

# 1 Messtechnik – Einführung

## 1.1 Aufgabe und Gegenstand der Messtechnik

### 1.1.1 Wozu Messen?

Messen ist fachgerechtes Einsetzen von Messinstrumenten und Messmethoden und zielgerichtetes, nachvollziehbares Verarbeiten der Ergebnisse.

Wer misst will

- A) etwas untersuchen → Basis schaffen für das Aufstellen einer Hypothese
- B) etwas beweisen → Belegen oder Widerlegen einer Hypothese
- C) etwas wissen, um darauf zu reagieren → Regelung, Feedback

Das erfordert immer strukturiertes Vorgehen und Sorgfalt in Durchführung und Ergebnisverarbeitung.

**Messen ist die grundlegende Methode der Wissenschaft.**

### 1.1.2 Was wird gemessen?

Beispiele für das durch A) bis C) motivierte Messen finden sich auf allen Gebieten:

Untersuchen / Beweisen (A + B):

- Meinungsumfragen;
- Forschungslabor: Test oder Präzisieren einer Hypothese, „Unterstützung für eine Theorie“;
- Entwicklungslabor: Funktionsprüfung von Prototypen;
- Fertigung: Qualitätssicherung, Produktkontrolle (Prüffeld) ...

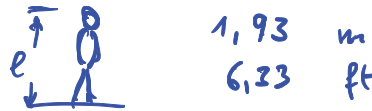
Prozessbezogenes Messen (C):

- Regelkreise: Raumtemperatur, Einparkhilfe, Bioreaktor, Braukessel, ... ;
- Produktionsplanung: Bestandserfassung, Produktverfolgung;
- Workload Balancing bei Server-Clustern in Rechenzentren;
- ...

Beliebig fortsetzbar!

Messtechnische Methoden kommen nicht nur in der Technik zum Einsatz sondern **in allen Disziplinen** und überall, wo Daten erhoben werden.

## 1.2 Grundbegriffe



### 1.2.1 Messen heißt Vergleichen

Ein **Messwert** ist die Darstellung einer physikalischen Größe als Vielfaches einer Einheit, die durch internationale Vereinbarung festgelegt und durch ein **Messnormal** gegeben ist. Er ergibt sich also aus dem Vergleich der Größe mit einer **Maßverkörperung** dieser Einheit, die in möglichst guter Übereinstimmung mit dem Normal hergestellt wurde. Anschaulich z. B.: Längenmessung mit einem Lineal.

**Normale** werden durch staatliche Institutionen festgelegt bzw. bereitgestellt, in Deutschland durch die Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) und den Deutschen Kalibrierdienst (DKD). Ein Beispiel ist die Zeit, die die PTB in Braunschweig mit mehreren "Atomuhren" bestimmt. Stoppuhren, Quarztimer u. ä. sind Maßverkörperungen der Messgröße "Zeit". Ihre Genauigkeit wird durch Vergleich mit dem Normal der PTB bestimmt.

Die folgende Abbildung zeigt am Beispiel der Längenmessung den Bezug betrieblich eingesetzter Messeinrichtungen zu dem zugehörigen Normal: **"Kette der Rückführung"**.

Seit dem 19. Jahrhundert haben sich Parallelendmaße als Maßverkörperungen etabliert, mit denen sich bis heute eine Vielzahl von Längenmessmitteln kalibrieren lassen. Mit einem 103-teiligen Parallelendmaßsatz aus Stahl lassen sich durch Kombination von Endmaßen über 20.000 Maße zwischen 1 mm und 201 mm mit einer Stufung von 0,005 mm realisieren.



Bild 18:  
Parallelendmaßsatz aus Stahl,  
103-teilig

Die Länge von Parallelendmaßen lässt sich, wie oben beschrieben, mittels optischer Interferometrie auf die SI-Einheit Meter zurückführen. Die genauesten Parallelendmaße dienen als Bezugsnormale in mechanischen Unterschiedsmessungen, die als Dienstleistung von akkreditierten Kalibrierlaboratorien für Längenmessung angeboten werden.



Bild 19:  
Prinzip der mechanischen Unterschiedsmessungen von Parallelendmaßen

Bild 20:  
Kette der Rückführung auf die SI-Einheit Meter am Beispiel von Parallelendmaßen, DAkkS: Deutsche Akkreditierungsstelle, NMI: Nationales Metrologieinstitut (in Deutschland die PTB)



**Messen** ist also der experimentelle Vorgang, bei dem eine Messgröße mit einer Maßverkörperung verglichen und auf diese Weise ein Messwert bestimmt wird.

Das **Messergebnis** kann der Messwert selbst sein, ein aus diesem abgeleiteter, berechneter Wert oder eine Verknüpfung oder der Verlauf mehrerer Messwerte.

z.B. Anstiegszeit  $t_{10,90} = t_{90} - t_{10}$  Messergebnis aus 2 Messwerten

$$= 80 \mu s$$

Zahlenwert      Faktor  $10^x$       Einheit (SI)

Jede Messung ist mit einer **Messabweichung** (auch "Messfehler") behaftet, die sich durch Präzisions-Messverfahren zwar verringern, aber nie ganz vermeiden lässt.

Zu einem Messergebnis gehört deshalb immer die Angabe der **Messunsicherheit**.

z.B.  $t_{90} = 150 \mu s \pm 2 \mu s$      $t_{10} = 70 \mu s \pm 5 \mu s$

$$t_{10,90} = 80 \mu s \pm \sqrt{(2 \mu s)^2 + (5 \mu s)^2}$$
 Fehlerfortpflanzung

**Messreihen**, d. h. mehrere Messwerte, die sukzessiv am gleichen Objekt gewonnen werden, liefern einen Werteverlauf oder mehrere Messwerte für ein und dieselbe Größe. Wird aus  $N$  Messungen einer bestimmten Größe ein **Mittelwert** gebildet, so ist dessen Messunsicherheit gegenüber der Einzelmessung um den Faktor  $\frac{1}{\sqrt{N}}$  geringer (**Kapitel 6**).

Wahrscheinlichkeitstheorie liefert Grundlage für Angabe des "Vertrauensintervalls"

Voraussetzung: Statistisch voneinander unabhängig  
Nur zufällige Messabweichungen werden so verringert.

### 1.2.2 Das SI-Einheitensystem

Die Darstellung von Messwerten und Messergebnissen erfolgt heute im Internationalen Einheitensystem (SI, 1960 festgelegt).

Es fußt auf den **SI-Basiseinheiten**

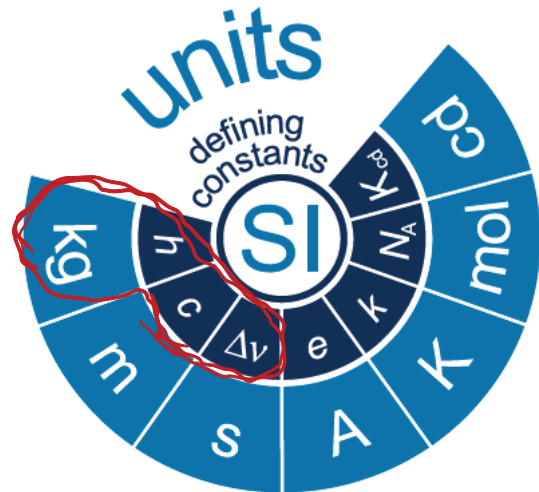
Länge	m	Meter
Zeit	sec	Sekunde
Masse	kg	Kilogramm
Elektrische Stromstärke	A	Ampere
Temperatur	K	Kelvin
Stoffmenge	mol	Mol
Lichtstärke	cd	Candela

Lichtgeschwindigkeit  
Periodendauer von Strahlung bei Cäsium  
Urkilogramm  
Kraft zwischen Leitern

Am **20.5.2019 (Weltmetrologietag)** traten für die obigen Einheiten **neue Definitionen** in Kraft, die vollständig auf Naturkonstanten basieren. So wird z. B. das Kilogramm nun nicht mehr durch einen Prototypen, das "Urkilogramm", definiert, sondern unter anderem durch das Planck'sche Wirkungsquantum  $h$ . Siehe auch

<https://www.ptb.de/cms/de/forschung-entwicklung/forschung-zum-neuen-si.html>

(Die wichtigsten Informationen, auch eine Posterdarstellung, sind als PDF-Dokumente im Ordner "Das neue SI-Einheitensystem" in der ELMESS-AULIS-Gruppe verfügbar.)



$E = h \cdot \nu$  Lichtquantenenergie =  $h \cdot \text{Frequenz}$   $[h] = [\text{Energie}] \cdot [\text{Zeit}]$

**Kilogramm**

Das Kilogramm, Einheitenzeichen kg, ist die SI-Einheit der Masse. Es ist definiert, indem für die Planck-Konstante  $h$  der Zahlenwert  $6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34}$  festgelegt wird, ausgedrückt in der Einheit J s, die gleich  $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$  ist, wobei der Meter und die Sekunde mittels  $c$  und  $\Delta\nu$  definiert sind.

Diese Definition gibt  $h$  den Wert  $6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-1}$ . Löst man diese Beziehung nach der Einheit kg auf, so ergibt sich:

$$1 \text{ kg} = \left( \frac{h}{6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34}} \right) \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$$

$$= \frac{(299\,792\,458)^2}{(6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34}) (9\,192\,631\,770)} \frac{h \Delta\nu}{c^2} \approx 1,475\,5214 \cdot 10^{40} \frac{h \Delta\nu}{c^2}$$

Das heißt, die Einheit kg wird mit der Wirkung (Einheit:  $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ ) verknüpft, einer physikalischen Größe in der theoretischen Physik. Zusammen mit der Definition für die Sekunde und den Meter ergibt sich die Definition für das Kilogramm als Funktion des Planck'schen Wirkungsquantums  $h$ .

"Wirkung"

$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$

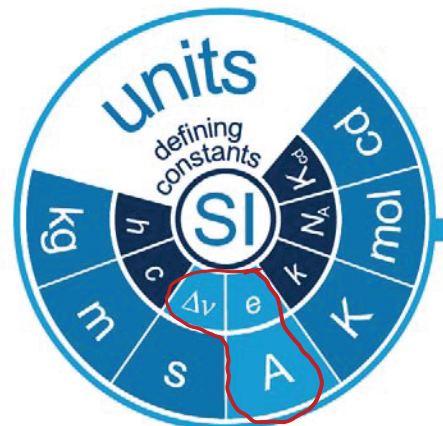
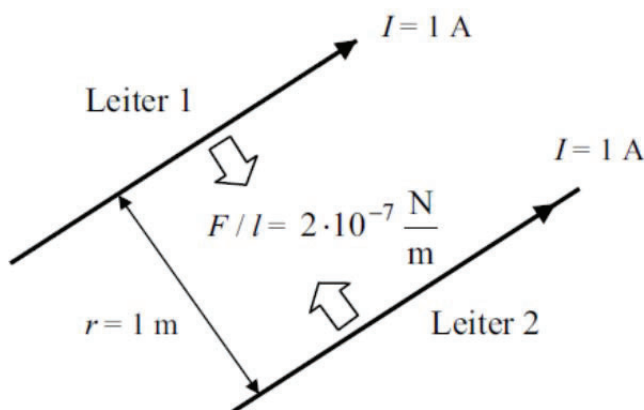
Thermische, elektrische, mechanische Energie:  $1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ Nm}$

Beispiel:

Einheit der Stromstärke – alt / neu

Joule  $1 \text{ VAs} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$

Ampere



$F = \mu_0 \frac{I^2 \cdot l}{2\pi r}$  (Maxwell'sche Gesetze)

$[e] = \text{As}$

$\Rightarrow \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$  (magnetische Feldkonstante) nach alter Einheitsdefinition exakt bekannt, jetzt unsicher



# PTB - Die gesetzlichen Einheiten 2016 . pdf

Avogadro-Konstante

$$N_A = 6,022\,141\,29(27) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Boltzmann-Konstante

$$k = 1,380\,6488(13) \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

Elementarladung

$$e = 1,602\,176\,635(35) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

--- 530 --- 600

Faraday-Konstante

$$F = 96\,485,3365(21) \cdot \text{C} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Feinstrukturkonstante, inverse

$$\alpha^{-1} = 137,035\,999\,074(44)$$

Feldkonstante, elektrische

$$\epsilon_0 = 1/(\mu \cdot c^2) = 8,854\,187\,817... \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1} \text{ (exakt)}$$

Feldkonstante, magnetische

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2} = 12,566\,370\,614... \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2} \text{ (exakt)}$$

## Die neue Basis des SI - Einheitensystems

- Frequenz des Hyperfeinstrukturübergangs des Grundzustands im  $^{133}\text{Cs}$ -Atom

$$\Delta\nu = 9\,192\,631\,770 \text{ s}^{-1}$$

- Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

$$c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$$

- Planck-Konstante

$$h = 6,626\,070\,15 \times 10^{-34} \text{ J s} \text{ (J s = kg m}^2 \text{ s}^{-1}\text{)}$$

- Elementarladung

$$e = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19} \text{ C} \text{ (C = A s)}$$

- verglichen

- Boltzmann-Konstante

$$k = 1,380\,649 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \text{ (J K}^{-1} = \text{kg m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ K}^{-1}\text{)}$$

- Avogadro-Konstante

$$N_A = 6,022\,140\,76 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

- Photometrisches Strahlungsäquivalent einer monochromatischen Strahlung von  $540 \times 10^{12} \text{ Hz}$

$$K_{\text{cd}} = 683 \text{ lm W}^{-1}$$

Diese Zahlenwerte

ändern sich nicht mehr

und haben keine

Unsicherheit.

### Unsicherheiten der Konstanten/ $10^{-8}$

Konstante	bisher	neu	Konstante	bisher	neu
$m(\text{K})$	0	1,2	$R$	57	0
$T_{\text{TPW}}$	0	57	$F$	0,62	0
$M(^{12}\text{C})$	0	0,045	$\sigma$	230	0
$\mu_0$	0	0,023	$K_J$	0,62	0
$\epsilon_0$	0	0,023	$R_K$	0,023	0
$Z_0$	0	0,023	$N_A h$	0,045	0
$\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$	0	0	$m_e$	1,2	0,033
$c$	0	0	$m_u$	1,2	0,045
$K_{\text{cd}}$	0	0	$m(^{12}\text{C})$	1,2	0,045
$h$	1,2	0	$\alpha$	0,023	0,023
$e$	0,61	0	$\text{J} \leftrightarrow \text{m}^{-1}$	1,2	0
$k_B$	57	0	$\text{J} \leftrightarrow \text{Hz}$	1,2	0
$N_A$	1,2	0	$\text{J} \leftrightarrow \text{K}$	57	0

Diese vorher exakt festgelegten Größen weisen jetzt eine Unsicherheit auf.

**Beispiel/Übung (Umrechnen von Einheiten)**

Bei einem Radrennen bringt eine Radfahrerin bei 120 U/min ein Drehmoment von  $M = 20 \text{ Nm}$  in die Pedale.

- Welche mittlere Leistung  $P = M \cdot \omega$  bringt sie dabei auf? (Angabe in Watt)
- Sie benötigt für die Strecke exakt eine Stunde. Zum Ausgleich der eingesetzten Energie muss die Fahrerin das Achtfache davon in Form von Nudeln wieder zu sich nehmen. Wieviel Gramm sind das, wenn der Brennwert von Nudeln mit  $6,65 \text{ kJ/g}$  angegeben wird?

Drehzahl umrechnen

$n = \text{Umdrehung/Minute}$ ,  $f = \text{Umdr./Sekunde}$ ,  $\omega = 2\pi f$

$$\text{Hier: } f = \frac{120 \text{ U}}{60 \text{ s}} = 2 \frac{\text{U}}{\text{s}} \quad \omega = 2\pi f = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{a) } P = M \cdot \omega = 20 \text{ Nm} \cdot 4\pi \cdot \frac{1}{\text{s}} = 80\pi \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 80\pi \text{ W} \quad \left( \frac{\text{Ws}}{1 \text{ Nm} = 1 \text{ Ws}} \right)$$

$$\text{b) } E = P \cdot t = 80\pi \text{ W} \cdot \underbrace{3600 \text{ s}}_{1 \text{ h}}$$

$$E_{\text{Nudel}} = 8 E = 640 \cdot 3600 \cdot \pi \text{ Ws}$$

$$B_{\text{Nudel}} = 6,65 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$$

$$m_{\text{Nudel}} = \frac{E_{\text{Nudel}}}{B_{\text{Nudel}}} = \frac{640 \cdot 3600 \cdot \pi \text{ Ws}}{6,65 \cdot 10^3 \text{ J/g}} \text{ g}$$

$$\approx 1089 \text{ g}$$

## 1.3 Übungen "Begriffe, SI-Einheiten"

### 1.3.1 SI-Basiseinheiten

Recherche unter <http://www.ptb.de/cms/ptb/fachabteilungen/abt4/fb-44.html>

- Die "Atomuhren" der PTB sind das deutsche Normal für die Messung der Zeit. Welche andere Messgröße leitet sich unmittelbar aus der Zeit ab? Hinweis: siehe Bezeichnung des zuständigen Fachbereichs der PTB.
- Welche Definition der SI-Einheit für die Strecke gab es früher? Warum musste sie ersetzt werden? Wie lautet sie jetzt?
- Welche Naturkonstanten – neben der Cäsium-Strahlungsfrequenz, der Lichtgeschwindigkeit und dem photometrischen Strahlungsäquivalent  $K_{cd}$  – definieren heute die Basiseinheiten des SI (Kürzel und volle Bezeichnung angeben).
- Welche Rolle spielt die Zahl 9.192.631.770 für die Länge einer Strecke von 1000 m?
- Wie wird die unten in Übung 1.3.3 verwendete Einheit für den Druck (= Kraft pro Fläche), "1 mbar", in SI-Einheiten umgerechnet?

### 1.3.2 Einheiten, Umrechnungen, physikalische Grundlagen I

- Geben Sie 1 J (Joule), 1 V (Volt), 1 H (Henry) in SI-Basiseinheiten an.
- Ein Kran hebt das Rotorblatt einer Windenergieanlage (Gewicht: 8 t) 80 m hoch. Welche elektrische Energie ist bei Vernachlässigung von Reibungs- und sonstigen Verlusten für den Antriebsmotor mindestens erforderlich? (Angabe in kWh!)

### 1.3.3 Einheiten, Umrechnungen, physikalische Grundlagen II

An einem Wärmetauscher tritt bei einem Volumenstrom von  $q_V = 10,8 \text{ m}^3/\text{h}$  eine Druckdifferenz (Druckverlust) von  $\Delta p = 200 \text{ mbar}$  auf.

- Geben Sie die entsprechende von der Pumpe aufzubringende Leistung  $P = q_V \cdot \Delta p$  in Nm/sec an.
- Wie groß ist bei ununterbrochenem Dauerbetrieb die pro Tag eingesetzte elektrische Energie (in kWh), wenn die Pumpe mit einem Wirkungsgrad von 40 % arbeitet?