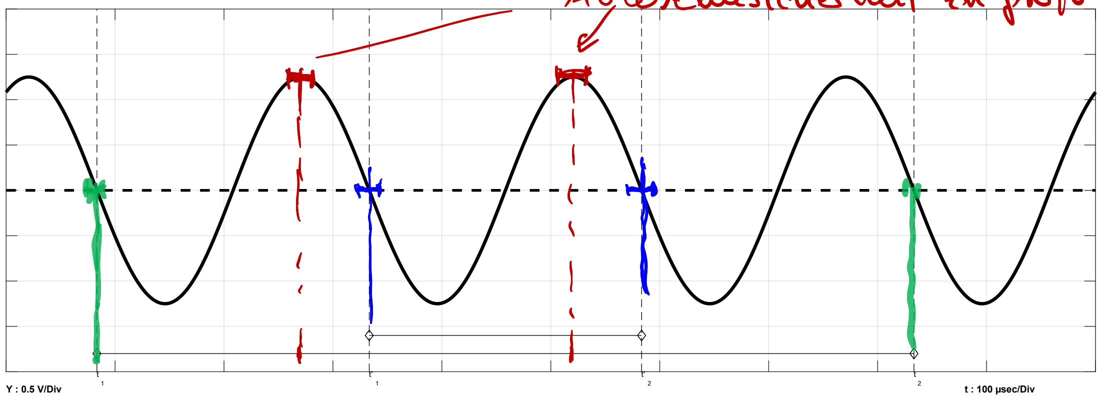
4.3 Vorgehen bei Messungen

Beim Messen geht es immer darum, Messergebnisse mit der geringst möglichen Messunsicherheit zu erzielen.

4.3.1 Mitteln, wenn möglich

Beispiel: Periodendauer, wenn der Bildschirm mehrere Perioden eines Signals zeigt.

Ableseunsicherheit zu groß



Man stellt z. B. fest, dass die Cursor sich nur mit einer Unsicherheit von $\pm\frac{1}{20}\mathrm{Div}$ entsprechend $\Delta t_i = 5\ \mu s$ einstellen lassen.

Im Protokoll sieht das dann so aus:

Vorgehensweise 1 (nicht optimal):

Eine Periode: $T = t'_2 - t'_1$, $t'_1 = 330\ \mu s \pm 5\mu s$, $t'_2 = 580\ \mu s \pm 5\mu s$

Vorgehensweise 2 (besser):

Drei Perioden: $3T = t_2 - t_1$, $t_1 = 85\ \mu s \pm 5\mu s$, $t_2 = 835\ \mu s \pm 5\mu s$

Die Auswertung ergibt dann:

Fall 1:

$$T = 580\ \mu s - 330\ \mu s \pm \sqrt{5^2 + 5^2}\ \mu s$$
$$T \approx (250 \pm 7)\ \mu s$$

Fehlerfortpflanzung (siehe unten)

Fall 2:

$$3T = 835\ \mu s - 85\ \mu s \pm \sqrt{5^2 + 5^2}\ \mu s \approx 750\ \mu s \pm 7\ \mu s$$
$$T \approx (250 \pm 2{,}4)\ \mu s$$

$T = \frac{750\mu s \pm 7\mu s}{3} \Rightarrow \Delta T = \frac{7}{3}\mu s$

Das Ergebnis hat bei der Vorgehensweise 2 also eine deutlich geringere Unsicherheit.

Ähnlich ist beim Ermitteln einer Stufenhöhe vorzugehen, wenn mehrere gleiche Stufen abgebildet sind.

4.3.2 Messunsicherheiten abschätzen

Das obige Beispiel demonstriert auch den Umgang mit Messunsicherheiten:

- bei jeder Messung Ableseunsicherheiten abschätzen und im Protokoll notieren,
- in der Auswertung nachvollziehbar machen, wie Sie abgeschätzt haben und zusätzlich Gerätetoleranzen einbeziehen
- dabei die Gesetze der Fehlerfortpflanzung anwenden.

<u>Rechenregeln für einfache Fälle der Fehlerfortpflanzung</u>

m_1 und m_2 seien Messwerte, die mit Unsicherheiten Δm_1 und Δm_2 behaftet sind.

M sei ein daraus berechnetes Messergebnis. Dann erhält man die Unsicherheit von M wie folgt:

1.) Addition und Subtraktion der Messwerte

$$M = m_1 \pm m_2 \qquad \Delta M = \sqrt{\Delta m_1^2 + \Delta m_2^2}$$

Wurzel aus Quadratsumme der **<u>absoluten</u>** Messabweichungen.

2.) Multiplikation mit einem konstanten Faktor

$$M = k_1 \cdot m_1 \pm k_2 \cdot m_2 \qquad \Delta M = \sqrt{(k_1 \cdot \Delta m_1)^2 + (k_2 \cdot \Delta m_2)^2}$$

$M = k \cdot m$

$\Delta M = k \cdot \Delta m$

siehe oben

$3T = 750\,\mu s \pm 7\,\mu s$

$T = \frac{1}{3}(3T) = 250\,\mu s \pm \frac{1}{3} \cdot 7\,\mu s$

3.) Multiplikation der Messwerte

$$M = m_1 \cdot m_2 \qquad \frac{\Delta M}{M} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_1}{m_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_2}{m_2}\right)^2}$$

Angabe im Prozent

Wurzel aus Quadratsumme der **<u>relativen</u>** Messabweichungen.

4.) Division der Messwerte

$$M = \frac{m_1}{m_2} \qquad \frac{\Delta M}{M} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_1}{m_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_2}{m_2}\right)^2}$$

Wurzel aus Quadratsumme der **<u>relativen</u>** Messabweichungen.

Insbesondere hat der **<u>Kehrwert</u>** eines Messwerts **<u>die gleiche relative Abweichung</u>** wie der Messwert selbst.

Sind die Messergebnisse nicht das Resultat so einfacher Rechenoperationen, so muss die Fehlerfortpflanzungsrechnung mit den Methoden der Differentialrechnung mit mehreren Variablen durchgeführt werden.