - j(\Omega - \frac{1}{\Omega})}{9 + (\Omega - \frac{1}{\Omega})^2} = \frac{3}{9 + (\Omega - \frac{1}{\Omega})^2} - j \frac{(\Omega - \frac{1}{\Omega})}{9 + (\Omega - \frac{1}{\Omega})^2} \quad (2.61)$$

Nun sind sowohl realer als auch imaginärer Teil der Übertragungsfunktion ersichtlich und können in $\arctan \frac{\text{Im}}{\text{Re}} = \pm 45^\circ$ eingesetzt werden. $\frac{\text{Im}}{\text{Re}}$ muss also eins ergeben:

$$\frac{\text{Im}}{\text{Re}} = \frac{\frac{-(\Omega - \frac{1}{\Omega})}{9 + (\Omega - \frac{1}{\Omega})^2}}{\frac{3}{9 + (\Omega - \frac{1}{\Omega})^2}} = -\frac{\Omega - \frac{1}{\Omega}}{3} = \frac{1 - \Omega^2}{3\Omega} \quad (2.62)$$

$$\frac{1 - \Omega^2}{3\Omega} = 1 \quad (2.63)$$

$$1 - \Omega^2 = 3\Omega \quad (2.64)$$

$$-\Omega^2 - 3\Omega + 1 = 0 \quad (2.65)$$

Diese quadratische Gleichung hat zwei Lösungen, genauso wie es zwei Grenzfrequenzen gibt. Löst man sie, kommt man auf:

$$\Omega_1 \approx -3,303 \text{ und } \Omega_1 \approx 0,303 \quad (2.66)$$

Somit ergeben sich für die untere und obere Grenzfrequenz:

$$f_o = \frac{3,303}{2\pi RC} \text{ und } f_u = \frac{0,303}{2\pi RC} \quad (2.67)$$

Das Vorzeichen bei der oberen Grenzfrequenz ändert sich natürlich, da für diese Frequenz nicht $\frac{1 - \Omega^2}{3\Omega} = 1$ gilt, sondern $\frac{1 - \Omega^2}{3\Omega} = -1$. Nachrechnen bringt den Beweis, dass nur das Vorzeichen vertauscht werden muss.

Weiters kann man auch die Formel für die Mittenfrequenz f_0 herleiten. Da $\arctan 0 = 0^\circ$, muss geschrieben werden:

$$\frac{1 - \Omega^2}{3\Omega} = 0 \quad (2.68)$$

$$\Omega^2 = 1 \quad (2.69)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \quad (2.70)$$

2.6 Bode-Diagramme

Ein Bode-Diagramm stellt eine komplexe Übertragungsfunktion als ihren Betrag und ihr Argument in einer logarithmischen Skalierung dar. [4, S. 208] Der Betrag dieser Übertragungsfunktion entspricht der Amplitudenverstärkung und das Argument der Phasenverschiebung von Strom und Spannung. In einem Bode-Diagramm können also alle wichtigen Eigenschaften einer Filterschaltung abgelesen werden. Beispiele für Bode-Diagramme sind Abbildung 3.6 oder auch Abbildung 3.7.

3 RC- und RL-Wechselstromkreise

3.1 RC-Tiefpass

3.1.1 Theorie

Ein Tiefpass lässt, wie der Name schon sagt, die tiefen Frequenzen passieren und filtert die hohen Töne heraus. Da der Widerstand eines Kondensators zu der Frequenz in einem indirekt-proportionalen Verhältnis steht, muss das Ausgangssignal *parallel zu dem Kondensator* abgegriffen werden. Der Filter fungiert also als frequenzabhängiger Spannungsteiler. Der Tausch von Kondensator ergibt einen RC-Hochpass.

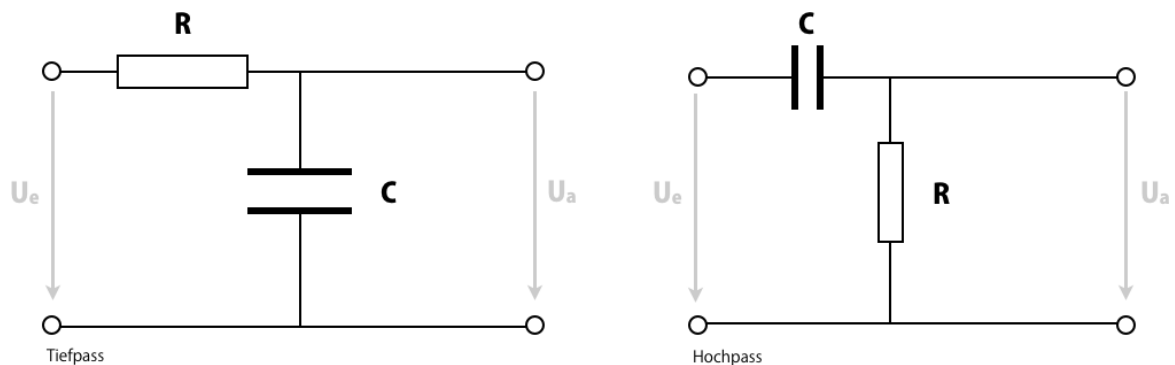


Abbildung 3.1: Tiefpass und Hochpass mit einem Kondensator C und einem Widerstand R realisiert.

Interessant ist natürlich das Verhältnis zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung, also der Grad der Verminderung der Spannung H . Um diesen zu bestimmen, muss vorher die am Kondensator anliegende Spannung errechnet werden. Gemäß der in den Grundlagen erarbeiteten Formel 2.28 ergibt das:

$$U_a = \frac{U_e}{1 + j\omega CR} \quad (3.1)$$

$$H = \frac{1}{1 + j\omega CR}, \text{ mit } H = \frac{U_a}{U_e} \quad (3.2)$$

Aus Gleichung 3.2 ist zu entnehmen, dass $H = 1$ ist, wenn $f = 0\text{Hz}$. Das heißt, dass der Grad der Verminderung der Spannung mit steigender Frequenz zunimmt.

In der Praxis ist nun die Dimensionierung der Bauteile wichtig, um die gewünschten Frequenzen herausfiltern zu können. Dazu errechnet man die dafür nötigen Widerstands- und Kondensatorwerte mit Hilfe der in den Grundlagen erarbeiteten Formel 2.48:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (3.3)$$

Umstellen der Gleichung ergibt:

$$C = \frac{1}{2\pi R f_c} \quad (3.4)$$

Nun wird einfach ein Wert für die Grenzfrequenz festgelegt. Da das Filter, das gebaut werden soll, im Audiobereich zur Anwendung kommt, soll die Grenzfrequenz bei etwa einem Kilohertz (1 kHz) liegen. Einsetzen ergibt für den Wert des Kondensators Folgendes, wenn man einen 2,3 kΩ Widerstand annimmt:

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot 1000 \text{ Hz} \cdot 2300 \Omega} \approx 6,919 \cdot 10^{-8} \text{ F} = 69,19 \text{ nF} \quad (3.5)$$

Für das Filter wird also ein 68 nF Kondensator und ein 2,3 kΩ Widerstand nötig sein. Das Schaltbild lautet demnach wie in Abbildung 3.2.

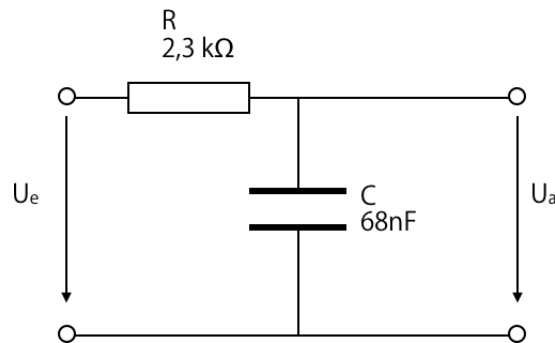


Abbildung 3.2: Tiefpass mit eingezeichneten Werten

Dieses Filter sollte nun hörbar die hohen Frequenzen dämpfen und die tiefen Töne passieren lassen. Die Simulation und die Messung der Schaltung erfolgt in den nächsten Kapiteln.

3.1.2 Simulation

Für die Simulation können viele Programme, wie etwa das sehr weit verbreitete LTSpice, verwendet werden. Hier wird allerdings mit einem Programm namens „Solve Elec“ gearbeitet, welches speziell für Lehrzwecke ausgelegt ist.

Zunächst muss die Schaltung in den Computer übertragen werden und zwar in eine für ihn verständliche Sprache. Dies kann wie bei Spice und den meisten Spiceprogrammen

mit Ausnahme von LTSpice durch einen gewissen Syntax, einer Art Programmiersprache, geschehen, manche Programme allerdings bieten den Vorteil einer grafischen Benutzeroberfläche wie zum Beispiel Solve Elec.

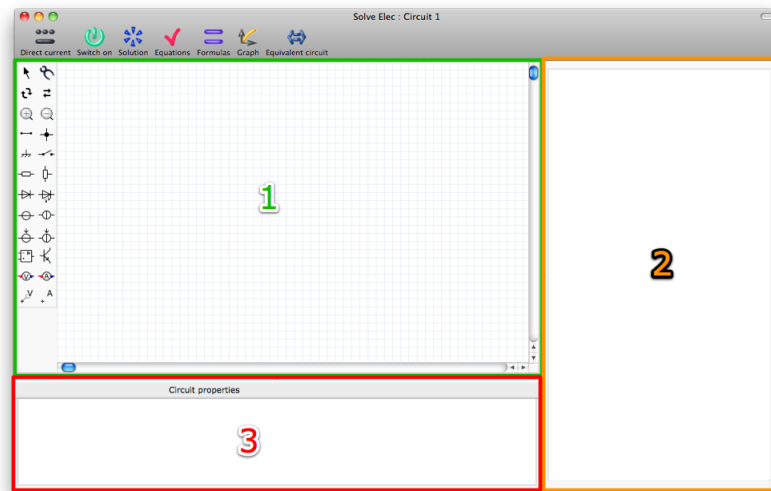


Abbildung 3.3: Die Benutzeroberfläche von Solve Elec kann grob in 3 Boxen unterteilt werden. In Box 1 wird der Schaltplan gezeichnet, in Box 2 kann mit einer Oszilloskopsimulation und vielen anderen Features gearbeitet werden und in Box 3 können Werte aller Art geändert werden (z.B.: Widerstände, Frequenz,...).

Zunächst einmal muss die Schaltung in den Computer in einer für ihn verständlichen Weise eingegeben werden. Dafür bietet Solve Elec eine Art Baukasten, welcher in Abbildung 3.3 grün hervorgehoben ist. Abbildung 3.4 zeigt den mit Solve Elec gezeichneten Schaltplan.

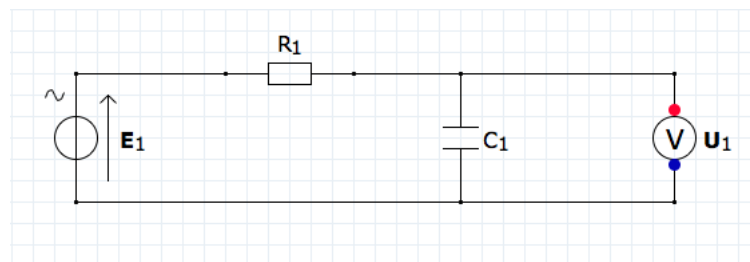


Abbildung 3.4: Schaltplan für einen RC-Tiefpass in dem Programm Solve Elec

Anschließend können in Kasten 3 (siehe Abbildung 3.3, oranger Kasten) noch die Werte der verwendeten Bauteile eingestellt werden (siehe Abbildung 3.5). Für die Werte von

Eingangsspannung und Kondensator werden 5 V Effektivwert und der nicht ganz exakte Wert 69 nF angenommen, weshalb die Grenzfrequenz nicht bei den berechneten 1 kHz liegen wird, sondern bei etwa 1,018 kHz (siehe Abbildung 3.8).

Circuit properties						
Phase reference		E_1				
Frequency		f 1,00000 kHz				
<div>f / 10</div>		<div>f x 10</div>				
R_1	2,30000	k Ω				
C_1	68,0000	nF				
E_1	E_{1rms}	5,00000	V	θE_1	0	°
U_1	U_{1rms}	θU_1				

Abbildung 3.5: In der Box „circuit properties“ (englisch für Stromkreiseinstellungen) können die Werte für jedes einzelne verwendete Bauteil verändert werden. Bei einem Filter kommt natürlich die Frequenz besonders zum Tragen.

Um das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsspannung zu bestimmen, gibt es in Solve Elec ein eigenes Werkzeug, das in der oberen grauen Leiste zu finden ist. Nach einem Klick auf „Frequency response“ wird in Kasten 2 (siehe Abbildung 3.3) ein Graph angezeigt, welcher den Zusammenhang zwischen dem Grad der Dämpfung des Signals (in dB) und der Frequenz logarithmisch darstellt. In Abbildung 3.6 ist dieser Graph zu sehen.

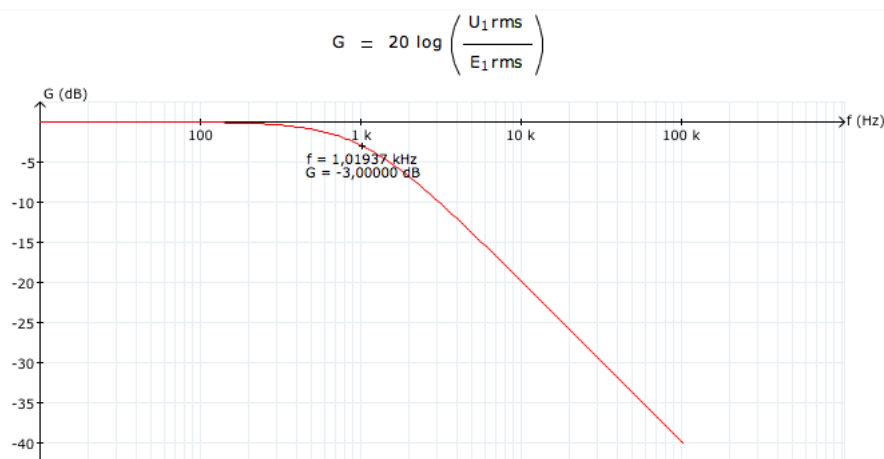
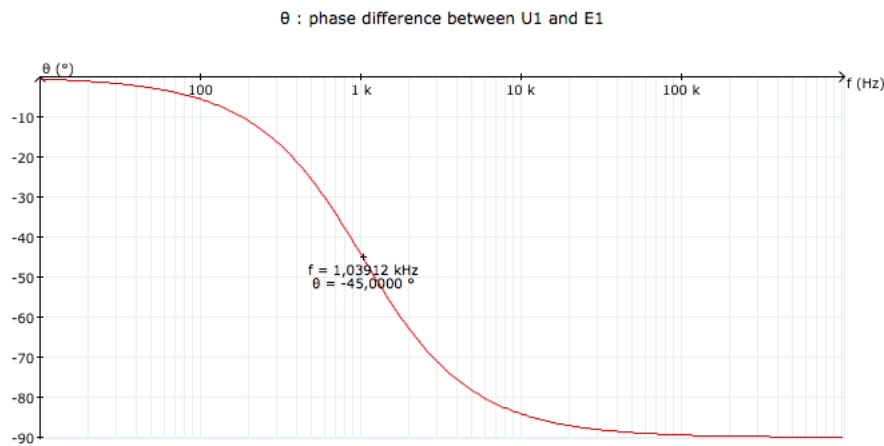


Abbildung 3.6: Auf der Abszisse ist die Frequenz abzulesen, auf der Ordinate die Verstärkung, wobei diese als der zwanzigfache Logarithmus des Quotienten von den Effektivwerten von Ausgangs- zu Eingangsspannung definiert ist. Die Markierung ist bei der Grenzfrequenz angesetzt, die bei zirka einem Kilohertz liegt, die Verstärkung (englisch „gain“) ist -3 dB. Die erste Achse ist für eine bessere Übersicht logarithmisch skaliert.

Auch die Phasenverschiebung kann simuliert werden wie in Abbildung 3.7 zu sehen ist. Hierbei kann man gut erkennen, dass bei einem Kilohertz die Phasenverschiebung $\varphi = -45^\circ$ ist. (Ungenauigkeiten treten auf, da nicht der exakte Wert für den Kondensator einstellbar ist.)



Abbildungung 3.7: Die Abszisse zeigt die Frequenz logarithmisch skaliert an, während auf der Ordinate die Phasenverschiebung der Spannungen von Ein- und Ausgang aufgetragen ist. Bei der Grenzfrequenz ist die Phasenverschiebung gleich minus 45 Grad (siehe Markierung), die Ungenauigkeit kommt durch einen nicht ganz genauen Wert für den Kondensator zustande.

Zusätzlich zu den schon erwähnten Funktionen des Programms, kann auch die Übertragungsfunktion $H = \frac{1}{1+j\omega CR}$ (siehe Formel 3.2) berechnet werden (siehe Abbildung 3.8) und es kann eine Messung mittels eines simulierten Oszilloskops durchgeführt werden (siehe Abbildung 3.9).

3.1.3 Versuch und Messung

Nun soll der in den vorherigen Kapiteln erarbeitete Schaltplan in die Praxis umgesetzt werden. Dabei stößt man allerdings sehr schnell auf Grenzen. Zwar wurde der Widerstand in der Theorie so gewählt, dass der Wert des Kondensators auch wirklich im Handel vorhanden ist, allerdings muss jetzt der vorher festgelegte Widerstand so genau wie möglich erreicht werden, zumal auch der Kondensator nur annähernd an die in Gleichung 3.2 errechneten 69 nF herankommt.

Durch erneutes Einsetzen kann nun der theoretisch perfekt passende Widerstand errechnet werden:

$$R = \frac{1}{2\pi f_c C} = \frac{1}{2\pi \cdot 1000 \text{ Hz} \cdot 68 \cdot 10^{-9} \text{ F}} \approx 2340,51 \Omega \quad (3.6)$$

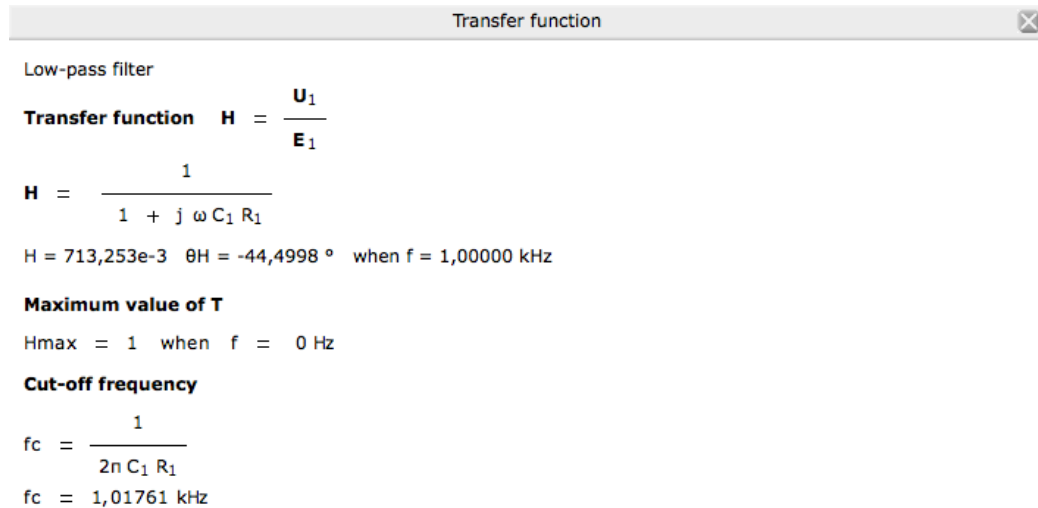


Abbildung 3.8: Solve Elec kann auch Berechnungen für den Anwender durchführen. Das Programm erkennt sogar ohne Zutun des Benutzers, welche Funktion eine Schaltung haben wird, in diesem Fall ist es ein Tiefpass-Filter. Zu erkennen ist auch, dass bei 1 kHz (annähernd die Grenzfrequenz) die Phasenverschiebung $\theta = -44,4998^\circ$ ist und die Verstärkung H auf -3 dB fällt, was einem Wert von zirka 0,707 entspricht.

Folglich wird es in der Praxis von Vorteil sein für mehr Flexibilität und für ein besser einstellbares Ergebnis einen regelbaren Widerstand, auch Potentiometer genannt, in Verbindung mit einem $1,5\text{ k}\Omega$ Festwiderstand¹ zu verwenden. Die zwei Widerstände können zu einem Widerstand zusammengefasst werden, womit alle vorherigen Berechnungen wieder stimmen. Abbildung 3.10 stellt den neuen Schaltplan dar.

Nun wird der Schaltplan in die Tat umgesetzt. In Abbildung 3.11 ist das Ergebnis zu betrachten.

In Abbildung 3.12 kann man nun die Messergebnisse ablesen. Diese wurden mit einem digitalen Oszilloskop aufgenommen. Es wurden drei Aufnahmen, jede um eine Dekade versetzt, festgehalten, wodurch die negative Phasenverschiebung um etwa 45° erkennbar ist. Außerdem ist die Dämpfung klar zu sehen. Zählt man die Einheiten ab, so erhält man einen Wert von zirka -2.92 dB.

¹Da es nur Standardgrößen bei Festwiderständen gibt, wird hier ein $1,5\text{ k}\Omega$ verwendet.

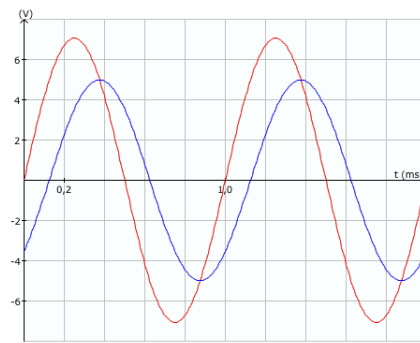


Abbildung 3.9: So sieht das Bild des simulierten Oszilloskops von Solve Elec bei einem Kilohertz aus. Eingangsspannung ist rot gekennzeichnet, blau ist die Ausgangsspannung.

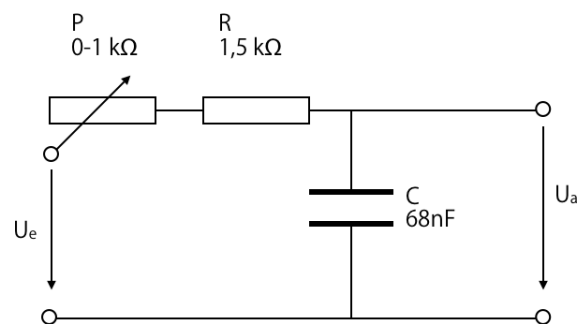


Abbildung 3.10: Neuer Schaltplan für den Nachbau; P ist ein Potentiometer.

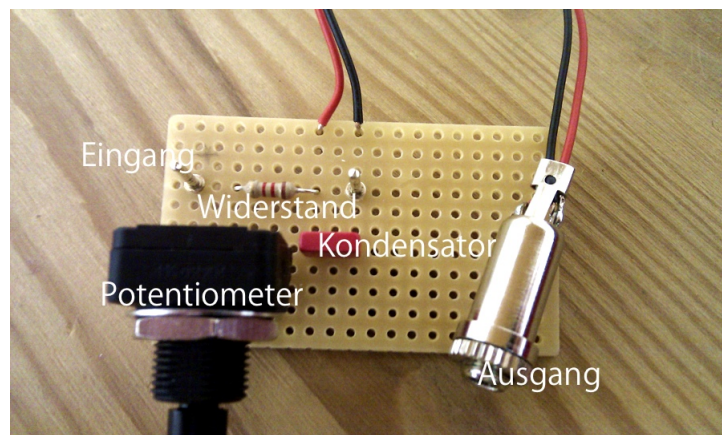


Abbildung 3.11: RC-Tiefpass auf einer Streifenrasterplatine

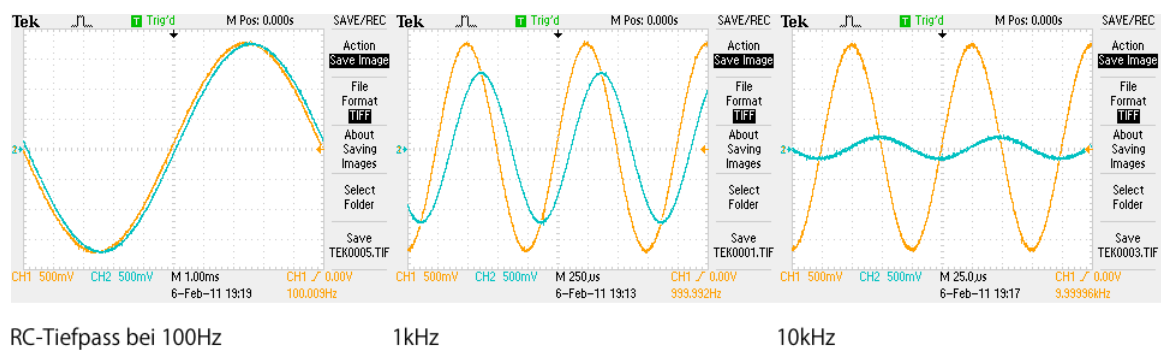


Abbildung 3.12: Tatsächliche Messung des RC-Tiefpasses bei 100, 1000 und 10000 Hz. Deutlich ist die Dämpfung und die Verschiebung der Phase mit zunehmender Frequenz ersichtlich.

3.2 RL-Hochpass

3.2.1 Theorie

Ein Hochpass bestehend aus einer Spule und einem Widerstand wird wie ein RC-Tiefpass aufgebaut, allerdings mit dem Unterschied, dass der Kondensator mit einer Spule getauscht wird. Dies ist auch logisch, da der Widerstand eines Kondensators in einem *indirekt-proportionalen* Verhältnis zu der Frequenz steht, während sich hingegen der Widerstand einer Spule *direkt-proportional* zu der Frequenz verhält. Bei einer Frequenzerhöhung wird der Widerstand einer Spule größer, weshalb für einen Hochpass das Ausgangssignal parallel zu der Spule abgegriffen werden muss. Die folgende Abbildung 3.13 zeigt sowohl einen RL-Hoch- als auch einen RL-Tiefpass. Ein Hochpass der im auditiven Bereich zur Anwendung kommen soll, wird eine Grenzfrequenz von zirka 2 kHz besitzen.

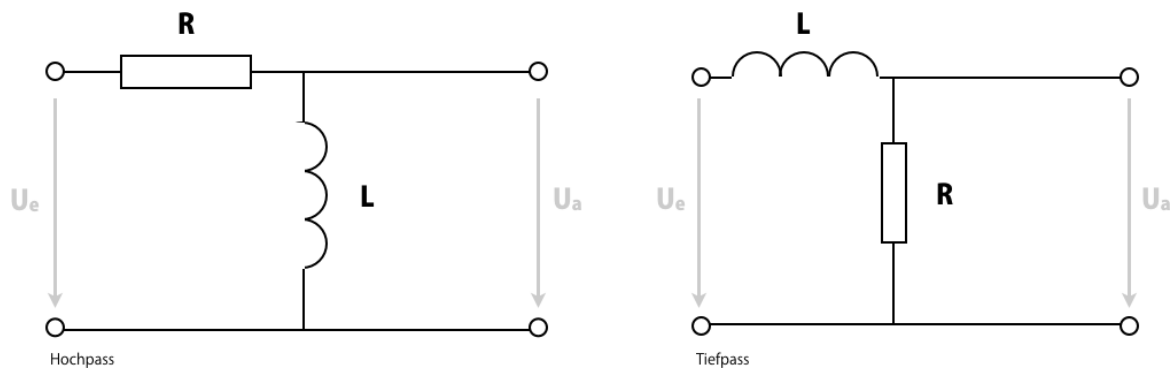


Abbildung 3.13: Durch Vertauschen der Bauelemente kann jeweils ein Hoch- beziehungsweise ein Tiefpass realisiert werden. L steht für die Spule.

Wie bei dem RC-Glied ist natürlich auch das Verhältnis zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung die Übertragungsfunktion H . Anschließend muss wie in dem vorherigen Kapitel auch zuerst die an der Spule liegende Spannung errechnet werden. Die dafür verwendete Formel 2.30 wurde in den Grundlagen erarbeitet und kommt nun zum Einsatz:

$$U_a = \frac{U_e}{1 - j \frac{R}{\omega L}} \quad (3.7)$$

$$H = \frac{1}{1 - j \frac{R}{\omega L}}, \text{ mit } H = \frac{U_a}{U_e} \quad (3.8)$$

Somit ist zu beobachten, dass die Übertragungsfunktion H am größten ist, wenn die Frequenz f ($f = \frac{\omega}{2\pi}$) gegen Unendlich strebt. Der Widerstand der Schaltung nimmt also mit steigender Frequenz ab und lässt somit die hohen Töne fast ungehindert passieren, während hingegen die Tiefen herausgefiltert werden.

Auch die Grenzfrequenz lässt sich mit der in den Grundlagen hergeleiteten Formel 2.57 wie folgt berechnen. Um ein Filter zu realisieren muss nun wieder die Dimensionierung der Bauteile vorgenommen werden. Durch Umstellen und die Annahme von einem $850\ \Omega$ Widerstand kann nun die Spule berechnet werden:

$$f_c = \frac{R}{2\pi L} \quad (3.9)$$

$$L = \frac{R}{2\pi f_c} = \frac{850\ \Omega}{2\pi \cdot 2000\ \text{Hz}} \approx 0.0676\ \text{H} \approx 68\ \text{mH} \quad (3.10)$$

Wenn man die Grenzfrequenz also bei zirka zwei Kilohertz ansetzt und einen Widerstand von zirka 850 Ohm verwendet, dann folgt daraus eine zirka 68 mH Spule. Das Schaltbild lautet demnach wie in Abbildung 3.14 ersichtlich ist.

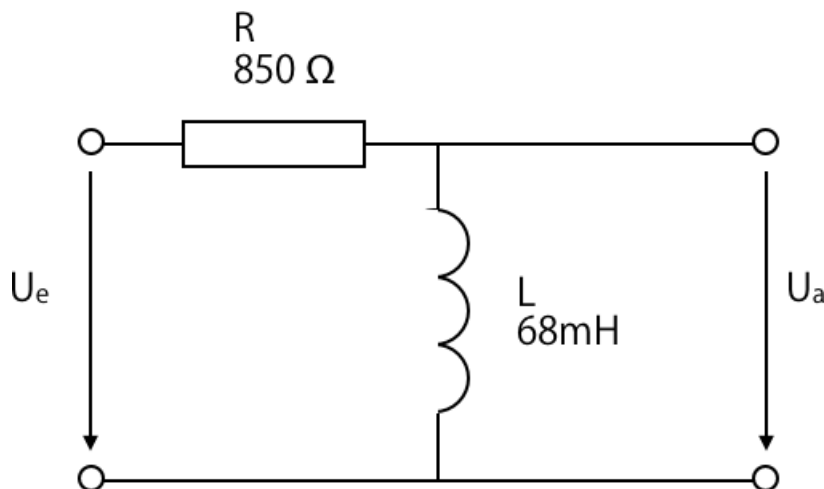


Abbildung 3.14: Hochpass mit eingezeichneten errechneten Werten.

Dieses Filter sollte nun die Frequenzen unter 2 kHz deutlich abdämpfen und alle Frequenzen über 2 kHz fast ungehindert durchlassen. Simulation und Messung erfolgt in den nächsten Kapiteln.

3.2.2 Simulation

Wie schon bei der Simulation eines RC-Tiefpasses in Kapitel 3.1.2 wird nun mit Hilfe der Simulationssoftware „Solve Elec“ ein RL-Tiefpass ausgemessen. Die Beschreibung des Programms kann aus dem vorherigen Kapitel entnommen werden und wird an dieser Stelle des Textes nicht mehr behandelt.

Zunächst einmal wird wieder ein Schaltplan in Solve Elec gezeichnet. Der dadurch entstandene Schaltplan ist in Abbildung 3.15 zu erkennen.

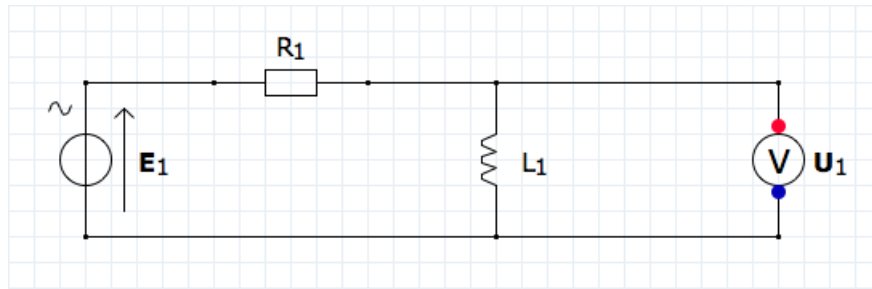


Abbildung 3.15: Schaltplan eines RL-Hochpasses mit dem Programm Solve Elec erstellt.

Anschließend werden die im vorherigen Kapitel berechneten Werte wie auch schon bei der Simulation des RC-Tiefpasses eingetragen. Die Frequenz wird vorerst auf die Grenzfrequenz (2 kHz) gestellt. Es ergeben sich folgende Bilder für die Funktionen von Verstärkung und Frequenz beziehungsweise Phase und Frequenz (Abbildung 3.16 und 3.17).

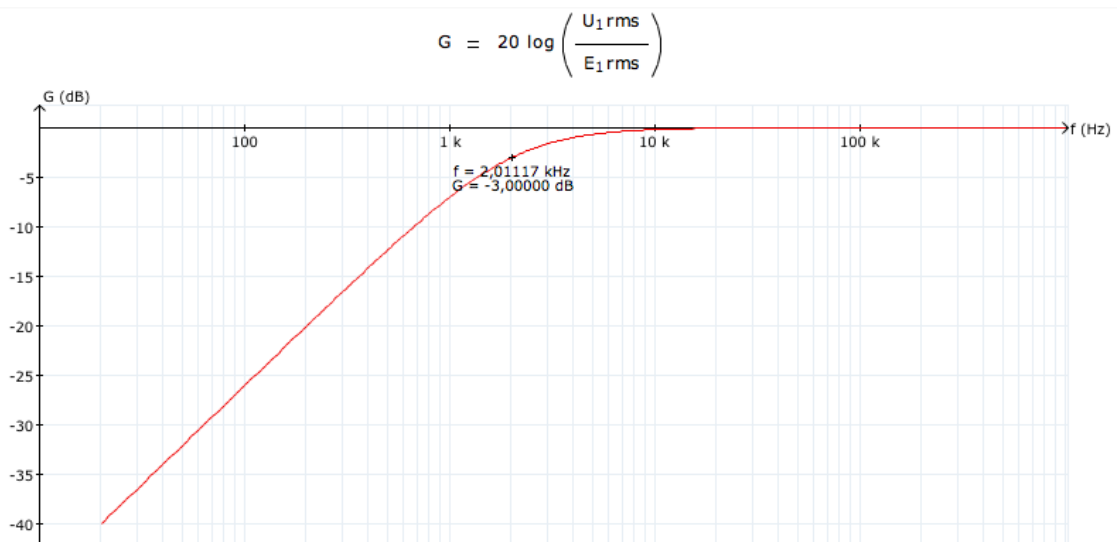


Abbildung 3.16: Der Graph zeigt die Verstärkung (eigentlich die Verminderung) des Signals in Abhängigkeit von der Frequenz. Die Markierung ist in etwa bei der Grenzfrequenz angelegt.

In Abbildung 3.16 ist gut zu erkennen, dass die Dämpfung des Signals bei hohen Frequenzen abnimmt und umgekehrt. Die Phasenverschiebung ist in Abbildung 3.17 gut zu erkennen, wobei in Abbildung 3.18 noch einmal das simulierte Oszilloskop zum Einsatz kommt. Man erkennt gut, dass bei niedrigen Frequenzen die Phasenverschiebung gegen $+90^\circ$ strebt. Bei der Grenzfrequenz erreicht sie den Wert $+45^\circ$ und bei sehr hohen

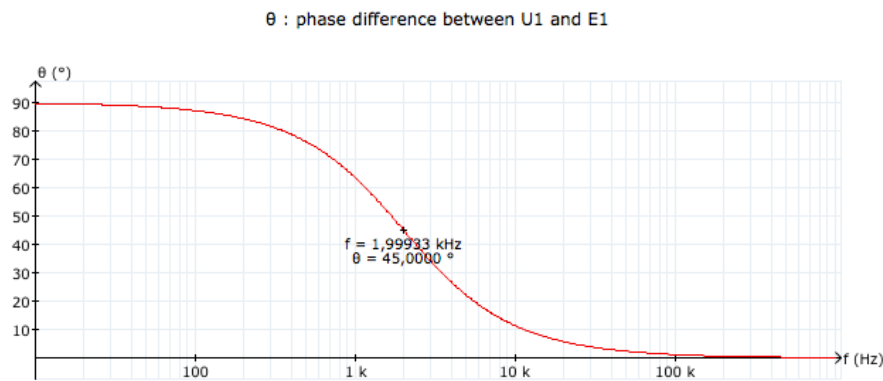


Abbildung 3.17: Die hier abgebildete Funktion beschreibt die Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgangsspannung. Bei der Markierung (bei etwa $2 \text{ kHz} = f_c$) beträgt diese 45° .

Frequenzen strebt sie gegen 0° .

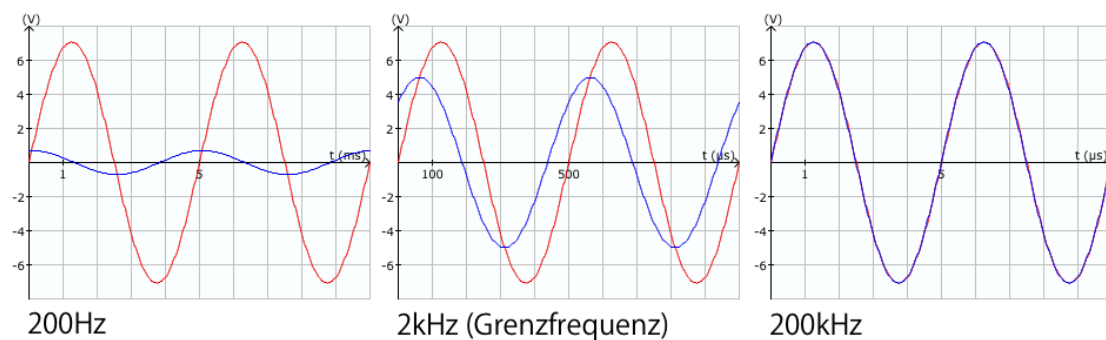


Abbildung 3.18: Drei Aufnahmen des Oszilloskops in Solve Elec, einmal bei 200 Hz, dann bei der Grenzfrequenz 2 kHz und die dritte Aufnahme wurde bei 200 kHz gemacht. Gut zu erkennen ist die Dämpfung des Signals, die nach rechts abnimmt und gleichzeitig die Phasenverschiebung, die ganz links am größten ist. Eingangsspannung ist rot gekennzeichnet, blau ist die Ausgangsspannung.

3.2.3 Versuch und Messung

Für den Bau wird ein Potentiometer für mehr Genauigkeit von Vorteil und eine 68 mH Spule nötig sein. Der Schaltplan ändert sich somit und ist in Abbildung 3.19 zu erkennen.

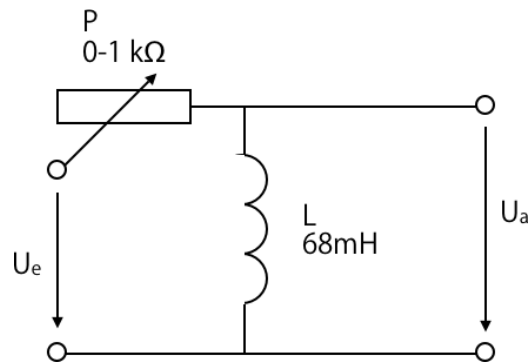


Abbildung 3.19: Der modifizierte Schaltplan mit Potentiometer für einen genaueren Widerstandswert

Abbildung 3.20 zeigt die Kameraaufnahme des simulierten und anschließend ausgemessenen RL-Hochpasses. Dieser ist auf einer Streifenrasterplatine aufgebaut, damit die richtige Beschriftung der Bauteile erkennbar ist.

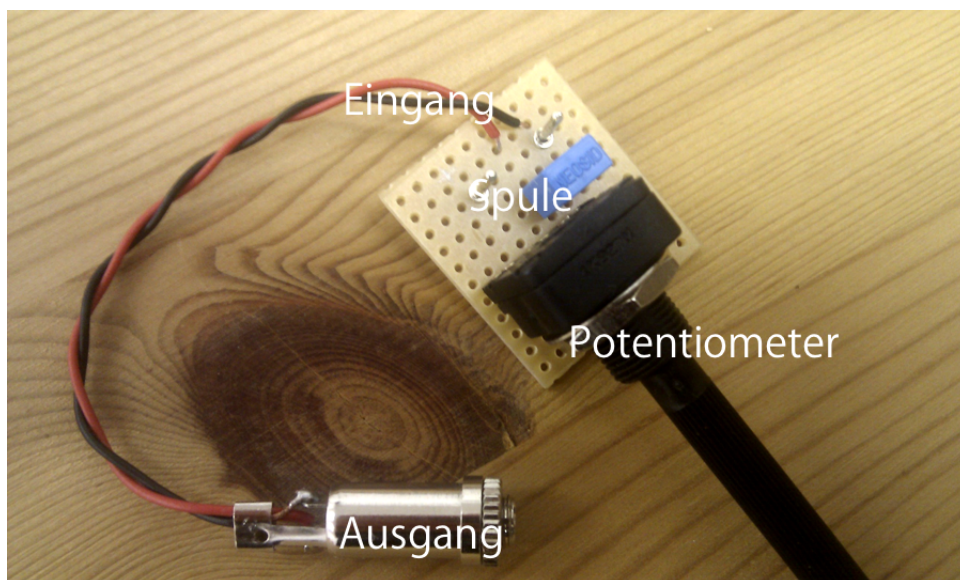
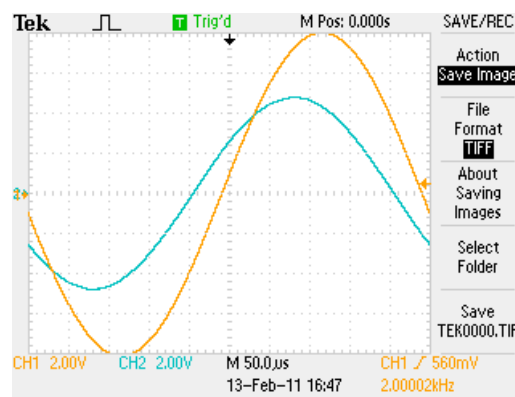


Abbildung 3.20: Aufgebauter RL-Hochpass auf einer Streifenrasterplatine

In Abbildung 3.21 ist die Phasenverschiebung um 45° gut zu erkennen. Auch die Dämpfung um -3 dB ist durch die Kästchen gut erkennbar.



RL-Hochpass bei 2kHz

Abbildung 3.21: Messung des RL-Hochpasses mit einem digitalen Oszilloskop bei 2 kHz

3.3 Bandpass

Bandpässe haben die Eigenschaft sowohl sehr hohe als auch sehr tiefe Frequenzen zu sperren. Das Frequenzspektrum, welches den Strom relativ ungehindert passieren lässt, also alle Frequenzen zwischen der unteren Grenzfrequenz f_u und der oberen Grenzfrequenz f_o , nennt man Bandbreite. Die Grenzfrequenz des Hochpasses muss niedriger als die Grenzfrequenz des Tiefpasses sein, ansonsten würde eine Bandsperre entstehen, die das Gegenteil eines Bandpasses ist.

Um eine Schaltung mit solchen Filtereigenschaften zu realisieren, gibt es mehrere Möglichkeiten:

- **RC-Hochpass und RC-Tiefpass:** Eine Möglichkeit ist es, das Ausgangssignal eines RC-Hochpasses beziehungsweise eines RC-Tiefpasses an den Eingang eines RC-Tiefpasses beziehungsweise eines RC-Hochpasses zu legen. Dies ist eine Möglichkeit die Eigenschaften eines Bandpasses zu erreichen.
- **RL-Hochpass und RL-Tiefpass:** Diese Möglichkeit ergibt sich aus der vorherigen, da anstatt eines RC-Hochpasses auch ein RL-Hochpass verwendet werden kann und anstatt eines RC-Tiefpasses ein RL-Tiefpass.
- **RLC-Bandpass:** Ein RLC-Bandpass ist ein frequenzabhängiger Spannungsteiler bestehend aus drei Widerständen, einem Kondensator, einer Spule und einem ohmschen Widerstand.

Diese Arbeit wird sich nur mit dem RC-Bandpass beschäftigen und nicht mit den anderen Varianten. Die folgenden Kapitel werden sich mit diesem beschäftigen.

3.3.1 Theorie

Der RC-Bandpass ist aus zwei aneinander geschalteten Filtern aufgebaut, nämlich aus einem RC-Hoch- und Tiefpass. Dabei wird der Ausgang des jeweiligen Filters an den Eingang des anderen angeschlossen. Abbildung 3.22 zeigt einen solchen Bandpass. In der Praxis können der Hoch- und der Tiefpass als zwei voneinander unabhängige Filter angesehen werden, theoretisch jedoch beeinflusst der Widerstand des zweiten Filters das Verhalten des ersten Filters und umgekehrt, das erste Filter ist somit zu einem belasteten Spannungsteiler geworden. Es muss also entweder die richtige Übertragungsfunktion, die den Einfluss des zweiten Filters auf den ersten berücksichtigt, gefunden werden, oder es muss ein Puffer zwischen geschaltet werden, wie zum Beispiel ein Operationsverstärker, der diese Einflüsse eliminieren würde.

Wie schon in den Grundlagen erwähnt wird in dieser Arbeit aber angenommen, dass die beiden Widerstände und die beiden Kondensatoren gleich sind, um die folgenden Berechnungen zu verkürzen. Es gilt $C = C_1 = C_2$ und $R = R_1 = R_2$.

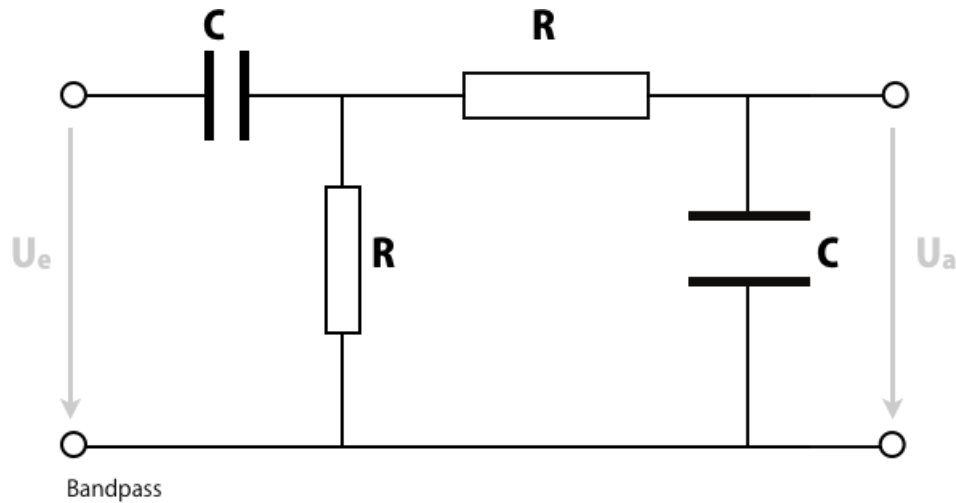


Abbildung 3.22: Ein RC-Bandpass; Auf der linken Hälfte ist der Hochpass und auf der rechten Seite der Tiefpass abgebildet. Zusammen ergeben sie einen Bandpass. (Bei hohen Frequenzen sperrt der Tiefpass und umgekehrt.)

Es wird eine untere Mittenfrequenz f_0 von 1200 Hz festgesetzt, somit ergibt sich durch die Umformung der Gleichung 2.70 ein Wert für die Widerstände, wenn für die Kondensatoren 47 nF angenommen wird, von zirka 2821,9 Ω .

$$R = \frac{1}{2\pi C f_0} = \frac{1}{2\pi \cdot 47 \cdot 10^{-9} \text{ F} \cdot 1200 \text{ Hz}} \approx 2821,89615 \Omega \quad (3.11)$$

Es werden natürlich auch die Grenzfrequenzen f_o (obere Grenzfrequenz) und f_u (untere Grenzfrequenz) berechnet:

$$f_o = \frac{3,303}{2\pi RC} = \frac{3,303}{2\pi \cdot 2821,89615 \Omega \cdot 47 \cdot 10^{-9} \text{ F}} \approx 3963,6 \text{ Hz} \quad (3.12)$$

$$f_u = \frac{0,303}{2\pi RC} = \frac{0,303}{2\pi \cdot 2821,89615 \Omega \cdot 47 \cdot 10^{-9} \text{ F}} \approx 363,6 \text{ Hz} \quad (3.13)$$

Bei 1,2 kHz liegt die Phasenverschiebung bei 0° , an den Grenzfrequenzen bei jeweils $\pm 45^\circ$, bei der Mittenfrequenz f_0 , also bei 1,2 kHz, ist die Verstärkung des Filters am größten, sie liegt in etwa bei -9,5 dB [5, vgl. Punkt „Dämpfung“], ab den Grenzfrequenzen fällt die Spannung wieder rapide ab. Das folgende Kapitel soll dieses Verhalten nun mit Hilfe eines Computers bestätigen.

3.3.2 Simulation

Zunächst wird in Abbildung 3.23 die simulierte Übertragungsfunktion betrachtet.

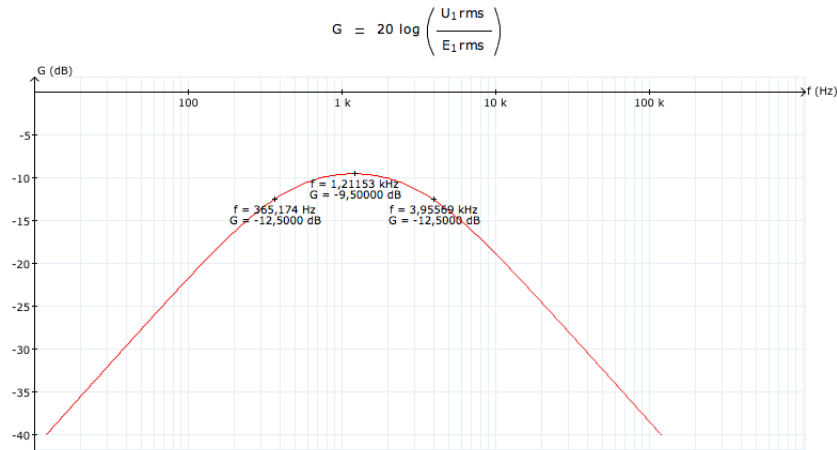


Abbildung 3.23: Dies ist die simulierte Übertragungsfunktion in dB. Auch die Frequenz ist logarithmisch skaliert. Bei 1,2 kHz liegt die Verstärkung bei etwa -9,5 dB, die Ungenauigkeiten rühren von den fehlenden Nachkommastellen bei der Eingabe der Dimensionen der Bauteile. Die anderen zwei Messpunkte sind die Grenzfrequenzen.

Hier ist eindeutig gut zu erkennen, dass die Verstärkung bei der Mittenfrequenz f_0 mit -9,5 dB am stärksten ist. Weiters ist der Phasengang in Abbildung 3.24 interessant.

Hier sind wieder die zwei Grenzfrequenzen und die Mittenfrequenz eingezeichnet. Die Phasenverschiebung insgesamt beträgt 180° , bei sehr tiefen Frequenzen liegt sie bei etwa 90° und sinkt bis zur Mittenfrequenz auf 0° ab, von wo sie wieder, diesmal aber in die andere Richtung, bis -90° aufsteigt.

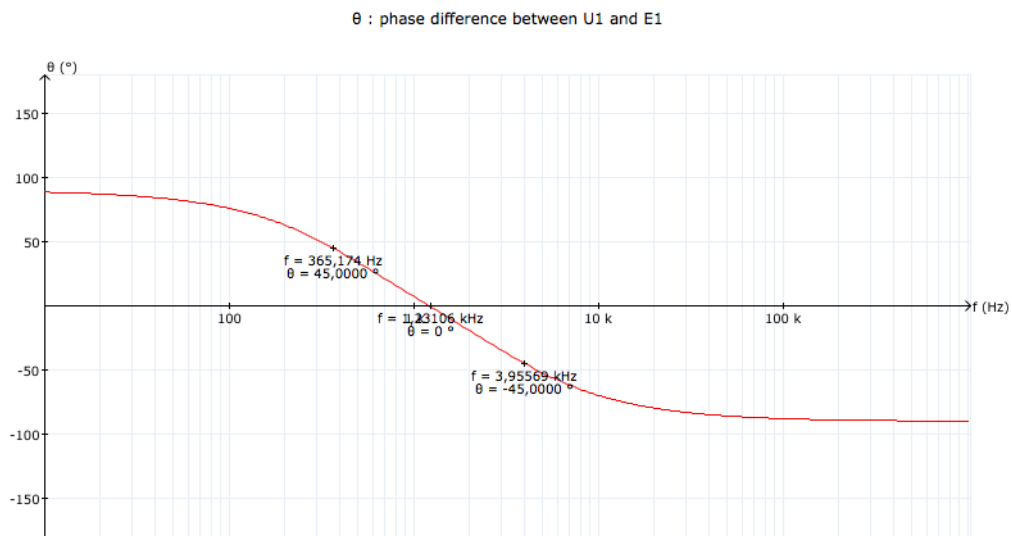


Abbildung 3.24: Phasengang eines RC-Bandpasses. Die drei Messpunkte stellen von links nach rechts die untere Grenzfrequenz f_u ($\varphi = 45^\circ$), die Mittenfrequenz f_0 ($\varphi = 0^\circ$) und zu guter Letzt die obere Grenzfrequenz f_o ($\varphi = -45^\circ$) dar.

4 Praktische Anwendung: Lichtorgel

Nun sollen zu guter Letzt die in den vorherigen Kapiteln erarbeiteten Grundlagen in Form von einem klassischen Anwendungsbeispiel gezeigt werden. Es wird eine Lichtorgel entstehen.

Eine Lichtorgel bringt Lampen gesteuert von einem Eingangsaudiosignal, manchmal einem Mikrofon, zum Leuchten. Die Lampen sollen im Takt mit der Musik aufleuchten. Um dies zu bewerkstelligen behilft man sich der Tatsache, dass Instrumenten immer eine bestimmte Frequenz zugeordnet werden kann, soll eine Lampe immer im Takt leuchten, so muss diese immer dann eingeschaltet werden, wenn ein Schlag auf die Hi-Hat erfolgt. Und da in den meisten Genres der Takt von einem Schlagzeug oder anderen Percussions vorgegeben wird, wird diese Lichtorgel in den meisten Fällen ein gewünschtes Ergebnis produzieren.

4.1 Theorie

Es werden verschiedene Komponenten für die Realisierung der Lichtorgel nötig sein, nämlich

- die Stromversorgung
- ein Vorverstärker
- die Filter selbst
- und ein Komparator.

4.1.1 Stromversorgung

Da die Ausgangsspannungen jeglicher Musikabspielgeräte viel zu klein sind um eine LED zum Leuchten zu bringen, muss das Signal verstärkt werden. Eine Lichtorgel braucht eine externe Stromversorgung, sie besteht also auch aus aktiven Bauteilen, was aber nicht heißt, dass die Filter nun als aktiv angesehen werden können, sie sind nur in eine aktive Umgebung eingebettet.

Da diese Verstärker nun Strom brauchen, muss es eine Stromversorgung geben. Diese muss den Strom in der gewünschten Stärke und mit der gewünschten Spannung für

die verstärkenden Komponenten der Schaltung liefern, in diesem Fall $\pm 4,5\text{ V}$. Da die Verstärker allerdings sowohl negative als auch positive Spannung brauchen, muss eine Schaltung zur Erzeugung einer virtuellen Masse gebaut werden. Die nötige Energie liefert dabei eine 9 V E-Blockbatterie. Das Resultat ist in Abbildung 4.1 zu betrachten.

4.1.2 Vorverstärker

Es kann sein, dass das Eingangssignal sehr schwach ist. Aus diesem Grund ist ein Vorverstärker von Vorteil. Es gibt mehrere Möglichkeiten einen solchen zu realisieren, aber die einfachste und vorteilhafteste ist ein Elektrometerverstärker, welcher aus zwei Widerständen und einem Operationsverstärker aufgebaut ist (siehe Abb. 4.1). Der Operationsverstärker hat nun nämlich den Vorteil, dass er wie ein Puffer zwischen dem Eingang und dem Ausgang wirkt, wodurch das Filter zusätzlich abgeschirmt wird und somit bestmöglich funktionieren kann.

Das Verhältnis von Eingangs- und Ausgangsspannung errechnet sich wie folgt:

$$U_a = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot U_e \quad (4.1)$$

Wobei v als die Verstärkung definiert wird, somit ist $v = 1 + \frac{R_2}{R_1}$. Audiosignale aus herkömmlichen Geräten haben eine Spannung von zirka 0,01 bis 0,2 V und müssen somit um den (willkürlich festgelegten) Faktor 4,3 ($v = 4,3$) verstärkt werden. Daraus folgt, wenn für R_2 der Wert 2,7 k Ω angenommen wird:

$$4,3 = 1 + \frac{2700\ \Omega}{R_1} \quad (4.2)$$

$$R_1 \approx 820\ \Omega \quad (4.3)$$

4.1.3 Filter

Nun müssen die verschiedenen Filter berechnet werden, die Grenzfrequenzen werden bei 1 kHz für den RC-Tiefpass, bei 4 kHz für den RC-Hochpass und bei 400 Hz beziehungsweise 4 kHz für den RC-Bandpass festgesetzt. Die darauf folgende Tabelle bietet eine Übersicht der gefundenen Werte (gerundet):

4.1.4 Komparator

Um ein möglichst schönes Verhalten der LED-Lichter zu der Musik zu erzielen, empfiehlt es sich auch noch einen Komparator zwischen zu schalten, der die einkommende Spannung mit einer Referenzspannung vergleicht und Spannung durchlässt oder - je nach Wunsch - auch nicht durchlässt. Ein sehr einfacher Komparator kann mit einem Operationsverstärker realisiert werden und ein solcher Operationsverstärker hat wieder den

Tabelle 4.1: Tabelle der Werte für die Filter der Lichtorgel

Bandpass				
Hochpass	Tiefpass	Tiefpass	Hochpass	
2,7 k Ω	2,7 k Ω	2,2 k Ω	820 Ω	Widerstand
47 nF	47 nF	68 nF	4,7 nF	Kondensator
364 Hz	4 kHz	1 kHz	4 kHz	Grenzfrequenzen

Vorteil, dass er wie ein Puffer zwischen den Filtern und den Vorwiderständen der LEDs wirkt, weshalb die Filter unberührt bleiben. Der Komparator kann in Abb. 4.1 gefunden werden.

Für eine Kalibrierungsmöglichkeit der Lichtorgel kann aber der Referenzwert durch ein Potentiometer verändert werden.

4.1.5 Schaltplan

Die Abkürzungen HP, BP und HP, stehen jeweils für die einzelnen Filter, den Hochpass, den Bandpass und den Tiefpass. Es sind die wichtigsten Elemente aus dem vorherigen Kapitel gekennzeichnet. Die Widerstände R_{14} bis R_{16} sind lediglich Vorwiderstände für die LEDs.

Aus Platzmangel wurde das Schaltungs bild stark verkleinert, sodass es Schwierigkeiten beim Erkennen der Bauteilbeschriftungen geben kann. Eine größere Version ist auf der Homepage des Autors zu finden und zwar unter <http://nicoeinsidler.bplaced.com/FBA/schaltplan-fuer-lichtorgel.png>.

4.2 Praxis

Nun wird der Schaltplan in die Tat umgesetzt. Erste Tests zeigen, dass diese Lichtorgel passend zu der Musik leuchtet, allerdings nur bei bestimmten Genres. Abbildung 4.2 zeigt den Aufbau des Schaltkreises.

Durch eine weitere Verstärkung der Ausgänge könnten auch größere und stärkere Lampen anstatt der LEDs betrieben werden.

Eine Live-Demonstration erfolgt im Zuge der Präsentation dieser Arbeit bei der mündlichen Matura.

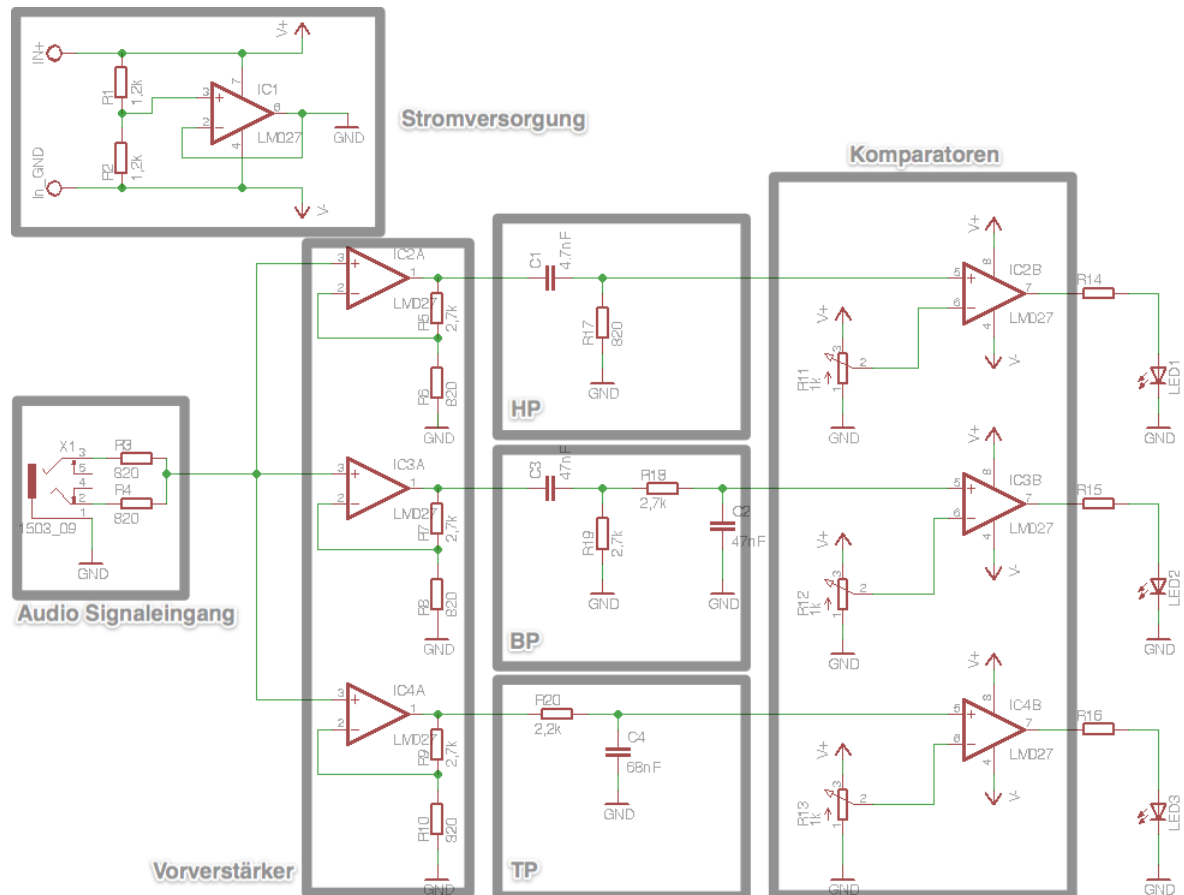


Abbildung 4.1: Schaltplan der gesamten Lichtorgel. Die Kürzel HP, BP und TP stehen für den Hochpass, Bandpass und den Tiefpass. Eine größere Version dieses Bildes kann auf <http://nicoeinsidler.bplaced.com/FBA/schaltplan-fuer-lichtorgel.png> gefunden werden.

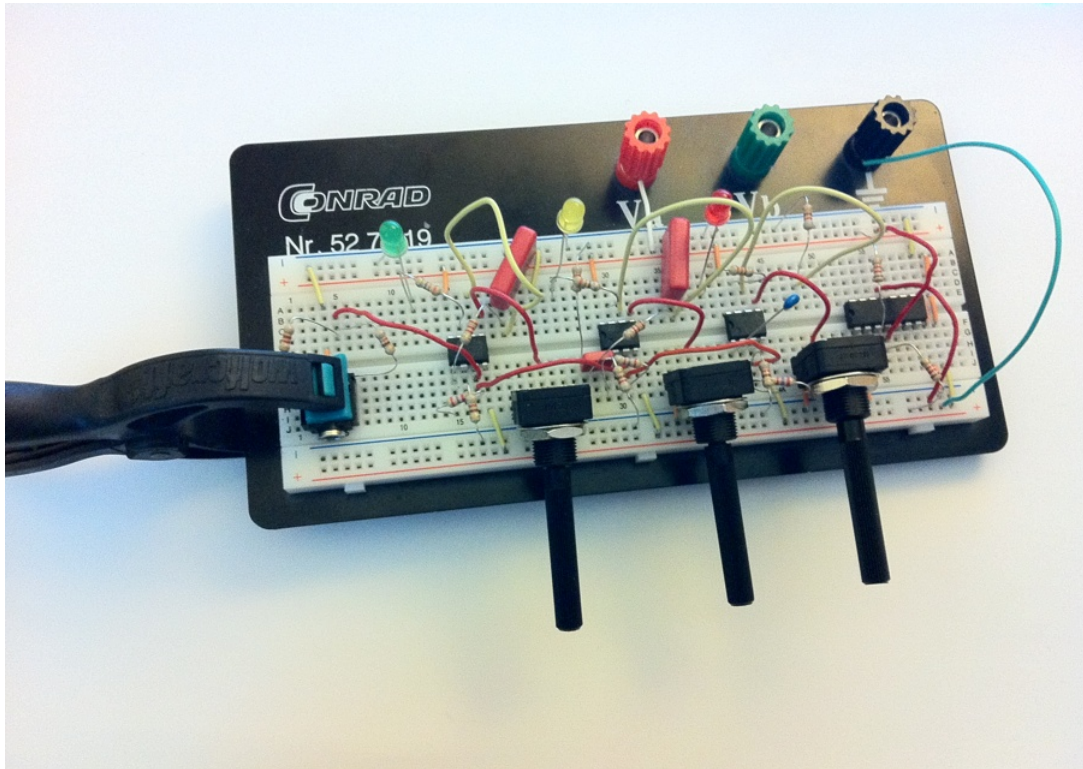


Abbildung 4.2: Komplette Schaltung der Lichtorgel am Steckbrett aufgebaut, damit die Verbindungen nachvollzogen werden können.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Samples (blaue Punkte), also die gemessenen Spannungswerte, mit dem Open Source Programm Audacity sichtbar gemacht.	7
2.1	Darstellung von komplexem Wechselstrom und -spannung als Drehzeiger in der gaußschen Zahlenebene. Strom und Spannung sind hier nicht in Phase, der Strom eilt der Spannung um 45° voraus. Die Zeiger für Strom und Spannung gegen den Uhrzeigersinn mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierend, die Zeigerlänge entspricht der Amplitude der jeweiligen Größe. .	9
2.2	Die Darstellung eines komplexen Widerstands in der gaußschen Zahlenebene mit dem Realteil R (Resistanz) und dem Imaginärteil Z (Reaktanz). .	10
2.3	Abbildung eines belasteten und eines unbelasteten Spannungsteilers . . .	12
2.4	Ein Bild eines RC-Bandpasses mit für die Herleitung nützlichen Beschriftungen	15
3.1	Tiefpass und Hochpass mit einem Kondensator C und einem Widerstand R realisiert.	20
3.2	Tiefpass mit eingezeichneten Werten	21
3.3	Die Benutzeroberfläche von Solve Elec kann grob in 3 Boxen unterteilt werden. In Box 1 wird der Schaltplan gezeichnet, in Box 2 kann mit einer Oszilloskopsimulation und vielen anderen Features gearbeitet werden und in Box 3 können Werte aller Art geändert werden (z.B.: Widerstände, Frequenz,...).	22
3.4	Schaltplan für einen RC-Tiefpass in dem Programm Solve Elec	22
3.5	In der Box „circuit properties“ (englisch für Stromkreiseinstellungen) können die Werte für jedes einzelne verwendete Bauteil verändert werden. Bei einem Filter kommt natürlich die Frequenz besonders zum Tragen. .	23
3.6	Auf der Abszisse ist die Frequenz abzulesen, auf der Ordinate die Verstärkung, wobei diese als der zwanzigfache Logarithmus des Quotienten von den Effektivwerten von Ausgangs- zu Eingangsspannung definiert ist. Die Markierung ist bei der Grenzfrequenz angesetzt, die bei zirka einem Kilohertz liegt, die Verstärkung (englisch „gain“) ist -3 dB. Die erste Achse ist für eine bessere Übersicht logarithmisch skaliert.	23

3.7	Die Abszisse zeigt die Frequenz logarithmisch skaliert an, während auf der Ordinate die Phasenverschiebung der Spannungen von Ein- und Ausgang aufgetragen ist. Bei der Grenzfrequenz ist die Phasenverschiebung gleich minus 45 Grad (siehe Markierung), die Ungenauigkeit kommt durch einen nicht ganz genauen Wert für den Kondensator zustande.	24
3.8	Solve Elec kann auch Berechnungen für den Anwender durchführen. Das Programm erkennt sogar ohne Zutun des Benutzers, welche Funktion eine Schaltung haben wird, in diesem Fall ist es ein Tiefpass-Filter. Zu erkennen ist auch, dass bei 1 kHz (annähernd die Grenzfrequenz) die Phasenverschiebung $\theta = -44,4998^\circ$ ist und die Verstärkung H auf -3 dB fällt, was einem Wert von zirka 0,707 entspricht.	25
3.9	So sieht das Bild des simulierten Oszilloskops von Solve Elec bei einem Kilohertz aus. Eingangsspannung ist rot gekennzeichnet, blau ist die Ausgangsspannung.	26
3.10	Neuer Schaltplan für den Nachbau; P ist ein Potentiometer.	26
3.11	RC-Tiefpass auf einer Streifenrasterplatine	26
3.12	Tatsächliche Messung des RC-Tiefpasses bei 100, 1000 und 10000 Hz. Deutlich ist die Dämpfung und die Verschiebung der Phase mit zunehmender Frequenz ersichtlich.	27
3.13	Durch Vertauschen der Bauelemente kann jeweils ein Hoch- beziehungsweise ein Tiefpass realisiert werden. L steht für die Spule.	28
3.14	Hochpass mit eingezeichneten errechneten Werten.	29
3.15	Schaltplan eines RL-Hochpasses mit dem Programm Solve Elec erstellt.	30
3.16	Der Graph zeigt die Verstärkung (eigentlich die Verminderung) des Signals in Abhängigkeit von der Frequenz. Die Markierung ist in etwa bei der Grenzfrequenz angelegt.	30
3.17	Die hier abgebildete Funktion beschreibt die Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgangsspannung. Bei der Markierung (bei etwa 2 kHz = f_c) beträgt diese 45°	31
3.18	Drei Aufnahmen des Oszilloskops in Solve Elec, einmal bei 200 Hz, dann bei der Grenzfrequenz 2 kHz und die dritte Aufnahme wurde bei 200 kHz gemacht. Gut zu erkennen ist die Dämpfung des Signals, die nach rechts abnimmt und gleichzeitig die Phasenverschiebung, die ganz links am größten ist. Eingangsspannung ist rot gekennzeichnet, blau ist die Ausgangsspannung.	31
3.19	Der modifizierte Schaltplan mit Potentiometer für einen genaueren Widerstandswert	32
3.20	Aufgebauter RL-Hochpass auf einer Streifenrasterplatine	32
3.21	Messung des RL-Hochpasses mit einem digitalen Oszilloskop bei 2 kHz	33
3.22	Ein RC-Bandpass; Auf der linken Hälfte ist der Hochpass und auf der rechten Seite der Tiefpass abgebildet. Zusammen ergeben sie einen Bandpass. (Bei hohen Frequenzen sperrt der Tiefpass und umgekehrt.)	35

3.23	Dies ist die simulierte Übertragungsfunktion in dB. Auch die Frequenz ist logarithmisch skaliert. Bei 1,2 kHz liegt die Verstärkung bei etwa -9,5 dB, die Ungenauigkeiten rühren von den fehlenden Nachkommastellen bei der Eingabe der Dimensionen der Bauteile. Die anderen zwei Messpunkte sind die Grenzfrequenzen.	36
3.24	Phasengang eines RC-Bandpasses. Die drei Messpunkte stellen von links nach rechts die untere Grenzfrequenz f_u ($\varphi = 45^\circ$), die Mittenfrequenz f_0 ($\varphi = 0^\circ$) und zu guter Letzt die obere Grenzfrequenz f_o ($\varphi = -45^\circ$) dar. .	37
4.1	Schaltplan der gesamten Lichtorgel. Die Kürzel HP, BP und TP stehen für den Hochpass, Bandpass und den Tiefpass. Eine größere Version dieses Bildes kann auf http://nicoeinsidler.bplaced.com/FBA/schaltplan-fuer-lichtorgel.png gefunden werden.	41
4.2	Komplette Schaltung der Lichtorgel am Steckbrett aufgebaut, damit die Verbindungen nachvollzogen werden können.	42

Literaturverzeichnis

- [1] KRAH, Prof. Dr. Ing. Jens O.: Skript zur Vorlesung Digitale Signalverarbeitung mit Fpga. In: *FH-Köln* (2010), S. 138
- [2] SEIDEL, Heinz-Ulrich ; WAGNER, Edwin: *Allgemeine Elektrotechnik*. 3. Auflage. Hanser, 2006
- [3] TIETZE, Ulrich ; SCHENK, Christoph: *Halbleiter-Schaltungstechnik*. 10. Auflage. Springer-Verlag, 1993
- [4] LINDNER, Helmut ; BRAUER, Harry ; LEHMANN, Constans: *Taschenbuch der Elektrotechnik und Elektronik*. Bd. 7. Auflage. Fachbuchverlag Leipzig, 1998
- [5] <http://www.getsoft.net/> am 13. Februar 2011
- [6] DEIMEL ; HASENZAGL ; KRIKAVA ; RUHSWURM ; SEISER: *Grundlagen der Elektrotechnik 2*. Bd. 2. Veritas, 2006
- [7] STINY, Leonhard: *Grundwissen Elektrotechnik*. 3. Auflage. Franzis, 2005
- [8] SICHLA, Frank: *ABC der Schwingkreis-Praxis*. 1. Auflage. Verlag für Technik und Handwerk, 2008
- [9] GRAFE ; U.A.: *Grundlagen der Elektrotechnik*. 12. Auflage. München : Verlag Technik GmbH Berlin, 1992