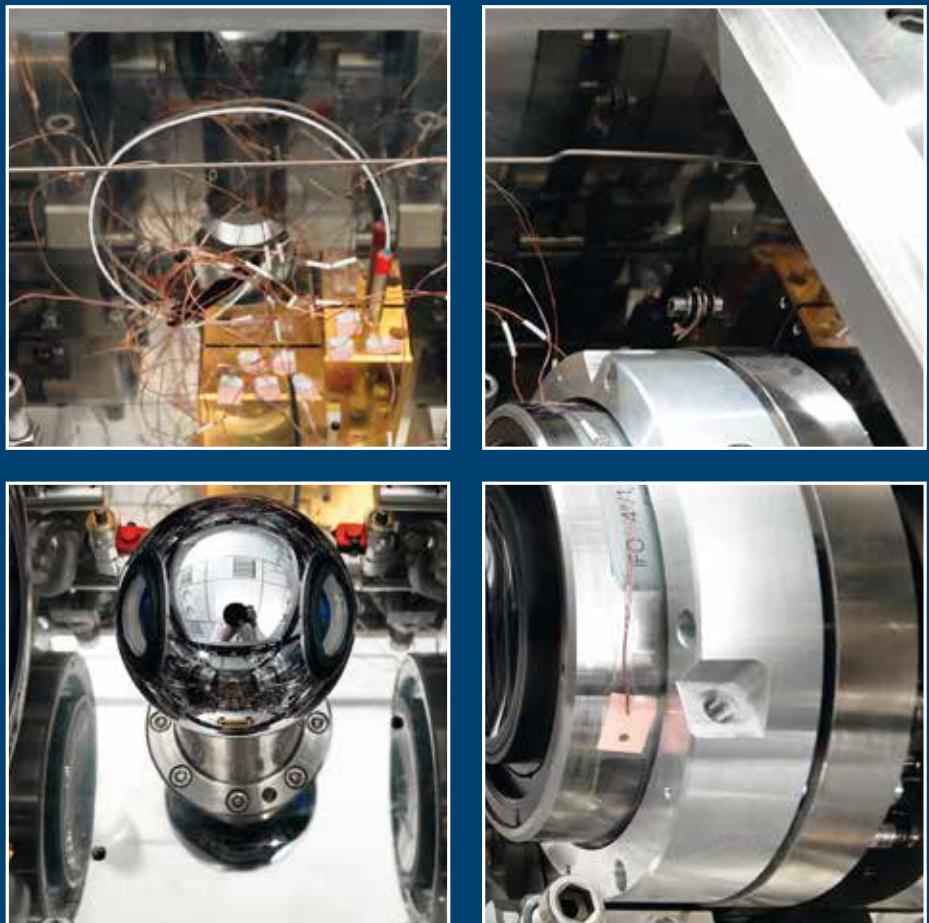


Experimente für das neue Internationale Einheitensystem (SI)

nw ◊



Experimente für das neue Internationale Einheitensystem (SI)

Titelbild:

Auf dem Weg zu einer neuen kg-Definition. Im Kugelinterferometer wird der Durchmesser der in der Mitte liegenden Siliziumkugel äußerst exakt gemessen.
Quelle: PTB.

**Fachorgan für Wirtschaft und Wissenschaft, Amts- und
Mitteilungsblatt der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt
Braunschweig und Berlin**

126. Jahrgang, Heft 2, Juni 2016

Inhalt

Experimente für das neue Internationale Einheitensystem (SI)

▪ Vorwort <i>Jens Simon</i>	3
▪ Naturkonstanten als Fundament Paradigmenwechsel im Internationalen Einheitensystem (SI) <i>Rainer Scharf, Thomas Middelmann</i>	5
▪ Frequenz eines atomaren Übergangs Wie tickt eine Atomuhr? – Realisierung der Sekunde von 1955 bis heute <i>Andreas Bauch, Stefan Weyers, Ekkehard Peik</i>	17
▪ Lichtgeschwindigkeit Interferometrie – wie entlocke ich dem Licht eine Länge? <i>René Schödel</i>	35
▪ Elementarladung Elektronen zählen, um Strom zu messen <i>Hansjörg Scherer, Uwe Siegner</i>	53
▪ Planck'sches Wirkungsquantum & Avogadro-Konstante Atome zählen für Masse und Stoffmenge <i>Peter Becker, Horst Bettin</i>	63
▪ Elektrisch-mechanisches Gleichgewicht – die Wattwaage <i>Michael Gläser</i>	79
▪ Boltzmann-Konstante Wie viel Energie steckt in der Temperatur? <i>Joachim Fischer, Bernd Fellmuth, Christof Gaiser</i>	89
▪ Photometrisches Strahlungsäquivalent Ein Maß für sichtbares Licht – Entwicklung und Bedeutung im Internationalen Einheitensystem <i>Armin Sperling, Stefan Kück</i>	99
▪ PTB-Innovationen ▪ Ausgesuchte Technologieangebote und Erfolgsgeschichten zu den SI-Einheiten	109

EXPERIMENTE FÜR DAS NEUE SI

Vorwort

Jens Simon*

Der Herbst des Jahres 2018 wird, soviel ist heute schon sicher, für einen Eintrag in die Geschichtsbücher der Wissenschaft sorgen. Und es könnte sogar sein, dass nicht nur die Wissenschaftsgeschichte von dem Ereignis Notiz nimmt, sondern auch viel grundsätzlicher die Kulturgeschichte. Denn in jenem Herbst des Jahres 2018 soll etwas mit Brief und Siegel versehen werden, woran schon seit Jahren und Jahrzehnten mit höchster Messkunst in den Nationalen Metrologieinstituten gearbeitet wird: an einer grundlegenden Revision des Internationalen Einheitensystems (Système International d'unités, kurz: SI).

Die (Basis-)Einheiten werden auf eine so fundamentale Art neu definiert werden, dass von einem Paradigmenwechsel gesprochen werden muss. Nicht mehr eine ausgewählte kleine Menge von Basiseinheiten, mit all ihren historischen Zöpfen, Willkürlichkeiten und Idealisierungen, werden von diesem Moment an der Welt die Maße sagen, sondern vielmehr eine Menge von Naturkonstanten. Also jene „Objekte“, die im Gegensatz zu jeder Maßverkörperung wirklich unveränderlich sind.

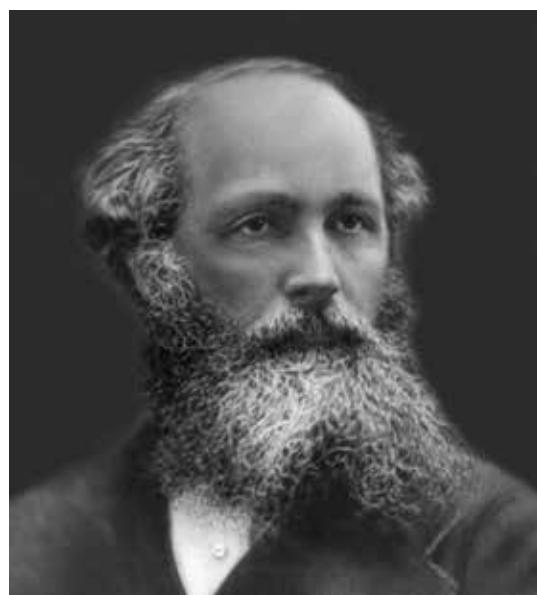
Heute hat man Einheiten und bestimmt in diesem Einheitensystem die Werte der Naturkonstanten – was zu dem bemerkenswerten Umstand führt, dass sich die Werte der Naturkonstanten permanent ändern, weil sich in diesen Werten unsere Messmöglichkeiten widerspiegeln. Morgen, also nach dem Herbst 2018, kehrt sich dieses Verhältnis um: Aus festgelegten Werten der Naturkonstanten ergeben sich die Einheiten als Schlussfolgerung. Wenn die Naturkonstanten wirklich konstant sind, hat unser Einheitensystem dann die festeste und zuverlässigste Basis, die sich denken lässt. Diese Einheiten sind dann in einem ganz wörtlichen Sinne universell: Sie sind prinzipiell im gesamten Universum anwendbar. Lax gesagt: Auch ein Marsianer könnte dann verstehen, was ein

Kilogramm ist. (Was heute nicht möglich ist, es sei denn wir schickten ihm das Ur-Kilogramm, also jenes „metrologisch heilige“ Stück Metall aus dem Tresor des Internationalen Büros für Maß und Gewicht in Sèvres, Frankreich.)

Der Gedanke, die Einheiten derart universell zu definieren, ist nicht neu, sondern ein Kind des ausgehenden 19. Jahrhunderts. Schon James Clerk Maxwell hatte um 1870 eher atomare Größen zur Definition der Einheiten im Sinn:

“If, then, we wish to obtain standards of length, time, and mass which shall be absolutely permanent, we must seek them NOT in the dimensions, or the motion, or the mass of our planet, but in the wave-length, the period of vibration, and the absolute mass of these imperishable and unalterable and perfectly similar molecules.”

Address to the Mathematical and Physical Sections of the British Association



James Clerk Maxwell, 1870

* Dr. Dr. Jens Simon, Presse und Öffentlichkeitsarbeit der PTB, E-Mail: jens.simon@ptb.de

Und dann war es vor allem der große Max Planck, der „Constanten“ ins Spiel brachte, als er sein Strahlungsgesetz formulierte:

„Dem gegenüber dürfte es nicht ohne Interesse sein zu bemerken, dass mit Zuhilfenahme der beiden [...] Constanten a und b die Möglichkeit gegeben ist, Einheiten für Länge, Masse, Zeit und Temperatur aufzustellen, welche, unabhängig von speziellen Körpern und Substanzen, ihre Bedeutung für alle Zeiten und für alle, auch ausserirdische und aussermenschliche Culturen notwendig behalten und welche daher als ‚natürliche Maßeinheiten‘ bezeichnet werden können.“

Ann. Physik 1, 69 (1900)



Max Planck, 1901

In manchen Reservaten der Wissenschaft, vorzugsweise der Theoretischen Physik, kamen die natürlichen Einheiten Plancks tatsächlich zum Zuge, aber dies dann eher als Gedankenspiel und nicht als praktische Einheiten.

Die Revision des Einheitensystems, die jetzt verhandelt wird, will dagegen durchaus alltags-tauglich sein, und sie wird diesen Anspruch auch einlösen, zumal auf der Basis der neuen Definitionen die Darstellung und Weitergabe der Einheiten prinzipiell immer weiter verbessert werden kann. Im neuen Einheitensystem sind keinerlei technologische Barrieren mehr eingebaut.

Insofern ist das geplante neue Einheitensystem ein Meilenstein der Wissenschaftsgeschichte und, in absehbarer Zeit nach der Neudefinition, auch der Technikgeschichte. Aber es ist wegen seiner Universalität noch deutlich mehr: Es ist ein Meilenstein in der Kulturgeschichte. Vom Mittelalter bis weit ins 18./19. Jahrhundert waren die Einheiten „fürstlich bestimmt“ und im Wesentlichen regional. Dann kamen die Revolutionäre in Frankreich Ende des 18. Jahrhunderts. Jetzt wurden Füße, Ellen und Meilen, Linien, Klafter und Ruten abgelöst durch ein Maß, das dem Planeten Erde abgerungen wurde – die Welt erlebte die Geburt des Meters und mit ihm des Kilogramms. Mit der Meterkonvention und allen beitretenden Staaten wurden diese Einheiten global. Heute leben wir auf unserem Planeten mit einem einheitlichen Maßsystem (bis auf wenige Ausnahmen). Und in 2018 erfolgt dann der Schritt über unseren kleinen Planeten hinaus. Die Einheiten legen ihren antropomorphen Mantel ab. Ich bin sicher: Sie werden nicht frieren, sondern die neue Freiheit genießen.

Planck-Einheiten

Werden Naturkonstanten so miteinander multipliziert und dividiert, dass bei einer Dimensionsbetrachtung Länge, Zeit und Masse herauskommen, so sind damit die Planck-Einheiten definiert:

$$\text{Planck-Masse} \quad m_p = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2,176 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$$

$$\text{Planck-Länge} \quad l_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1,616 \cdot 10^{-35} \text{ m}$$

$$\text{Planck-Zeit} \quad t_p = \frac{l_p}{c} = 5,391 \cdot 10^{-44} \text{ s}$$

$$\text{Planck-Temperatur} \quad T_p = \frac{m_p \cdot c^2}{k} = 1,417 \cdot 10^{32} \text{ K}$$

\hbar = Planck'sches Wirkungsquantum

c = Lichtgeschwindigkeit

G = Gravitationskonstante „Big G“

k = Boltzmann-Konstante

Drückt man die Naturkonstanten dann wiederum in diesen Planck-Einheiten aus, so nehmen sie den Zahlenwert 1 an.

Paradigmenwechsel im Internationalen Einheitensystem (SI)

Rainer Scharf*, Thomas Middelmann**

Die Bedeutung des Messens

Das Messen ist eine der Grundlagen unserer heutigen Zivilisation. Es ist eine entscheidende Voraussetzung für Handel, Technik und Wissenschaft, die immer präzisere und verlässlichere Messverfahren verlangen. Beim Messen vergleicht man den vorliegenden Zustand einer Messgröße mit einem Referenzzustand, der durch einen Standard oder ein „Normal“ wie das „Urkilogramm“ gegeben ist. Damit verschiedene Messungen miteinander vergleichbar sind, ist eine verbindliche Verabredung über eine geeignete Bezugssgröße erforderlich. Diese Bezugssgrößen sind die Einheiten, in denen gemessen wird. Mit der „verbindlichen Verabredung“ wird der rechtliche Charakter der Einheiten deutlich, denn sie können nur dann ihren Zweck erfüllen, wenn sie stets in gleicher Weise verwendet werden.

Das Ergebnis der Messung einer Messgröße Q ist das Produkt aus einem Zahlenwert $\{Q\}$ und einer Maßeinheit $[Q]$. Aufgrund geometrischer und physikalischer Gesetzmäßigkeiten bestehen viele Zusammenhänge zwischen unterschiedlichen physikalischen Größen, sodass wir ihre Maßeinheiten nicht völlig beliebig wählen können. Vielmehr lassen sich zahlreiche Einheiten aus anderen ableiten. So kann die Volumeneinheit Liter nicht unabhängig von der Längeneinheit Meter sein, und die Krafteinheit Newton ($1 \text{ N} = 1 \text{ kg m s}^{-2}$) lässt sich nicht unabhängig von Kilogramm, Meter und Sekunde festlegen.

Im Internationalen System der Einheiten SI (franz. „Système international d’unités“) können die Einheiten zur Messung aller bekannten physikalischen Messgrößen aus den sieben Basis единиц Meter, Sekunde, Kilogramm, Ampere, Kelvin, Mol und Candela abgeleitet werden. Diese Einheiten, auf denen das SI beruht, bilden keine Basis im mathematischen Sinne eines Orthonormalsystems. Vielmehr stehen die fundamentalen Einheiten Meter, Sekunde, Kilogramm und Ampere neben den praxisorientierten Einheiten Kelvin, Mol und Candela, die man im Prinzip auch durch die fundamentalen Einheiten ausdrücken

könnte. Die Auswahl dieser Basiseinheiten hat vor allem praktische Gründe, da das SI zur Verständigung zwischen unterschiedlichen Gruppen, wie Händlern, Verbrauchern, Ingenieuren und Forschern, dient. So mag die Wahl einer bestimmten Basiseinheit für eine Gruppe nützlich und für eine andere merkwürdig erscheinen. Doch das SI ist hierbei um einen Ausgleich unterschiedlicher Interessen bemüht.

Gegenwärtig definiert man die Basiseinheiten auf unterschiedliche Weise. Als Bezugsgrößen werden teils Artefakte (Kilogramm), idealisierte Messvorschriften (Ampere), Materialeigenschaften (Kelvin, Mol), festgelegte Faktoren (Candela) oder Naturkonstanten (Sekunde, Meter) verwendet. Würde sich diese Größen ändern (wie das etwa beim „Urkilogramm“, dem internationalen Kilogrammprototyp, der Fall zu sein scheint), so müssten sich die durch die Naturkonstanten gegebenen Zusammenhänge scheinbar ebenfalls ändern – mit absurd Konsequenzen.

Deshalb ist es sinnvoller, feststehende Zusammenhänge zwischen verschiedenen (Natur-) Konstanten zur Definition der Bezugssgrößen zu nutzen. Gegenwärtig steht eine grundlegende Revision des SI kurz vor dem Abschluss, die dies leistet. Nachdem die Sekunde, der Meter und auch die Candela bereits über festgelegte (Natur-) Konstanten definiert sind, will man im neuen SI auch das Kilogramm, das Ampere, das Kelvin und das Mol dadurch definieren, dass man sie über solche Konstanten miteinander verbindet.

Einheiten im Wandel der Zeit

Die Geschichte des Messens reicht weit zurück. Bereits in der frühen Antike nahm man Messungen von Gewicht, Länge und Zeit vor, wobei naheliegende Maßeinheiten verwendet wurden. So hat man Gewichte in Getreidekörnern, Längen in Zoll oder Elle, die Zeit bezogen auf den Tagesgang der Sonne gemessen. In unterschiedlichen Herrschaftsgebieten galten meist unterschiedliche Einheiten. So gab es in deutschen Landen Dutzende von unterschiedlich langen Ellen, die

* Dr. Rainer Scharf, Wissenschaftsjournalist, E-Mail: r.scharf@rz-online.de

** Dr. Thomas Middelmann, Fachbereich „Halbleiterphysik und Magnetismus“, E-Mail: thomas.middelmann@ptb.de



Bild 1:
Symbol für die
Meterkonvention und
für das Internationale
Büro für Maß und
Gewicht (BIPM)

von 40,38 cm Länge in Erfurt bis 79,90 cm in München reichten. Händler, die damit vertraut waren und die Umrechnung beherrschten, konnten dies zu ihrem eigenen Nutzen einsetzen. An diesem Zustand änderte sich bis ins 18. Jahrhundert wenig. Doch im Zuge der Industrialisierung, mit der Entstehung von Manufakturen und dem sich ausdehnenden Handel führte die Vielzahl unterschiedlicher Längenmaße vermehrt zu Handelshemmnissen.

Eine Lösung dieser Probleme kam 1789 mit der Französischen Revolution, als neben der Verwendung des Dezimalsystems auch die Einführung einheitlicher Maße gefordert wurde. Dies führte zur Geburt von Meter und Kilogramm, die beide zwar auf Artefakte bezogen waren, aber dennoch Anspruch auf eine objektive und im irdischen Rahmen universelle Gültigkeit erheben konnten. So verkörpert der Urmeter den 10-Millionsten Teil der Entfernung vom Nordpol zum Äquator,

gemessen auf dem Meridian durch Paris, während das Urkilogramm der Masse eines Liters oder Kubikdezimeters Wasser bei einer Temperatur von 4 °C entspricht. [1]

Die beiden „revolutionären“ Artefakte – das Urmeter und das Urkilogramm – waren in Frankreich seit 1799 die „Maße der Dinge“ und wurden schließlich 1875, im Rahmen der Meterkonvention, Grundlage einer internationalen Vereinbarung. In ihr schlossen sich 17 Staaten mit dem Ziel zusammen, einheitliche Maße zu etablieren und deren Weiterentwicklung zu sichern. Zu den 17 Gründungsstaaten der Meterkonvention zählten neben Frankreich auch das Deutsche Reich, Russland, das Osmanische Reich und die USA. In den folgenden Jahren kamen weitere Staaten hinzu, wie Großbritannien 1884 und Japan 1885. [2]

Seit dem 27. April 2015 hat die Meterkonvention 57 Mitgliedsstaaten und weitere 40 Staaten und internationale Organisationen als assoziierte Mitglieder. Doch die Verwendung der metrischen Einheiten hat sich noch nicht bei allen Mitgliedsländern durchgesetzt. So werden in den USA Längen, Massen und Temperaturen weiterhin in Meilen, Unzen und Grad Fahrenheit gemessen.

Die Meterkonvention führte zur Einrichtung der drei folgenden Organe:

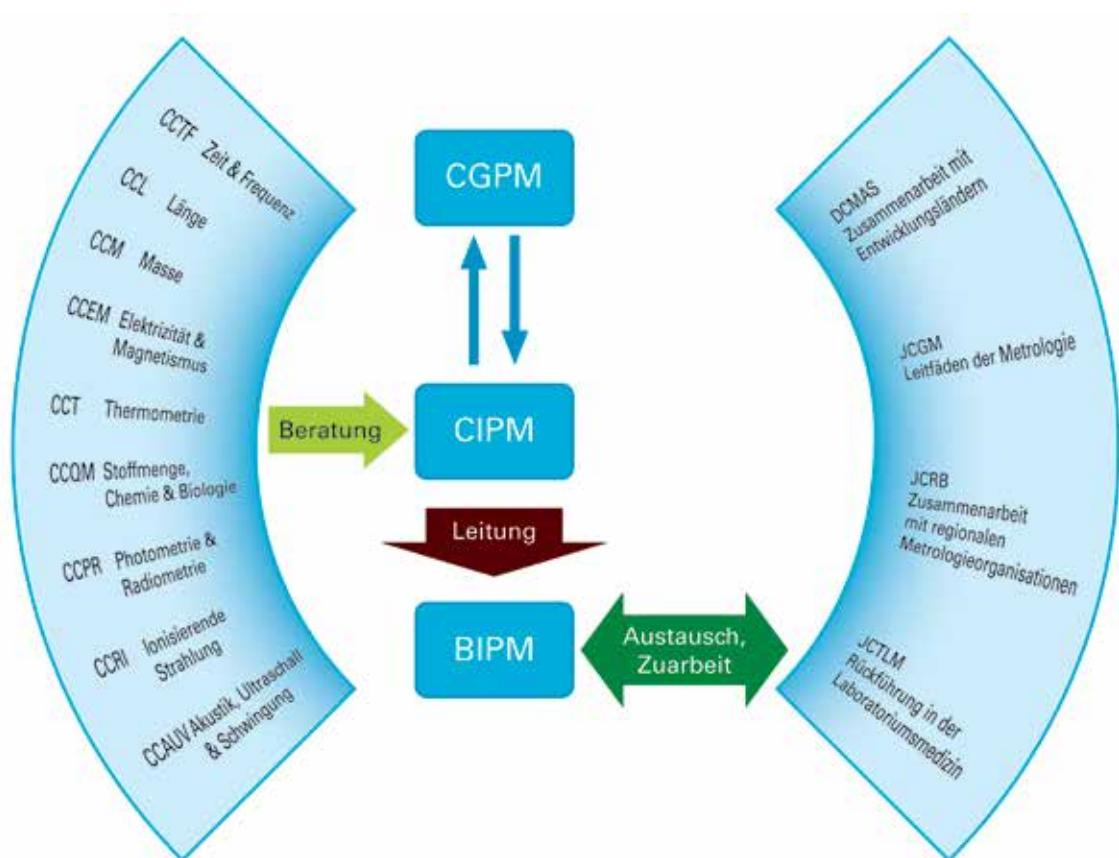


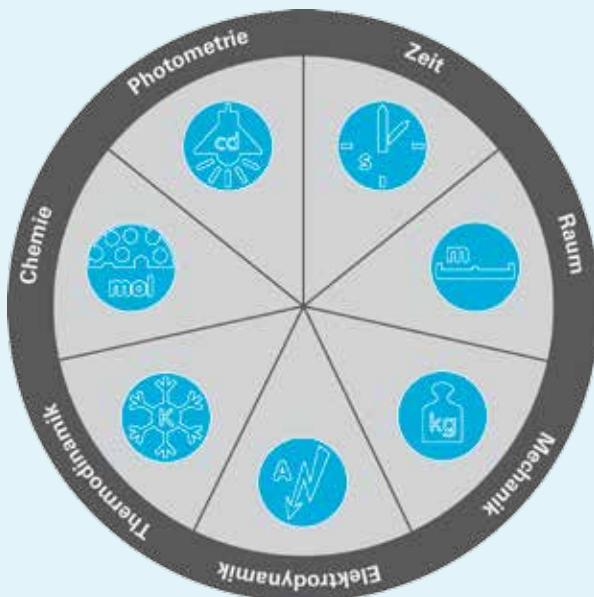
Bild 2:
Strukturdiagramm
der durch die
Meterkonvention
eingerichteten Insti-
tutionen/Organe



Die Idee des alten und des neuen SI

Das Internationale Einheitensystem SI wurde in der Zeit von 1948 bis 1960 etabliert und 1960 *Système International d'unités*, kurz SI, getauft. Von den Organen der Meterkonvention entwickelt und eingerichtet, baut das SI auf dem Metrischen System auf. Die Grundidee ist, alle SI-Einheiten nur durch Multiplikation oder Division aus wenigen Basiseinheiten (zuerst sechs, heute sieben) zu bilden. Dabei sollen lediglich dezimale Faktoren Verwendung finden, die durch entsprechende Präfixe wie „k“ für „kilo“, also 1000, bezeichnet werden. Die sieben Basiseinheiten sind: die Sekunde (s), der Meter (m), das Kilogramm (kg), das Ampere (A), das Kelvin (K), die Candela (cd) und das Mol (mol). Jede der Basiseinheiten bringt eine weitere „Dimension“, d. h. ein weiteres physikalisch-messtechnisches Gebiet in das Einheitensystem ein.

Im neuen SI definiert man die sieben Basiseinheiten dadurch, dass man sieben „definierende Konstanten“ festlegt, die diese Einheiten enthalten. Statt Artefakte zu verwenden, wie heute noch in der Definition des Kilogramms, „verankern“ diese Konstanten das SI und werden zur neuen Basis. Die dimensionalen Bezüge der SI-Einheiten untereinander bleiben erhalten und alle Einheiten können durch Multiplikation oder Division der „Basiskonstanten“ mit einem Vorfaktor gebildet werden. Der jeweilige Vorfaktor ergibt sich aus den festgelegten Zahlenwerten der beteiligten Basiskonstanten. Natürlich können weiterhin alle Einheiten auch aus den Basiseinheiten gebildet werden, aber die dahinterstehenden Basiskonstanten sind die tatsächlichen Bezugspunkte.



Erläuterung Bild 2

- CGPM: General Conference on Weights and Measures (Conférence Générale des Poids et Mesures)
- CIPM: International Committee for Weights and Measures (Comité international des poids et mesures)
- BIPM: International Bureau of Weights and Measures (Bureau International des Poids et Mesures)
- CCs: Consultative Committees of the CIPM
- DCMAS: Network on Metrology, Accreditation and Standardization for Developing Countries
- JCGM: Joint Committee for Guides in Metrology
- JCRB: Joint Committee of the Regional Metrology Organizations and the BIPM
- JCTLM: Joint Committee for Traceability in Laboratory Medicine

1. Das Internationale Büro für Maß und Gewicht BIPM (franz. *Bureau international des poids et mesures*) ist das internationale Zentrum für Maßeinheiten und befindet sich in Sèvres bei Paris.
2. Die Generalkonferenz für Maß und Gewicht CGPM (franz. *Conférence générale des poids et mesures*), bei der sich Delegierte aller Unterzeichnerstaaten im Abstand von vier bis sechs Jahren im BIPM treffen, ist das oberste Gremium der Meterkonvention.
3. Das Internationale Komitee für Maß und Gewicht CIPM (franz. *Comité international des poids et mesures*) ist ein Verwaltungskomitee, dem das BIPM unterstellt ist und das jährlich im BIPM tagt.

Messen mit Naturkonstanten

Das Motto der Meterkonvention lautet: „*A tous les temps, à tous les peuples*“, also: „Für alle Zeiten, für alle Völker“. Diesem Leitsatz wurde das metrische System ursprünglich nicht gerecht, da es zur Definition der grundlegenden Maßeinheiten Meter, Kilogramm und Sekunde auf die Größe und die Rotationsperiode der Erde zurückgriff,

die sich stetig verändern. Doch schon 1870 regte der schottische Physiker James Clerk Maxwell (1831–1879) [3] an, zur Definition der Maßeinheiten für Länge, Zeit und Masse die unveränderlichen Eigenschaften der Atome heran-

zuziehen. Dazu gehören die Wellenlänge und die Frequenz einer bestimmten Emissionslinie eines Atoms sowie seine Masse.

Diese Idee wurde aufgegriffen, als man sich 1960 vom „Urmeter“, einer Platin-Iridium-Stange mit speziellem Querschnitt, verabschiedete und den Meter definierte als das 1 650 763,73-fache der Wellenlänge der Strahlung, die im Vakuum einem bestimmten Übergang von Atomen des Nuklids Krypton-86 entspricht. In ähnlicher Weise definierte man 1967 die Sekunde als das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der Strahlung, die dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids Cäsium-133 entspricht.

Da das Produkt aus der Frequenz und der Wellenlänge einer monochromatischen elektromagnetischen Welle im Vakuum gleich der Lichtgeschwindigkeit c ist, sind diese Definitionen des Meters und der Sekunde nicht unabhängig voneinander sondern durch die Naturkonstante c verbunden. Die Lichtgeschwindigkeit c bestimmte man, indem man die Zeitspanne maß, die das Licht benötigt, um eine Referenzstrecke zu durchlaufen. Die beschränkte Genauigkeit, mit der man die Referenzstrecke messen konnte, legte jedoch fest, wie genau sich c bestimmen ließ. Deshalb hat man 1983 das Verfahren umgedreht: Man hat die Lichtgeschwindigkeit auf 299 792 458 m/s festlegt, den besten gemessenen Wert, und man bestimmt die Länge einer Strecke anhand der gemessenen Zeitspanne, die das Licht zum Durchlaufen der Strecke benötigt.

Ist es möglich, Maßeinheiten auch direkt auf Naturkonstanten zurückzuführen? Dieser Frage ging der irische Physiker George Johnston Stoney (1826–1911) [4] nach, der ein Zeitgenosse Maxwells war. Er erdachte 1874 ein Einheitensystem, das er auf drei Naturkonstanten aufbaute: der Lichtgeschwindigkeit c , der Gravitationskonstante G und der Elementarladung e . Daraus gewann er die Längeneinheit $G^{1/2}e/c^2 \approx 10^{-37}$ m, die Zeit-

Bild 4:
Eine der nationalen Kopien des Urmeters; der Meter-Prototyp #23 wird als Museumsstück in einem Safe der PTB aufbewahrt



einheit $G^{1/2}e/c^3 \approx 10^{-46}$ s und die Masseneinheit $e/G^{1/2} \approx 10^{-7}$ g. Offenbar sind Stoney's Längen- und Zeiteinheit viel zu klein, als dass man sie praktisch nutzen könnte.

Eine ähnliche Idee hatte Max Planck [5], nachdem er 1900 das nach ihm benannte Strahlungsgesetz entdeckt hatte, in dem zwei neue Naturkonstanten auftraten: die Planck-Konstante h und die Boltzmann-Konstante k_B . Planck gründete sein Einheitenystem auf die vier Konstanten c , G , h und k_B . Daraus erhielt er u. a. die Längeneinheit $(Gh/c^3)^{1/2} \approx 10^{-35}$ m, die Zeiteinheit $(Gh/c^5)^{1/2} \approx 10^{-43}$ s und die Masseneinheit $(hc/G)^{1/2} \approx 10^{-5}$ g. Die Planck-Länge und die Planck-Zeit sind ebenfalls viel zu klein für eine praktische Nutzung.

Sowohl Plancks als auch Stoney's „natürliche“ Einheiten haben jedoch zwei wesentliche Vorteile. Zum einen sind sie unveränderlich, soweit die Naturkonstanten wirklich konstant sind. Zum anderen sind sie universell gültig, d. h. auch eine mögliche außerirdische Zivilisation mit hinreichenden physikalischen Kenntnissen könnte sie in derselben Weise definieren.

Dass man indes auch sehr gut reproduzierbare Normale mit großer praktischer Bedeutung direkt auf fundamentale Naturkonstanten zurückführen kann, zeigt sich beim Quanten-Hall-Effekt und beim Josephson-Effekt. Sie sind beide elektronische Quanteneffekte, sodass in ihnen die Elementarladung e und die Planck-Konstante h eine Rolle spielen.

Mit dem Quanten-Hall-Effekt, für dessen Entdeckung der deutsche Physiker Klaus von Klitzing 1985 mit dem Physik-Nobelpreis ausgezeichnet wurde, kann man elektrische Widerstände höchst genau messen. Diesen Effekt beobachtet man in dünnen, stromdurchflossenen Halbleiterschichten, die einem starken Magnetfeld ausgesetzt sind. Dabei tritt senkrecht zur Stromrichtung eine Spannung auf, deren Verhältnis zur Stromstärke man als Hall-Widerstand R_H bezeichnet. Dieser Widerstand kann nur bestimmte, quantisierte Werte annehmen: $R_H = R_K/m$, mit ganzzahligem m und der von-Klitzing-Konstante $R_K = h/e^2$, die 1990 auf den damals besten Messwert $R_{K-90} = 25\,812,807\,\Omega$ festgelegt wurde. Durch Vergleich mit diesem Normal kann man elektrische Widerstände messen. Auf diese Weise lässt sich die Einheit Ohm (Ω) direkt auf Naturkonstanten zurückführen.

Mithilfe des Josephson-Effekts, für dessen Vorhersage der britische Physiker Brian Josephson 1973 den Physik-Nobelpreis bekam, lassen sich elektrische Spannungen genau definierter Größe erzeugen. Die dazu benutzten Josephson-Kontakte sind Bauteile aus zwei Supraleitern, die durch eine dünne normalleitende Schicht voneinander getrennt sind. Strahlt man eine Mikrowelle der

Frequenz f auf solch einen Kontakt ein, so fließt in ihm ein Gleichstrom, der zu einer elektrischen Spannung U zwischen den beiden Enden des Kontaktes führt. Dabei gilt: $U = nf/K_J$, mit ganzzahligem n und der Josephson-Konstanten $K_J = 2e/h$. Diese Konstante hat man 1990 auf den damals besten Messwert $K_{J-90} = 483\,597,9\text{ GHz V}^{-1}$ festgelegt. So kann man die Einheit Volt (V) über eine Frequenzmessung auf die Cäsium-Frequenz zurückführen.

Die exakte Festlegung der von-Klitzing-Konstanten und der Josephson-Konstanten auf die 1990 gemessenen Werte R_{K-90} bzw. K_{J-90} hat zur Folge, dass dann auch die Naturkonstanten h und e festgelegt sind. Doch im gegenwärtig gültigen SI sind diese Naturkonstanten lediglich Messgrößen, deren beste Messwerte sich seit 1990 verändert haben. Deshalb muss man unterscheiden zwischen den festgelegten Konstanten R_{K-90} und K_{J-90} einerseits, die außerhalb des jetzigen SI stehen, und den von h und e abhängigen Größen R_K und K_J .

Stärken und Schwächen des alten SI

Das noch gültige, alte SI ist bei den Definitionen der Sekunde und des Meters auf der Höhe der Zeit, sodass für diese Basiseinheiten vorerst keine Revision ansteht. Demnach ist die Sekunde die Dauer von 9 192 631 770 Schwingungsperioden der Strahlung, die dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinniveaus des Grundzustands eines ruhenden Cäsium-133-Atoms entspricht, während der Meter die Länge des Weges ist, den das Licht im Vakuum in einem Zeitintervalls von 1/299 792 458 einer Sekunde zurücklegt. Neben dem Meter



Bild 5:
Sicher verwahrt:
Die PTB besitzt
mehrere kg-Prototypen,
so die beiden
Stücke, die an die
Bundesrepublik
Deutschland (#52,
obere Ebene im
Safe) und die DDR
(#55, Mitte links)
Anfang der 1950er
Jahre ausgegeben
wurden, sowie
einen weiteren
Prototypen (#70,
Mitte rechts), den
die Bundesrepublik
1987 erworben hat.
Das Kilogramm mit
der Nummer 22 (un-
tere Ebene im Safe)
stammt aus dem
Jahr 1889, wurde
im Krieg beschädigt
und ist kein offizieller
Prototyp mehr.

SI International System of Units

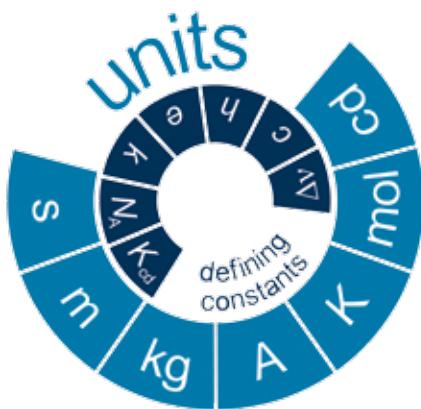


Bild 6:
Im neuen Einheiten-
system bestimmen
die Werte ausge-
wählter Konstanten
alle Einheiten –
sowohl die jetzigen
Basiseinheiten als
auch die abgeleite-
ten Einheiten.

der Lichtstärke, ihre jetzige definitorische Basis im neuen SI behalten. Bis auf Formulierungsanpassungen werden diese drei Basiseinheiten letztlich unverändert übernommen.

Doch bei den Einheiten Kilogramm, Mol, Kelvin und Ampere gibt es Bedarf für eine Neudeinition, da die bisherigen SI-Definitionen erhebliche Mängel aufweisen. So ist das Kilogramm, die Einheit der Masse, gleich der Masse des internationalen Kilogrammprototyps, eines Zylinders aus einer Platin-Iridium-Legierung. Dieses „Urkilogramm“ wird seit 1889 in einem Safe beim Internationalen Büro für Maß und Gewicht (BIPM) in Sèvres bei Paris aufbewahrt. Doch das „Urkilogramm“ wird, verglichen mit den meisten offiziellen Kopien und Massenormalen, immer leichter. Messungen ergaben, dass es zwischen 1950 und 1990 um etwa 50 Mikrogramm abgenommen hatte. Der Grund dafür sind vermutlich Alterungsprozesse oder Masseverluste beim Reinigen des Zylinders.

Die Einheit des elektrischen Stroms, das Ampere, wird durch eine idealisierte und wirklichkeitsferne Messvorschrift definiert. Demnach ist das Ampere die Stärke eines konstanten elektrischen Stroms, der, durch zwei parallele, geradlinige, unendlich lange und im Vakuum im Abstand von einem Meter angeordnete Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen je einem Meter Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorrufen würde. Abgesehen davon, dass man solch eine Messanordnung nur näherungsweise verwirklichen kann, hat diese Definition den entscheidenden Nachteil, dass sie das Ampere über die Kraft mit dem Kilogramm verknüpft.

Die Temperatureinheit, das Kelvin, ist definiert als das $1/273,16$ der absoluten Temperatur des Tripelpunkts von Wasser, bei dem Dampf, Flüssigkeit und Eis im Gleichgewicht sind. Doch dieser

und der
Sekunde
wird auch die
Candela, die Einheit

Tripelpunkt wird von Verunreinigungen und von der Isotopenzusammensetzung des Wassers beeinflusst. Da die Temperatur keine additive Größe ist, sind zusätzliche Definitionen dafür nötig, die Temperaturskala über den Tripelpunkt des Wassers hinaus auszudehnen. Das neue SI beseitigt diese Schwachstellen des alten SI, die vor allem mit den problematischen Definitionen von Kilogramm, Ampere und Kelvin zusammenhängen.

Die sieben Konstanten des neuen SI

Den Beschlüssen der Generalkonferenz für Maß und Gewicht zufolge soll das SI im Jahr 2018 einer grundlegenden Änderung unterzogen werden. Dazu sollen die Zahlenwerte von sieben einheitenbehafteten Konstanten, den „definierenden Konstanten“, exakt festgelegt werden. Auf diese Weise werden die sieben Basiseinheiten (s, m, kg, A, K, cd, mol) nicht mehr direkt sondern indirekt definiert. Das lässt sich anschaulich am Beispiel der Lichtgeschwindigkeit c und des Meters erläutern. Nachdem die Sekunde über die Frequenz des Hyperfeinstrukturübergangs von Cäsium-133 definiert wird, legt man die Lichtgeschwindigkeit jetzt exakt fest: $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$. Dann ist ein Meter die Länge der Strecke, die das Licht in $1/299\,792\,458 \text{ s}$ zurücklegt. Damit ist die Vereinbarkeit mit der bisherigen zufriedenstellenden Meterdefinition gewährleistet.

Das neue SI wird durch verbindliche Festlegung der folgenden sieben Konstanten definiert:

- Die Frequenz $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hf}}$ des Hyperfeinstrukturübergangs des Grundzustands des Cäsiumatoms ist genau $9\,192\,631\,770 \text{ Hertz (Hz)}$.
- Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c ist genau $299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$.
- Die Planck-Konstante h ist genau $6,626\,070\,040 \cdot 10^{-34} \text{ Joulesekunde (Js)}$.
- Die Elementarladung e ist genau $1,602\,176\,620\,8 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb (C)}$.
- Die Boltzmann-Konstante k_B ist genau $1,380\,648\,52 \cdot 10^{-23} \text{ Joule pro Kelvin (J K}^{-1}\text{)}$.
- Die Avogadro-Konstante N_A ist genau $6,022\,140\,857 \cdot 10^{23} \text{ pro Mol (mol}^{-1}\text{)}$.
- Das photometrische Strahlungsäquivalent K_{cd} einer monochromatischen Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$ ist genau $683 \text{ Lumen pro Watt (lm W}^{-1}\text{)}$.

Die angegebenen Zahlenwerte können sich noch ändern, falls es bis zum Zeitpunkt der Festlegung verbesserte experimentelle Ergebnisse gibt, die dies erforderlich machen. Auf diese Weise will man erreichen, dass es beim Übergang vom alten SI auf

das neue SI möglichst keine künstlichen Sprünge bei den Messwerten gibt. Indem man die sieben definierenden Konstanten bei Nennung der verwendeten Einheiten $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$, m , J , C , K , mol , lm und $\text{W} = \text{J s}^{-1}$ exakt festlegt, werden auch diese Einheiten festgelegt und mit ihnen alle weiteren SI-Einheiten wie das Kilogramm ($\text{kg} = \text{J m}^{-2} \text{s}^2$) oder das Ampere ($\text{A} = \text{Cs}^{-1}$).

Als definierende Konstanten wurden solche Größen gewählt, die sich im bisherigen SI sehr genau messen lassen und eine möglichst geringe relative Messunsicherheit haben, die im Bereich von 10^{-8} liegen sollte. Die Gravitationskonstante findet sich deshalb nicht unter ihnen, da sie nur mit einer relativen Unsicherheit von 10^{-4} bekannt ist. Dadurch unterscheidet sich das neue SI grundlegend von den Einheitensystemen Stoney's und Planck's.

Am genauesten lassen sich Frequenzen messen, sodass man die Definition der Sekunde über die Cäsium-Frequenz beibehalten hat. Zwar ist diese Frequenz keine fundamental Naturkonstante sondern ein atomarer Parameter, der von äußeren Störungen wie elektrischen und magnetischen Feldern beeinflusst wird. Da man diese Störungen aber gut kontrollieren kann, lässt sich die Cäsium-Frequenz sehr genau reproduzieren, sodass die systematische Unsicherheit heutiger Cäsiumuhren bei 10^{-16} liegt. Optische Atomuhren weisen sogar Stabilitäten von 10^{-18} auf. Doch bisher hat sich noch keiner der entwickelten optischen Frequenzstandards gegenüber den anderen als eindeutig überlegen erwiesen, sodass bis 2018 keine Neudeinition der Sekunde geplant ist.

Die nächsten drei definierenden Konstanten sind tatsächlich fundamentale Naturkonstanten, die sich nicht auf andere Größen zurückführen lassen: die Lichtgeschwindigkeit c , die Planck-Konstante h und die Elementarladung e . Nachdem die Lichtgeschwindigkeit mit einer relativen Unsicherheit von 10^{-9} gemessen wurde, hat man sie schon 1983 auf den Wert festgelegt, der auch dem neuen SI zugrunde liegt. Da die von-Klitzing-Konstante $R_K = h/e^2$ und die Josephson-Konstante $K_J = 2e/h$ mit einer relativen Unsicherheit von 10^{-10} bzw. 10^{-8} bekannt sind, ist die Unsicherheit von h und e entsprechend klein, sodass man auch diese beiden zu definierenden Konstanten gemacht hat.

Die verbleibenden drei Konstanten sind eigentlich Umrechnungsfaktoren. Die Boltzmann-Konstante k_B ermöglicht die Umrechnung zwischen der Temperatureinheit Kelvin und der Energieeinheit Joule, wobei der Zahlenwert von k_B durch die historisch bedingte Wahl der Temperaturskala gegeben ist. Die Avogadro-Konstante N_A legt die Zahl der Partikel fest, die die Stoffmenge 1 Mol enthalten soll. Das photometrische Strahlungsäquivalent K_{cd} ermöglicht die Umrechnung

der in Watt angegebenen Leistung einer grünen monochromatischen Strahlungsquelle von 555 nm Wellenlänge in einen Lichtstrom, gemessen in Lumen (lm), der ein Maß ist für das insgesamt in alle Raumrichtungen abgestrahlte Licht. Der Anschluss an die Basiseinheit Candela (cd) erfolgt dadurch, dass eine Strahlungsquelle, die einen Lichtstrom von $4\pi \text{ lm}$ erzeugt, pro Raumwinkeleinheit (Steradian) eine Lichtstärke von $1 \text{ cd} = 1 \text{ lm/Steradian}$ hat.

Offenbar sind diese drei Basiseinheiten, die durch Umrechnungsfaktoren definiert werden, ein Zugeständnis des neuen SI an praktische Erfordernisse der Industrie, der Technik und der Forschung. So dient die Candela als Bezugseinheit für die Beleuchtungsindustrie. Ebenso gut könnte man die Temperatur auch durch die mittlere Teilchenenergie in Joule, die Stoffmenge durch die Zahl der Teilchen und die Lichtstärke durch die Strahlungsleistung pro Raumwinkeleinheit ausdrücken. Doch dies hieße, sich von gewohnten Maßeinheiten zu verabschieden.

Die sieben Basiseinheiten im neuen SI

Mit der Festlegung der sieben definierenden Konstanten erfolgt die Definition der sieben Basiseinheiten. Die nachfolgende Tabelle gibt einen Überblick, wie die Basiseinheiten definiert sind und wie sie aus den Konstanten berechnet werden können [6, 7]. Die Diagramme zeigen, von welchen Konstanten die Basiseinheiten jeweils abhängen.

Nachdem die sieben Basiseinheiten durch Festlegung der Konstanten definiert sind, können auch alle anderen „abgeleiteten“ Einheiten durch Bezug auf diese Konstanten dargestellt werden. Bei einigen Einheiten ist dazu nicht einmal der „Umweg“ über eine Basiseinheit nötig, vielmehr können sie direkt auf eine oder mehrere der festgelegten Konstanten bezogen werden.

Dies gilt z. B. für das Volt, die Einheit der elektrischen Spannung. Es kann über den Josephson-Effekt auf die Cäsium-Frequenz $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ und die Josephson-Konstante $K_J = 2 e/h$ bezogen werden, die wiederum eine Kombination aus Elementarladung e und Planck-Konstante h ist. Ähnliches gilt für das Ohm, die Einheit des elektrischen Widerstandes, das über den Quanten-Hall-Effekt auf die von-Klitzing-Konstante $R_K = h/e^2$ bezogen werden kann, die ebenfalls eine Kombination aus e und h ist. Ebenso kann die Einheit der Energie, das Joule, direkt auf h und $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ bezogen werden, ohne dabei einen „Umweg“ über die Definition der Masseneinheit kg machen zu müssen.

Nur die Basiseinheiten Sekunde und Mol stehen in einem direkten Bezug zu einer einzelnen definierenden Konstante. Alle anderen Basiseinheiten werden durch zwei (m, A), drei (kg, K) oder sogar

Einheit	Definition	Umrechnung	Diagramm
Sekunde (s)	Die Sekunde ist das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der Strahlung, die dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustands von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entspricht.	$s = 9\,192\,631\,770 / \Delta\nu_{\text{Cs}}$	
Meter (m)	Der Meter ist die Länge der Strecke, die das Licht im Vakuum während der Dauer von 1/299 792 458 Sekunden durchläuft.	$m = (c / 299\,792\,458) s = 30,663\,318\dots c / \Delta\nu_{\text{Cs}}$	
Kilogramm (kg)	Das Kilogramm wird dadurch definiert, dass die Planck-Konstante $h = 6,626\,070\,040 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, mit $\text{Js} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$, wobei m und s durch c und $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ definiert sind.	$\text{kg} = (h / 6,626\,070\,040 \cdot 10^{-34}) \text{ m}^{-2} \text{s} = 1,475\,521\dots \cdot 10^{40} h \Delta\nu_{\text{Cs}} / c^2$	
Ampere (A)	Das Ampere wird dadurch definiert, dass die Elementarladung $e = 1,602\,176\,620\,8 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, mit $\text{C} = \text{As}$, wobei s durch $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ definiert ist.	$A = e / (1,602\,176\,620\,8 \cdot 10^{-19}) \text{ s}^{-1} = 6,789\,687\dots \cdot 10^8 \Delta\nu_{\text{Cs}} e$	
Kelvin (K)	Das Kelvin wird dadurch definiert, dass die Boltzmann-Konstante $k_B = 1,380\,648\,52 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$, mit $\text{J K}^{-1} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1}$, wobei kg, m und s durch h , c und $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ definiert sind.	$K = (1,380\,648\,52 \cdot 10^{-23} / k_B) \text{ kg m}^2 \text{s}^{-2} = 2,266\,665 \Delta\nu_{\text{Cs}} h / k_B$	
Mol (mol)	Das Mol ist die Einheit der Stoffmenge eines Systems, das aus spezifischen Einzelteilchen wie Atomen, Molekülen, Ionen oder Elektronen bestehen kann. Es ist dadurch definiert, dass die Avogadro-Konstante $N_A = 6,022\,140\,857 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.	$\text{mol} = 6,022\,140\,857 \cdot 10^{23} / N_A$	
Candela (cd)	Die Candela ist die Lichtstärke in einer bestimmten Richtung einer Strahlungsquelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12}$ Hertz aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung $1/683$ Watt je Raumwinkeleinheit beträgt.	Für Licht mit einer Frequenz von $540 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$ gilt: $cd = (K_{\text{cd}} / 683) \text{ kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{sr}^{-1} = 2,614\,830 \cdot 10^{10} \Delta\nu_{\text{Cs}} h \cdot K_{\text{cd}}$ mit $K_{\text{cd}} = 683 \text{ lm W}^{-1}$	

vier (cd) Konstanten definiert. Damit fällt der im alten SI gegebene Unterschied zwischen Basis-einheiten und abgeleiteten Einheiten im neuen SI fort. So ist die bisher abgeleitete Einheit Coulomb ($C = A \cdot s$) künftig direkt durch eine Naturkonstante definiert: $C = 1/(1,602\,176\,565 \cdot 10^{-19}) e$ und somit unmittelbarer festgelegt als die Basiseinheit Ampere:
 $A = e/(1,602\,176\,565 \cdot 10^{-19}) \cdot \Delta\nu_{Cs}/9\,192\,631\,770 = 6,789\,687\,11... \cdot 10^8 \Delta\nu_{Cs} e.$

Realisierung der Einheiten kg, mol, A und K

Die Basiseinheiten des neuen SI sind mithilfe der definierenden Konstanten „verankert“ und somit verbindlich festgelegt. Damit ist aber noch nicht geklärt, wie man diese Einheiten „realisiert“, d. h. wie man sie „weitergibt“, um Kalibrierungen durchzuführen und die entsprechenden physikalischen Größen in diesen Einheiten tatsächlich zu messen. Für die Basiseinheiten Sekunde und Meter sowie für die abgeleiteten Einheiten Ohm und Volt gibt es hochpräzise Messverfahren – mithilfe der Cäsium-Atomuhr, der Lichtausbreitung, des Quanten-Hall-Effekts bzw. des Josephson-Effekts, die sie direkt auf die (Natur-)Konstanten $\Delta\nu_{Cs}$, c , h und e zurückführen. Doch für das Kilogramm, das Mol, das Ampere und das Kelvin mussten Messverfahren von vergleichbarer Präzision erst entwickelt werden.

Zur Realisierung des Kilogramms gibt es zwei grundsätzlich verschiedene Methoden, sodass eine gegenseitige Kontrolle möglich wird: die „Siliziumkugel“ und die „Watt-Waage“. Die an der PTB in Braunschweig hergestellte Siliziumkugel, die zeitgemäße Form des Urkilogramms, besteht aus einem nahezu perfekt kugelförmig geschliffenen Siliziumeinkristall von etwa 9,4 cm Durchmesser und rund 1 kg Masse. Der Kristall aus hochangereichertem ^{28}Si ist fast fehlerlos und frei von Fremdatomen. Das Element Silizium wurde vor allem deswegen gewählt, weil die Halbleiterindustrie jahrzehntelange Erfahrung mit der Fertigung von nahezu fehlerfreien Siliziumkristallen hat. Nachdem man den Gitterparameter des Einkristalls und somit die Abstände der Atome mittels Röntgenstrahlbeugung sehr genau vermessen und auch das Kugelvolumen über Messungen im Kugelinterferometer hinreichend genau ermittelt hatte, konnte man die Zahl der in der Kugel enthaltenen Atome ebenfalls sehr genau angeben.

Damit lässt sich die makroskopische Masse der Siliziumkugel, die durch einen Vergleich mit dem Urkilogramm gemessen werden kann, auf atomare Massen und Naturkonstanten wie die Planck-Konstante h zurückführen. Dadurch wurde es einerseits möglich, die Avogadro-Konstante N_A , also die Zahl der in einem Mol enthaltenen Atome

zu bestimmen und damit das Mol zu realisieren. Andererseits konnte anhand der Siliziumkugel die Planck-Konstante mit einer relativen Messunsicherheit von $2 \cdot 10^{-8}$ bestimmt werden.

Da das neue SI den Zahlenwert von h in der Einheit Joulesekunde verbindlich festlegt, könnte man nun überall dort, wo die technischen Voraussetzungen erfüllt sind, eine Siliziumkugel mit definierter Masse herstellen. Tatsächlich soll dieses neue Massennormal auf andere Weise verbreitet werden, indem nämlich die PTB die von ihr hergestellten Kopien der Siliziumkugel den internationalen Partnern übergibt.

Auch mit der „Watt-Waage“, die man u. a. am *National Institute of Standards and Technology* in den USA aufbaut, lässt sich ein Zusammenhang zwischen dem Kilogramm und der Planck-Konstante herstellen. Dazu wird die Gewichtskraft einer Masse durch die magnetische Kraft kompensiert, die auf eine stromdurchflossene Spule in einem inhomogenen Magnetfeld wirkt. Die magnetische Kraft berechnet man aus der Stromstärke und der Feldinhomogenität. Die Stromstärke wiederum bestimmt man aus dem elektrischen Widerstand der Spule und der anliegenden Spannung, die man sehr genau mithilfe des Quanten-Hall-Effekts und des Josephson-Effekts messen kann.

Die Inhomogenität des Magnetfeldes der Watt-Waage lässt sich dadurch ermitteln, dass man die Spule mit konstanter Geschwindigkeit durch das Magnetfeld bewegt. Die dabei in der Spule induzierte Spannung, die ein Maß für die Feldinhomogenität ist, misst man wieder mit dem Josephson-Effekt. Schließlich muss man noch die Schwerbeschleunigung messen. Da die gemessenen Spannungen und der Widerstand proportional zur Josephson- bzw. zur von-Klitzing-Konstante sind, die die Elementarladung e und die Planck-Konstante h enthalten, ergibt sich ein Zusammenhang zwischen h und der Masse in der Watt-Waage. Verwendet man als Masse eine Kopie des Urkilogramms, so kann man damit direkt die Planck-Konstante h bestimmen. Legt man den Wert von h hingegen fest, so lässt sich mithilfe der Watt-Waage das Kilogramm realisieren.

Die Messungen der Planck-Konstante mithilfe der Siliziumkugel und mit der Watt-Waage erreichen inzwischen beide eine relative Unsicherheit von etwa $2 \cdot 10^{-8}$. Im Rahmen dieser Unsicherheit stimmen die beiden für h gemessenen Werte überein. Sie weichen jedoch erheblich von dem Wert $h_{90} = 4/(R_{K-90} K_{J-90}^2)$ ab, der sich aus den 1990 festgelegten Werten der von-Klitzing-Konstante R_{K-90} und der Josephson-Konstante K_{J-90} ergibt. Die beiden Konstanten R_{K-90} und K_{J-90} liegen somit außerhalb des neuen SI. Da der Aufbau und die Experimente mit der Watt-Waage sehr kompliziert sind, wird man bei der praktischen Realisierung des Kilogramms wohl der Siliziumkugel

den Vorzug geben, deren Herstellung zwar sehr aufwändig, deren Verwendung als Massenormal hingegen unproblematisch ist. Die Siliziumkugel ist inzwischen als neues Massenormal einsatzbereit und kann im Herbst 2018 das Urkilogramm ablösen [7–10].

Im alten SI wird das Ampere, die Einheit des elektrischen Stroms, durch eine idealisierte Messvorschrift definiert, die nur näherungsweise realisiert werden kann und deswegen unbefriedigend ist. Hingegen gibt es im neuen SI zwei miteinander kompatible Verfahren, das Ampere mit hoher Genauigkeit darzustellen. Das eine Verfahren beruht auf dem Ohmschen Gesetz $U = R \cdot I$, das einen Zusammenhang zwischen der an einen Widerstand R anliegenden Spannung U und dem fließenden Strom I herstellt. Somit lässt sich der Strom I bestimmen, indem man den Widerstand R mit dem Quanten-Hall-Effekt und die Spannung U mit dem Josephson-Effekt misst.

Das zweite Verfahren geht direkter vor und beruht darauf, dass im neuen SI das Ampere auf die definierenden Konstanten Elementarladung e und Cäsium-Frequenz $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ zurückgeführt wird. Dabei wird das Ampere mit einer elektronischen Schaltung realisiert, die den elektrischen Strom misst, indem sie die Elektronen zählt, die in einem Zeitintervall die Schaltung passieren. Solch eine Schaltung besteht aus mehreren hintereinanderliegenden nanostrukturierten „Einzelelektronenpumpen“, die die Elektronen einzeln nach einem vorgegebenen Takt mit GHz-Frequenz transportieren. Dabei erreicht man inzwischen

Tabelle 1:
Relative Unsicherheiten ausgewählter Konstanten im jetzigen und im neuen SI, basierend auf den in CODATA 2014 [12] veröffentlichten Daten

Stromstärken im Nanoamperebereich. Zwischen diesen Elektronenpumpen sitzen spezielle Einzel-elektronentransistoren, mit denen überprüft wird, ob bei jedem Takt tatsächlich genau ein Elektron weitergereicht wurde. Mit vier hintereinanderge-schalteten Elektronenpumpen und drei Einzelelektronendetektoren ist es gelungen, unvermeidlich auftretende Fehler sicher zu erkennen, sodass ein Elektronenstrom mit einer relativen Unsicherheit von wenigen 10^{-8} erreicht wurde.

Beide Verfahren zusammen gestatten es, die Konsistenz der Definitionen von Volt, Ohm und Ampere zu überprüfen. Während beim ersten Verfahren das Volt und das Ohm mittels der Josephson-Konstante bzw. der von-Klitzing-Konstante realisiert werden, realisiert das zweite Verfahren das Ampere durch Zählung einzelner Ladungen $Q = e$. Daraus ergibt sich das Ohmsche Gesetz auf Quantenbasis: $K_J R_K Q = (2e/h)(h/e^2)e = 2$. Dieses „quantenmetrologische Dreieck“ hat man mit einer Unsicherheit von $9 \cdot 10^{-7}$ experimentell bestätigt.

Zur Realisierung des Kelvin, der Einheit der Temperatur, bestimmt man die Boltzmann-Konstante mit zwei grundsätzlich verschiedenen Messmethoden, wobei eine relative Unsicherheit von etwa 10^{-6} erreicht werden sollte. Bei der akustischen Gasthermometrie misst man die temperaturabhängige Schallgeschwindigkeit in einem Gas, die proportional zu $(k_B T)^{1/2}$ ist. Die dabei erreichte relative Unsicherheit für k_B beträgt etwa $1 \cdot 10^{-6}$.

Als Alternative dazu verfolgt man an der PTB die Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometrie, indem man bei konstanter Temperatur die druckabhängige Dichte von Helium anhand seiner Dielektrizitätskonstanten bestimmt. Dazu misst man, wie das Gas die Kapazität eines speziellen Kondensators verändert. Aus dem Druck und der Dichte des Gases kann man anhand der thermischen Zustandsgleichung $k_B T$ ermitteln [11]. Auf diese Weise hat man am Tripelpunkt des Wassers k_B mit einer relativen Unsicherheit von zzt. $4 \cdot 10^{-6}$ bestimmt. Die Forscher in der PTB sind sich sicher, bis zur Neudefinition der Einheiten die erforderliche Unsicherheit von etwa $2 \cdot 10^{-6}$ zu erzielen.

Ausblick

Im gegenwärtig noch gültigen SI haben zwar bereits einige wenige Konstanten festgelegte Werte (etwa die Lichtgeschwindigkeit sowie die magnetische und die elektrische Feldkonstante). Aber erst im neuen SI wird eine Menge von Naturkonstanten (genauer: ihre festgelegten Werte) einen kohärenten Rahmen für alle Einheiten schaffen. Zur Vorbereitung auf das neue SI werden die definierenden (Natur-)Konstanten so genau wie möglich gemessen. Dabei wird eine relative

Unsicherheiten der Konstanten/ 10^{-8}

Konstante	bisher	neu	Konstante	bisher	neu
$m(\text{K})$	0	1,2	R	57	0
T_{TPW}	0	57	F	0,62	0
$M(^{12}\text{C})$	0	0,045	σ	230	0
μ_0	0	0,023	K_J	0,62	0
ε_0	0	0,023	R_K	0,023	0
Z_0	0	0,023	$N_A h$	0,045	0
$\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$	0	0	m_e	1,2	0,033
c	0	0	m_u	1,2	0,045
K_{cd}	0	0	$m(^{12}\text{C})$	1,2	0,045
h	1,2	0	α	0,023	0,023
e	0,61	0	$J \leftrightarrow \text{m}^{-1}$	1,2	0
k_B	57	0	$J \leftrightarrow \text{Hz}$	1,2	0
N_A	1,2	0	$J \leftrightarrow \text{K}$	57	0

Messunsicherheit von wenigen 10^{-8} gefordert, die sich erreichen lässt, indem man für die Messungen Quanteneffekte ausnutzt. Dadurch dass man grundsätzlich mehrere unterschiedliche Messverfahren einsetzt und diese miteinander vergleicht (z. B. „Siliziumkugel“ und „Watt-Waage“), verringert man die Gefahr, dass systematische Fehler unentdeckt bleiben.

Das neue SI wird die definierenden Konstanten h , e , k_B und N_A im Jahr 2018 auf die dann besten Messwerte ein für allemal festlegen, sodass sie keine Messunsicherheit mehr haben. Hingegen werden andere, bisher exakt festgelegte Zahlenwerte im neuen SI zu Messgrößen, die mit einer Messunsicherheit behaftet sind. So wird die Masse des Kilogrammprototyps ebenso zu einer Messgröße wie die molare Masse von Kohlenstoff $M(^{12}\text{C})$ und die Temperatur des Tripelpunkts von Wasser. Auch die magnetische Feldkonstante μ_0 und, wegen $c = (\mu_0 \epsilon_0)^{-1/2}$, die elektrische Feldkonstante ϵ_0 , werden dann zu Messgrößen. Deshalb bleibt die Feinstrukturkonstante $\alpha = e^2/(2 \epsilon_0 c h)$ auch im neuen SI eine Messgröße, mit einer relativen Unsicherheit von $3,2 \cdot 10^{-10}$.

Durch Fortschritte in der Messtechnik und neue Messverfahren wird man auch in Zukunft physikalische Größen immer genauer messen können. Da die definierenden Konstanten jedoch verbindlich festgelegt sind, führen genauere Messungen dazu, dass man die Basiseinheiten mit größerer Genauigkeit realisieren kann, ohne dass man die dem neuen SI zu Grunde liegenden Definitionen ändern müsste. So wird man durch die Einführung von optischen Atomuhren anstelle der Cäsiumuhr die Sekunde präziser realisieren können, sodass sich Zeitintervalle genauer messen lassen.

Das neue SI beruht auf universell und zeitlos gültigen Konstanten – und ist dennoch offen für zukünftige Verbesserungen. Damit erfüllt es das einstige Versprechen der Meterkonvention: „Für alle Zeiten, für alle Völker“.

Literatur

- [1] Bureau international des poids et mesures: „Le Système international d'unités. The International System of Units.“ 8e édition (2006). (9th edition in preparation. Draft dated 11 December 2015: <http://www.bipm.org/en/measurement-units/news/#communication>)
- [2] J. Hoppe-Blank; Vom metrischen System zum Internationalen Einheitenystem: 100 Jahre Meterkonvention, PTB-Bericht PTB-ATWD-5 (1975)
- [3] J. C. Maxwell; The scientific papers. Teil 2 (Hrsg. W. D. Niven), University Press, Cambridge (1890) S. 225
- [4] J. D. Barrow; Das 1×1 des Universums. Neue Erkenntnisse über die Naturkonstanten. Campus Verlag, Frankfurt 2004
- [5] M. Planck; Ann. Physik **1** (1900) 69
- [6] R. Wynands u. E. O. Göbel; Die Zukunft von Kilogramm und Co, Spektrum der Wissenschaft (März 2010) S. 34
- [7] J. Stenger u. J. H. Ullrich; Für alle Zeiten ... und Culturen. Physik Journal **13** (2014) Nr. 11, S. 27
- [8] PTB-Rezept für das neue Kilogramm, PTB-Pressemitteilung (26.03. 2015)*
- [9] Ein neues Fundament für alle Maße; PTB-Pressemitteilung (26.03. 2015)*
- [10] Massennormale der PTB für das neue Kilogramm sind einsatzbereit, PTB-Pressemitteilung (23.06. 2016)*
- [11] Präzisionsmessung der Boltzmann-Konstante, PTB_News 1.2016, <http://www.ptb.de/cms/presse-aktuelles/zeitschriften-magazine/ptb-news.html> (Letzter Zugriff am 14.07.2016)
- [12] Peter J. Mohr, David B. Newell, Barry N. Taylor; CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2014, Preprint at <http://arxiv.org/abs/1507.07956> (Letzter Zugriff am 14.07.2016)

* Presseinformationen der PTB im Web:
[> Presse & Aktuelles > Journalisten > Presseinformationen > Archiv Presseinformationen](http://www.ptb.de)

ATEMBERAUBEND.

Ultrapräzise Positioniersysteme

auch für den Einsatz in Vakuum und Tieftemperatur.



PI

MOTION CONTROL

www.pimicos.com



Wie tickt eine Atomuhr? – Realisierung der Sekunde von 1955 bis heute

Andreas Bauch*, Stefan Weyers, Ekkehard Peik*****

Einleitung

Die SI-Basiseinheit „Sekunde“ nimmt unter den Einheiten eine Sonderstellung ein: Seit 1967 ist sie bereits mit Bezug auf eine atomare Konstante, hier die Hyperfeinstruktur-Übergangsfrequenz im Atom Caesium (^{133}Cs), definiert. Noch heute ist die Zeiteinheit die mit Abstand am genauesten realisierte SI-Einheit; daher werden andere Basiseinheiten mit Bezug auf die Sekunde definiert oder realisiert. So wird zum Beispiel in der Definition der Basiseinheit „Meter“ Bezug genommen auf die Sekunde: Der Meter ist definiert als die Strecke, die Licht im Vakuum in $1/299\,792\,458$ Sekunden zurücklegt. Die Realisierung des Volt, der Einheit der elektrischen Spannung, nutzt den Josephson-Effekt aus, der das Volt über das Verhältnis zweier Naturkonstanten, $h/(2e)$ (h : Planck-Konstante, e : Elementarladung), mit einer Frequenz verknüpft. Die wechselseitigen Beziehungen zwischen den Einheiten sind Gegenstand des Artikels von Scherer und Siegner (siehe Artikel *Elektronen zählen, um Strom zu messen* in diesem Heft).

Die 1967 getroffene Entscheidung war offenbar auch sehr weitsichtig. Der ursprüngliche Text der Definition „*Die Sekunde ist das 9 192 631 770fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung*“ war so allgemein formuliert, dass sie trotz der Weiterentwicklung der Atomuhren über die Jahre 1955 bis heute nicht in Frage gestellt wurde. Während dieser Jahre wurde die relative Unsicherheit, mit der die SI-Einheit realisiert werden kann, von ca. 10^{-10} bis auf fast 10^{-16} reduziert.

In diesem Aufsatz versuchen wir, fünf Fragen zu beantworten:

- Was waren die Voraussetzungen für den Bau der ersten Caesium-Atomuhren und die nachfolgende Definition der Zeiteinheit von 1967?
 - Was waren die Voraussetzungen für die Weiterentwicklung der „klassischen“ Caesium-Atomuhren zu den heute genauesten Uhren, den Caesium-Fontänenuhren?
 - Wo liegen heute die Begrenzungen in der Genauigkeit dieser Uhren?
 - Wie überwinden sogenannte Optische Uhren diese Begrenzungen?
 - Brauchen wir eine Neudefinition der Sekunde?
- Jeder dieser Fragen ist ein Kapitel gewidmet, während spezielle Themen in Infokästen behandelt werden.

Der Weg zur „klassischen“ Caesium-Atomuhr

Für die Entstehung der Caesium-Atomuhr unerlässlich waren drei Errungenschaften: Die Erzeugung von Strahlen freier Atome im Vakuum, das Verständnis der Richtungsquantisierung (d. h. der Ausrichtung magnetischer Momente von Atomen im Raum und ihrer Manipulationsmöglichkeiten) und die Erzeugung von Signalen im Gigahertz-Frequenzbereich, d. h. Mikrowellenstrahlung, durch Frequenzvervielfachung von Radiofrequenzsignalen im Kilohertzbereich. Letztere waren seit der Entwicklung der Quarzuhren in den 1930er-Jahren [1] mit hoher Frequenzgenauigkeit verfügbar. Die einzelnen Schritte sind in [2, 3] ausführlich dargestellt und werden hier knapp umrissen.

Die ersten beiden Errungenschaften sind untrennbar verbunden mit dem Namen Otto Stern, anfangs Professor an der Universität Frankfurt, ab 1923 an der Universität Hamburg [4]. In seinen ersten Atomstrahlexperimenten konnte er die mittlere Geschwindigkeit der Atome und ihre Geschwindigkeitsverteilung ermitteln. Das zusammen mit Walter Gerlach durchgeführte „Stern-Gerlach-Experiment“ begegnet praktisch jedem Physiker in der „Einführung in die Atomphysik“-Vorlesung oder im Lehrbuch. Das Experiment erbrachte den Nachweis, dass die Orientierung atomarer Drehimpulse in Bezug zu einem äußeren Magnetfeld nur diskrete Werte annehmen kann (Richtungsquantisierung). Da die Drehimpulse mit magnetischen Momenten verbunden sind, nehmen in einem

* Dr. Andreas Bauch,
Arbeitsgruppe „Zeit-Übertragung“,
E-Mail:
andreas.bauch@ptb.de

** Dr. Stefan Weyers,
Arbeitsgruppe „Zeit-normale“,
E-Mail:
stefan.weyers@ptb.de

*** Dr. Ekkehard Peik,
Fachbereich „Zeit und Frequenz“,
E-Mail:
ekkehard.peik@ptb.de

inhomogenen Magnetfeld die Kräfte auf ein Atom ebenfalls diskrete Werte an, und ein Silber-Atomstrahl z. B. wird nach der Passage eines inhomogenen Magnetfelds in zwei Teilstrahlen von Atomen mit unterschiedlichen Drehimpulsorientierungen (Vorzeichen des magnetischen Moments) aufgespalten. Zwei Hamburger Mitarbeiter Sterns, Otto Frisch und Emilio Segrè, blockierten in ihrem Experiment einen der Teilstrahlen hinter dem Magnet „A“ (Polarisator). Durch einen zweiten Magneten „B“ (Analysator) wurden die im Strahl verbleibenden Atome wegen ihrer Drehimpulsorientierung auf einen Detektor gelenkt. Daraufhin wurden Übergänge zwischen den Zuständen der Richtungsquantisierung in der Zwischenregion „C“ mittels eines statischen Magnetfelds mit schneller Richtungsänderung induziert, sodass die Zahl der durch den Analysator auf den Detektor gelenkten Atome absank. Isaac I. Rabi, auch Mitarbeiter von Stern und inzwischen an der Columbia University in New York, bewirkte 1938 im statischen C-Feld durch Radiofrequenzeinstrahlung bei der Frequenz $f_0 = (E_2 - E_1)/h$ den Übergang zwischen Zuständen der Richtungsquantisierung mit den Energien E_1 und E_2 . Aus einer frühen Arbeit Rabis wurde die Skizze der sogenannten „Rabi-Apparatur“ entnommen (Bild 1). Deren Funktion wird im unteren Teil von Bild 1 verdeutlicht: Ohne Übergänge im Bereich „C“ folgen die Atome den mit durchgezogenen Linien skizzierten Bahnen und erreichen den Detektor D. Werden Übergänge in Zustände mit der anderen Drehimpulsorientierung induziert, so verfehlten die Atome den Detektor (gestrichelte Bahnen). Bis heute wird der Begriff „C-Feld“ für den Bereich des schwachen statischen Feldes verwendet, in dem der Hyperfeinstrukturübergang (zwischen Zustän-

den unterschiedlicher Drehimpulsorientierung) in Caesiumatomen durch die Wechselwirkung mit Mikrowellenstrahlung induziert wird, selbst wenn es in einer Caesium-Fontänenuhr, wie später erklärt wird, keine Magnete „A“ und „B“ mehr gibt.

Rabi schlug bereits 1940 vor, seine Methode der *molecular beam magnetic resonance* nicht nur zur Untersuchung atomarer Eigenschaften zu verwenden, sondern, quasi in Umkehrung, die Übergangsfrequenz zwischen zwei ausgewählten Zuständen als Referenz für ein Frequenznormal zu nutzen. Er identifizierte die Hyperfeinstrukturzustände im Atom ^{133}Cs als hierfür besonders geeignet [5]. Hier ist der Übergang zwischen den Zuständen mit der magnetischen Quantenzahl $m_F = 0$ besonders geeignet und wird daher als „Uhrenübergang“ bezeichnet. Mit dem Nobelpreis 1944 ausgezeichnet, schaffte es Rabis Vorschlag als „radio frequencies in hearts of atoms would be used in most accurate of timepieces“ auf die Titelseite der New York Times [6]. Allerdings war es zu diesem Zeitpunkt noch niemandem gelungen, die nötige Frequenz von $f_0 \approx 9,2$ GHz zu synthetisieren und zu kontrollieren. Diese Entwicklung gelang in der Dekade nach dem 2. Weltkrieg, in dessen Verlauf die Radartechnik erhebliche Fortschritte gemacht hatte [3].

In diese Zeit fällt noch eine andere wesentliche Entwicklung, Norman Ramseys Methode der *separated oscillatory fields* [6, 7], mit der die Vorteile der Resonanzspektroskopie im Atomstrahl erst voll zur Geltung kommen. Ähnlich wie in Bild 1 skizziert, wird auch in einer Caesium-Atomuhr (weitere Details findet man im Infokasten 1) die Änderung der Zustandsbesetzung nach Einstrahlen der atomaren Resonanzfrequenz registriert. Wird die Anregungsfrequenz um die

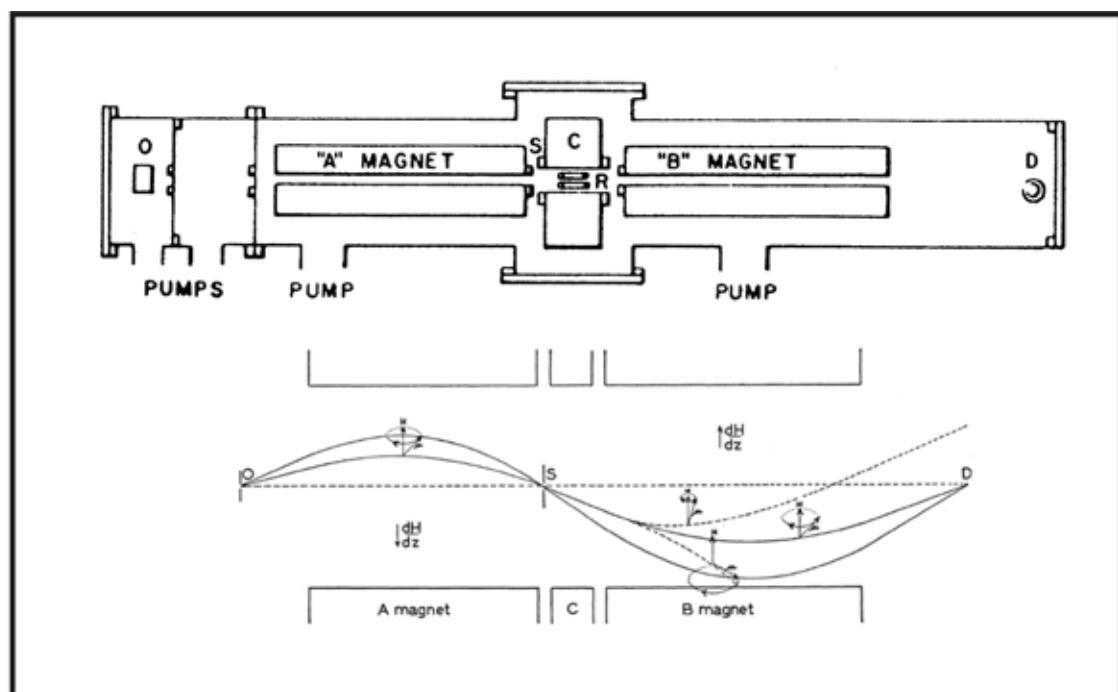


Bild 1:
Skizze der Rabi-
Apparatur aus den
1930er-Jahren (aus
[2]) und Veranschau-
lichung der Atom-
bahnen darunter
(aus [4]), Erläuterun-
gen im Text



i 1 Prinzip der Atomuhr

In Atomuhren wird die Eigenschaft von Atomen ausgenutzt, elektromagnetische Wellen mit einer charakteristischen Schwingungsfrequenz abstrahlen oder absorbieren zu können. Beim Übergang zwischen zwei Energiezuständen E_1, E_2 eines Atoms wird ein Photon der Frequenz f_0 emittiert bzw. absorbiert, mit $f_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$; \hbar ist die Planck-Konstante. In Atomuhren werden atomare Übergänge zwischen Energieniveaus verwendet, die eine lange natürliche Lebensdauer besitzen und nur wenig von elektrischen und magnetischen Feldern beeinflussbar sind, aus technischen und praktischen Gründen in den ersten Jahrzehnten nach 1950 zunächst mit Resonanzfrequenzen im Mikrowellenbereich. Geeignete Atome sind dann die Alkali mit ihrer Hyperfeinstrukturauflösung des Grundzustandes, aber auch Ionen mit Alkali-ähnlicher Elektronenkonfiguration.

Der Übergang wird durch eine von außen auf das Atom einwirkende, elektromagnetische Bestrahlung induziert. Dazu werden die Atome in *einem* Zustand präpariert und nach der Bestrahlung die Besetzung des *anderen* Zustandes registriert. Die Zustandsänderung zeigt ein Resonanzverhalten mit einer spektralen „Linienbreite“ W von etwa $W \approx 1/T$, wobei T die Wechselwirkungszeit der Atome mit der Bestrahlung ist. Bild K1.1 erläutert das Funktionsprinzip der primären Atomstrahluhren der PTB. Ausgehend von einem Quarzoszillator wird mittels eines Frequenzgenerators ein Signal der Frequenz f_p mit $f_p \approx f_0$ erzeugt, periodisch um die Mittenfrequenz herum moduliert und in die Resonanzapparatur eingekoppelt. Das Signal I_D enthält die gesuchte Information, ob die Frequenz f_p mit der Übergangsfrequenz der Atome f_0 übereinstimmt. Ein Nachweis

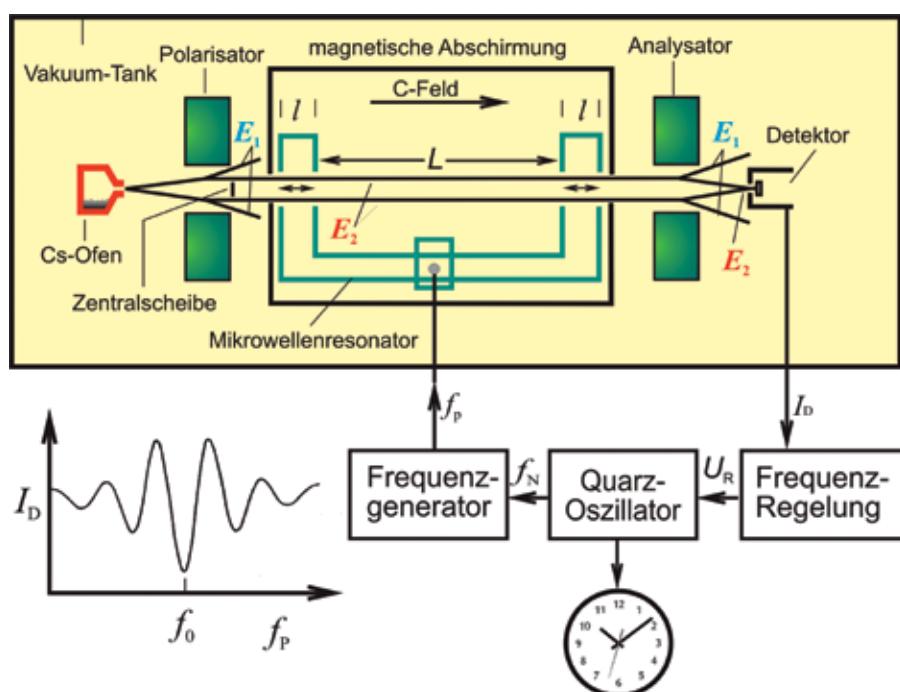


Bild K1.1:
Prinzip der Caesium-Atomstrahluhren
CS1 und CS2 der
PTB. Links unten
ist schematisch
das Detektorsignal
 I_D als Funktion der
eingestrahlten Fre-
quenz f_p dargestellt,
entsprechend Bild 4
im Text.

des Signals I_D im Takt der Modulationsperiode liefert ein Signal U_R zur Regelung des Quarzoszillators. Seine natürlichen Frequenzschwankungen und seine Frequenzdrift (Alterung) werden entsprechend der eingestellten Regelzeitkonstanten ausgeregelt, und die Eigenstabilität der atomaren Resonanz bestimmt die Qualität des Ausgangssignals. Vom Quarzoszillator ausgehend werden die Normalfrequenz f_N und über einen Teiler 1-Puls-pro-Sekunde-Signale erzeugt.

Die wichtigsten Spezifikationen einer Uhr, systematische Frequenzinstabilität und systematische Unsicherheit, werden meist als relative Größen angegeben. Mit γ bezeichnet man die relative Frequenzdifferenz zwischen der Uhr und einem Referenznormal. Einem Wert von $\gamma = 10^{-14}$ entspricht eine Änderung der Standdifferenz zwischen Uhr und Referenz von 0,864 ns pro Tag. Die zeitliche Änderung der Ausgangsfrequenz der Uhr, ihre *Frequenzinstabilität*, wird üblicherweise durch die Allan-Standardabweichung $\sigma_y(\tau)$ beschrieben, die nach der Beziehung

$$\sigma_y(\tau) = \left(\sum_{i=1}^{n-1} (y_{i+1} - y_i)^2 / 2(n-1) \right)^{1/2}$$

berechnet wird, falls n relative Frequenzdifferenzen y_i über die Mittelungszeit τ vorliegen. Im Bild K1.2 wird für die in diesem Aufsatz behandelten oder erwähnten Atomfrequenznormale die Beziehung zwischen $\sigma_y(\tau)$ und der Mittelungszeit τ dargestellt (sogenanntes σ - τ -Diagramm).

Im Text wird auch der Begriff *systematische Unsicherheit* benutzt: Er beschreibt die abgeschätzte Übereinstimmung zwischen der mit der Uhr realisierten und der in der Definition (s. im Text) festgelegten Dauer der Sekunde und ist damit streng genommen nur für Caesium-Atomuhren anwendbar. Für die besten kommerziell erhältlichen Caesium-Atomuhren spezifiziert der Hersteller eine Unsicherheit von $5 \cdot 10^{-13}$.

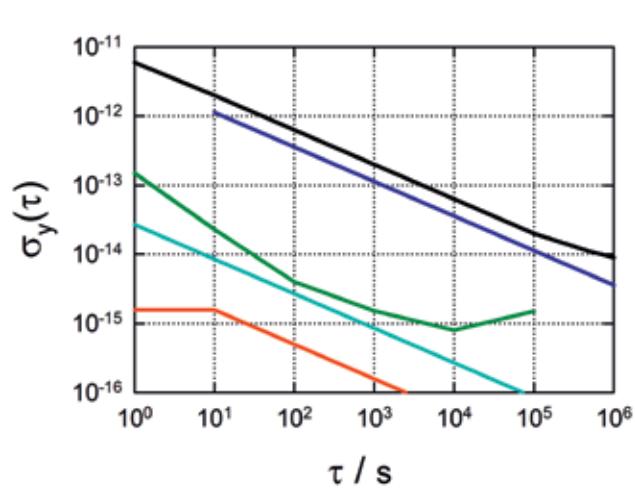


Bild K1.2:
Relative Frequenzinstabilität $\sigma_y(\tau)$ als Funktion der Mittelungszeit τ für verschiedene im Text vorkommende Atomfrequenznormale (schematisch): kommerzielle Caesium-Atomuhr (schwarz), primäre Atomstrahluhr PTB-CS2 (blau), Wasserstoffmaser (grün), Fontänenuhr PTB-CSF2 (cyan) und optische Yb-Uhr der PTB (rot)

Info 1: Prinzip der Atomuhr

Frequenz des Uhrenübergangs herum variiert, so registriert man eine Resonanzlinie, deren spektrale Breite wegen der Abwesenheit von spontanen Übergängen nur von der Dauer der Wechselwirkung mit dem Hochfrequenzfeld abhängt. Zusätzlich müssen dafür die technischen Voraussetzungen erfüllt sein, dass das statische Feld „C“ über die gesamte Ausdehnung hinreichend homogen und die Phase des anregenden Feldes hinreichend konstant ist.

Letzteres ist bei einer Wellenlänge von ca. 3 cm nur über einen sehr kleinen Bereich zu erreichen. Daher Ramseys Idee: Das Hochfrequenzfeld wird in einem zweiarmigen Mikrowellenresonator geführt. Die Atome (Geschwindigkeit v) werden dann durch eine Bestrahlung über die Länge von

ca. 2 cm im ersten Arm des Resonators in einen kohärenten Superpositionszustand gebracht und nach der freien Driftstrecke der Länge L im zweiten Resonator-Arm erneut mit dem Hochfrequenzfeld bestrahlt. Die beobachtete Resonanz der Übergangswahrscheinlichkeit hat dann die spektrale Breite $W \approx v/(2L)$. Nötig sind eine feste Phasenbeziehung zwischen den beiden Bestrahlungsfeldern und die Übereinstimmung des Mittelwertes des C-Felds in der Driftstrecke mit den Magnetfeldern in den beiden Bestrahlungsstrecken. Ramseys Methode erlaubt es, Wechselwirkungsstrecken von etwa einem Meter Länge zu realisieren. Bedingt durch die Geschwindigkeit der Atome in einem thermischen Strahl (≈ 200 m/s) ergeben sich damit Linienbreiten im Bereich



von ≈ 100 Hz. Im nächsten Kapitel wird dargestellt, wie man ohne signifikante Verlängerung der Driftstrecke durch Verringerung der Geschwindigkeit v weitaus kleinere Linienbreiten $W < 1$ Hz erzielen kann.

Die Entwicklung der ersten Caesium-Atomuhr (siehe Infokasten 1) erfolgte gleichzeitig am amerikanischen *National Bureau of Standards* (NBS) und am britischen *National Physical Laboratory* (NPL). Die Umstände dieser Entwicklung sind in [2] und, mit vielen anekdotischen Details gewürzt, in den Erinnerungen von Louis Essen [8] nachzulesen. Das NPL hatte die Nase vorn, die erste funktions tüchtige Atomuhr wurde 1955 vorgestellt [9]. Mit britischem Understatement schreibt Essen: "The atomic clock was made possible through the brilliant theoretical and experimental work of a number of scientists, several of whom received Nobel prizes, but the clock itself is very simple, as can be seen from the sketch below" (Seite 66 in [8]). Von 1955 bis 1958 wurde in Zusammenarbeit mit dem *United States Naval Observatory*, Washington, die Dauer der damals gültigen Zeiteinheit, der Ephemeriden sekunde, zu 9 192 631 770 Perioden der Cs-Übergangsfrequenz bestimmt [10]. Als Unsicherheit dieses Zahlenwerts wurde 20 angegeben, obwohl eigentlich niemand die Dauer der Ephemeridensekunde auf relativ $2 \cdot 10^{-9}$ kannte. Dessen ungeachtet bildete dieses Messergebnis die Grundlage der

1967 von der 13. Generalkonferenz für Maß und Gewicht (CGPM) beschlossenen und bis heute gültigen Definition der Zeiteinheit im Internationalen Einheitensystem (SI). Die Frequenz des Uhrenübergangs, f_0 , wurde zu 9 192 631 770 Hz festgelegt.

Die Bedeutung der Atomuhr für Wissenschaft, Technik und nicht zuletzt für militärische Anwendungen wurde schnell erkannt. Schon 1958 wurde die erste kommerzielle Caesium-Atomuhr, „Atomichron“ genannt, vorgestellt [3]. Anfang der sechziger Jahre kaufte die PTB solch ein Atomichron und nutzte es, um die Gänge der Quarzuhren in Braunschweig und am Sender DCF77 in Mainflingen [11] zu kontrollieren.

Mitte der sechziger Jahre begannen die letztlich erfolgreichen Bemühungen in der PTB, eine eigene Caesium-Atomuhr zu entwickeln. In der Uhr CS1 (s. Bild 2) setzte man neue Ideen von Holloway und Lacey [12] um. Als wesentliche Vorteile wurden erachtet [13]:

- eine reduzierte Frequenzinstabilität durch zwei-dimensionale Fokussierung der Atome mit magnetischen Linsen (statt der bisher verwendeten Dipolmagnete),
- axialsymmetrische Geometrie des Atomstrahls mit kleiner radialer Ausdehnung,



Bild 2:
Die primäre Atomstrahluhr CS1 in der Atomuhrenhalle der PTB (1969)

- Verringerung der Inhomogenität des C-Felds durch Verwendung einer langen Zylinderspule und zylindrischer Abschirmungen – statt eines Magnetfelds quer zur Strahlrichtung.

CS1 wurde 1969 erstmals benutzt [14] und tickt bis heute. Weltweit sind derzeit nur noch zwei primäre Uhren mit thermischem Atomstrahl in Betrieb, CS1 und CS2 der PTB. CS2 wurde 1985 fertiggestellt, und ihr Konstruktionsprinzip ist dem von CS1 sehr ähnlich. Die für CS2 abgeschätzte Unsicherheit liegt bei $1,2 \cdot 10^{-14}$ [15]. Während der letzten 24 Monate (bis September 2015) betrug die mittlere relative Abweichung der CS2-Frequenz von der SI-Einheit, wie sie näherungsweise mit TAI verbreitet wird (siehe Infokasten 3), $3,3 \cdot 10^{-15}$ mit einer Standardabweichung der monatlichen Mittelwerte von $3,1 \cdot 10^{-15}$. Die Unsicherheitsabschätzung aus den späten 1980er-Jahren ist also mit großer Wahrscheinlichkeit korrekt.

Der Weg zur Fontänenuhr

Parallel zur Entwicklung von Atomuhren, die auf der von Rabi und Ramsey eingeführten Bauweise beruhten, arbeitete Jérôme Zacharias vom *Massachusetts Institute of Technology* bereits in den 1950er-Jahren daran, Einschränkungen dieser Bauweise zu überwinden. Sekundäre Quellen [3, 7] berichten über ambitionierte, doch leider

erfolglose Experimente mit einem aufwärts gerichteten thermischen Atomstrahl. Unter dem Einfluss der Schwerkraft verlangsamen sich in einem solchen Strahl zunächst die Atome, bevor sie nach dem Umkehrpunkt nach unten beschleunigt werden. Zacharias wollte die wenigen besonders langsamen Atome im thermischen Strahl nachweisen, nachdem sie während der Auf- und Abwärtsbewegung mit dem Mikrowellenfeld in Wechselwirkung getreten waren. So hätte sich bei einer meterhohen Apparatur eine Linienbreite von unter 1 Hz ergeben, also wesentlich kleiner als die bisher erreichbaren 100 Hz, und die Linienmitte hätte sich viel leichter auf 0,1 Hz, entsprechend relativ 10^{-11} der Resonanzfrequenz von 9,2 GHz, bestimmen lassen. Allerdings gelang es den Experimentatoren nicht, Atome nachzuweisen, die auf ihrem ballistischen Flug den Mikrowellenresonator ein zweites Mal passiert hatten. Durch Stöße der Atome im Bereich der Ofendüse wurde der winzige für das Experiment nutzbare Anteil der extrem langsamen Atome in der thermischen Geschwindigkeitsverteilung noch weiter reduziert [16]. Zacharias nannte sein Projekt „Fallotron“ oder „Fountain“.

Den letzteren Begriff übernahm eine Gruppe an der *École Normale Supérieure*, Paris, als sie 1990 ihre „Zacharias fountain“ mit lasergekühlten Cesiumatomen vorstellte [17]. Durch Laserkühlung (wegen ihrer Bedeutung separat im Infokasten 2 behandelt) lassen sich in einer Zelle mit etwas

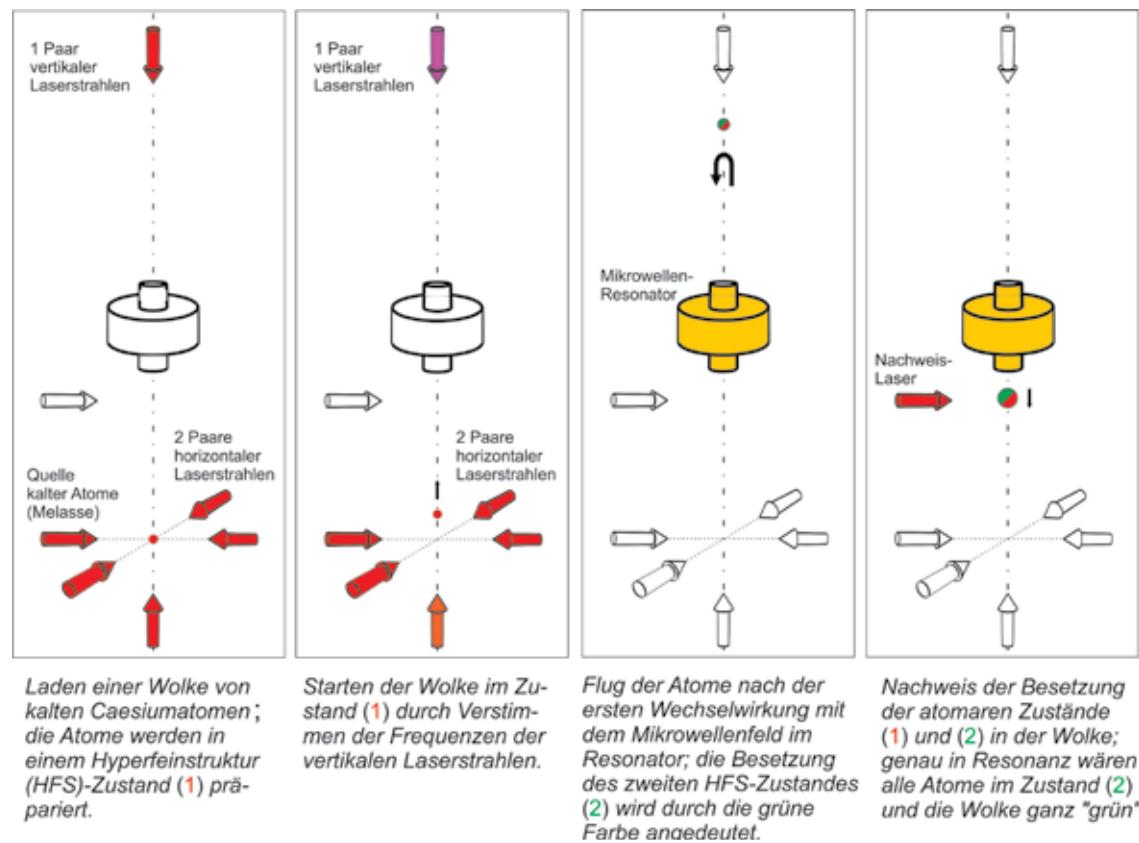


Bild 3:
Funktionsschritte
einer Fontänenuhr im
zeitlichen Ablauf



Caesiumdampf Wolken kalter Atome, in denen die thermische Bewegung der Atome weitgehend „eingefroren“ ist, erzeugen. Die Temperatur der kalten Atome beträgt hierbei etwa 1 μK und die Verteilung der vorkommenden Relativgeschwindigkeiten ist etwa 10 000-mal schmäler als die

thermische Geschwindigkeitsverteilung eines Gases der gleichen Atomsorte bei Raumtemperatur. Dadurch ist es möglich, mit einer kalten Atomwolke eine Fontäne mit vorbestimmter Flughöhe der Atome zu realisieren, wobei die räumliche Aufweitung der Wolke mit der Zeit wegen

1 Laserkühlung

2

Für eine vereinfachte Erklärung des Laserkühlens betrachten wir ein Atom, das sich längs der Richtung von zwei gegenläufigen Laserstrahlen gleicher Frequenz v_L und Intensität bewegt. Die Frequenz des Laserlichtes ist etwas niedriger (d. h. zum Roten hin) abgestimmt als diejenige optische Anregungsfrequenz v_R , bei der das ruhende Atom ein Photon resonant, d. h. mit größter Wahrscheinlichkeit, absorbiert. Wegen der Bewegung des Atoms erscheint für das Atom die Frequenz des entgegenkommenden Lichtes durch den Dopplereffekt erhöht, also in die Richtung der Resonanzfrequenz verschoben. Gleichzeitig erscheint dagegen die Frequenz des sich in der Bewegungsrichtung des Atoms ausbreitenden Lichtes weiter von der Resonanzfrequenz weg (zum Roten hin) verstimmt. Daher erfolgt die Absorption eines entgegenkommenden Photons mit größerer Wahrscheinlichkeit. Bei der Absorption wird der Impuls des Photons aus dem Laserstrahl auf das Atom übertragen, die Reemission des Photons erfolgt dagegen in eine zufällige Raumrichtung. Der Impulsübertrag ist daher im Mittel bei der Streuung vieler Photonen gegen die ursprüngliche Bewegungsrichtung gerichtet. Wegen der erwähnten Rotverschiebung ($v_L - v_R < 0$) ist die Energie der emittierten Photonen um $h(v_R - v_L)$ höher als die der absorbierten Photonen; h ist die Planck-Konstante. Die Energiebilanz zeigt, dass die Atome bei der Streuung kinetische Energie verlieren. Da die Caesiumatome vom optisch angeregten Zustand nach 30 ns wieder in den Grundzustand übergehen, wiederholt sich der Absorptions-Emissions-Prozess sehr schnell, sodass das Atom in Bruchteilen einer Sekunde

von Raumtemperatur bis nahe an den absoluten Temperaturnullpunkt gebracht werden kann. Die Entwicklung des Verständnisses der Details und die vollständige Theorie des Laserkühlens kann man gut in den Nobelpreisvorträgen der Preisträger 1997 oder auch in neueren Lehrbüchern nachlesen.

Um eine Quelle kalter Atome für eine Fontänenuhr zu bilden, geht man wie folgt vor: Man überlagert drei zueinander orthogonale, gegenläufige Paare von Laserstrahlen passender Frequenz, Polarisation und Intensität in einer Vakuumkammer, die das atomare Gas bei Raumtemperatur enthält. Im Überlagerungsvolumen entsteht dann eine sogenannte optische Melasse, bestehend aus lasergekühlten Atomen mit Geschwindigkeiten im Bereich von wenigen Zentimetern pro Sekunde. Die Atome bewegen sich in der Melasse wie in einem zähen Sirup, denn die auf die Atome wirkende Kraft hat den Charakter einer Reibung: Die Kraft ist proportional zur Momentangeschwindigkeit und ihr entgegengesetzt gerichtet. Eine optische Melasse ist jedoch keine echte Falle für Atome, denn es existiert keine zum Kreuzungspunkt der Laserstrahlen gerichtete, rücktreibende Kraft auf die Atome. Um schneller höhere Atomzahlen zu erreichen, ist es auch möglich, die Melasse nicht aus dem Hintergrundgas sondern über einen Strahl bereits vorgekühlter Atome zu laden, der durch einen zusätzlichen Mechanismus zur Verfügung gestellt wird. Nur mit den in einer Melasse erreichten niedrigen Temperaturen von 1 μK bis 2 μK kann man eine Caesium-Fontänenuhr realisieren, so wie sie im Text beschrieben ist.

der schmalen Geschwindigkeitsverteilung gering bleibt. Anders als bei einem kontinuierlichen thermischen Strahl müssen dazu aber periodisch Caesiumatome gesammelt, gekühlt und dann nach oben beschleunigt werden. Um den atomaren Resonanzübergang mit möglichst geringen Störungen anregen zu können, muss man freie Atome beobachten und dazu das einfangende und kühlende Lichtfeld ausschalten. Die Abfolge der einzelnen Funktionsschritte wird in Bild 3 illustriert. Die Atome werden zunächst in einem der beiden Hyperfeinstrukturzustände präpariert (rot). Dann werden sie innerhalb von 1 ms aufwärts auf die Geschwindigkeit von einigen Metern pro Sekunde beschleunigt, sodass sie knapp einen Meter hoch fliegen, ehe sie unter der Wirkung der Schwerkraft wieder abwärts fallen. Das Beschleunigen auf die Anfangsgeschwindigkeit v geschieht dadurch, dass man bei den zwei gegenläufigen, vertikalen Laserstrahlen die Frequenz des aufwärts gerichteten Laserstrahls um δv_L und die des abwärts gerichteten um $-\delta v_L$ verstimmt. Dann gilt $v = \lambda \delta v_L$, wobei λ die Wellenlänge der Laserstrahlung ist.

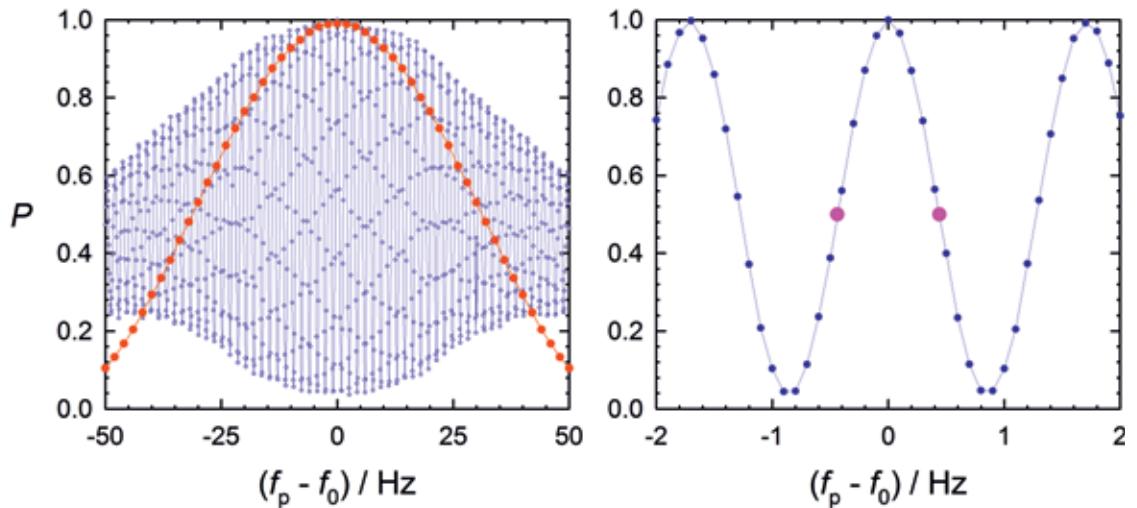
Im Detail ist eine recht komplizierte Abfolge von Verstimmungen der Laserfrequenzen und Änderungen der Laserintensitäten notwendig, um eine perfekte Kühlung und Beschleunigung der Atome zu erreichen [18]. Auf der ballistischen Flugbahn durchfliegen die Atome zweimal, bei Aufstieg und Fall, ein Mikrowellenfeld nahe der Frequenz des Uhrenübergangs $f_p \approx f_0$. Die Laserstrahlen sind währenddessen blockiert. In der Nachweiszone wird die Besetzung beider Hyperfeinstrukturniveaus in Abhängigkeit von der Mikrowellenfrequenz f_p registriert. Im Bild 3 ist die Übergangswahrscheinlichkeit gerade 1/2, da die Mikrowellenfrequenz um die halbe Linienbreite erhöht wurde ($f_p = f_0 + W/2$). Im nächsten Zyklus wird die Frequenz mit anderem Vorzeichen verstimmt ($f_p = f_0 - W/2$). Die Differenz der

Übergangswahrscheinlichkeiten aufeinanderfolgender Registrierungen erschließt die Lage von f_p relativ zu f_0 . Die Zeit zwischen den zwei Mikrowellenbestrahlungen, die effektive Wechselwirkungszeit, beträgt in praktisch allen bisher realisierten Fontänenuhren etwa 0,6 s, und die Linienbreite des Übergangs liegt dann bei 0,8 Hz. Bild 4 veranschaulicht den Gewinn, wie er mit der Fontänenuhr CSF1 der PTB erzielt wurde, gegenüber einer Uhr mit einem thermischen Atomstrahl. Die entsprechenden Werte in den Atomstrahluhren der PTB sind nämlich 8,5 ms bzw. 60 Hz.

Herausforderungen und Begrenzungen im Jahr 2016

Derzeit sind in den nationalen Metrologieinstituten weltweit mehr als ein Dutzend Caesium-Fontänenuhren in Betrieb oder in der Entwicklung. Vorreiter war das SYRTE (*Systèmes de Référence Temps-Espace*) am *Observatoire de Paris*, wo die Fontäne FO1 bereits 1994 funktionierte [19] und mittlerweile insgesamt drei Fontänenuhren betrieben werden. Die Fontänenuhren der PTB sind in Bild 5 zu sehen. Mit der Fontäne CSF1 [20] wurde im Oktober 1998 die erste Resonanzlinie registriert und werden seit Mitte 1999 regelmäßig Frequenzmessungen durchgeführt. Aufbauend auf den Erkenntnissen aus der Entwicklung und den ersten Betriebsjahren von CSF1 wurde Anfang des neuen Jahrtausends eine verbesserte Version, die Fontänenuhr CSF2 [21, 22], entwickelt. CSF2 steht seit nunmehr 6 Jahren für Frequenzmessungen zur Verfügung und liegt mit fünf weiteren Fontänenuhren in der Spitzengruppe der derzeit genauesten Uhren weltweit mit relativen Unsicherheiten im Bereich von wenigen 10^{-16} [23]. Darüber hinaus werden CSF1 und CSF2 jeweils als Referenz für einander verwendet, einerseits zur Kontrolle und andererseits zur Untersuchung systematischer Effekte.

Bild 4:
Übergangswahrscheinlichkeiten P zwischen den Zuständen 1 und 2 des Uhrenübergangs in ^{133}Cs als Funktion der Mikrowellenfrequenz f_p (Ramsey-Resonanzkurven), aufgezeichnet mit der Fontänenuhr CSF1 (blau) und der Strahluhr CS2 (rot) der PTB





Welche der vorhergesagten Vorteile konnten bisher verifiziert werden, welche Probleme traten auf? Betrachten wir zunächst die Frequenzinstabilität. Für eine Frequenzmessung mit einer statistischen Unsicherheit von $1 \cdot 10^{-14}$ benötigt man mit der primären Strahluhr CS2 36 h, mit der Fontänenuhr CSF2 etwa 7 Sekunden. Regelt man einen Quarzoszillator auf die atomare Resonanzlinie, so ist seine Frequenzinstabilität proportional zu $(Q S/R)^{-1}$. Dabei ist Q die Liniengüte, Resonanzfrequenz dividiert durch Linienbreite, und S/R das Signal-zu-Rausch-Verhältnis. Da bei gleichem S/R die Frequenzinstabilität mit verringrigerer Linienbreite abnimmt, ergibt sich ein deutlicher Vorteil für CSF2 durch die etwa 65-fach höhere Liniengüte gegenüber CS2. Weil aber die für die Linienbreite verantwortliche Zeitspanne zwischen den beiden Bestrahlungen im Ramsey-Resonator in einer Fontäne nur mit der Wurzel aus der Wurfhöhe anwächst, ist im Schwerefeld der Erde bezüglich der Linienbreite damit eine Art praktische Grenze erreicht, will man keine zehn Meter hohe Fontäne bauen. Eine solch hohe Fontäne hätte aber bei gleicher Atomtemperatur den Nachteil, dass weniger Atome detektiert werden könnten, weil ein höherer Anteil der Atome aufgrund der größeren Ausdehnung der Atomwolke auf dem längeren Weg nicht in die Detektionszone gelangen würde.

Damit kommen wir zum zweiten, die Frequenzinstabilität bestimmenden Faktor, nämlich dem Signal-zu-Rausch-Verhältnis S/R . Nach der zweiten Mikrowellenbestrahlung gewinnt man in der Nachweiszone durch Anregung der Atome mit Laserstrahlung und Registrieren der emittierten Fluoreszenz der Atome zwei Signale, aus denen sich die Anregungswahrscheinlichkeit des Mikrowellenübergangs vom Zustand 1 in den Zustand 2 ableiten lässt. Die beiden Nachweissignale, N_1 und N_2 , sind jeweils proportional zur Anzahl der detektierten Atome in den Zuständen 1 und 2 und der pro Atom nachgewiesenen Photonenanzahl. Eine Fontäne wird üblicherweise so betrieben, dass N_1 und N_2 gleich sind (siehe Bild 3 und magenta Punkte in Bild 4 rechts), denn dann ist die dem Signal S entsprechende Übergangswahrscheinlichkeit $P = S = N_2/(N_1 + N_2) \approx 1/2$ am empfindlichsten von Frequenzänderungen des eingestrahlten Wechselfeldes abhängig. Das Rauschen R des Signals S aufgrund der statistischen Schwingungen der Verteilung der Atome auf die beiden Zustände (Quantenprojektionsrauschen) beträgt $R = (N_1 + N_2)^{-1/2}(P(1-P))^{1/2}$. Damit ergibt sich für den üblichen Fontänenbetrieb mit $P = 1/2$ der einfache Zusammenhang $S/R = (N_1 + N_2)^{1/2}$, also ein Signal-zu-Rausch-Verhältnis, das proportional zur Wurzel aus der Gesamtzahl der detektierten Atome ist.

Dieses, in gewissem Sinne fundamentale, niedrigste Rauschen bei einer Fontänenuhr zu

erreichen, erfordert, alle anderen im Nachweisignal üblicherweise vorhandenen technischen Rauschbeiträge extrem sorgfältig zu reduzieren. Ein Problem besteht darin, dass die Fontäne in einem gepulsten Modus funktioniert: Dem Zeitintervall zwischen den beiden Durchflügen der Atome durch den Mikrowellenresonator folgt ein Zeitraum für den Nachweis der Atome und das anschließende neuere Laden und Starten von Atomen. Während dieser Totzeit ist die Regelung des Quarzoszillators unwirksam, da keine Information über das zeitliche Verhalten der Phase des Oszillators vorhanden ist. Ein Teil der Phasenschwankungen des Quarz-Oszillators überträgt sich in Frequenzschwankungen auch bei Mittelungszeiten, die groß gegen die Zykluszeit der Fontäne (typisch 1 bis 1,5 s) sind. John Dick von der Ionenfallengruppe des Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, hat dieses Verhalten erstmals beschrieben, man spricht daher vom „Dick-Effekt“ [24]. Aufgrund dieses Effektes kann man mit einer Fontänenuhr, deren 9,2 GHz-Signal von einem Oszillatoren mit einem der rauschärmsten am Markt erhältlichen Schwingquarze abgeleitet wird, bestenfalls eine Frequenzinstabilität von etwas weniger als $10^{-13} (\tau/1s)^{-1/2}$ erreichen, wobei τ die Mittelungszeit ist.

Bild 5:
Die PTB-Caesium-Fontänenuhren CSF1 (im Hintergrund) und CSF2 (im Vordergrund) im Jahr 2005



Um hingegen eine Frequenzinstabilität im unteren Bereich von $10^{-14} (\tau/1\text{s})^{-1/2}$ zu erreichen, muss man das 9,2 GHz-Signal entweder von einem kryogenen Oszillator ableiten, oder von einem Mikrowellenoszillatator, der mithilfe eines Frequenzkamms auf einen schmalbandigen Laser stabilisiert ist [25]. Es ist interessant zu bemerken, dass im letzteren Fall Technologien, die im Zusammenhang mit optischen Uhren (s. vorletztes Kapitel) entwickelt worden sind (schmalbandige Laser, Frequenzkamm), der Leistungsfähigkeit der Fontänenuhren zugutekommen, wobei im Wechselspiel diese gesteigerte Leistungsfähigkeit wiederum bei der Frequenzmessung potentieller optischer Uhrenübergänge mit Bezug auf Fontänenuhren große Vorteile bringt.

Die für die Fontänenuhr CSF2 in Bild K1.2 eingezeichnete Linie $\sigma_y(\tau) = 2,7 \cdot 10^{-14} (\tau/1\text{s})^{-1/2}$ ergibt sich praktisch ausschließlich aus dem Quantenprojektionsrauschen von ca. $2,8 \cdot 10^6$ detektierten Atomen pro Fontänenzyklus. Für das Erreichen dieser Frequenzinstabilität war es zudem nötig, dass das Laden der Atomquelle von CSF2 aus einem Strahl vorgekühlter Atome erfolgt, um eine solch hohe Zahl von Atomen auf den Weg durch die Fontäne zu schicken, dass auch das S/R um etwa einen Faktor zwei größer ist als in CS2. Zusammen mit der 65-fach verringerten Linienbreite ergibt dies die um einen Faktor von 130 verbesserte Frequenzinstabilität. Deren weitere Reduzierung durch die Verwendung noch höherer Atomzahlen, um ein noch niedrigeres Quantenprojektionsrauschen zu erreichen, steht in erster Linie der zunehmende frequenzverschiebende Effekt von Stößen unter den kalten Atomen entgegen, den wir in der Folge im Zusammenhang mit der erreichbaren systematischen Unsicherheit von Fontänenuhren diskutieren werden.

Was sind nun die Vorteile der Fontänenuhr bezüglich der Genauigkeit? In Tabelle 1 sind die wesentlichen Frequenzverschiebungen und die daraus resultierenden Unsicherheitsbeiträge der primären Uhr CS2 [15] und der Fontäne CSF2 [21, 22] einander gegenübergestellt. Der Vorteil der Fontänenuhr kommt besonders dort zum Tragen, wo die Verschiebungen proportional zu Q sind oder direkt mit der Geschwindigkeit v bzw. v^2 skalieren [26] (in Tabelle 1 mit (*) gekennzeichnet).

Einige der Unsicherheitsbeiträge von CSF2 (Gesamtunsicherheit $2 \cdot 10^{-16}$) sind um mehr als eine Größenordnung kleiner als die von CS2 (Gesamtunsicherheit $120 \cdot 10^{-16}$). So benötigt man in CS2 ein statisches Magnetfeld von ca. $8 \mu\text{T}$, damit der Frequenzabstand benachbarter Magnetfeld-abhängiger Übergänge groß ist gegenüber ihrer Linienbreite. Dann nämlich ist es möglich, den Übergang zwischen den Zeeman-Unterniveaus mit magnetischer Quantenzahl $m_F = 0$, den

Uhrenübergang, als Übergang zwischen zwei isolierten atomaren Niveaus selektiv anzuregen. In der Fontäne genügt wegen der verringerten Linienbreite hierfür eine Feldstärke von etwa $0,15 \mu\text{T}$. Die Verschiebung der Resonanzfrequenz des Uhrenübergangs beträgt im ersten Fall 2,9 Hz, im zweiten nur 0,0009 Hz, und entsprechend leichter ist es hier, diese Verschiebung zu bestimmen und auf Feld Null zu korrigieren. Zudem führt in einer konventionellen Atomuhr die magnetische Zustandsselektion zu einer unsymmetrischen Besetzung benachbarter Zeeman-Unterniveaus mit $m_F = \pm 1$ bezüglich der $m_F = 0$ Zustandsbesetzung. Damit werden dem Uhrenübergang benachbarte, unerwünschte Übergänge im Hyperfeinstruktur(HFS)-Multiplett unterschiedlich stark angeregt. Das führt i. Allg. zu einer Frequenzverschiebung des Uhrenübergangs [12]. Bei einer Fontäne hingegen ist nach der Laserkühlung die Besetzung benachbarter Unterniveaus weitgehend unterdrückt [18] und dazu symmetrisch. Dadurch ist der entsprechende Unsicherheitsbeitrag vernachlässigbar.

Da in CSF2 keine Heizung des Caesium-Vorrates erforderlich ist wie bei CS2 zur Erzeugung eines ausreichend intensiven Atomstrahls, ist hier die Temperaturverteilung insgesamt sehr viel homogener. Dies führt zu einer um eine Größenordnung niedrigeren Unsicherheit der Frequenzverschiebung aufgrund thermischer Strahlung (Stark-Effekt). Ebenso ist die durch den quadratischen Dopplerefekt bedingte Unsicherheit praktisch vernachlässigbar [18], weil die mittlere atomare Geschwindigkeit zwischen den beiden Resonator-Durchquerungen der Atome in CSF2 nur 1,5 m/s beträgt, während die mittlere Geschwindigkeit im Atomstrahl von CS2 rund 100 m/s beträgt.

Für das Verständnis des unterschiedlichen Einflusses der Phasendifferenz des Resonators bei CS2 und CSF2 muss man sich folgenden Sachverhalt vor Augen halten: Die bei einer Fontäne zeitlich nacheinander erfolgende Anregung der Atome in dem *einen* Mikrowellenresonator ist äquivalent zu der nacheinander erfolgenden Wechselwirkung der Atome in den *beiden* räumlich getrennten Bestrahlungsstrecken des Resonators einer Atomstrahluhr. Nur sind naturgemäß in dem *einen* Resonator der Fontäne die Bestrahlungsfelder am selben Ort immer in Phase, wohingegen im zweiarmigen Resonator einer Atomstrahluhr Leitungsverluste in den Wänden, zusammen mit mechanischen Asymmetrien, zu einer Phasendifferenz führen. Deren experimentelle Bestimmung ist schwierig und begrenzt die erreichbare Genauigkeit, z. B. auch von CS2. Bei CSF2, wie bei anderen Fontänen, bleibt allerdings die Herausforderung, den Einfluss räumlicher Phasengradienten, transversal zur Bewegungsrichtung der Atome, zu kontrollieren [22, 27]. Solche Phasengradienten führen auch bei einer Fontänen-



uhr zu Frequenzverschiebungen. Denn gemittelt über die unterschiedliche Ausdehnung und die möglicherweise leicht unterschiedliche horizontale Position des atomaren Ensembles, jeweils bei Auf- und Abstieg der Caesiumatome, liegen im allgemeinen Phasenunterschiede des einwirkenden Mikrowellenfeldes vor. Diese ergeben sich ebenfalls aus Leistungsverlusten in den Resonatorwänden oder aus Einkoppelungs-Asymmetrien des Feldes in den Resonator [27]. Für die Evaluierung solcher Effekte sind anspruchsvolle Berechnungen und Experimente mit Verkippungen der Fontänenachse gegenüber dem Vektor \mathbf{g} der Fallbeschleunigung vonnöten [22].

Besonderes Augenmerk ist bei den Fontänenuhren von Anfang an auf den Effekt von Stößen unter den kalten Caesiumatomen gerichtet worden. Bei den vorliegenden Temperaturen ($\approx 1 \mu\text{K}$) sind die Verschiebungen der am Uhrenübergang beteiligten Energieniveaus durch Stöße vergleichsweise groß und waren daher Gegenstand umfangreicher theoretischer und experimenteller Untersuchungen (z.B. [28, 29]). Diese haben zu verschiedenen Maßnahmen geführt, die resultierende Frequenzverschiebung und ihre Unsicherheit in den Griff zu bekommen. Grundsätzlich ist es dafür nötig, beim Betrieb der Fontänenuhr die atomare Dichte zu variieren, um aus den bei unterschiedlichen

Dichten gemessenen Übergangsfrequenzen durch lineare Extrapolation auf verschwindende Dichte die ungestörte Übergangsfrequenz zu ermitteln. Um die Dichte zu variieren, kann man z. B. die Ladezeit der Atomwolke ändern. Eine einfache Methode, systematische Fehler durch die Stoßverschiebung kleinzuhalten, ist die Verwendung geringer Atomzahlen in einer relativ ausgedehnten Atomwolke. Nachteilig ist dann allerdings das resultierende geringe S/R .

Bei detektierten Atomzahlen im Bereich von mehreren 10^6 hingegen, wie sie für Frequenzinstabilitäten im unteren $10^{-14} (\tau/1\text{s})^{-1/2}$ -Bereich benötigt werden, treten Stoßverschiebungen von relativ 10^{-14} auf, sodass ein sehr präzises Verfahren für die Variation der atomaren Dichte verwendet werden muss, um Extrapolationsfehler auf dem Niveau von 10^{-16} oder darunter zu halten. Mit der Methode der sogenannten „*Rapid Adiabatic Passage*“ [18] ist es möglich, über einen zusätzlichen Mikrowellenresonator unterhalb des Ramsey-Resonators die Dichte der für den Uhrenübergang verwendeten Atome in der gesamten Atomwolke exakt um den Faktor zwei zu variieren, sodass der resultierende Frequenzunterschied, gemessen zwischen dem Betrieb mit voller bzw. halber Dichte, zur Korrektur der Stoßverschiebung herangezogen werden kann. Bei weiteren Erhöhungen der detektierten Atomzahl, über den Bereich von meh-

Tabelle 1:
Die wesentlichen
Unsicherheitsbeiträge der primären
Uhr CS2 [15], der
Fontänenuhr CSF2
[21, 22] und der
optischen Yb-Uhr
(siehe weiter unten)
der PTB

Ursache einer Frequenz- verschiebung	Relative Frequenzverschiebung δF und relative Unsicherheit $\delta\delta F$ in Vielfachen von 10^{-15}					
	Cs-Uhr CS2		Fontäne CSF2		Optische Uhr (Yb ⁺ E3)	
	$\delta F(\text{CS2})$	$\delta\delta F(\text{CS2})$	$\delta F(\text{CSF2})$	$\delta\delta F(\text{CSF2})$	$\delta F(\text{Yb}^+ \text{ E3})$	$\delta\delta F(\text{Yb}^+ \text{ E3})$
Magnet- feld* (quadr. Zeeman-Effekt)	317 500	1	99,85	0,01	-0,0404	0,0006
Stark-Effekt (ther- mische Strahlung)	-17	0,5	-16,51	0,06	-0,0705	0,0018
quadratischer Dopplereffekt* (rel. Zeitdilatation)	-50	0,5	-0,01	<0,01	-0,0037	0,0021
Anregung unerwünschter Übergänge im HFS-Multiplett des ^{133}Cs	0	4	0	0,0013		
Phasendifferenz des Resonators *	255	10	0,03	0,15		
Atomare Stöße	0	<0,5	-10	0,05	0	0,0005

i Zeitsystem

3

Unter der Koordination des Internationalen Büros für Maß und Gewicht, BIPM (*Bureau International des Poids et Mesures*), wirken derzeit 72 Zeitinstitute bei der Realisierung der internationalen Atomzeitskalen mit. Durch Mittelung über etwa 400 Atomuhren, ca. 300 kommerzielle Caesium-Atomuhren und 100 Wasserstoffmaser aus allen Instituten, gewinnt das BIPM eine sogenannte freie Atomzeitskala. Deren Skalenmaß wird mit den primären Caesium-Fontänenuhren (und CS1, CS2) verglichen, sofern deren Messwerte zur Verfügung stehen. In den letzten 24 Monaten (bis September 2015) wurden Daten von 11 verschiedenen Fontänenuhren (aus China, Deutschland, Frankreich, Großbritannien, Indien, Italien, Russland und den USA) bereitgestellt. Daraus wird abgeleitet, um wie viel das Skalenmaß der freien Atomzeitskala verändert werden muss, um mit der von den primären Uhren realisierten SI-Sekunde übereinzustimmen. Die entsprechende Korrektur wird rechnerisch angebracht und so die Internationale Atomzeit TAI (*Temps Atomique International*) gewonnen. Derzeit gelingt es, die TAI-Sekunde im Mittel bis auf 10^{-15} s an

die SI-Sekunde anzulegen. Dieses Maß an Übereinstimmung war noch vor 10 Jahren praktisch undenkbar und ist allein der Qualität und Verfügbarkeit von Fontänenuhren zu verdanken. Durch Einfügung von Schaltsekunden in TAI wird schließlich die Koordinierte Weltzeit UTC (*Coordinated Universal Time*) gewonnen.

Jedes der 72 Institute realisiert eine Replik von UTC, genannt UTC(k), die je nach Aufwand der Realisierung und Qualität der lokal verfügbaren Uhren mehr oder weniger gut mit UTC übereinstimmt. Die PTB war 2010 das erste Zeitinstitut, das seine UTC(k)-Realisierung aus einer seiner Caesium-Fontänenuhren ableitet. Seitdem war die Abweichung zwischen UTC und UTC(PTB) niemals größer als 10 ns. Andere Institute sind inzwischen dem Vorbild gefolgt. So werden vom SYRTE (*Observatoire de Paris*) seit Ende 2012 Fontänenuhren zur Steuerung von UTC(OP) verwendet. In Bild K3 sieht man UTC(PTB) und UTC(OP), die beide zu den stabilsten derzeit realisierten Zeitskalen gehören, mit Bezug auf UTC. Man erkennt, wie die Abweichungen in UTC – UTC(k)

durch die Verwendung von Fontänenuhren zuerst in der blauen, dann in der orangefarbenen Kurve deutlich kleiner werden.

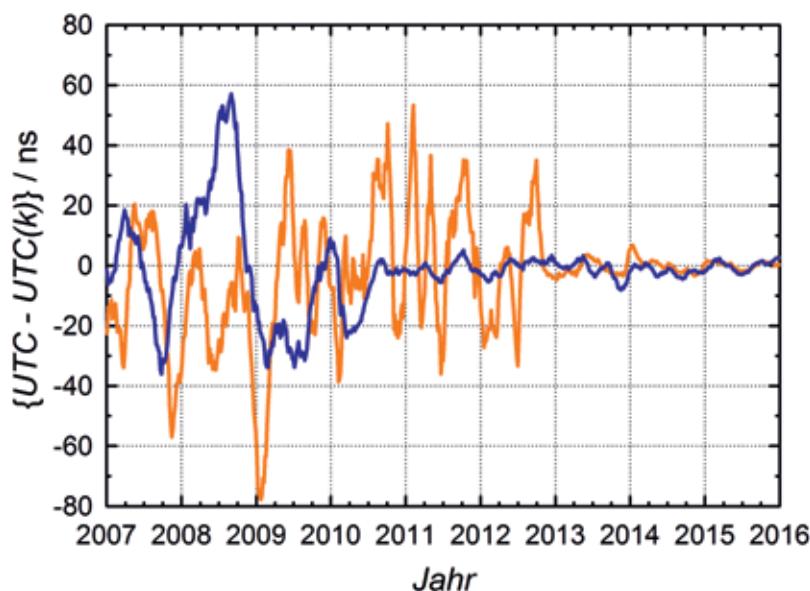


Bild K3:
Verlauf zweier der stabilsten derzeit realisierten Zeitskalen, UTC(PTB) (blau) und UTC(OP) (orange), der PTB bzw. des SYRTE (*Observatoire de Paris*) mit Bezug auf UTC über den Zeitraum 2007 bis Ende 2015



reren 10^6 hinaus, würde aber auch diese Methode zu inakzeptablen systematischen Unsicherheiten von mehreren 10^{-16} führen. Insofern liegen hier Begrenzungen, die zu einem Kompromiss zwischen erreichbarer Frequenzinstabilität und systematischer Unsicherheit nötigen.

Als Fazit kann man festhalten, dass seit den Zeiten der Pioniere Rabi, Ramsey, Zacharias und Essen die relative Unsicherheit von Caesiumuhren mit thermischem Atomstrahl von etwa $1 \cdot 10^{-10}$ auf etwa $1 \cdot 10^{-14}$ reduziert werden konnte. Mit lasergekühlten Atomen in Fontänenuhren konnte der Bereich von $1 \cdot 10^{-16}$ erreicht werden, aber es erscheint schwierig, diesen Wert deutlich zu unterschreiten.

Noch genauer: optische Uhren

Parallel zur Entwicklung der Caesiumfontänen wird seit mehr als 20 Jahren intensiv an einem neuen Typ von Atomuhren geforscht: den optischen Uhren [30]. Hier dient ebenfalls ein atomarer Übergang als Taktgeber, allerdings nicht im Mikrowellen-, sondern im optischen Spektralbereich. Als Oszillator der Uhr kommt demzufolge ein frequenzstabilisierter Laser zum Einsatz. Mit der Anhebung der Taktfrequenz um 5 Größenordnungen (von etwa 10^{10} Hz bei der Caesiumuhr zu etwa 10^{15} Hz bei der optischen Uhr) sind deutliche Gewinne bei Stabilität und

i Anwendungen 4

Die Genauigkeit von Caesium-Atomuhren wurde um etwa einen Faktor 10 pro Jahrzehnt verbessert, seitdem die erste Uhr dieser Art 1955 in Betrieb ging. Es ist faszinierend zu sehen, wie in vielen Bereichen der Wissenschaft verbesserte Uhren verwendet und weiter benötigt werden, um beispielsweise die Gültigkeit der Relativitätstheorie, die Konstanz von Naturkonstanten oder die Eigenschaften von Millisekunden-Pulsaren zu untersuchen. Hierzu braucht es eine relativ geringe Zahl von Uhren an ausgewählten Standorten, anders als bei Anwendungen des täglichen Lebens wie dem Betrieb von Telekommunikationsnetzen oder Netzwerken der Energieversorgung. Hierfür sind Netzwerke von zuverlässigen, untereinander synchronisierten Oszillatoren notwendig, und oft werden diese unter Nutzung der Signale von Satellitennavigationssystemen mit UTC (oder einem UTC(k)) im Gleichlauf gehalten. Solche Systeme (GNSS, *Global Navigation Satellite Systems*) helfen im Alltag, die Frage „Wo bin ich?“ zu beantworten, und das Interesse daran wird sich mit der selbstverständlichen Integration von Navigationsfunktionen in Mobiltelefonen und Automobilen fortsetzen. Die Nutzung von GNSS geht aber erheblich weiter, so auch zur Verbreitung hochgenauer Zeitinformation.

Die Funktion eines GNSS beruht auf der Messung von Signallaufzeiten zwischen mehreren mit Atomuhren ausgerüsteten Satelliten und dem Empfänger am Boden. Atomuhren werden sowohl auf den Satelliten als auch am Boden benötigt: Die Qualität der von den Satelliten gesendeten Signale hängt unmittelbar von der Stabilität, genauer der Vorhersagbarkeit, der Uhren an Bord der Satelliten ab. Die Vorhersage bezieht sich auf die im GNSS erzeugte Systemzeit, die mit stationären Uhren am Boden realisiert wird und die wiederum durch Vergleich mit den besten terrestrischen Zeitskalen mit UTC in sehr guter Übereinstimmung gehalten wird. So wird versucht, die GPS Systemzeit mit UTC(USNO) vom U.S. Naval Observatory in Übereinstimmung zu halten. Die Zeit des russischen GNSS GLONASS wird an die im russischen Metrologieinstitut VNIIFTRI, welches zwei Caesium-Fontänenuhren betreibt, realisierte Zeitskala UTC(SU) angehähert. Last but not least wird die Systemzeit des Europäischen Galileo Systems gegenwärtig an das Mittel von fünf UTC(k) Zeitskalen angehähert, hierunter UTC(PTB) und UTC(OP), deren hervorragende Eigenschaften im Infokasten 3 beschrieben werden.

Genauigkeit zu erreichen. So lässt sich die Kurzzeitstabilität durch die wesentlich höhere Zahl von Schwingungszyklen pro Zeiteinheit verbessern. In der Genauigkeit erzielt man Gewinne, da manche der störenden äußeren Effekte auf das Atom (z.B. Stöße mit anderen Atomen oder die Wirkung von magnetischen Feldern) eine charakteristische Größenordnung an Verschiebung ΔE der Energieniveaus hervorrufen, die als relative Frequenzverschiebung $\Delta f/f = \Delta E/(hf)$ bei der höheren Frequenz der optischen Uhr aber einen kleineren Effekt als für eine Uhr im Mikrowellenbereich bewirkt. Drei Herausforderungen waren bei der optischen Uhr bedingt durch die höhere Frequenz allerdings auch schwieriger zu bewältigen:

- (1) die Konstruktion eines stabilen Abfrageoszillators,
 - (2) das Zählen der Frequenz und
 - (3) ganz fundamental, die Lokalisierung der Atome.
- (1) Die Linienbreite und Frequenzstabilität des Abfragelasers ist für die Kurzzeitstabilität der optischen Uhr von größter Bedeutung. Meist werden Diodenlaser benutzt, die unstabilisiert Linienbreiten von einigen MHz besitzen. Zur Verringerung der Linienbreite wird der Laser auf einen externen optischen Resonator stabilisiert. Dieser besteht aus zwei hochreflektierenden Spiegeln auf einem

stabilen Abstandhalter, die im Vakuum sehr gut von Temperaturschwankungen und mechanischen Schwingungen abgeschirmt sind. Mit Reflektivitäten der besten erhältlichen Spiegel von 99.9997 % und einem etwa 10 cm langen Abstandhalter erhält man Resonanzen mit einer Breite von nur wenigen kHz. Weil diese Resonanzen sehr schnell und mit geringem Rauschen detektiert werden können, lassen sich mit einem elektronischen Regelkreis die Frequenzschwankungen der Laser bis auf Liniendurchmesser von unter einem Hz reduzieren. Die erreichbare relative Stabilität liegt dann bei etwa 10^{-16} für Zeiten von 0,1 s bis 100 s. Über längere Zeiten macht sich bei Gläsern eine Frequenzdrift durch die Alterung des Materials bemerkbar. Daher werden als weitere Verbesserung aktuell Resonatoren aus einkristallinem Silizium mit kryogener Kühlung untersucht.

(2) Das Problem des Zählens der optischen Frequenz wurde im Jahr 2000 mit der Erfindung des optischen Frequenzkamm-Generators gelöst. Hierbei wird ein Laser eingesetzt, der eine extrem gleichmäßige Folge sehr kurzer (Femtosekunden langer) optischer Pulse emittiert. Das Spektrum dieses Lasers gleicht einem Kamm mit einer hohen Zahl ($>10^6$) gleichmäßig aufgereihter optischer Frequenzen, der dazu benutzt werden kann, die Frequenz eines Referenzlasers, wie dem Oszillator der optischen Uhr, in einem Schritt in den Mikrowellenbereich herunter zu teilen und so elektronischzählbar zu machen. Das Verfahren wurde mit verschiedenen Systemen ausgiebig

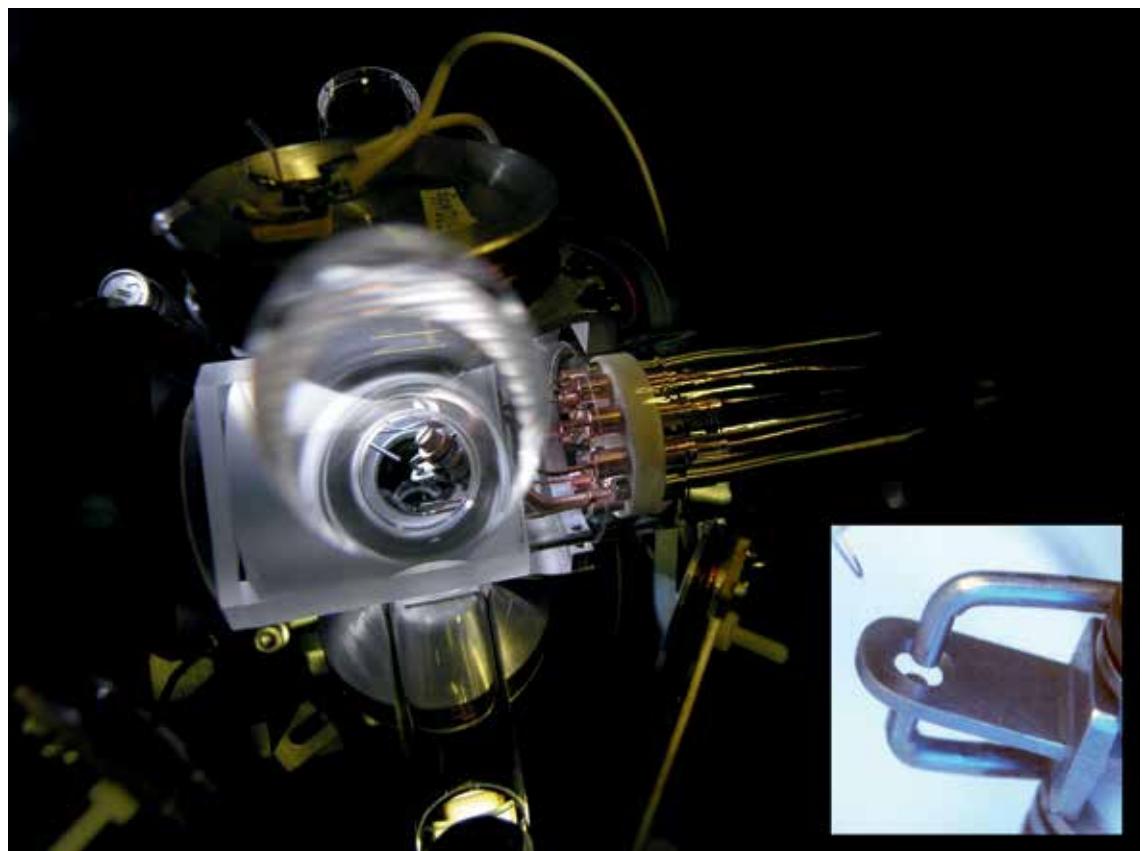


Bild 6:
Die Ionenfalle der optischen Yb-Uhr der PTB. In der Glas-Vakuumkammer sind die Elektroden der Paul-Falle zu sehen, in der ein Yb^+ -Ion gespeichert wird. Rechts unten: Detailansicht der Falle. Die Ringelektrode besitzt einen Innendurchmesser von 1,4 mm.



getestet und erwies sich tatsächlich als so zuverlässig, dass sich hohe Zahlen von mehr als 10^{18} optischen Schwingungen fehlerfrei, d. h. ohne Verlust eines einzigen Zyklus, verfolgen lassen. Für diese Erfinding und ihre ersten bahnbrechenden Anwendungen wurden Theodor Hänsch und John Hall 2005 mit dem Physik-Nobelpreis ausgezeichnet [31].

(3) Um Frequenzverschiebungen durch den klassischen, linearen Dopplereffekt zu vermeiden, muss die Bewegung des Atoms im anregenden Strahlungsfeld auf einen Bereich eingeschränkt werden, dessen Ausdehnung kleiner als die Wellenlänge ist. Bei der Caesiumfontäne ist diese Wellenlänge etwa 3 cm und das Kriterium lässt sich selbst mit Atomen im freien Fall erfüllen. Bei der optischen Uhr mit einer Wellenlänge im Bereich einiger Hundert nm kann dies nur erreicht werden, wenn die Atome in einer Falle gehalten werden. Die Lokalisierung der Atome in einer optischen Uhr beruht auf der Kombination von einem einschließenden Potential (einer Falle für Atome) und der Laserkühlung, mit der dem Atom Bewegungsenergie entzogen wird. Eine Falle lässt sich besonders gut für geladene Atome (Ionen) mit elektrischen Feldern realisieren (Bild 6). Die Ladung erfüllt die Funktion eines Haltegriffs, mit dem sich das Atom fixieren lässt, ohne dabei seine innere Struktur und damit die für die Uhr entscheidende Resonanzfrequenz wesentlich zu stören. Die ersten Vorschläge für eine optische Uhr wurden von Hans Dehmelt (Physik Nobelpreisträger 1989, gemeinsam mit Norman Ramsey und Wolfgang Paul, dem Namensgeber für die „Paul-Falle“ zur Speicherung von Ionen) in den 1970er-Jahren gemacht und beruhen auf einem einzelnen, in einer Ionenfalle gespeicherten und gekühlten, Ion [32]. Bei neutralen Atomen fehlt solch ein Haltegriff und Kräfte lassen sich daher nur ausüben, indem man an der Ladungsverteilung im Atom angreift und damit zwangsläufig die elektronische Struktur beeinflusst. Erst 2001 wurde es auf einen Vorschlag von Hidetoshi Katori hin klar, dass man dennoch auch mit neutralen Atomen eine sehr genaue optische Uhr bauen kann, indem man eine Falle konstruiert, die beide Energieniveaus des Übergangs, der die Referenzfrequenz der Uhr bestimmt, genau gleich verschiebt [33]. Die Falle wird vom elektrischen Feld im Interferenzmuster mehrerer Laserstrahlen gebildet, deren „magische“ Wellenlänge so gewählt ist, dass die genannte Bedingung erfüllt ist. Man nennt diese Anordnung ein optisches Gitter, da sich viele, die Atome einschließende Potentialminima periodisch im Raum bilden (Bild 7). Hier kommt ein wichtiger Vorteil einer Uhr mit neutralen Atomen zum Tragen: Es lassen sich selbst bei geringen Dichten im Ultrahochvakuum leicht Ensembles aus einigen Tausend

Atomen kühlen und speichern. Da sich gleiche Ionen elektrostatisch abstoßen, basiert die Ionenuhr hingegen auf einem einzelnen Ion, und das für die Frequenzsteuerung der Uhr erzielbare Signal ist entsprechend schwächer. Im Gegenzug ist die Ionenfalle wesentlich tiefer als das optische Gitter für Atome und die Speicherung daher stabiler: In etlichen Experimenten wurde bereits dasselbe Ion für mehrere Monate beobachtet.

Die Methoden der Speicherung und Laserkühlung sind auf eine Vielzahl von Atomen und Ionen in unterschiedlichen Ladungszuständen anwendbar. Bei der Auswahl des Atoms für eine optische Uhr spielen daher die Eigenschaften des Referenzübergangs eine wichtige Rolle. In den Arbeiten von Dehmelt [32] wird auf das Ion Tl^+ (Thallium) hingewiesen, und diese Auswahl beruht auf vorteilhaften Eigenschaften seiner Elektronenhülle: Im Grundzustand und auch im ersten angeregten Zustand koppeln die zwei Valenzelektronen zu einem Paar mit verschwindendem Drehimpuls. Dadurch sind die von äußeren elektrischen und magnetischen Feldern hervorgerufenen Verschiebungen von Energieniveaus deutlich kleiner als in Zuständen mit einem einzelnen Valenzelektron. Der Übergang zwischen beiden Niveaus verletzt die Auswahlregeln für elektrische Dipolstrahlung und besitzt daher die für eine Atomuhr benötigte geringe natürliche Linienbreite. Wegen diverser praktischer Nachteile wurden bisher keine Experimente zu einer Tl^+ -Uhr gemacht, aber die Mehrzahl der heute untersuchten Systeme besitzen dieselbe Struktur mit zwei Valenzelektronen: in den Atomen Sr, Hg, Yb und den Ionen In^+ und Al^+ . Eine Ausnahme bildet die an der PTB entwickelte optische Uhr mit Yb^+ [34], einem Ion der seltenen Erden, das eine äußerst schmale und ebenfalls von äußeren Feldern nur wenig beeinflusste Linie zwischen zwei Niveaus mit den elektronischen Bahndrehimpulsen 0 und 3 aufweist. Bild 8 zeigt ein Anregungsspektrum dieser Linie. Die Linienbreite ist durch die Wahl der Laserpulsdauer bestimmt und hier mit 2,4 Hz etwas größer als bei der Fontänenuhr. Da aber die abgefragte Frequenz um etwa einen Faktor 70 000 höher liegt (es handelt sich um blaues Licht bei 467 nm Wellenlänge) kann dieses Signal für eine Uhr mit deutlich verbesserter Stabilität verwendet werden.

Basierend auf diesen grundlegenden Konzepten wurden in den zurückliegenden 15 Jahren spektakuläre Fortschritte in der Entwicklung optischer Uhren erreicht, angefangen von spektroskopischer Auflösung von Linienbreiten im Bereich einiger Hz bei optischen Übergängen, über Messungen von optischen Übergangsfrequenzen mit Bezug auf Caesium-Fontänenuhren im Unsicherheitsbereich 10^{-16} , bis hin zu systematischen Unsicherheiten im Bereich 10^{-18} . Damit sind optische Uhren jetzt auf kurzen Zeitskalen etwa um einen

Bild 7:
Die einfachste Atomfalle für eine optische Gitteruhr entsteht durch einen in sich zurück reflektierten Laserstrahl. Hier ist schematisch die Intensitätsverteilung einer solchen Stehwelle zu sehen: In Strahlrichtung sind die Intensitätsmaxima, die die Atome speichern, 400 nm breit, lateral dazu 150 µm.

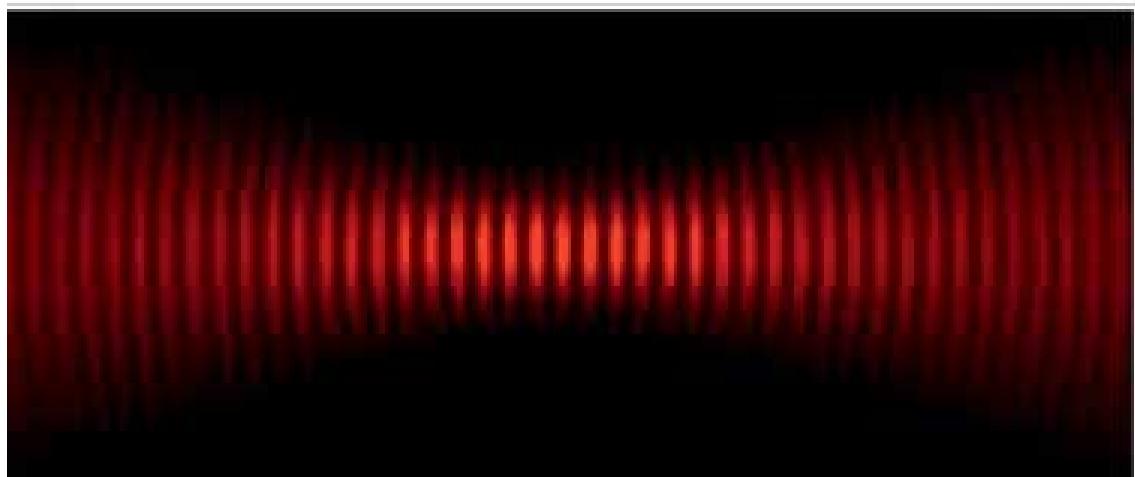
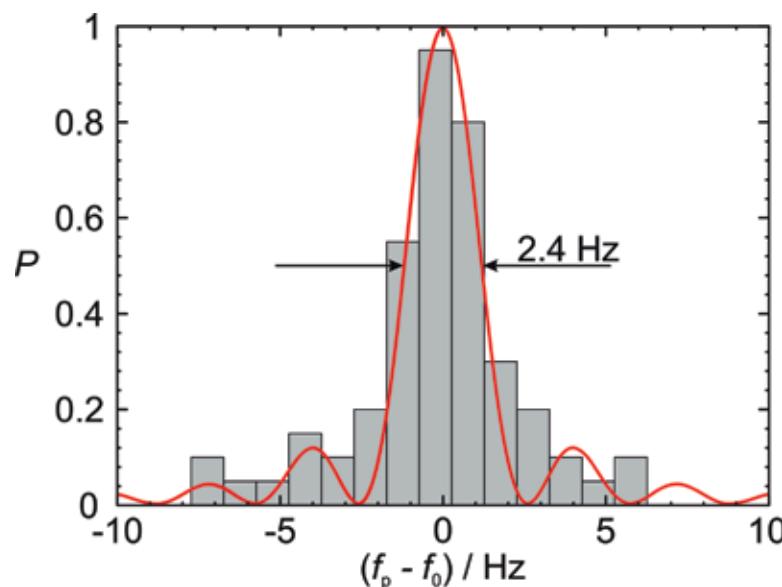


Bild 8:
Übergangswahrscheinlichkeit P in der optischen Yb-Uhr der PTB als Funktion der Laserfrequenz. Mit Laserpulsen von 0,335 s Dauer wird eine Linienbreite von 2,4 Hz bei einer optischen Frequenz von 642 THz erreicht. Bei jeder Frequenz wurde die Zahl der erfolgten Anregungen in 20 Versuchen gezählt (graue Balken). Die rote Linie zeigt das theoretisch in Abwesenheit von jeglichem Oszillatordrauschen erwartete Spektrum.



Auf dem Weg zu einer Neudeinition der Sekunde

Da jetzt Frequenzvergleiche und die Messung von Frequenzverhältnissen optischer Uhren mit einer geringeren Unsicherheit möglich sind, als es die gegenwärtige Realisierung der SI-Sekunde erlaubt, gewinnt die Diskussion um eine mögliche Neudeinition der Sekunde an Bedeutung. Rückblickend betrachtet kann man das Grundprinzip der SI-Definition der Sekunde von 1967 als ein Erfolgsmodell bezeichnen: Eine geeignete atomare Übergangsfrequenz wird unter idealen Bedingungen realisiert und eine festgeschriebene Zahl von Schwingungsperioden als Zeiteinheit festgelegt. Es erscheint daher naheliegend, dieses Modell zu gegebener Zeit mit einem geeignet gewählten optischen Übergang weiterzuführen. Der neue Zahlenwert der Schwingungsperioden pro Zeiteinheit würde experimentell aus Messungen des Frequenzverhältnisses der optischen Uhr zur Caesiumuhr bestimmt werden. In Vorbereitung eines solchen Vorgehens werden seit 2001 von einer Arbeitsgruppe des beratenden Komitees für Zeit und Frequenz die Ergebnisse von Frequenzmessungen geeigneter Übergänge gesammelt und evaluiert und daraus empfohlene Frequenzen für sogenannte sekundäre Realisierungen der Sekunde abgeleitet. Zurzeit werden acht verschiedene Übergänge empfohlen: die in einer Rubidiumfontäne realisierbare Hyperfeinstrukturfrequenz von ^{87}Rb , die in optischen Gittern untersuchten Systeme ^{87}Sr und ^{171}Yb und fünf Übergänge der Ionen $^{27}\text{Al}^+$, $^{88}\text{Sr}^+$, $^{171}\text{Yb}^+$ (mit zwei Übergängen) und $^{199}\text{Hg}^+$. In den nächsten Jahren werden mehr und mehr optische Frequenzverhältnisse gemessen werden und können dann für Konsistenztests im Unsicherheitsbereich von 10^{-18} verwendet werden. Die Vielfalt der aussichtsreichen Kandidaten und die schnell fortschreitende Entwicklung neuer Techniken und Methoden erlauben es heute noch nicht, einen klaren Favoriten für die Nachfolge von



Caesium auszumachen. Vermutlich werden, wie es heute im Mikrowellenbereich mit Caesiumuhren, kleinen kommerziell erhältlichen Rubidiumuhren und Wasserstoffmasern der Fall ist, je nach Anwendung unterschiedliche optische Uhren eingesetzt werden. Da die überwiegende Mehrheit der praktischen Anwendungen von Atomuhren und atomaren Frequenznormalen heute im Mikrowellenbereich liegt und die derzeitigen Anforderungen dort gut erfüllt werden, werden Caesiumuhren auf absehbare Zeit auch im neuen SI-System kaum an Bedeutung verlieren.

Es ist als Zeichen für die Dynamik des Feldes zu sehen, dass sich die Rangfolge der jeweils „besten“ Uhren von Jahr zu Jahr ändert. Die interessantesten Anwendungen der neuen Uhren liegen derzeit in der Wissenschaft, insbesondere bei der Suche nach „neuer Physik“ an den Grenzen der grundlegenden Theorien, wie der Relativitätstheorie und der Quantenphysik. Durch die unterschiedliche Struktur (wie Masse und Kernladung) der verwendeten atomaren Referenzsysteme würden sich bisher nur vermutete neue Effekte, wie Änderungen der Kopplungskonstanten der fundamentalen Wechselwirkungen oder eine zusätzliche Kopplung an Dunkle Materie, in Frequenzverschiebungen zwischen den unterschiedlichen Atomuhren äußern. Die hohe Präzision in der Messung von Frequenzen könnte damit ein Fenster zu neuen Einblicken in die Grundlagen der Physik öffnen. Für diese Grundlagenforschung ist keine Neudeinition der Sekunde erforderlich. Umgekehrt würde die vorzeitige Benennung eines Kandidaten für eine beabsichtigte Neudeinition vermutlich die dem Arbeitsgebiet eigene Dynamik und Vielfalt beschneiden.

Literatur

- [1] A. Scheibe; Genaue Zeitmessung, Ergeb. Ex. Naturw. **15** (1936) S. 262–309 (mit zahlreichen Originalzitaten)
- [2] R. E. Beehler; A historical review of atomic frequency standards, NBS Monograph 140 Chapter 4, Boulder (1974)
- [3] P. Forman; Atomic chron: the atomic clock from concept to commercial product, Proc. IEEE **73** (1985) S. 1181–1204
- [4] H. Schmidt-Böcking, K. Reich; Otto Stern, Physiker, Querdenker, Nobelpreisträger, Biographienreihe der Goethe-Universität Frankfurt, Societäts-Verlag, 2011
- [5] Ref. 19 in [3]
- [6] N. F. Ramsey; A molecular beam resonance method with separated oscillatory fields, Phys. Rev. **73** (1950) 695
- [7] N. F. Ramsey; Molecular Beams, London, New York, Oxford University Press (1956)
- [8] National Physical Laboratory, Teddington , UK, and Ray Essen, “The Memoirs of Louis Essen, father of atomic time” (2015), Chapter V
- [9] L. Essen und J. Parry; Atomic standard of time and frequency, Nature **176** (1955) 280
- [10] W. Markowitz, R. G. Hall, L. Essen, J. V. L. Parry; Frequency of cesium in terms of ephemeris time, Phys. Rev. Lett. **1** (1958) 105
- [11] A. Bauch, P. Hetzel, D. Piester; Zeit- und Frequenzverbreitung mit DCF77: 1959–2009 und darüber hinaus, PTB-Mitt. **119** (2009) S. 217–240
- [12] J. H. Holloway, R. F. Lacey; Factors which limit the accuracy of cesium atomic beam frequency standards, Proc. Intern. Conf. Chronometry (CIC 64) (1964) S. 317–331
- [13] G. Becker; Stand der Atomuhrentechnik, Jahrbuch der Deutschen Gesellschaft für Chronometrie **18** (1967) S. 35–40
- [14] G. Becker, B. Fischer, G. Kramer, E. K. Müller; Neuentwicklung einer Cesiumstrahlapparatur als primäres Zeit- und Frequenznormal an der PTB, PTB-Mitteilungen **69** (1969) S. 77–80
- [15] A. Bauch; The PTB primary clocks CS1 and CS2, Metrologia **42** (2005) S43
- [16] A. De Marchi; The Optically Pumped Caesium Fountain: 10^{-15} Frequency Accuracy?, Metrologia **18** (1982) 103
- [17] A. Clairon et al.; Ramsey resonance in a Zacharias fountain, Europhys. Lett. **16** (1991) 165
- [18] R. Wynands and S. Weyers; Atomic fountain clocks, Metrologia **42** (2005) S64
- [19] A. Clairon et al.; A Cesium Fountain Frequency Standard: Preliminary Results, IEEE Trans. Instrum. Meas. **44** (1995) 128
- [20] S. Weyers, U. Hübler, R. Schröder, Chr. Tamm, A. Bauch; Uncertainty evaluation of the atomic caesium fountain CSF1 of PTB, Metrologia **38** (2001) 343
- [21] V. Gerginov et al., Uncertainty evaluation of the caesium fountain clock PTB-CSF2, Metrologia **47** (2010) 65
- [22] S. Weyers, V. Gerginov, N. Nemitz, R. Li and K. Gibble; Distributed cavity phase frequency shifts of the caesium fountain PTB-CSF2, Metrologia **49** (2012) 82
- [23] Die aktuellen Meldungen der primären Uhren zu TAI sind unter <http://www.bipm.org/jsp/en/TimeFtp.jsp> zu finden (Letzter Zugriff am 28.06.2016)
- [24] s. z. B. IEEE Trans. UFFC **45**, Juli 1998, Sonderheft zum „Dick-Effekt“
- [25] Chr. Tamm et al.; Cs-based optical frequency measurement using cross-linked optical and microwave oscillators, Phys. Rev. A **89** (2014) 023820
- [26] J. Vanier und C. Audoin; The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards, Adam Hilger, Bristol and Philadelphia, 1989; J. Vanier und C. Tomescu; The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards – Recent Developments, CRC Press, Boca Raton, London, und New York, 2016

- [27] *R. Li and K. Gibble*; Evaluating and minimizing distributed cavity phase errors in atomic clocks, *Metrologia* **47** (2010) 534
- [28] *S. Ghezali, Ph. Laurent, S. N. Lea and A. Clairon*; An experimental study of the spin-exchange frequency shift in a laser-cooled cesium fountain frequency standard, *Europhys. Lett.* **36** (1996) 25
- [29] *P. J. Leo, P. S. Julienne, F. H. Mies, and C. J. Williams*; Collisional Frequency Shifts in ^{133}Cs Fountain Clocks, *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 3743
- [30] *A. D. Ludlow, M. M. Boyd, Jun Ye, E. Peik, P. O. Schmidt*; Optical Atomic Clocks, *Rev. Mod. Phys.* **87** (2015) 637
- [31] *J. L. Hall*; Nobel Lecture: Defining and measuring optical frequencies, *Rev. Mod. Phys.* **78** (2006) 1279; *T. W. Hänsch*; Nobel Lecture: Passion for precision, *Rev. Mod. Phys.* **78** (2006) 1297
- [32] *H. Dehmelt*; Coherent spectroscopy on single atomic system at rest in free space, *J. Phys. (Paris)* **42** (1981) C8–299
- [33] *H. Katori*; Spectroscopy of Strontium atoms in the Lamb-Dicke confinement, in Proc. of the 6th Symposium on Frequency Standards and Metrology, World Scientific, Singapore (2002)
- [34] *N. Huntemann, M. V. Okhapkin, B. Lipphardt, Chr. Tamm, and E. Peik*; High-accuracy optical clock based on the octupole transition in $^{171}\text{Yb}^+$, *Phys. Rev. Lett.* **108** (2012) 090801



Interferometrie – wie entlocke ich dem Licht eine Länge?

René Schödel*

1. Historisches und Einführung

Der Wunsch nach einem universellen Maß für die Länge reicht viele Jahrhunderte zurück. Im Mittelalter hatte sich eine Vielzahl regional verschiedener Längenmaße etabliert, welche zum Teil heute noch geläufig sind. Diese Diversität war ein Hemmnis für den zunehmend überregional werdenden Handel. Eine der ersten Ideen für ein universelles Längenmaß war das Sekundenpendel, vorgeschlagen von Abbé Jean Picard, 1668. Hierbei wurde der physikalische Zusammenhang zwischen der Länge eines Pendels und dessen Schwingungsdauer betrachtet. Allerdings zeigte sich, dass, bedingt durch regionale Unterschiede im Schwerkraftfeld der Erde, die Schwingungsdauer eines solchen Pendels deutliche Unterschiede aufwies. Damit konnte diese Definition dem Anspruch an Universalität einer Länge nicht genügen. Nach der französischen Revolution setzte sich die Idee eines metrischen Einheitensystems durch. 1799 wurde das Urmeter als verkörpertes Längenmaß geschaffen, dessen Länge dem 10-millionstel der Entfernung vom Äquator bis zum Nordpol (Erdmeridianquadrant) entsprechen sollte. Dass diese Aussage nicht zutreffend war, da die Erde sich als keine perfekte Kugel und damit ungeeignet zur Definition des Meters erweisen sollte, und dass dieser Urmeter eigentlich 0,2 mm zu kurz geraten war, erkannte man später. Im Jahr 1889 führte das Internationale Büro für Maß und Gewicht (BIPM) den Internationalen Meterprototyp für die Einheit Meter, einen Stab aus einer Platin-Iridium-Legierung mit kreuzförmigem Querschnitt ein und legte die Länge des Meters als Abstand der Mittelstriche zweier Strichgruppen bei einer Temperatur von 0 °C fest.

Erst seit 1960 beruht die Definition des Meters nicht mehr auf einer zu bewahrenden Maßverkörperung bzw. dessen Kopien. Auf der 11. Generalkonferenz für Maß und Gewicht (CGPM) wurde der Meter als das 1 650 763,73-fache der Wellenlänge des von ^{86}Kr beim Übergang zwischen den Zuständen 5d5 und 2p10 ausgesandten Lichtes in Vakuum definiert. Diese Definition basierte maßgeblich auf einer, von Johann Georg Ernst Engelhard an der

PTB entwickelten, Krypton-86-Spektrallampe einer Wellenlänge von ca. 606 nm.

Mit der Festlegung eines Zahlenwerts für die Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 wurde 1983 die derzeit international gültige Definition für den Meter beschlossen:

„Die Länge eines Meters ist die Strecke, die Licht im Vakuum innerhalb des Zeitintervalls von 1/299 792 458 Sekunden durchläuft.“

Diese Definition setzt eine Messmethode voraus, die es ermöglicht, die Länge entlang einer räumlichen Dimension, bzw. entlang verkörpernder Längenmaße darzustellen. Letztere haben ihre Bedeutung nämlich nicht verloren, sie dienen der Weitergabe der Maßeinheit Meter in die Industrie und Gesellschaft. Die Genauigkeit der Darstellung von Längen mittels geeigneter Längenmessverfahren befindet sich in einem stetigen Entwicklungsprozess, getriggert von neuen Anforderungen an die Genauigkeit. Die folgenden Kapitel dieses Beitrags sollen die Grundlagen dieser Verfahren beschreiben.

2. Die direkte Messung einer Zeitdifferenz zur Realisierung der SI-Basiseinheit Meter

Der Wortlaut der Definition „Ein Meter ist definiert als die Länge der Strecke, die das Licht im Vakuum während der Dauer von 1/299 792 458 Sekunden zurücklegt“ legt zunächst die Vorstellung einer direkten Zeitmessung im Zusammenhang mit einer Längenmessung nahe (1 m entspricht 3,335 640 952 ns). Tatsächlich wird beispielsweise die Entfernung Erde – Mond durch Bestimmung der Zeit, die ein Laserpuls von der Erde zum Mond und zurück benötigt, gemessen (etwa 2,6 Sekunden). Von amerikanischen und sowjetischen Mondmissionen wurden dazu insgesamt fünf Retroreflektoren auf dem Mond platziert. Damit konnte u. a. nachgewiesen werden, dass die mittlere Entfernung zwischen dem Mond und der Erde jährlich um etwa 3,8 cm zunimmt.

* Dr. René Schödel,
Fachbereich „Interferometrie an Maßverkörperungen“,
E-Mail:
rene.schoedel@ptb.de

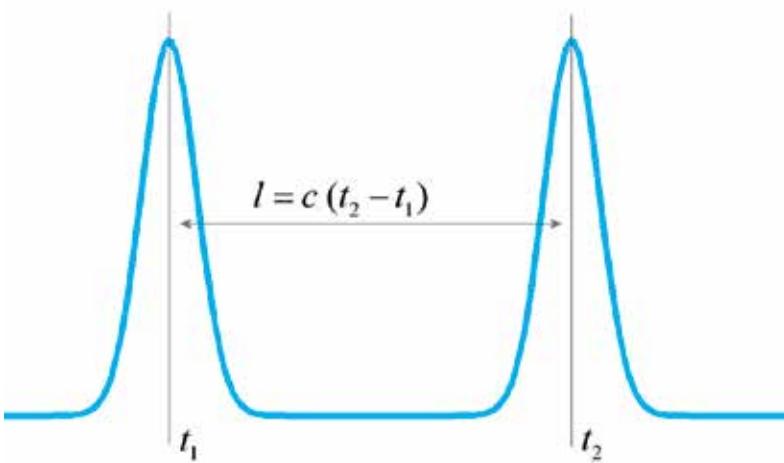


Bild 1:
Zusammenhang zwischen einer Länge und der Laufzeitdifferenz von Licht

Licht-Laufzeit-basierte Entfernungsmessungen werden nicht nur im Weltraum angewendet, sondern kommen in einer Vielzahl von Messgeräten, z. B. in der Geodäsie (Tachymeter, globale Navigationssatellitensysteme), aber auch in handelsüblichen Entfernungsmessern zum Einsatz. Hierbei werden, je nach Anforderung an die Genauigkeit, verschiedene Modulations- und Mustererkennungstechniken angewendet. In jedem Fall muss der Einfluss der Luft auf die Lichtgeschwindigkeit berücksichtigt werden, da die Luftbrechzahl n diese herunterskaliert ($c = c_0/n$). Bei Vernachlässigung dessen wird, unter atmosphärischen Bedingungen, die Länge um ca. 0,3 mm pro Meter Messlänge zu lang gemessen. Für genaue Messungen ist es daher unerlässlich, die Parameter der Luft (Druck, Temperatur, Feuchte) entlang der Messstrecke zu erfassen, um damit den Einfluss der Luftbrechzahl korrigieren zu können. Da die Luftbrechzahl von der Wellenlänge abhängt (Dispersion) ist es bei laufzeitbasierten Messungen in Luft zudem wichtig, die tatsächlich detektierbare Signalgeschwindigkeit (Gruppengeschwindigkeit) zu betrachten, welche mit der sogenannten Gruppenbrechzahl zusammenhängt und sich aus der „normalen“ Brechzahl berechnen lässt.

Auch bei kürzeren Entfernungen lässt sich relativ einfach demonstrieren, dass eine Verlängerung des Lichtweges zu einer zeitlichen Verzögerung, z. B. eines Lichtimpulses, führt. Für genaue Längenmessungen im Bereich weniger Meter und darunter stößt diese Methode schnell an Genauigkeitsgrenzen, z. B. müsste bereits für eine 1-mm-genaue Längenmessung eines Meters die Zeitdifferenz auf ca. 3,3 ps genau gemessen werden.

3. Interferometrie zur Darstellung der SI-Basiseinheit Meter

Zur Längenmessung im Bereich weniger Meter und darunter, aber auch für die genaueste Darstellung einer Länge im Allgemeinen, bieten sich interferometrische Messverfahren an, mit denen sich Längenmessungen sub-nm-genau durchführen lassen. Im Folgenden soll die Grundidee der interferometrischen Längenmessung und deren Zusammenhang mit der genannten Definition des Meters erklärt werden.

Interferometrie ist eine Messmethode, die auf der Überlagerung von Wellen basiert. Das elektrische Feld einer einzelnen Lichtwelle mit Ausbreitung in z -Richtung lässt sich mathematisch beschreiben als $E(z,t) = A \cos[\varphi] = A \cos[\omega t - kz + \delta]$, mit den Kenngrößen A : Amplitude, φ : Phase, ω : Kreisfrequenz, k : Wellenzahl, δ : Anfangsphase. Der Zusammenhang der Größen ω und k mit den Parametern Wellenlänge λ und Frequenz v besteht über $k = 2\pi/\lambda$ bzw. $\omega = 2\pi v$. Die Lichtgeschwindigkeit c entspricht der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellenfronten, der sogenannten Phasengeschwindigkeit. Während der Periodendauer $T = 1/v$ bewegt sich die Wellenfront um eine Wellenlänge in Ausbreitungsrichtung, was sich aus der Betrachtung $\varphi = \text{const.}$ ergibt ($\omega t = kz$). Daraus resultiert der wichtige Zusammenhang $c = \lambda v$.

Da die Frequenz von Lichtwellen im Bereich 300 THz bis ca. 600 THz liegt, kann deren zeitliche Periodizität mit keinem Detektor direkt erfasst werden. Messbar ist lediglich die mittlere Intensität I einer Lichtwelle, welche im Wesentlichen¹ proportional zum Quadrat eines zeitlichen Mittelwertes des elektrischen Feldes ist. Mathematisch ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen Intensität und Amplitude:

$$I = \left\langle E^2 \right\rangle_t = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\int_0^t (E(t,z))^2 dt}{t} = \frac{A^2}{2} \quad (1)$$

Abgesehen von der Eigenschaft „Farbe“ offenbart eine einzelne Lichtwelle, aufgrund der extrem hohen Frequenz, nicht deren Welleneigenschaften. Erst die Überlagerung (Interferenz) mehrerer Wellen eröffnet einen Zugang, u. a. zur Wellenlänge. Um dies zu verdeutlichen wird im Folgenden die Intensität zweier, sich überlagernder Lichtwellenwellen betrachtet:

$$\begin{aligned} E_1 &= A_1 \cos[\varphi_1] \\ E_2 &= A_2 \cos[\varphi_2] \end{aligned} \rightarrow I = \left\langle (E_1 + E_2)^2 \right\rangle = \frac{A_1^2}{2} + \frac{A_2^2}{2} + A_1 A_2 \cos[\varphi_1 - \varphi_2] \quad (2)$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos[\varphi_1 - \varphi_2]$$

$$= I_0 (1 + \gamma \cos[\varphi_1 - \varphi_2]),$$



worin γ den sogenannten Interferenzkontrast beschreibt, $\gamma = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$

und $I_0 = I_1 + I_2$ gewählt wurde. Die Einzelphasen φ_1 und φ_2 beinhalten jeweils die Parameter Frequenz und Wellenlänge ($\varphi_{1/2} = \omega_{1/2} t - k_{1/2} z + \delta_{1/2}$).

Überlagern sich zwei Lichtwellen gleicher Frequenz (und damit gleicher Wellenlänge), die sich entlang derselben Achse (in z -Richtung) ausbreiten, dann hat die resultierende Welle die gleichen Eigenschaften hinsichtlich dieser Parameter. Dies lässt sich für zwei Wellen gleicher Amplitude sehr einfach zeigen², wo sich:

$$E_1 + E_2 = A \cos[\omega t - kz + \delta_1] + A \cos[\omega t - kz + \delta_2] = 2A \cos[\omega t - kz + (\delta_1 + \delta_2)/2] \cdot \cos[(\delta_1 - \delta_2)/2]$$

ergibt. Die überlagerte Welle ist demnach keine sogenannte „stehende Welle“, sie breitet sich mit einer bestimmten Phasenverschiebung in die gleiche Richtung aus wie die Einzelwellen. Die Intensität dieser Welle ist im Wesentlichen durch die Verschiebung der Wellen zueinander bestimmt,

i. a. $I = I_0 (1 + \gamma \cos[\delta_1 - \delta_2])$ bzw.

$$I = I_0 (1 + \cos[\delta_1 - \delta_2]) \quad \text{für}$$

$$A_1 = A_2 = A \Rightarrow \gamma = 1 \quad .$$

Bild 2 veranschaulicht die räumliche Überlagerung zweier identischer Wellen für drei verschiedene Phasenverschiebungen $\Delta\varphi = \delta_1 - \delta_2$. Jeweils rechts neben den Graustufendarstellungen sind die Intensitäten der Einzelwellen sowie jene der resultierenden Überlagerung eingezeichnet. Dieses Beispiel beinhaltet den Fall der vollständigen gegenseitigen Auslöschung (destruktive Interferenz) für Phasendifferenzen, die ungeradzahligen Vielfachen von π entsprechen sowie den Fall der konstruktiven Interferenz für geradzahlige Vielfache von π .

Interessanterweise wird hierbei offen sichtbar, dass, abhängig von der Verschiebung der Wellen zueinander, die Intensität der Überlagerung bei konstruktiver Interferenz ($\Delta\varphi = 0, 2\pi, \dots$) doppelt so groß ist wie die Summe der Intensitäten der Einzelwellen. Dieser „Widerspruch“ lässt sich jedoch einfach auflösen, indem man die Erzeugung der zur Interferenz fähigen Einzelwellen betrachtet. Bild 3 zeigt eine Anordnung, Interferometer genannt, in welcher eine Lichtwelle der Intensität I auf einen Strahlteiler trifft. Der Einfachheit halber hat der hier angenommene Strahl-

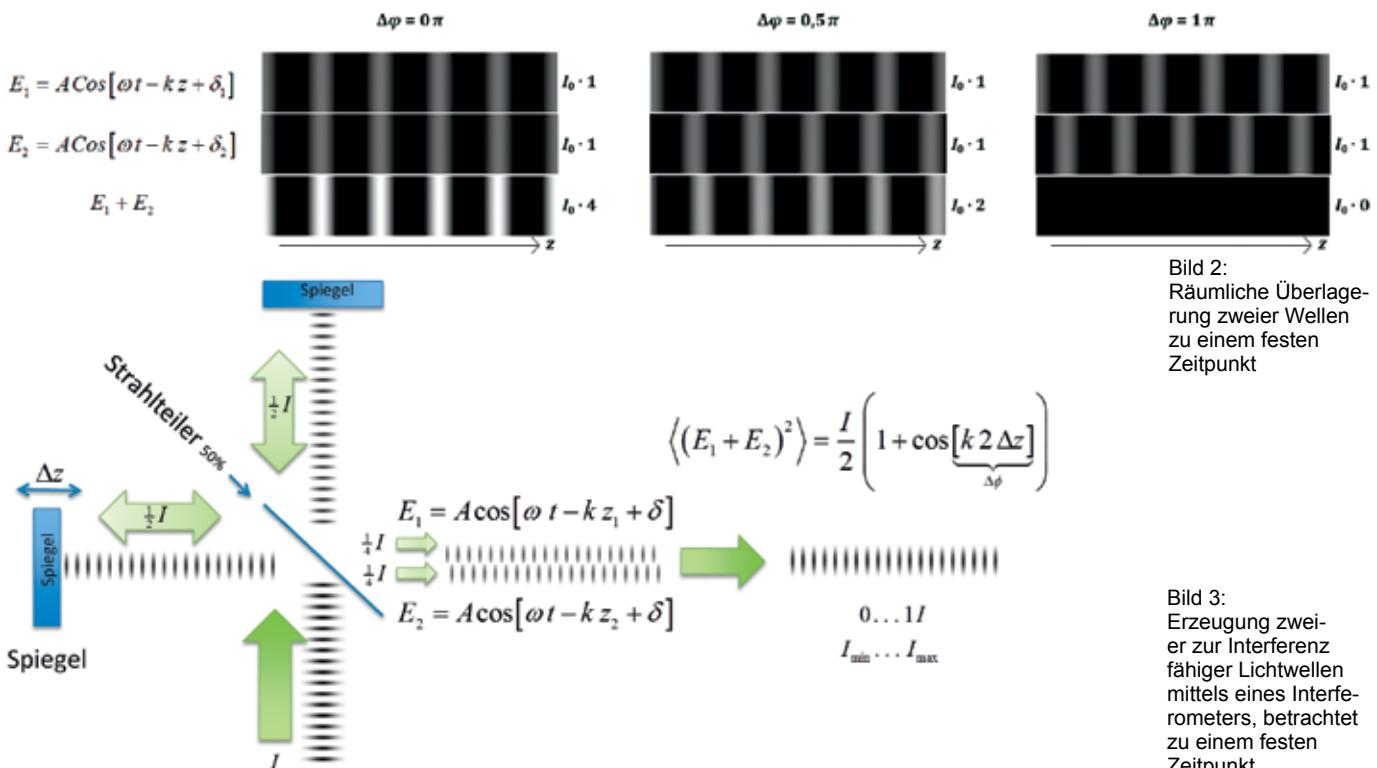


Bild 2:
Räumliche Überlagerung zweier Wellen zu einem festen Zeitpunkt

Bild 3:
Erzeugung zweier zur Interferenz fähiger Lichtwellen mittels eines Interferometers, betrachtet zu einem festen Zeitpunkt

¹ Streng genommen ist die Intensität einer elektromagnetischen Welle, d. h. deren Leistungsdichte, definiert als zeitlicher Mittelwert des sogenannten Poynting-Vektors $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H}$. Die Dichte des elektrischen Feldes \vec{E} ist i. Allg. proportional der des magnetischen Feldes \vec{H} . Der Einfachheit halber werden hier alle Proportionalitätsfaktoren = 1 gesetzt.

² $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

teiler ein Verhältnis von genau 50 % Transmission zu 50 % Reflexion und die Spiegel, auf welche die Lichtwellen treffen, sind identisch und jeweils exakt senkrecht zur Strahlrichtung „justiert“. Der Strahlteiler ist so eingestellt, dass sich die an den beiden Spiegeln reflektierten Lichtwellen am Ausgang des Interferometers exakt überlagern. Der zweifache Durchgang durch den Strahlteiler reduziert die Intensität der Einzelstrahlen auf jeweils ein Viertel. Unterschiede in der zurückgelegten optischen Weglänge der beiden Wellen führen zu einer Phasenverschiebung $\Delta\varphi = k \Delta z$, welche wiederum die Intensität des Lichtes am Ausgang des Interferometers bestimmt. Die maximale Intensität ist jedoch niemals größer als die Intensität der in das Interferometer einlaufenden Welle, wie in Bild 3 verdeutlicht³.

Um zu erklären, warum es mittels eines Interferometers gelingt, die genannte SI-Definition für den Meter zu realisieren, sei nochmals ein Interferometer gezeigt, allerdings ohne die idealisierten Einschränkungen, wie sie in Bild 3 getroffen wurden. Bild 4, links, veranschaulicht den allgemeinen Fall eines sogenannten Zweistrahlinferometers, d. h. für beliebige Teilungsverhältnisse zwischen der Intensität des Referenzstrahls und dem sogenannten Messstrahl. Während der Referenzspiegel als unveränderlich (stabil) angesehen wird, lässt sich die Position des Messspiegels verändern. Da der Phasenunterschied in Gleichung (2) hierbei durch die Längendifferenz $2 \Delta z$ hervorgerufen wird ($\Delta\varphi = k 2 \Delta z = 2\pi \Delta z / \lambda$), verändert sich dabei die mittels eines Detektors gemessene Intensität periodisch (siehe Bild 4, rechts). Wie stark Maxima und Minima ausgeprägt sind, hängt vom Verhältnis $a = I_1/I_2$, welches den Interferenzkontrast

$\gamma = 2\sqrt{a} / (a+1)$ bestimmt, ab. Bemerkenswert ist, dass die Interferenz selbst bei einem extrem ungünstigen Intensitätsverhältnis von 1/1000 noch sichtbare Variationen aufweist, die sich messtechnisch erfassen lassen. Im einfachsten Fall ist es ausreichend, während der Verschiebung des Messspiegels die Zahl der Perioden – Interferenzordnungen genannt – zu zählen ($\Delta\varphi / 2\pi = 1, 2, \dots$).

In jedem Fall lässt sich eine Verschiebung, bzw. eine Länge ausdrücken als Vielfaches der halben Wellenlänge multipliziert mit der Anzahl von Interferenzordnungen und damit auch als ein Produkt aus der Lichtgeschwindigkeit und einer Zeitdifferenz Δt :

$$\Delta z = \frac{\lambda}{2} \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{1}{2} \underbrace{c}_{\text{Lichtgeschwindigkeit}} \cdot \overbrace{\Delta t}^{\text{Laufzeit(-Differenz) von Licht}}, \quad (3)$$

wobei Δt den Zeitunterschied für das Auftreffen der Wellenfronten (oder auch von Lichtimpulsen, wenn diese in dasselbe Interferometer geleitet würden) auf den Detektor beschreibt:

Ergebnis der Messung mittels Interferometrie

$$\Delta t = \frac{1}{v} \underbrace{\frac{\Delta\varphi}{2\pi}}_{\text{Frequenz des Lichtes}}. \quad (4)$$

Gleichung (3) stellt klar den Zusammenhang zwischen der Laufzeit von Licht und der damit verbundenen Länge dar – genau wie es in der Definition für den Meter nach dem SI formuliert ist. Gleichung (5) sagt aus, was für die Bestimmung der Zeitdifferenz bekannt sein bzw. gemessen werden muss:

- 1.) Die Frequenz des Lichtes v .
- 2.) Die sich durch Veränderung eines Abstandes im Interferometer bzw. durch verschiedene Längen ergebende Phasendifferenz der Interferenz.

Längenmessende Interferometer werden zum überwiegenden Teil in Luft verwendet. Wie bei der direkten Messung von Laufzeitunterschieden (siehe Kapitel 2) führt das Medium Luft zu einer Reduktion der Lichtgeschwindigkeit, d. h. in Gleichung (3) muss λ durch λ/n bzw. c durch c_0/n ersetzt werden. Die Verringerung der

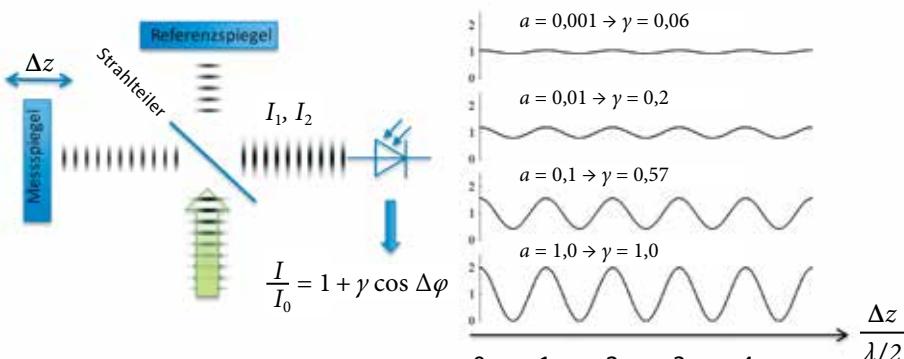


Bild 4:
Erzeugung zweier zur Interferenz fähiger Lichtwellen mittels eines Interferometers (links). Im rechten Bereich ist die Intensität als Funktion der Verschiebung des Messspiegels für verschiedene Intensitätsverhältnisse ($a = I_1/I_2$) dargestellt.

³ Die Frage, wo denn die Energie im Fall der vollständigen Auslöschung am Interferometerausgang bleibt, deckt auf, dass die zum Eingang des Interferometers zurückreflektierten Strahlen in Bild 3 nicht eingezeichnet sind.



Lichtgeschwindigkeit wird durch eine Vergrößerung der zu messenden Phasendifferenz bzw. Zeitdifferenz kompensiert, sodass eine Länge unabhängig davon dargestellt werden kann, ob die Messung in Vakuum oder in Luft stattfindet.

Der Vollständigkeit halber sei hier die für die Darstellung der Länge mittels Interferometrie fundamental wichtige Gleichung gänzlich genannt:

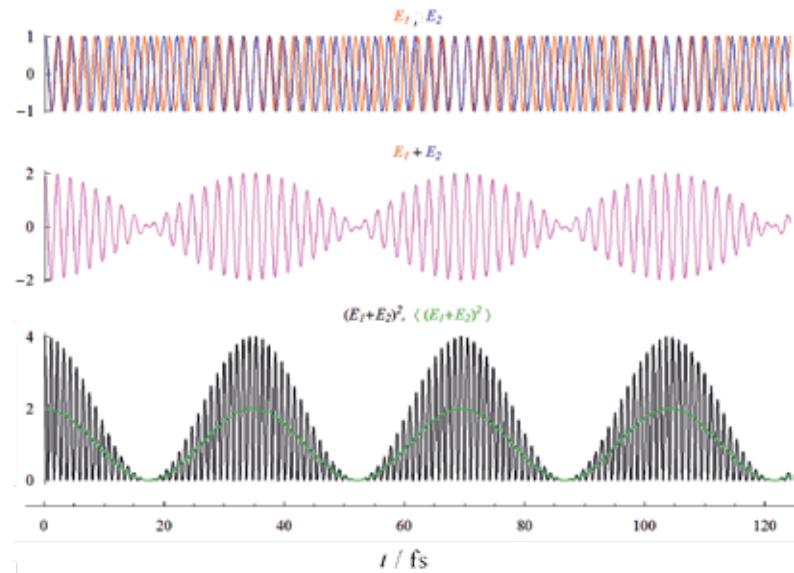
$$\Delta z = \frac{\lambda_0}{2n} \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\lambda_0}{2n} (i + q), \quad (5)$$

in welcher λ_0 die Größe der sogenannten Vakuumwellenlänge, i den ganzzahligen Wert der Interferenzordnungen und q den sogenannten Interferenzbruchteil bezeichnet.

3.1. Optische Frequenznormale

Die Kenntnis der Frequenz ν des Lichtes ist eine notwendige Bedingung für die Darstellung der Länge mittels Interferometrie (siehe Gleichung (4)). Der hieraus abgeleitete Wert der Vakuumwellenlänge ($\lambda_0 = c_0/\nu$) ist jedoch rein fiktiv, da er keine geometrisch relevante Länge sondern den Abstand zwischen Wellenfronten unter idealisierten Bedingungen und im Vakuum beschreibt.

Zur Darstellung der Frequenz einer geeigneten Lichtquelle muss diese Frequenz mit der der primären Zeitnormale (z. B. der Frequenz der Cs-Atomuhren der PTB) verglichen werden. Dazu bedient man sich heutzutage sogenannter Frequenzkammgeneratoren. Mit diesen lassen sich die Frequenzen von optischen Frequenznormalen mit relativen Unsicherheiten von 10^{-15} und darunter darstellen [1]. Um die Frequenz eines sekundären Frequenznormals, z. B. eines Lasers, der für interferometrische Längenmessungen eingesetzt werden soll, an jene einer geeigneten Kammlinie des synchronisierten Frequenzkamms anzuschließen, werden die verschiedenen Lichtquellen auf einem Detektor überlagert, d. h. zur Interferenz gebracht. Bild 5 veranschaulicht das Ergebnis der Interferenz zweier Wellen an einem festen Ort, deren Frequenz sich etwas voneinander unterscheidet, als Funktion der Zeit (entsprechend Gleichung (2)). Im unteren Bereich der Abbildung ist die Intensität dargestellt. Die grüne Kurve zeigt die mittlere Intensität innerhalb einer Periode. Diese entspricht dem sogenannten Schwebungssignal, welches sich aufgrund seiner, im Vergleich zu den Frequenzen der einzelnen Lichtquellen, deutlich kleineren Frequenz ($\nu_{\text{Schwebung}} = |\nu_1 - \nu_2|$) detektieren lässt. Um den Zusammenhang anschaulich darstellen zu können, wurden in Bild 5 unrealistische Annahmen zu den Einzelwellen getroffen ($\lambda_1 = 630 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 670 \text{ nm}$, $\nu_{1/2} = c/\lambda_{1/2}$). In realen Frequenzvergleichen liegen die zugrunde liegenden Frequenzen deutlich dichter beieinander,



sodass sich beobachtbare Schwebungsfrequenzen im Hz-, kHz- bzw. MHz-Bereich ergeben. Die Frequenz einer zu kalibrierenden Lichtquelle ($\nu_{\text{Prüfling}}$) ergibt sich aus der Frequenz eines Normals (ν_{Normal}) zu $\nu_{\text{Prüfling}} = \nu_{\text{Normal}} \pm \nu_{\text{Schwebung}}$. Die Uneindeutigkeit dieses Zusammenhangs ist der Tatsache geschuldet, dass die Schwebungsfrequenz lediglich den Betrag der Frequenzdifferenz angibt ($\nu_{\text{Schwebung}} = |\nu_{\text{Normal}} - \nu_{\text{Prüfling}}|$). Um Eindeutigkeit herzustellen, müssen demnach mehrere Normalfrequenzen zur Verfügung stehen.

Als praktikable Lichtquellen für den Einsatz in der interferentiellen Längenmessung erweisen sich die vom Comité International des Poids et Mesures (CIPM) empfohlenen Lichtquellen, deren Frequenz jeweils durch Stabilisierung von Lasern auf molekulare Hyperfeinstruktur-Übergänge gegeben ist [2]. Hierbei werden relative Unsicherheiten der Frequenz von typischerweise $< 10^{-11}$ erreicht.

Heutzutage werden optische Frequenznormale überwiegend mit dem Ziel weiterentwickelt, zukünftig die Darstellung der Zeit mit, im Vergleich zu heutigen Cs-Atomuhren noch genaueren, sogenannten optischen Uhren zu übernehmen. Derzeit werden schon relative Unsicherheiten der Frequenz von $< 10^{-16}$ erreicht [4], abhängig von der betrachteten Mittelungszeit. Von diesen Verbesserungen kann – im Gegensatz zur Situation bis vor ca. 30 Jahren – die Darstellung der Länge mittels Interferometrie nicht mehr profitieren, da die Frequenz des Lichtes geeigneter Quellen nur einen verschwindend kleinen Anteil zur Messunsicherheit der Länge beiträgt.

3.2. Abstands-scannende Interferometer

Im vorherigen Abschnitt (siehe Bild 4 und Text dazu) wurde bereits das Grundprinzip der scannenden Interferometer genannt: die Beobachtung

Bild 5:
Überlagerung zweier Lichtwellen, deren Frequenz voneinander abweicht, betrachtet an einem festen Ort. Um sowohl die Grundschwingung (hochfrequenter Anteil) als auch die Schwebung (niedrigfrequenter Anteil) einer Lichtwelle zu verdeutlichen, wurden folgende Parameter benutzt:
 $\lambda_1 = 630 \text{ nm}$,
 $\lambda_2 = 670 \text{ nm}$,
 $\nu_{1/2} = c/\lambda_{1/2}$

des sich periodisch verändernden Detektorsignals der Interferenzintensität während einer stetigen Veränderung des Abstandes eines Messspiegels, wobei der Referenzspiegel als stabil angesehen wird. Jede Periode entspricht einer Interferenzordnung, d.h. einer Abstandsänderung um die halbe Wellenlänge des verwendeten Lichtes (Gleichung (5)). Das bedeutet, dass z.B. bei Verwendung von rotem Laserlicht der Wellenlänge 633 nm für einen Meter ca. 3 Millionen Interferenzordnungen gezählt werden müssen. Während dieser Zeit müssen Erschütterungen, aber auch Luftverwirbelungen ausgeschlossen werden. Grundsätzlich können mit heute zur Verfügung stehenden Laserlichtquellen (Kohärenzlängen im km-Bereich), auch sehr große Entferungen gemessen werden. Um gegen Verkippungen der Spiegel unempfindlich zu sein, werden diese als Retrospiegel ausgeführt.

Da die Interferenz maßgeblich durch die Kosinus-Funktion (siehe Gleichung (2)) bestimmt wird, lässt sich aus einem vom Detektor gemessenen periodischen Signal jedoch nicht die Richtung bestimmen, in welche der Messspiegel bewegt wird. Im Extremfall kann sogar eine Vor-Rück-Bewegung eine gleichmäßige Bewegung entlang einer Achse vortäuschen. Verschiedene Möglichkeiten einen eindeutigen Zusammenhang zwischen der Detektorintensität und der Position des Messspiegels herzustellen sind im Folgenden beschrieben.

3.2.1. Das Quadraturverfahren

Beim sogenannten Quadraturverfahren (siehe Bild 5) trifft ein Laserstrahl, dessen Polarisationsachse um 45° gegenüber der Ebene geneigt ist, auf einen Polarisationsstrahlteiler, welcher das ein-

fallende Licht in die beiden zueinander senkrecht stehenden Polarisationsrichtungen aufteilt, d.h. in die parallel zur Einfallsebene polarisierte Komponente (p-Strahl) die den Strahlteiler vollständig passiert und die senkrecht polarisierte Komponente (s-Strahl) die vollständig reflektiert wird. Diese beiden Strahlen werden an Retrospiegeln reflektiert und an dem polarisierenden Strahlteiler wieder zusammengeführt. Am Ausgang des Interferometers liegen dann zwei senkrecht zueinander polarisierte Strahlen vor⁴. Hinter einem weiteren Strahlteiler befinden sich jeweils Polarisatoren vor einem Detektor, deren Achse um 45° geneigt ist und damit die Projektion beider Polarisationskomponenten (s und p) auf die Polarisationsachse des jeweiligen Polarisators bewirken. Nur dadurch ist es möglich, dass die zunächst senkrecht zueinander polarisierten Strahlen zu einem beobachtbaren Interferenzsignal führen. Der an dem Strahlteiler reflektierte Strahl durchläuft vor dem Polarisator noch eine $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte und erzeugt deshalb an dem oberen Detektor ein Signal, das gegenüber dem Signal des anderen Detektors um $\pi/2$ verschoben ist. Dieses Verfahren liefert daher zwei zueinander um $\pi/2$ verschobene Signale der Interferenz, welche Sinus- bzw. Kosinus-Signal genannt werden. Elektronisch aufbereitet, d.h. befreit vom konstanten Anteil und geeignet skaliert, können diese Signale \tilde{I}_{\sin} und \tilde{I}_{\cos} wie in Bild 6, rechts dargestellt werden, z.B. mittels eines Oszilloskops im xy-Betrieb. Eine Verschiebung des Messspiegels führt dann zu einer kreisförmigen bzw. elliptischen Figur auf dem Bildschirm. Je nach Bewegungsrichtung dreht sich der entsprechende Vektor in die eine oder in die andere Richtung. Ein voller Umlauf entspricht dabei einer

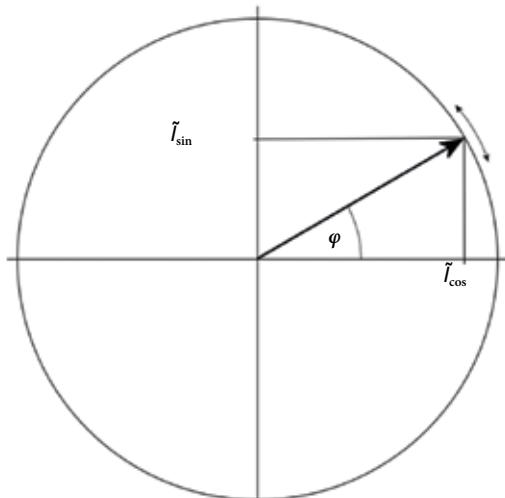
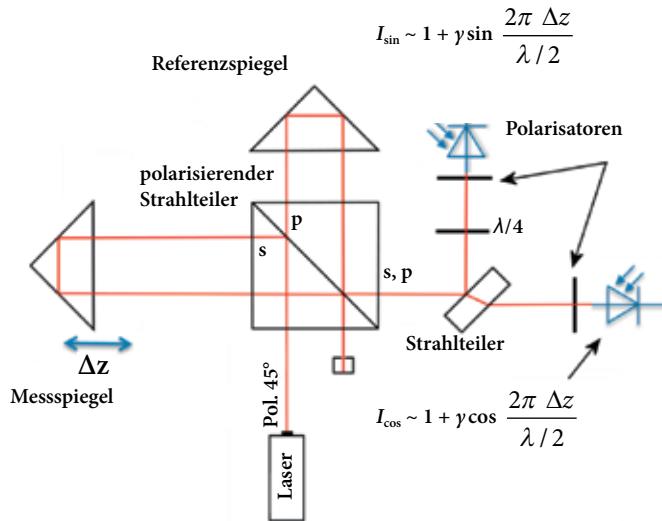


Bild 6:
Erweiterung eines Interferometers durch polarisationsoptische Komponenten zur Erzeugung zweier um $\pi/2$ zueinander phasenverschobener Interferenzsignale (links). Rechts ist der sich aus den Signalen \tilde{I}_{\sin} und \tilde{I}_{\cos} ergebende Vektor gezeichnet.

⁴ Die Überlagerung zueinander senkrecht polarisierter Lichtwellen führt nicht zu einer beobachtbaren Interferenz.



Interferenzordnung ($\Delta\phi = 2\pi$) und damit einer Verschiebung des Messspiegels um $\Delta z = \lambda/2$, die sich mit diesem Verfahren eindeutig erfassen lässt. Das Quadraturverfahren eignet sich ideal zur Kalibrierung von Entfernungsmessgeräten und Strichmaßverkörperungen, z. B. mittels der 50-m-Basisstrecke der PTB [5]. Diese ist mit einem verfahrbaren Messwagen ausgestattet, dessen Führungsschienen auf Betonsockeln ruhen, welche fest mit dem Boden eines 50 m langen Keller-Messraumes verbunden sind.

3.2.2. Das Heterodynverfahren

Einige Laser emittieren zwei zueinander senkrecht polarisierte Lichtwellen unterschiedlicher Frequenz (d.h. zwei verschiedene Lasermoden). Weiterhin gibt es Möglichkeiten, z.B. mittels akkustooptischer Modulatoren (AOM), die Frequenz einer Lichtwelle um einen definierten Betrag zu verschieben. Die Verfügbarkeit von Lichtwellen, deren Frequenzen sich um einen bekannten Betrag unterscheiden, macht man sich mit sogenannten Heterodyn-Interferometern⁵ zunutze. Bild 7 zeigt eine typische Bauweise eines Heterodyn-Interferometers. Als Lichtquelle dient hierbei ein Laser mit zwei unterschiedlichen Frequenzen. Die Lichtwelle, deren elektrisches Feld senkrecht zur Bildebene polarisiert ist, wird mit s, die parallel polarisierte Welle mit p bezeichnet. Zunächst werden beide Lichtwellen mittels eines Strahlteilers aufgespalten. Die beiden reflektierten Wellen treffen auf einen Polarisator, dessen Achse um 45° zu den beiden Polarisationsrichtungen geneigt ist. Dadurch entsteht an dem dahinter liegenden Detektor eine Schwebungsinterferenz (siehe Kapitel 3.1.) der nunmehr gleich polarisierten Wellen unterschiedlicher Frequenzen (ν_1 und ν_2), das sogenannte Referenzsignal. Die beiden am Strahlteiler transmittierten Lichtwellen treffen im weiteren Verlauf auf einen polarisierenden Strahlteiler, an welchem die s-polarisierte Welle reflektiert und die p-polarisierte Welle transmittiert wird. Nach der Reflexion an den Retrospiegeln werden die beiden Wellen im polarisierenden Strahlteiler zusammengeführt und durchlaufen einen Polarisator, dessen Achse wiederum 45° zu den beiden Polarisationsrichtungen geneigt ist, sodass an dem dahinter liegenden Detektor eine zweite Schwebungsinterferenz entsteht, das sogenannte Messsignal.

Die Phase des Referenzsignals, Φ_{Ref} , ergibt sich aus der Phasendifferenz der zu den unterschiedlichen Frequenzen gehörenden Einzelphasen, $\varphi_{1/2}^{\text{Ref}} = k_{1/2} z^{\text{Ref-Detektor}} - \omega_{1/2} t + \delta_{1/2}$, worin $z^{\text{Ref-Detektor}}$ den gemeinsamen Lichtweg der Einzelwellen bis zum Referenzdetektor beschreibt. Die Phase des Messsignals, Φ_{Mess} , ergibt sich hingegen aus

der Überlagerung von Einzelwellen, die unterschiedliche Wege zurückgelegt haben. Definiert man Δz als Längendifferenz zwischen Messlänge und Weg zum Referenzspiegel, $z^{\text{Ref-Spiegel}}$, so ergibt sich das Messsignal aus der Differenz von

$$\varphi_2^{\text{Mess}} = k_2 \left(z^{\text{Ref-Spiegel}} + \Delta z \right) - \omega_2 t + \delta_2 \quad \text{und}$$

$\varphi_1^{\text{Mess}} = k_1 z^{\text{Ref-Spiegel}} - \omega_1 t + \delta_1$. Betrachtet man

$z^{\text{Ref-Detektor}}$ und $z^{\text{Ref-Spiegel}}$ als konstant und setzt diese o. B. d. A. gleich, dann lassen sich die Phasen beider Detektoren und deren Differenz zueinander wie folgt schreiben:

$$\Phi_{\text{Ref}} = (k_2 - k_1)z^{\text{Ref}} - (\omega_2 - \omega_1)t + \delta_2 - \delta_1$$

$$\Phi_{\text{Mess}} = (k_2 - k_1)z^{\text{Ref}} + k_2 \Delta z - (\omega_2 - \omega_1)t + \delta_2 - \delta_1$$

$$\Phi_{\text{Mess}} - \Phi_{\text{Ref}} = k_2 \Delta z$$

Dies bedeutet, dass aus dem Vergleich der Phasenlage zwischen den Schwebungssignalen am Referenzdetektor und am Messdetektor die Verschiebung Δz des Messspiegels bestimmt werden kann. Beide Signale können durch kapazitive Kopplung vom Gleichspannungsanteil befreit werden, was das Verfahren unempfindlich gegenüber Schwankungen der Lichtintensität macht – Einflüsse durch das Umgebungslicht eingeschlossen. Die Interpolation eines Interferenzsignals, wie im homodynem Interferometer üblich, entfällt ebenso wie das Problem mit der Richtungsumkehr, da die Phasenlage der Schwebung jeweils zunimmt und damit die Phasendifferenz zwischen Mess- und Referenzsignal eindeutig bestimmbar ist. Eines der derzeit genauesten Heterodyn-Interferometer wurde vor einigen Jahren an der PTB aufgebaut [6].

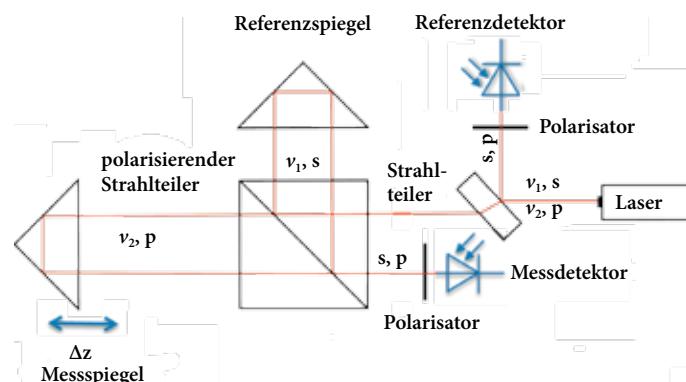


Bild 7:
Schematische Darstellung eines Heterodyn-Interferometers, welches mit Laserlicht zweier zueinander senkrecht polarisierter Wellen (s und p) unterschiedlicher Frequenzen (v_1 und v_2) betrieben wird

⁵ Als Gegenstück dazu werden Interferometer, welche eine Lichtquelle mit nur einer einzelnen Frequenz benutzen, auch Homodyn-Interferometer genannt

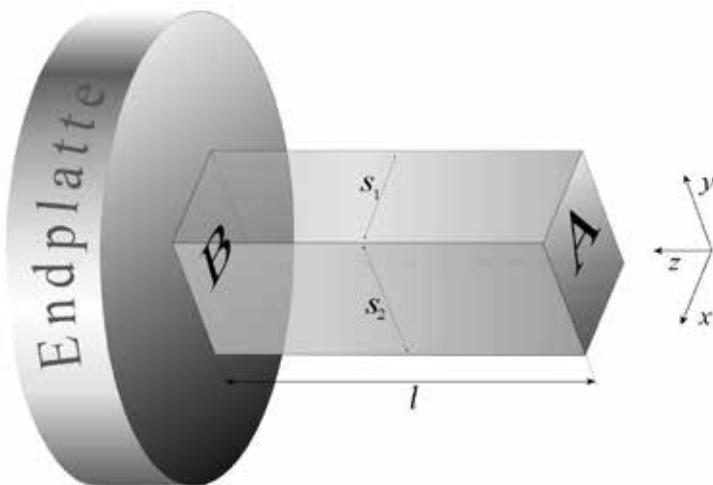
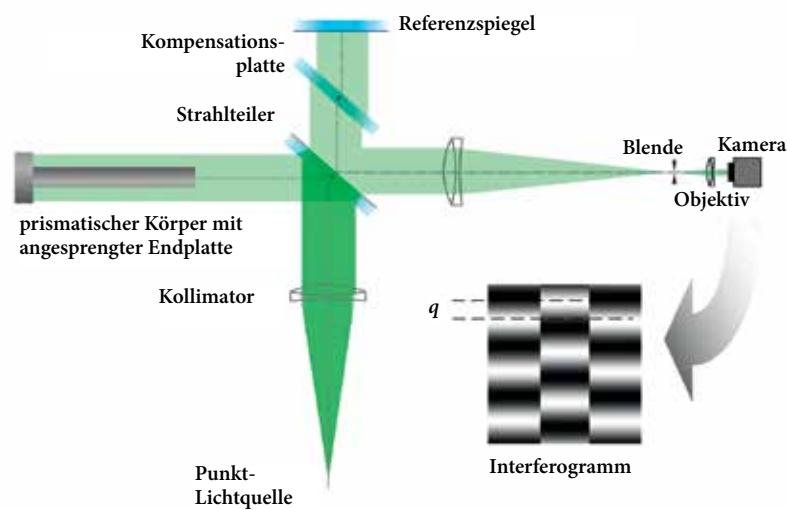


Bild 8:
Prismatischer Körper mit zueinander parallelen Endflächen A und B, verbunden mit einer Endplatte durch Anziehen

3.3 Abbildende Interferometer zur Messung der Länge von Körpern

Bislang wurde die Länge als Abstand entlang einer Achse betrachtet. Durch die Verschiebung eines Interferometerspiegels entlang der Ausbreitungsrichtung von Licht kann diese Länge, durch Zählen von Interferenzordnungen wie oben beschrieben, direkt interferometrisch und damit rückführbar auf die SI-Definition bestimmt werden. Der folgende Abschnitt beschreibt eine andere Messaufgabe: die Bestimmung der Länge von Körpern. Hierbei sind jene Körper von besonderem Interesse, die sich als Maßverkörperung zur Weitergabe einer Länge eignen: 1) Körper mit zueinander parallelen Endflächen (prismatische Körper), oftmals in der Form sogenannter Parallelendmaße und 2) kugelförmige Körper, d.h. Kugeln. Die Länge bzw. der Durchmesser dieser Maßverkörperungen kann interferometrisch bestimmt werden, in den meisten Fällen wird die Länge als Stufenhöhe dargestellt. Bild 8 zeigt einen prismatischen Körper, dessen spiegelnde Endflächen A und B parallel zueinander sind und dessen Fläche B mit der Ebene einer Endplatte zusammenfällt. Körper und Platte werden

Bild 9:
Twyman-Green-Interferometer zur Darstellung der Länge prismatischer Körper. Das im Bild unten rechts dargestellte Interferogramm symbolisiert den Interferenzbruchteil, der sich bei leicht geneigtem Referenzspiegel aus dem Streifenversatz ablesen lässt.



hierbei durch Adhäsion (bzw. Kohäsion) zusammengehalten. Tatsächlich lässt sich dieser Zustand durch sogenanntes Anziehen (bzw. Ansprengen oder auch „optisches Kontaktieren“ genannt) erreichen. Die Stufenhöhe ist damit im Prinzip identisch mit der Länge des Körpers.

Die in Bild 8 gezeigte Anordnung kann anstelle eines Messspiegels in ein Interferometer (z.B. wie in Bild 4) eingesetzt werden. Je nachdem, ob der Lichtstrahl von der Frontfläche des Körpers oder von der Endplatte reflektiert würde, ergäbe sich ein anderes Signal der Interferenz am Detektor. Man könnte versuchen, die Interferenz von mehreren, räumlich getrennten Strahlen, die zum einen an der Körper-Frontfläche bzw. an der Endplatte reflektiert werden, mittels verschiedener Detektoren vergleichend zu betrachten, um daraus auf die Länge zurückzuschließen. Allerdings erscheinen abbildende Verfahren unter Ausnutzung eines großen Strahlenbündels, wie unten beschrieben, deutlich besser geeignet. In jedem Fall gibt es hierbei keinen direkten Zugang zu der i. Allg. sehr großen Zahl ganzer Interferenzordnungen zwischen Frontfläche und Endplatte, d.h. es kann zunächst nur der Unterschied im nichtganzzähligen Rest der Interferenzordnungen bestimmt werden, der Interferenzbruchteil q .

3.3.1. Abbildende Twyman-Green-Interferometer

Bild 9 zeigt ein abbildendes Twyman-Green-Interferometer zur Darstellung der Länge prismatischer Körper. Eine Punktlichtquelle im Brennpunkt eines Kollimators erzeugt ein großes Parallelstrahlenbündel, welches den prismatischen Körper zusammen mit dessen Endplatte abdeckt. Nach Reflexion und Rückkehr zur Ebene des Strahlteilers geht das Licht einen „quasi gemeinsamen“ Weg bis zu einer Kamera, welche ein sogenanntes Interferogramm aufnimmt. Somit werden die Interferenzintensitäten für jeden Teilstrahl des Strahlenbündels lateral aufgelöst. Da der Referenzstrahl einmal mehr am optisch dichteren Medium (Strahlteiler-Außenfläche) reflektiert wird als der Messstrahl, kehrt sich das Vorzeichen des Interferenzterms – verglichen mit Gleichung (2) – in folgender Schreibweise um:

$$I = I_0 \left\{ 1 - \gamma \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda/2} (z_1(x, y) - z_2(x, y)) \right] \right\}, \quad (7)$$

wobei $z_{1,2}(x, y)$ die Verteilung der geometrischen Wege (Mess: 1, Referenz: 2) senkrecht zur optischen Achse darstellt. Sind die reflektierenden Flächen perfekt eben, so beschreibt die Wegdifferenz $z_1(x, y) - z_2(x, y)$ eine Ebene, deren Neigung von der Ausrichtung der Flächen zueinander abhängt. Die Kosinus-Funktion sorgt dann für das typische Streifenmuster mit Maxima für Wegdifferenzen von $m\lambda/2$ und Minima für $(m + 1/2)\lambda/2$.



3.3.1.1. Phasenverschiebeinterferometrie

Bei der Phasenverschiebeinterferometrie wird die Länge des Interferometer-Referenzarmes schrittweise um den äquidistanten Betrag α verschoben. Aus den sich für jede dieser Position ergebenden Intensitäten lässt sich die Phase φ der Interferenz bestimmen. Hierfür gibt es viele verschiedene Algorithmen. Beim Tang-Algorithmus [7] werden beispielsweise fünf Positionen betrachtet. Die Abbildung rechts soll den Zusammenhang zwischen den Intensitäten $I_1 \dots I_5$ und der Interferenzphase φ verdeutlichen:

Dem theoretisch zugrunde liegenden Zusammenhang $I_k = I_0 \{1 - \gamma \cos[\varphi + (k-3)\alpha]\}$

entspricht nach Tang die Interferenzphase:

$$\tan \varphi =$$

$$\frac{\sqrt{[(I_2 - I_3) + (I_1 - I_4)][3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)]}}{I_2 + I_3 - I_1 - I_4}$$

Dies nutzt man experimentell aus, um die Interferenzphase aus einer Reihe gemessener Intensitäten zu bestimmen. In der abbildenden Interferometrie werden für jede Position mittels Kamera Interferogramme aufgenommen. Für jede Pixelkoordinate kann mittels des Tang-Algorithmus die Interferenzphase berechnet werden.

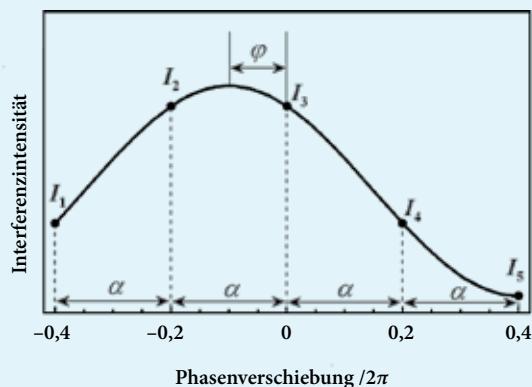


Bild 10

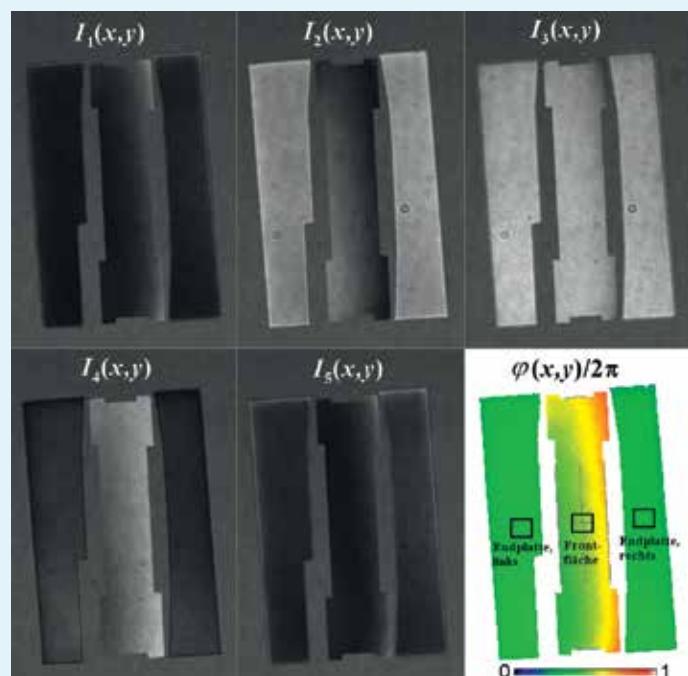


Bild 11

Die sich so ergebende Phasentopografie $\varphi(x, y)$ ist die Grundlage für die Bestimmung des Interferenzbruchteils. Dieser entspricht der Phasendifferenz Frontfläche – Endplatte und wird durch Mittelung innerhalb wohl definierter Bereiche (siehe Rechtecke in der Phasentopografie) berechnet:

$$q = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{2} (\varphi_{\text{links}}^{\text{Endplatte}} + \varphi_{\text{rechts}}^{\text{Endplatte}}) - \varphi_{\text{mitte}}^{\text{Frontfläche}} \right]$$

Für sub-nm-genaue Längenmessungen muss die Position dieser Bereiche sub-Pixel-genau dem Zentrum der Frontfläche zugeordnet sein, da sonst kleinste Parallelitätsabweichungen zu Fehlern führen.

3.3.1.2. Wie scharf kann bzw. muss der Körper abgebildet werden?

Für eine scharfe Abbildung eines Objektes, u. a. der Kanten eines prismatischen Körpers, muss das abgebeugte Licht die Bildebene auf dem Sensor (CCD) erreichen können. Der in Bild 9 dargestellte Aufbau enthält ein abbildendes System, welches so dimensioniert ist, dass die Frontfläche des Probekörpers „scharf“ abgebildet wird. Die Schärfe dieser Abbildung hängt mit der Größe der Aperturblende im Fokus des Ausgangskollimators zusammen. Diese Blende dient der Unterdrückung von Störreflexen. Je kleiner die Blende, umso weniger an den Kanten gebeugtes Licht kann die Kamera erreichen und zur Schärfe beitragen. Diese allgemein bekannte Grundlage optischer Abbildungen ist in Bild 12 veranschaulicht. Hierbei wurde der Einfachheit halber ein optisches System mit nur einem Objektiv (effektive Brennweite f) angenommen. Ersichtlich wird, dass Beugungsordnungen außerhalb der grün

dargestellten Winkelbereiche an der Aperturblende geblockt werden.

Die optische Abbildung der Frontfläche des Körpers mittels Objektiv sorgt zum einen dafür, dass das Licht, welches an den Kanten gebeugt wird, zur Schärfe des Bildes beiträgt. Zum anderen beeinflusst der wirksame Winkelbereich des gebeugten Lichtes die gemessene Topografie der Interferenzphase. Je größer die Aperturblende, umso weniger ist die Phaseninterferenz in der Nähe der Kanten verfälscht. Bei sehr kleiner Aperturblende, aber auch bei Verzicht auf eine wirkliche optische Abbildung, d. h. Messung der Interferenz im Querschnitt des Strahlenbündels an einer geeignet erscheinenden Stelle, ergeben sich deutliche „Beugungsringe“ entlang der Kanten, die sowohl als Unschärfe als auch als Phasenfehler in Erscheinung treten.

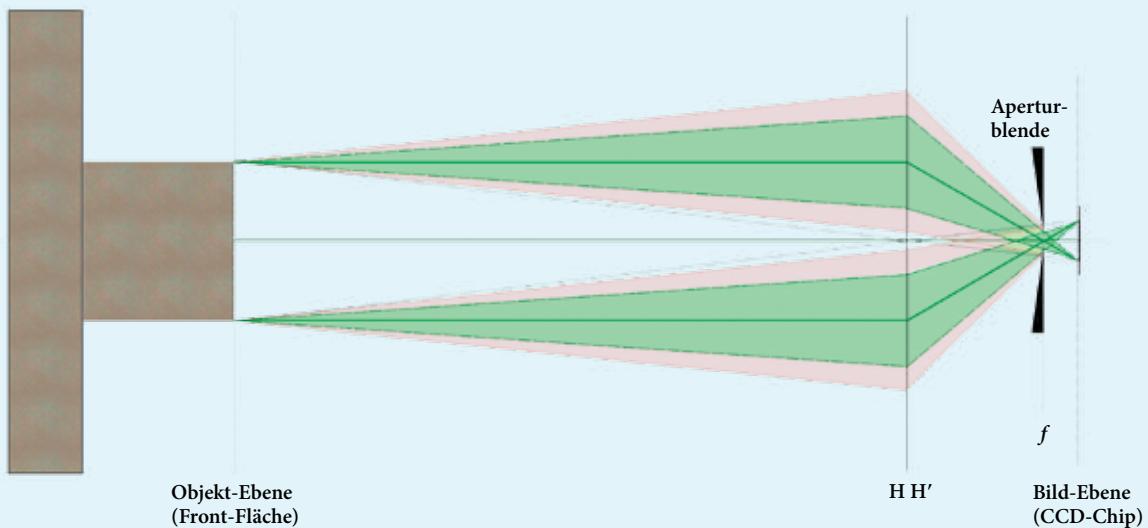


Bild 12



Der prismatische Körper im Messarm des in Bild 9 dargestellten Interferometers verursacht zwei zueinander versetzte Streifensysteme. Der Wert dieses Versatzes entspricht dem Interferenzbruchteil q und repräsentiert das unmittelbare Ergebnis der Messung mittels Interferometrie zur Berechnung der Länge, $l = (i + q)\lambda/2$ (Gleichung (5)).

Die ganzzahlige Interferenzordnung i kann jedoch unter Verwendung von Zusatzinformationen bestimmt werden. Steht nur eine Wellenlänge zur Verfügung, dann muss es einen genau bekannten Vorwert der Nominallänge l_{nom} geben. Durch Setzen von $q = 0$ und Umkehrung von Gleichung (5) lässt sich ein Schätzwert für die ganzzahligen Ordnungen aus dem gerundeten Wert von $l_{\text{nom}}/\frac{1}{2}\lambda$ bestimmen. Allerdings ist hierbei das Risiko eines „Verzählns“ relativ groß, da schon kleinste Abweichungen von der Solltemperatur (gewöhnlich 20 °C), auf welche sich l_{nom} bezieht, zu Längenänderungen führen, welche in Unkenntnis des thermischen Ausdehnungskoeffizienten des Probekörpers nicht genau genug korrigiert werden können. Daher ist es für die Bestimmung der ganzzahligen Interferenzordnungen eigentlich unumgänglich, mindestens zwei separate Wellenlängen zu benutzen. Dies hat den Vorteil, dass sich voneinander unabhängige Längen ergeben, die sich vergleichen lassen und bietet damit auch die Möglichkeit, die gesamte Längenmessung zu überprüfen und Fehler in der Bestimmung von q ebenso aufzudecken wie eine falsch eingestellte Wellenlänge λ der Lichtquelle.

Stehen N verschiedene Wellenlängen $\{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}$ zur Verfügung, dann kann man fordern, dass sich für jede Wellenlänge die gleiche Länge $l = l_k$ ergeben soll. Unter dieser Bedingung können die ganzzahligen Interferenzordnungen $\{i_1, \dots, i_N\}$ wie folgt bestimmt werden: i_k wird um die

ganzzahligen Beträge δ_k variiert und es wird die Übereinstimmung der sich ergebenden Längen

$$l_k = (i_k + \delta_k + q_k) \lambda_k / 2 \text{ überprüft.}$$

Hierbei ist es zweckmäßig, die mittlere Abweichung der Längen l_k von deren Mittelwert $\bar{l} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N l_k$ zu betrachten:

$$\Delta = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |\bar{l} - l_k| \quad (8)$$

Ordnet man jeder mittleren Länge \bar{l} eine mittlere Abweichung Δ zu, so ergibt sich für eine Menge an Variationen $\{\delta_1, \dots, \delta_N\}$ ein Datensatz der Form $\{l, \Delta\}$, der, als Punktwolke dargestellt, ein sogenanntes Koinzidenzmuster ergibt. Bild 13 zeigt ein typisches Beispiel für $N = 2$ und Datenpunkte mit $\Delta < 20 \text{ nm}$.

In Bild 13 wurden die beiden fiktiven Wellenlängen $\lambda_1 = 532,3 \text{ nm}$ und $\lambda_2 = 548,6 \text{ nm}$, eine Nominallänge von $l_{\text{nom}} = 10 \text{ mm}$ und eine Länge l zugrunde gelegt, die um den Betrag $\delta l = 2,5 \mu\text{m}$ von l_{nom} abweicht. Die zugehörigen Interferenzbruchteile q_1 und q_2 wurden exakt berechnet. Diese eingehenden Größen spiegeln sich in dem Datensatz $\{l, \Delta\}$ wie folgt wider:

- Bei $\bar{l} - l_{\text{nom}} = \delta l$ ergibt sich ein Minimum mit $\Delta = 0$ (rot gestrichelt markiert).
- Weitere Minima existieren im Abstand der halben synthetischen Wellenlänge λ_{synth} , d. h. bei $\bar{l} - l_{\text{nom}} = \delta l + m \cdot \lambda_{\text{synth}}/2$. Hierbei beschreibt m ganze Zahlen und $\lambda_{\text{synth}} = \lambda_1 \lambda_2 / |\lambda_2 - \lambda_1|$.
- Die nächsten Minima mit $\Delta = 0$ sind um bestimmte Vielfache der halben synthetischen Wellenlänge entfernt von dem bei $\bar{l} - l_{\text{nom}} = \delta l$ liegendem Minimum. Im Beispiel von Bild 13 sind diese Vielfachen bei $m = \pm 3$ lokalisiert. Eine allgemeine Aussage lässt sich hierbei jedoch nicht treffen, da die Zahl m stark von der Wahl verwendeter Wellenlängen λ_1 und λ_2 abhängt.
- Die dem Minimum bei $\bar{l} - l_{\text{nom}} = \delta l$ nächstgelegenen Längen befinden sich eine Interferenzordnung von dieser entfernt, d. h. bei $\bar{l} - l_{\text{nom}} = \delta l = \pm (\lambda_1 + \lambda_2)/2$. Der zugehörige Wert für Δ beträgt $|\lambda_1 - \lambda_2|/4$!

Der letztgenannte Punkt macht deutlich, dass die Methode der Koinzidenzfindung einen genügend großen Abstand der Wellenlängen voneinander erfordert. Sind beispielsweise die Wellenlängen λ_1 und λ_2 nur 2 nm voneinander entfernt, dann

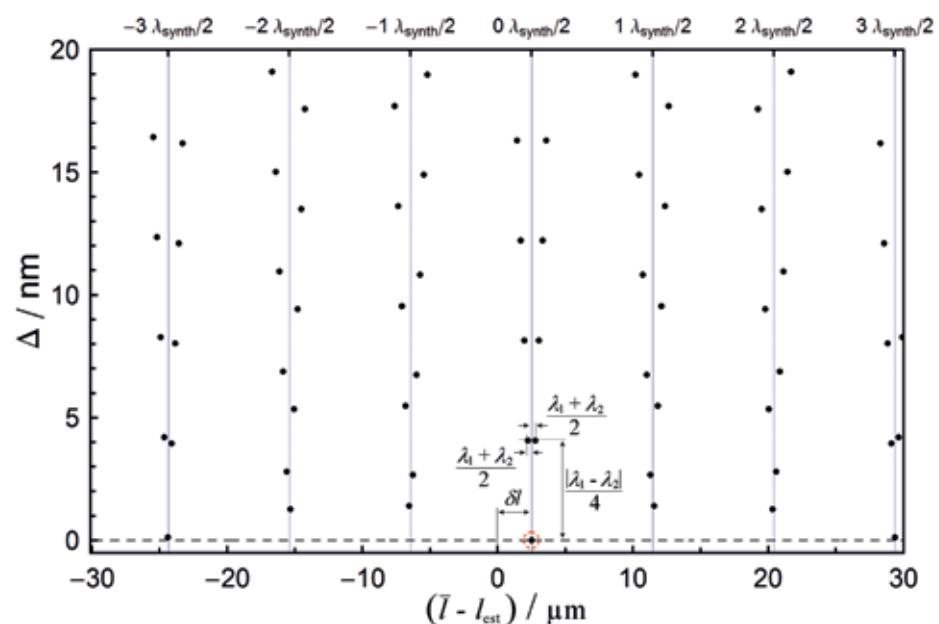


Bild 13:
Typisches Koinzidenzmuster bei Verwendung von zwei Wellenlängen

liefert $\{\delta_1, \delta_2\} = \{\delta_1^{\text{opt}} + 1, \delta_2^{\text{opt}} + 1\}$ eine benachbarte Koinzidenz $|l_1 - l_2|$ von nur 1 nm (d.h. $\Delta = 0,5 \text{ nm}$). Diese lässt sich bei realen interferentiellen Längenmessungen schwer von der „eigentlichen“ Koinzidenz bei den optimalen Variationszahlen

$\{\delta_1, \delta_2\} = \{\delta_1^{\text{opt}}, \delta_2^{\text{opt}}\}$ unterscheiden ($\Delta = 0 \text{ nm}$). Der tatsächlich erreichbare Eindeutigkeitsbereich, den die oben beschriebene Variationsmethode abdeckt, hängt also entscheidend von der erreichbaren Unsicherheit von Δ und damit von der Uni-

3.3.1.3. Kosinusfehler und Blendenkorrektion

Der sogenannte Kosinusfehler entsteht bei interferentiellen Längenmessungen durch nichtsenkrechten Einfall des Lichtes auf die Oberflächen des Probekörpers. Dies äußert sich in einer um den Faktor $\cos \alpha$ zu kurz gemessenen Länge. Für kleine Winkel α ergibt sich der Zusammenhang:

$$\tilde{l} = l \times \cos \alpha \stackrel{\alpha \ll 1}{\approx} l \times \left(1 - \frac{1}{2}\alpha^2\right)$$

zwischen der gemessenen Länge \tilde{l} und der tatsächlichen Länge l eines Körpers. Der auftretende Fehler ist demnach längenabhängig und näherungsweise proportional zum negativen Quadrat des Winkels α . Um den Kosinusfehler zu minimieren, muss das Interferometer so justiert werden, dass das Licht bestmöglich senkrecht zu den optischen Flächen steht.

Hierzu bietet sich ein in der PTB entwickeltes Autokollimation-Verfahren an [10]. Die Grundidee hierbei ist die Beobachtung des zum Eingang des Interferometers zurückkehrenden Lichtes, insbesondere des Anteils des in die Lichtleitfaser rückgekoppelten Lichtes. Dieses wird in Abhängigkeit von der Faserposition gemessen. Befindet sich die Faser in der Brennebene des Kollimators, so repräsentiert die Intensität dieses Retro-Signals den Bereich der Überlappung zweier Kreisscheiben, deren Durchmesser dem Faserdurchmesser entspricht. Die Intensitätsverteilung wird als Funktion der lateralen Faserposition (x, y) gemessen. Im Anschluss wird die Position des Maximums angefahren.

Die Tatsache, dass die als Punktlichtquelle dargestellte Lichtquelle eine bestimmte Größe hat, führt zur sogenannten Blendenkorrektion B . Diese ergibt sich als über die

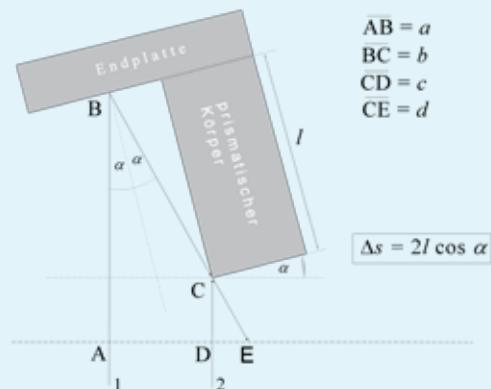


Bild 14

Lichtquelle gemittelter Kosinusfehler. Für eine kreisförmige homogene Lichtquelle (z. B. Multimode-Faser) ergibt sich durch Integration: $B = d^2/(16f^2)$, wobei d den Durchmesser der Lichtquelle und f die Brennweite des Kollimators bezeichnet. Zur Korrektion einer gemessenen Länge muss diese mit $1 + B$ multipliziert werden. Für $d = 0,25 \text{ mm}$ und $f = 600 \text{ mm}$ ergibt sich beispielsweise eine Blendenkorrektion von ca. 10 nm je Meter (10^{-8}).

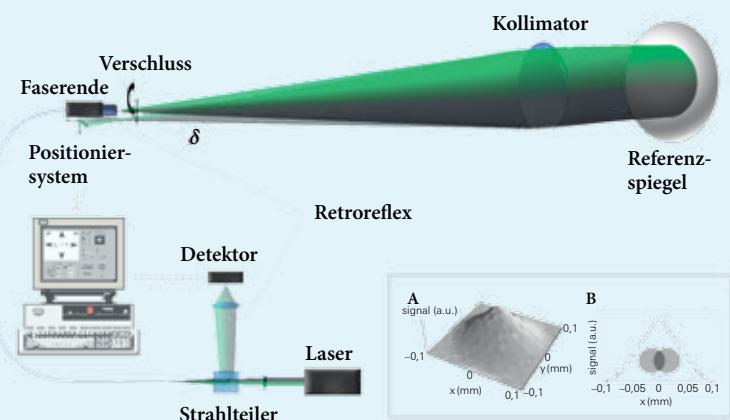


Bild 15



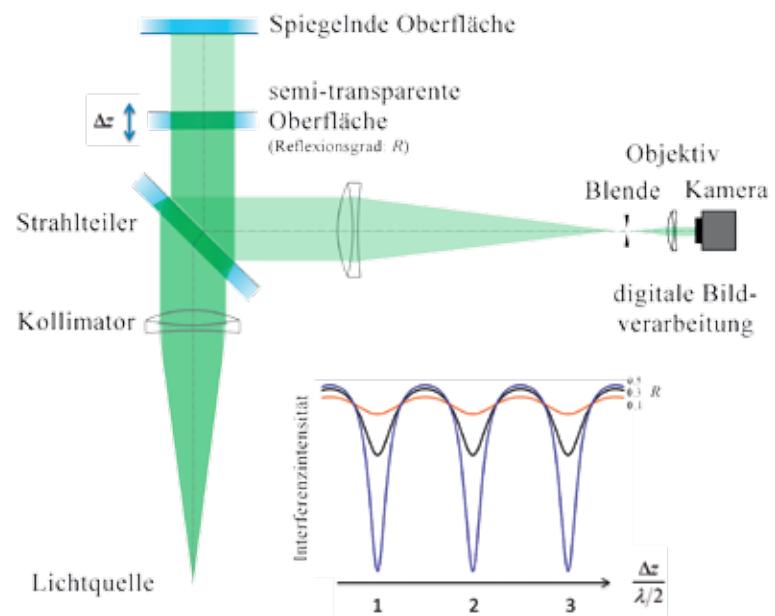
cherheit der Bestimmung der Interferenzbruchteile ab [8]. Der erreichbare Eindeutigkeitsbereich lässt sich prinzipiell durch Verwendung von noch mehr als zwei Wellenlängen, insbesondere bei Messung im Vakuum vergrößern, wie es zum Beispiel am PTB-Ultrapräzisionsinterferometer der Fall ist [9].

3.3.2. Vielstrahlinterferometer

Vielstrahlinterferenz tritt überall dort auf, wo Licht mehrfach reflektiert wird und schließlich zur Überlagerung kommt. Ein allgemein bekanntes Beispiel hierfür sind die sich mit weißem Licht ergebenden farbigen Streifen eines Ölfilms auf Wasser. Dieses Phänomen findet in einfachster Form Anwendung in der Oberflächenprüfung. Dazu wird eine nahezu perfekt ebene Glasplatte auf die Oberfläche des Prüflings gelegt. Visuell lassen sich auch hier farbige Streifen beobachten, deren Anzahl und Richtung von der Neigung der Oberflächen zueinander abhängt. Die Geradheit dieser Streifen ist ein Maß für die Ebenheit des Prüflings.

Ein Vielstrahl-Interferometer wird als Fizeau-Interferometer bezeichnet, wenn der Abstand der beiden ebenen Flächen, an denen Reflexion auftritt, groß im Vergleich zur verwendeten Wellenlänge ist. Bild 16 zeigt einen Spezialfall des Fizeau-Interferometers, wobei die Interferenz des Lichtes in Reflexion betrachtet wird. Das Licht durchläuft eine optische Platte mit semi-transparenter Oberfläche. Ein Teil des von der spiegelnden Oberfläche reflektierten Lichtes wird wiederum an der semi-transparenten Oberfläche reflektiert und durchläuft den Weg zur spiegelnden Oberfläche erneut. Dieser Vorgang wiederholt sich umso häufiger je größer die Reflektivität R der semi-transparenten Oberfläche ist.

Die Intensität der am Ausgang des Interferometers beobachteten Vielstrahlinterferenz ist im Gegensatz zur Zweistrahlinferferenz nicht Kosinus-förmig, sondern genügt der Airy-Formel. Diese Charakteristik der Interferenz ist in dem Einsatz in Bild 16 für verschiedene Reflexionsgrade eingezeichnet. Mit zunehmender Reflektivität ergibt sich eine immer schärfer werdende Struktur. Die Periodizität dieser Struktur ist, wie



beim Zweistrahlinferferometer, mit der halben Wellenlänge des verwendeten Lichtes gegeben. Häufig finden Fizeau-Interferometer in der Ebenheitsmessung Anwendung. Grundsätzlich ließe sich ein abbildendes Fizeau-Interferometer wie ein entsprechendes Twyman-Green-Interferometer zur Längenmessung von prismatischen Körpern benutzen (z. B. Einsetzen eines Endmaßes anstelle der spiegelnden Oberfläche und Bestimmung des Streifenversatzes wie in Bild 9). Besondere Vorteile in der interferometrischen Längenmessung bietet ein Fizeau-Interferometer in beidseitig messender Anordnung, wie es in Bild 17 dargestellt ist.

Hierbei werden, die in der Abbildung eingezeichneten Abstände Δz_1 , Δz_2 und ΔZ interferometrisch durch sequenzielle Messung von beiden Seiten her bestimmt. Damit ließe sich die Länge einer prismatischen Maßverkörperung aus $l = \Delta Z - \Delta z_1 - \Delta z_2$ bestimmen. Anwendung findet die beidseitige Fizeau-Interferometrie in der PTB in den weltweit einzigartigen Kugelinterferometern, wo anstelle der teildurchlässigen Platten sphärische Referenzflächen eingesetzt werden, um den Durchmesser von Kugeln sub-nm-genau zu bestimmen [11].

Bild 16:
Beispiel eines Fizeau-Interferometers mit Beobachtung der Reflexion. Die Charakteristik der Interferenzintensität als Funktion der Lichtwegvariation Δz wird geprägt vom Reflexionsgrad der semi-transparenten Platte (je höher R , umso stärker treten immer schmaler werdende dunkle Streifen in Erscheinung).

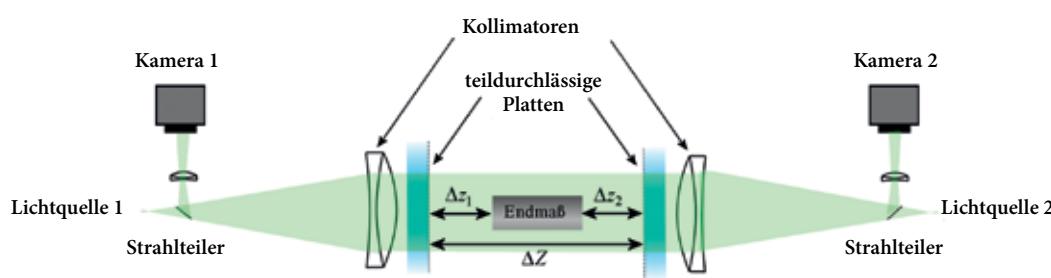


Bild 17:
Beidseitiges Fizeau-Interferometer zur Messung der Länge eines Endmaßes

Ein Fabry-Pérot-Interferometer ist grundsätzlich nichts anderes als ein Fizeau-Interferometer, welches mit zwei teildurchlässigen Spiegeln unter Beobachtung des transmittierten Lichtes betrieben wird, im Allgemeinen ist aber der Reflexionsgrad der teildurchlässigen Spiegel größer. Zum Beispiel stellt eine parallele Glasplatte mit aufgedampften Spiegeln ein solches Interferometer dar. Der so entstehende Resonator kann als Maßverkörperung für den optischen Weg, das Produkt aus Brechzahl der Glasplatte und deren Dicke, benutzt werden

und wird auch als Fabry-Pérot-Etalon bezeichnet. Da Fabry-Pérot-Interferometer aus einer breitbandigen Strahlung ein schmalbandiges Spektrum herausfiltern, werden diese oft als optische Filter eingesetzt. Die sogenannte Finesse dient zur Charakterisierung des Resonators. Sie ist definiert als Verhältnis zwischen dem sogenannten freien Spektralbereich $\Delta\lambda$ und der Halbwertsbreite $\delta\lambda$ eines einzelnen Maximums der Interferenzintensität: $\mathcal{F} = \Delta\lambda/\delta\lambda = \pi\sqrt{R}/(1-R)$. Je größer die Finesse ist, d. h. bei hohen Reflektivitäten R, umso

3.3.2.1. Die Bedeutung von Parallelendmaßen in der „Rückführungskette“

Seit dem 19. Jahrhundert haben sich Parallelendmaße als Maßverkörperungen etabliert, mit denen sich bis heute eine Vielzahl von Längenmessmitteln kalibrieren lassen. Mit einem 103-teiligen Parallelendmaßsatz aus Stahl lassen sich durch Kombination von Endmaßen über 20.000 Maße zwischen 1 mm und 201 mm mit einer Stufung von 0,005 mm realisieren.



Bild 18:
Parallelendmaßsatz aus Stahl,
103-teilig



Bild 19:
Prinzip der mechanischen Unterschiedsmessungen von Parallelendmaßen

Bild 20:
Kette der Rückführung auf die SI-Einheit Meter am Beispiel von Parallelendmaßen, DAkkS: Deutsche Akkreditierungsstelle, NMI: Nationales Metrologieinstitut (in Deutschland die PTB)





schmalbandiger ist das gefilterte Licht. Ein extrem stabiler Fabry-Pérot-Resonator mit besonders hoher Finesse wurde kürzlich an der PTB entwickelt und aufgebaut. Dieser aus einkristallinem Silicium bestehende Resonator erlaubt es, das Licht kommerzieller Lasersysteme auf die unvorstellbar kleine Frequenz von 0,04 Hz genau, d. h. auf besser als 10^{-16} , zu stabilisieren. [12]

3.4. Bestimmung der Brechzahl der Luft

Die Darstellung der Länge von Körpern mittels Interferometrie, z. B. bei Primärkalibrierungen von Parallelendmaßen, erfolgt fast immer in Luft, u. a. weil Maßverkörperungen auch unter atmosphärischen Bedingungen als Längennormale benutzt werden. Die Anwesenheit der Luft reduziert die Wellenlänge des Lichtes (λ) im Vergleich zur Vakuumwellenlänge (λ_0) maßgeblich und ist damit bestimmd für die interferometrisch gemessene Länge:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n(\lambda_0, p, t, f, x)} \quad . \quad (9)$$

Die Brechzahl der Luft, n , hängt zum einen von der Wellenlänge selbst, zum anderen von den Umgebungsbedingungen, Luftdruck p , Lufttemperatur t , Luftfeuchte f und dem CO₂-Gehalt x ab. Da n nahe der Zahl Eins ist, skaliert der relative Einfluss der Luftbrechzahl auf die Länge mit der sogenannten Refraktivität, $n - 1$ (Näherung: $1/n|_{n=1} \approx 1 - (n - 1)$).

Die genaue Bestimmung der Luftbrechzahl ist eine wesentliche Limitierung für die Genauigkeit einer Längenmessung und kann auf zwei verschiedene Arten erfolgen:

A) hochgenaue Messung der o. g. Luftparameter und Bestimmung der Luftbrechzahl mittels einer empirischen Formel, $n(\lambda, p, t, f, x)$ [13]

B) interferometrisch mittels Luftrefraktometer. Das Grundprinzip der genauesten interferometrischen Brechzahlbestimmung ist in Bild 21 gezeigt.

Eine von beiden Seiten mittels großflächiger Fenster geschlossene evakuierte Zelle befindet sich im Messarm eines abbildenden Twyman-Green-Interferometers (z. B. wie in Bild 9.).

Das kollimierte Bündel von Lichtstrahlen durchläuft zum einen das evakuierte Innere der Zelle, zum anderen passieren Lichtstrahlen die Zelle (und die Fenster) außerhalb, entlang des gleichen geometrischen Weges. Die Länge der Vakuumzelle, ausgedrückt als Produkt der Interferenzordnungen $i + q$ (d. h. ganzzahlige Ordnungen + Interferenzbruchteil) und der (halben) Wellenlänge, lässt sich daher auf zwei verschiedene Weisen ausdrücken:

$$l_{\text{cell}} = (i_{\text{vac}} + q_{\text{vac}}) \frac{\lambda_0}{2} = (i_{\text{air}} + q_{\text{air}}) \frac{\lambda_0}{2n} , \quad (10)$$

worin der Suffix „vac“ den Lichtweg im Vakuum und der Suffix „air“ den Lichtweg in Luft bezeichnet. Gleichung (10) liefert die Brechzahl der Luft:

$$n = 1 + \frac{1}{l_{\text{cell}}} \left(\overbrace{i_{\text{air}} - i_{\text{vac}} + q_{\text{air}} - q_{\text{vac}}^{\tilde{q}}}^{\tilde{i}} \right) \Bigg/ \frac{\lambda_0}{2} \quad (11)$$

worin l_{cell} die Länge der Vakuumzelle bezeichnet, die auf wenige Mikrometer genau bekannt sein muss. Die ganzen Zahlen \tilde{i} lassen sich aus $\tilde{i}^{\text{est}} = (n^{\text{est}} - 1)l_{\text{cell}} / \frac{1}{2}\lambda_0$ abschätzen, wobei n^{est} den Vorwert der Brechzahl nach o. g. Methode A) bezeichnet. \tilde{q} bezeichnet den Interferenzbruchteil, der sich aus der Interferenzphasentopografie bestimmen lässt (siehe rechts in Bild 21):

$$\tilde{q} = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{2} (\phi_{\text{air}}^1 + \phi_{\text{air}}^2) - \phi_{\text{vac}} \right] ,$$

worin ϕ_{air}^1 , ϕ_{air}^2 und ϕ_{vac} mittlere Phasenwerte innerhalb der kreisförmigen Bereiche im Lichtweg Vakuum „vac“ und Luft „air“ bezeichnen.

Werden mehrere Wellenlängen für die interferometrische Längenmessung benutzt, so muss die Luftbrechzahl natürlich für jede dieser Wellenlängen bestimmt werden. Ähnlich wie bei der Längenmessung selbst finden Koinzidenzverfahren auch bei der interferometrischen Brechzahlbestimmung Anwendung (Näheres dazu in [8]).

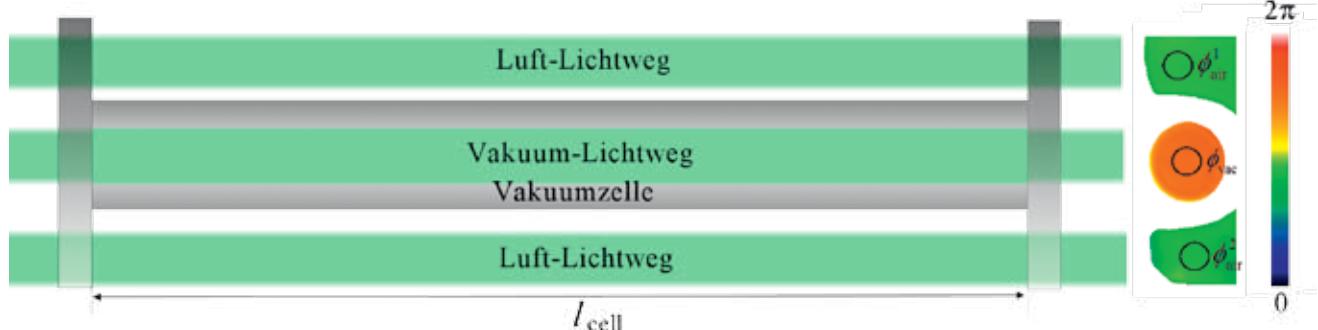


Bild 21:
Schematische Darstellung zur interferometrischen Brechzahlbestimmung der Luft mittels Vakuumzelle

Bei der Messung großer Längen kommt ein drittes Verfahren, die sogenannte Brechzahlkompensation, zum Einsatz:

C) Beim Brechzahlkompensationsverfahren bedient man sich zweier verschiedener Wellenlängen, z. B. 532 nm und 1064 nm, wie sie gleichzeitig von einem Nd:YAG-Lasersystem bereitgestellt werden können.

Die Grundidee der Brechzahlkompensation besteht in der Betrachtung der Differenz zwischen beiden Messungen, unter Voraussetzung einer bekannten Wellenlängenabhängigkeit (Dispersion) der Luftbrechzahl (entsprechend empirischer Formel, siehe A)). In trockener Luft skaliert die Refraktivität mit dem sogenannten Dispersionsterm: $n - 1 \sim K(\lambda)$ und daher ist für zwei Wellenlängen folgender Zusammenhang gegeben:

$$\frac{n_1 - 1}{n_2 - n_1} = \frac{K(\lambda_1)}{K(\lambda_2) - K(\lambda_1)} = A(\lambda_1, \lambda_2), \quad (12)$$

worin der Parameter A nur von den beiden verwendeten Wellenlängen, also nicht von Parametern der Luft abhängt. Betrachtet man zwei interferometrische Längenmessungen entlang derselben Länge l , die mit zwei verschiedenen Wellenlängen durchgeführt wurden, so lässt sich l jeweils ausdrücken als Vielfaches der halben Wellenlänge in Luft und der gemessenen Interferenzphase ($\varphi = 2\pi(i + q)$), d. h. als $l = \varphi_1 \frac{\lambda_1}{2} / n_1$ bzw. als $l = \varphi_2 \frac{\lambda_2}{2} / n_2$. Entsprechend Gleichung (12) lässt sich dieselbe Länge aber auch so ausdrücken:

$$l = \varphi_1 \frac{\lambda_1}{2} - A(\lambda_1, \lambda_2) (\frac{\lambda_2}{2} \varphi_2 - \frac{\lambda_1}{2} \varphi_1). \quad (13)$$

Gleichung (13) erlaubt demnach prinzipiell die Bestimmung der Länge einer Strecke mittels zwei Wellenlängen ohne Kenntnis der Luftbrechzahl. Nachteil dieser Methode ist allerdings, dass Fehler in der Phasenmessung durch Skalierung mit dem großen Faktor A zu einer größeren Messunsicherheit der Länge führen. Gleichung (13) gilt zudem exakt nur für trockene Luft. Eine Erweiterung für feuchte Luft ist in [14] beschrieben.

3.5. Schlussbemerkung

Die Darstellung einer Länge gemäß der Definition des Meters im internationalen Einheitensystem erfordert ein Messprinzip, welches einen Zusammenhang zwischen der Laufzeit von Licht im Vakuum und der zu messenden Länge herstellt. Hierzu bieten sich grundsätzlich zwei Verfahren an: a) die direkte Messung einer Laufzeitdifferenz wie sie im Kapitel 2. beschrieben ist und b) Interferometrie mit Licht (Kapitel 3.), die im

Kern auch nichts anderes ist als eine Messung von Laufzeitunterschieden. Einige der wichtigsten Grundprinzipien interferometrischer Verfahren zur Darstellung der Länge sind in diesem Beitrag beschrieben. Bei allen macht man sich die Welleneigenschaften des Lichtes zunutze. Das Prinzip der interferometrischen Längenmessung lässt sich relativ einfach praktisch realisieren. Allerdings sind die Grenzen der möglichen Genauigkeit sehr schnell erreicht. Für die in der Praxis relevante Darstellung von Längen mittels Interferometrie ist, je nach Anwendung, eine relative Messunsicherheit im Bereich 10^{-7} , 10^{-8} oder sogar 10^{-9} (1 nm auf 1 m), erforderlich. Ausgehend von der Verfügbarkeit heutiger Laserlichtquellen, deren Frequenz eine Messunsicherheit von üblicherweise besser als 10^{-10} aufweist, kann man zunächst feststellen, dass die Frequenz des Lichtes heutzutage die geringste Herausforderung bei der Reduzierung der Messunsicherheit einer Längenmessung ist. Im Bestreben die Darstellung einer Länge genauer zu machen rücken daher andere Begrenzungen in den Vordergrund, nämlich jene, die einen direkten Einfluss auf das Ergebnis der Messung mittels Interferometrie haben. Zu diesen gehören u. a. die in diesem Beitrag genannte Genauigkeit der Interferenz-Phasenmessung, der Einfluss der Luftbrechzahl, aber auch gegebene Grenzen der Qualität und Justage von optischen Komponenten, die nicht beliebig genau gefertigt werden können. Oft basieren Auswertungen auf Annahmen, die bezogen auf neue Anforderungen nicht mehr aufrecht erhalten werden können. Dies macht das Ringen um Verbesserungen zu einem zähen Kampf, der den Akteuren ein hohes Frustpotenzial, aber auch Aufgeschlossenheit gegenüber eigenen Fehlern abverlangt. Die heute erreichbaren Messunsicherheiten hätten die Urväter der interferometrischen Verfahren sicher nicht für möglich gehalten.

Literatur

- [1] N. Huntemann, M. Okhapkin, B. Lipphardt, S. Weyers, C. Tamm and E. Peik; 2012, High-accuracy optical clock based on the octupole transition in $^{171}\text{Yb}^+$, Phys. Rev. Lett. **108** (2012) 090801
- [2] Recommended values of standard frequencies: <http://www.bipm.org/en/publications/mises-en-pratique/standard-frequencies.html> (Letzter Zugriff am 15.9.2015)
- [3] P. Cordiale, G. Galzerano and H. Schnatz; International comparison of two iodine-stabilized frequency-doubled Nd:YAG lasers at 532 nm, Metrologia **37** (2000) 177–182
- [4] C. W. Chou, D. B. Hume, T. Rosenband, D.J. Wineland; Optical Clocks and Relativity, Science **329** (2010) 1630–1633



- [5] M. Wedde, K. Meiners-Hagen, A. Abou-Zeid; Interferometrische Kalibrierung von Strichmaßen, Laserinterferometern und Entfernungsmessgeräten: Die Geodätische Basis der PTB, PTB-Mitteilungen **2/2010** (2010) 120–123, <http://www.ptb.de/cms/?id=2744> (Letzter Zugriff am 16.12.2015)
- [6] C. Weichert, P. Köchert, R. König, J. Fligge, B. Andreas, U. Kuetgens and A. Yacoot; A heterodyne interferometer with periodic nonlinearities smaller than $\pm 10 \text{ pm}$, Meas. Sci. Technol. **23** (2012) 094005
- [7] S. Tang; Self-calibrating five frame algorithm for phase shifting interferometry Proc. SPIE **2860** (1996) 91–7, <http://dx.doi.org/10.1117/12.276293>
- [8] R. Schödel; Utilisation of coincidence criteria in absolute length measurements by optical interferometry in a vacuum and in air, Meas. Sci. Technol. **26** (2015) 084007, <http://dx.doi.org/10.1088/0957-0233/26/8/084007>
- [9] R. Schödel, A. Walkov, M. Zenker, G. Bartl, R. Meeß, D. Hagedorn, D. Gaiser, G. Thummes and S. Heltzel; A new Ultra Precision Interferometer for absolute length measurements down to cryogenic temperatures; Meas. Sci. Technol. **23** (2012) 094004 (19pp), <http://dx.doi.org/10.1088/0957-0233/23/9/094004>
- [10] R. Schödel, G. Bönsch; Highest accuracy interferometer alignment by retroreflection scanning, Appl. Opt. **43** (2004) 5738–5743
- [11] R. A. Nicolaus, G. Bönsch; A novel interferometer for dimensional measurement of a silicon sphere, IEEE Trans. Instrum. Meas. **46** (1997) 563–565
- [12] T. Kessler, C. Hagemann, C. Grebing, T. Legero, U. Sterr, F. Riehle, M.J. Martin, L. Chen, J. Ye; A sub-40-mHz linewidth laser based on a silicon single-crystal optical cavity, Nature Photonics **6** (2012) 687–692
- [13] G. Bönsch and E. Potulski; Measurement of the refractive index of air and comparison with modified Edlen's formulae, Metrologia **35** (1998) 133–9
- [14] K. Meiners-Hagen and A. Abou-Zeid; Refractive index determination in length measurement by two-colour interferometry, Meas. Sci. Technol. **19** (2008) 084004, <http://dx.doi.org/10.1088/0957-0233/19/8/084004>

Ultrastabiles Differenz-Interferometer Serie SP-DI

- Interferometer für Differenzmessungen höchster Stabilität mit einer Auflösung von 20 pm
- Temperaturkoeffizient: $< 20 \text{ nm/K}$
- Längenmessbereich: 2 m, Winkelmessbereich: $\pm 1,5'$
- Für Materialuntersuchungen und Langzeitmessungen
- Auch mehrkanalige Ausführung möglich



SIOS Meßtechnik GmbH
Am Vogelherd 46
D-98693 Ilmenau
Tel.: +49-(0)3677/6447-0
E-mail: contact@sios.de
www.sios.de

SIOS 
Meßtechnik GmbH



Elektronen zählen, um Strom zu messen

Hansjörg Scherer*, Uwe Siegner**

1. Einleitung

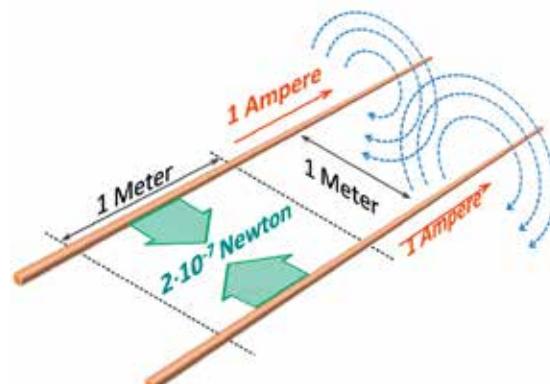
Elektrizität ist im Alltag allgegenwärtig – jeder Haushalt erhält regelmäßig eine Stromrechnung. Die dort in Rechnung gestellte „Ware“ ist jedoch nicht der elektrische *Strom*, sondern die gelieferte elektrische *Energie*, die zum Beleuchten, Heizen, Kühlen oder für mechanische Arbeiten genutzt wurde. Wenn von elektrischem *Strom* gesprochen wird, ist im Allgemeinen die *Stärke* dieses Stromes gemeint, also die physikalische Größe *elektrische Stromstärke*. Diese ist definiert als die Menge an elektrischer Ladung, die pro Zeitintervall durch den Querschnitt eines elektrischen Leiters fließt, geteilt durch die Länge des Zeitintervalls. Zur Messung der Stromstärke und zur Definition der entsprechenden physikalischen Einheit, des Ampere, können verschiedene Wirkungen des elektrischen Stromflusses herangezogen werden, wie ein Blick in die Historie zeigt: Leitet man Strom beispielsweise durch die Lösung eines Metallsalzes, werden die Metallionen entladen und das Metall scheidet sich an der Kathode ab. Bis zur Mitte des 20. Jahrhunderts wurde die Einheit der Stromstärke auf der Grundlage eines solchen elektrolytischen Prozesses definiert. Dieses sogenannte *internationale Ampere* war auch gemäß deutschem Reichsgesetz von 1898 definiert, mit folgendem Wortlaut:

„Das Ampere ist die Einheit der elektrischen Stromstärke. Es wird dargestellt durch den unveränderlichen elektrischen Strom, welcher bei dem Durchgange durch eine wässrige Lösung von Silbernitrat in einer Sekunde 0,001118 Gramm Silber niederschlägt.“

Im Jahr 1948 wurde auf der neunten Generalkonferenz der Meterkonvention (dem internationalen Abkommen über die Entwicklung und Nutzung eines metrischen Einheitensystems) eine neue Definition für das Ampere als eine der Basiseinheiten des Internationalen Einheitensystems (SI) beschlossen. In dieser Definition wird ausgenutzt, dass elektrischer Strom ein Magnetfeld erzeugt und ein anderer stromdurchflosse-

ner Leiter in diesem Magnetfeld eine Kraft (die *Lorentzkraft*) erfährt: Zwei stromdurchflossene Leiter ziehen sich an oder stoßen sich ab – abhängig von den Richtungen der Ströme. Diese damals festgelegte und im heutigen SI immer noch gültige Definition des Ampere, illustriert in Bild 1, lautet:

„Die Basiseinheit 1 Ampere ist die Stärke eines zeitlich unveränderlichen elektrischen Stromes, der, durch zwei im Vakuum parallel im Abstand 1 Meter voneinander angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigen Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorrufen würde.“



* Dr. Hansjörg Scherer, Arbeitsgruppe „SET, Stromstärke und Ladung“, E-Mail: hansjoerg.scherer@ptb.de

** Dr. Uwe Siegner, Abteilung „Elektrizität“, E-Mail: uwe.siegner@ptb.de

Bild 1:
Veranschaulichung der SI-Ampere-Definition. Die grün eingezeichneten Kräfte, hervorgerufen durch die Magnetfelder der Stromleiter (Feldlinien angedeutet durch blaue Pfeile) haben jeweils den Betrag $2 \cdot 10^{-7}$ N pro Meter Leiterlänge, wenn ein Strom der Stärke 1 Ampere fließt.

Dargestellt, das heißt in praktischer Umsetzung realisiert, wurde diese Definition mittels elektromechanischer Apparaturen wie beispielsweise der *Stromwaage*. Dieses Gerät wurde bereits Anfang des 19. Jahrhunderts entwickelt von André-Marie Ampère, dem Namensgeber der Stromstärkeeinheit. Dabei wird die Lorentzkraft zwischen zwei Leiterspulen (die Forderung nach *unendlich langen* Leitern approximierend) über eine mechanische Wägevorrichtung durch die Gewichtskraft einer Masse im Schwerkfeld der Erde ausbalanciert beziehungsweise „aufgewogen“, so wie Bild 2 schematisch zeigt.

Bis in die zweite Hälfte des 20. Jahrhunderts hinein wurden unterschiedliche Varianten der Stromwaage zur *direkten* (das heißt gemäß der

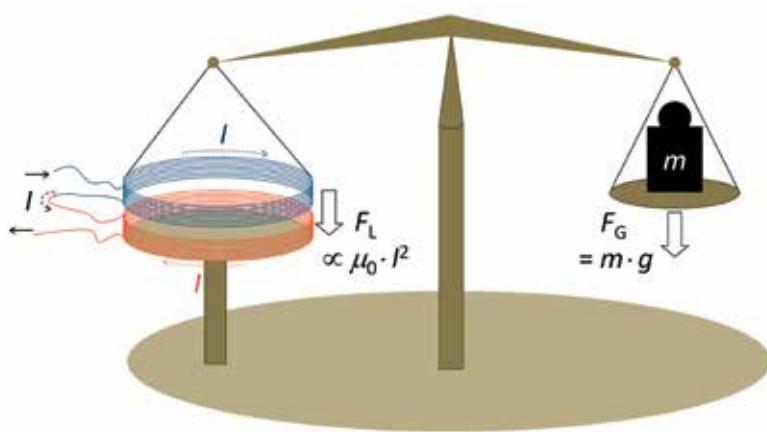


Bild 2:
Prinzip der Stromwaage. Zwischen einer feststehenden (rot) und einer beweglichen Spule (blau) wirkt die Lorentzkraft F_L , hervorgerufen durch die Spulenströme I . Diese Kraft wird kompensiert von der Gewichtskraft F_G , welche die Masse m auf der anderen Seite des Waagebalkens ausübt.

Definition umgesetzten) Darstellung des Ampere genutzt. Dabei konnten relative Unsicherheiten in der Größenordnung von wenigen Teilen in einer Million erzielt werden. Die Genauigkeit war limitiert durch die Unsicherheit bei der Bestimmung des Abstandes zwischen den Strompfaden, der gemäß der oben angeführten Definition eingeht. Bessere Ergebnisse konnten mit *indirekten* Darstellungen erreicht werden, mit denen man das Ampere gewissermaßen „auf Umwegen“ realisierte. Dabei nutzt man das Ohmsche Gesetz $I = U/R$ aus und stellt das Ampere über die elektrische Spannung U und den elektrischen Widerstand R dar. Zur Realisierung dieser Größen benutzte man beispielsweise eine *Spannungswaage* und einen *berechenbaren Kreuzkondensator* (auch *Thompson-Lampard-Kondensator* genannt). Diese experimentellen Anordnungen beruhen – ebenso wie die Stromwaage – auf elektromechanischen Einrichtungen, erzielen jedoch geringere Unsicherheiten von wenigen Teilen in 10 Millionen.

Gemeinsam ist den beiden oben angeführten Definitionen, dass sie die *elektrische Einheit Ampere* an eine *mechanische Größe*, die Masse, koppeln. Das frühere „internationale Ampere“ beruhte direkt auf einer Massebestimmung durch Wägung von elektrolytisch abgeschiedenem Silber. In der noch heute gültigen SI-Definition des Ampere geht die Masse über die Kraft ein. Diese beiden Ampere-Definitionen sind daher auch bezüglich der erreichbaren Genauigkeiten mit der Genauigkeit der Darstellung des Kilogramm verkoppelt – ein Umstand der, angesichts der anzunehmenden Instabilität des Urkilogramms (näher erläutert in Artikel *Atome zählen für Masse und Stoffmenge* in diesem Heft), als generell problematisch anzusehen ist. Zudem wurde in keiner dieser beiden Definitionen die Definition der physikalischen Größe Stromstärke aufgegriffen und der Fluss elektrischer Ladung pro Zeit betrachtet. Dieser direkteste Weg der Festlegung der Einheit Ampere wird im neuen SI beschritten. Weshalb diese Neudefinition vorteilhaft ist und

wie der Weg der elektrischen Einheiten dorthin verlief, wird im folgenden Abschnitt erklärt. Im übernächsten Abschnitt werden dann das „zukünftige Ampere“ und dessen mögliche Darstellung genauer erläutert.

2. Elektrische Quanteneffekte und „moderne“ elektrische Einheiten

Ein neues Kapitel in der elektrischen Metrologie begann mit der Entdeckung zweier elektrischer Quanteneffekte in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts:

Zum einen sagte *Brian D. Josephson* im Jahre 1962 einen später nach ihm benannten Effekt zwischen schwach gekoppelten Supraleitern voraus. Dieser quantenmechanische Tunneleffekt führt bei Einstrahlung von Mikrowellen zur Ausbildung konstanter Spannungsstufen in der Spannungs-Strom-Kennlinie eines Tunnelkontakte. Diese Spannungsstufen wurden kurze Zeit später experimentell beobachtet und ermöglichen die Erzeugung fundamental genau bestimmbarer elektrischer Spannungswerte.

Zum anderen fand *Klaus v. Klitzing* im Jahre 1980 bei der Untersuchung des Hall-Effekts in zweidimensionalen, also extrem dünnen Leiterschichten, in hohen Magnetfeldern B Stufen konstanter Widerstandes und damit eine Methode zur Realisierung quantisierter (also diskreter) Widerstandswerte. Dieser Effekt wurde später nach ihm benannt und ist auch als „Quanten-Hall-Effekt“ bekannt. Beide Effekte werden in Bild 3 näher vorgestellt. Eine ausführliche Erläuterung ihrer physikalischen Grundlagen findet man beispielsweise in Referenz [1].

Josephson- und Quanten-Hall-Effekt wurden bereits kurz nach ihrer Entdeckung von der PTB und anderen nationalen Metrologieinstituten genutzt, da sie sich hervorragend eignen, um wohlbestimmte Werte für die elektrischen Größen Spannung und Widerstand zu erzeugen. Im Falle des Josephson-Effekts betragen die Spannungswerte

$$U_n = n \cdot K_J^{-1} \cdot f_j \quad \text{mit } n = (1, 2, \dots),$$

wobei f_j die Frequenz der Mikrowellenstrahlung ist und K_J als *Josephson-Konstante* bezeichnet wird. Diese ist nach der zugrunde liegenden Theorie gegeben durch $K_J = 2e/h$, also durch die Elementarladung e und die Planck-Konstante h , zwei sogenannte *Fundamentalkonstanten*. Die Josephson-Konstante ist gleich dem Kehrwert des magnetischen Flussquants, und ihr Wert beträgt etwa $5 \cdot 10^{14}$ Hz/V. Im Falle des Quanten-Hall-Effekts betragen die quantisierten Widerstandswerte

$$R_i = 1/i \cdot R_K \quad \text{mit } i = (1, 2, \dots),$$



wobei R_K die *von-Klitzing-Konstante* ist. Auch sie ist gemäß Theorie über $R_K = h/e^2$ mit e und h verknüpft.

Es stellte sich bald heraus, dass die Reproduzierbarkeit der mit den Quanteneffekten erzeugten Werte U_n und R_i wesentlich besser war als die mit anderen, herkömmlichen Methoden der elektrischen Metrologie erzielbaren Ergebnisse. Hohe Reproduzierbarkeit bedeutet, dass die in verschiedenen Experimenten erzeugten Werte der elektrischen Größen kaum voneinander abweichen – auch dann nicht, wenn zum Beispiel unterschiedliche Materialsysteme benutzt werden. Damit war eine neue Grundlage für eine weltweit einheitliche Realisierung der Einheiten Volt und Ohm gegeben. Nicht zuletzt deshalb erhielten die Entdecker beider Effekte jeweils einige Jahre später auch den Nobelpreis für Physik. Die Reproduzierbarkeit der quantisierten Spannungs- und Widerstandswerte war insbesondere besser als die Genauigkeit, mit der die Einheit Ampere im SI dargestellt werden konnte – woran sich bis zum heutigen Tage übrigens nicht geändert hat. Daher beschloss das Internationale Komitee für Maß und Gewicht im Jahr 1988, für die Josephson-Konstante und für die von-Klitzing-Konstante exakte Werte festzulegen und diese für die Bewahrung und Weitergabe der elektrischen Einheiten zu empfehlen. Die damals festgelegten und seit 1990 benutzten exakten Werte betragen für die Josephson-Konstante $K_{J-90} = 483\,597,9 \cdot 10^9 \text{ Hz/V}$ und für die von-Klitzing-Konstante $R_{K-90} = 25\,812,807 \Omega$.

Diese Entwicklung erwies sich in den darauffolgenden Jahrzehnten als äußerst vorteilhaft für die Steigerung der Genauigkeit und Vergleichbarkeit von elektrischen Maßen in der Metrologie, brachte jedoch auch ein gewisses Dilemma mit sich: Die Abstützung der Einheiten Volt und Ohm auf die beiden Quanteneffekte mit den festgelegten Werten K_{J-90} und R_{K-90} bedeutete nämlich auch, das SI zu verlassen. Fortan und bis heute bewegen sich die so abgeleiteten elektrischen Einheiten streng genommen in einem „parallel“en Einheitensystem, welches man zur Abgrenzung vom SI auch als *konventionelles* elektrisches System bezeichnet. Für die Einheiten, die seit den 90er-Jahren des letzten Jahrhunderts weltweit auf K_{J-90} und R_{K-90} zurückgeführt werden, bedeutet dies, dass man nicht von deren *Darstellung* (also der praktischen Umsetzung der Einheitendefinition in die Wirklichkeit, welche definitionsgemäß im SI zu erfolgen hat), sondern nur mehr von deren *Reproduzierung* spricht. Darunter versteht man die Realisierung einer Einheit basierend auf einem äußerst gut reproduzierbaren physikalischen Effekt – in diesem Falle dem Josephson-Effekt für das Volt und dem Quanten-Hall-Effekt für das Ohm.

Auch die Stromstärke wird seitdem mit unvergleichlich hoher Präzision auf die elektrischen Quanteneffekte für Widerstand und Spannung

zurückgeführt, wobei man sich wiederum zunutze macht, dass die Stromstärke mit diesen beiden Größen über das Ohm'sche Gesetz verknüpft ist. Das Ampere wird damit im vorher erläuterten Sinne allerdings lediglich *reproduziert*. Einen eleganten Ausweg aus dieser unbefriedigenden Situation zeigt die geplante Neudeinition des SI auf.

3. Die zukünftige Definition des Ampere

Im zukünftigen SI wird der numerische Wert der Elementarladung e in der Einheit „Coulomb gleich Ampere mal Sekunde“ ($1 \text{ C} = 1 \text{ As}$) festgelegt.

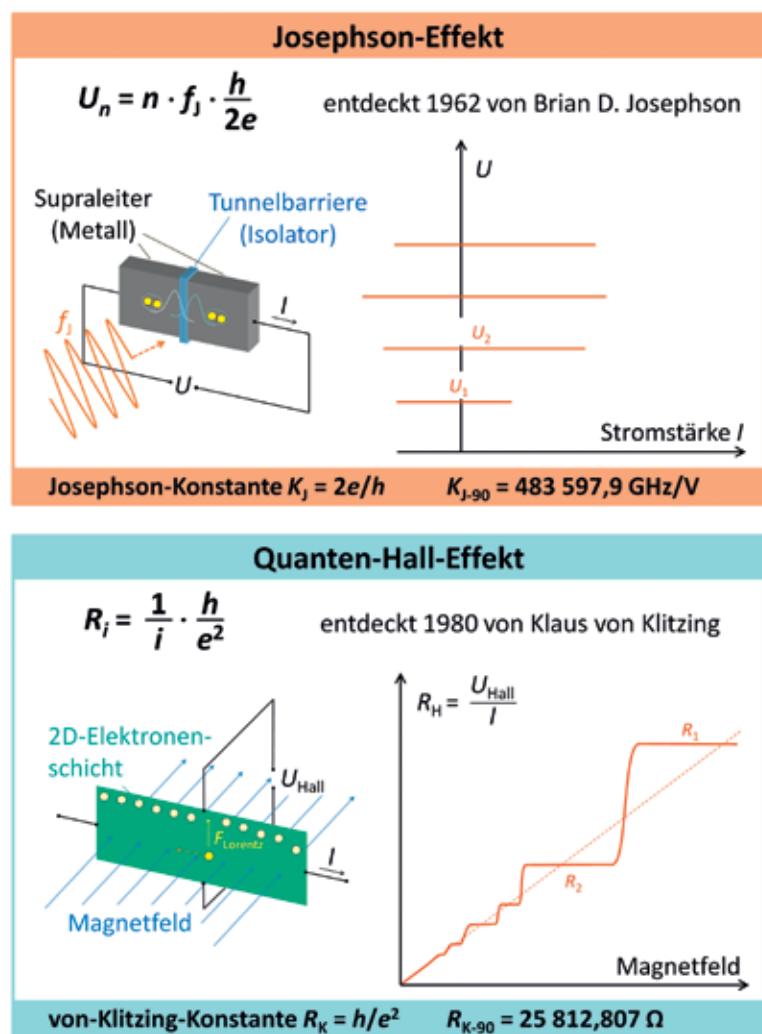


Bild 3:
„Steckbriefe“ des Josephson- und des Quanten-Hall-Effekts. Der nach B. D. Josephson benannte Effekt (oben) führt zu Stufen konstanter Spannung in den Spannungs-Strom-Kennlinien supraleitender Tunnelkontakte, die mit Mikrowellen der Frequenz f_J bestrahlt werden. In der modernen Metrologie werden Reihenschaltungen aus tausenden mikrostrukturierter Tunnelkontakte genutzt, um Gleichspannungen von bis zu 10 Volt zu realisieren und damit die elektrische Einheit Volt zu reproduzieren. Der von K. von Klitzing entdeckte Quanten-Hall-Effekt (unten) tritt in zweidimensionalen Halbleiterstrukturen auf, in denen die Bewegung der Elektronen auf eine Ebene eingeschränkt ist. Bei hohen Magnetfeldern von einigen Tesla führt er zu Plateaus im Verlauf des Hall-Widerstandes als Funktion des Magnetfeldes. In der Metrologie wird der Quanten-Hall-Effekt zur Reproduktion der Einheit Ohm genutzt. Beide Effekte erfordern den Einsatz von Tieftemperaturtechnologie: Typischerweise müssen die elektrischen Schaltungen bei sehr niedrigen Temperaturen in der Nähe der Siedetemperatur von flüssigem Helium betrieben werden, also bei 4 Kelvin (-269°C) oder darunter.

Die entsprechende Definition lautet:

„Das Internationale Einheitensystem, das SI, wird dasjenige Einheitensystem sein, in dem die Elementarladung e exakt $1,602\,176\,620\,8 \cdot 10^{-19}$ Coulomb ist.“

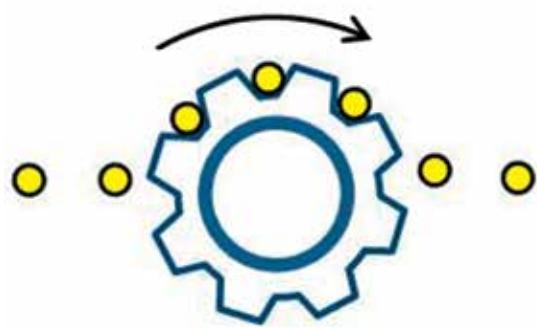
Die Elementarladung als eine der sieben definierenden Konstanten des neuen SI wird damit der Bezugspunkt für das Ampere. Da das Ampere im SI als elektrische Basiseinheit gewählt wurde, hat man dafür zusätzlich auch eine *explizite* Definition formuliert. Diese lautet:

„Das Ampere, Symbol A, ist die SI-Einheit der elektrischen Stromstärke. Es ist definiert über den festgelegten numerischen Wert der Elementarladung e von $1,602\,176\,620\,8 \cdot 10^{-19}$, ausgedrückt in der Einheit C, welche gleich As ist, wobei die Sekunde definiert ist in Bezug auf $\Delta\nu_{Cs}$.“

$\Delta\nu_{Cs}$ ist dabei die Frequenz, die dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des ungestörten Grundzustands von Atomen des Nuklids Cäsium-133 entspricht. Dies entspricht also der auf Atomuhren beruhenden Definition der Sekunde. Die neue Definition der Stromstärkeeinheit beruht also, wie schon in der Einleitung diskutiert, direkt auf der physikalischen Definition des elektrischen Stromes als Fluss von elektrischer Ladung: Stromstärke kann damit bestimmt werden über das Zählen von Elektronen (Ladungsquanten mit der Ladung $-e$), die pro Zeiteinheit durch einen Leiter fließen. Für die Realisierung dieses „Quanten-Ampere“ benötigt man daher eine elektrische Schaltung, die den kontrollierten Transport von einzelnen Elektronen ermöglicht, so wie schematisch in Bild 4 gezeigt. Geschieht dieser Transport zyklisch, getaktet mit der Frequenz f , und werden in jedem Zyklus n Elektronen befördert, so lässt sich die Stromstärke ausdrücken als $I = n \cdot e \cdot f$.

Die mögliche Realisierung des zukünftigen Ampere mittels Einzelelektronen-Schaltungen – so nennt man diese speziellen Schaltkreise – ist ein Paradebeispiel für *Quantenmetrologie*. Diese messtechnische Disziplin verfolgt die Realisierung von physikalischen Einheiten über das Abzählen von Quanten, also von der Natur exakt bestimmte

Bild 4:
Illustration des Prinzips einer Einzelelektronen-Stromquelle, dargestellt als Zahnrad für den getakteten Transport einzelner Elektronen (Ladungsquanten, gelb dargestellt). In jeder Mulde zwischen zwei benachbarten „Zähnen“ wird jeweils ein Elektron befördert.



Mengen von Größen, welche wiederum auf Fundamentalkonstanten zurückgeführt werden. Diese sind nach heutigem Kenntnisstand zeitlich und räumlich unveränderlich. Damit ist die Schaffung eines universellen Systems von Einheiten möglich, so wie es schon Max Planck, der Begründer der Quantenphysik, im Jahr 1899 visionär formuliert hatte [2]:

„...Einheiten...aufzustellen, welche, unabhängig von speziellen Körpern und Substanzen, ihre Bedeutung für alle Zeiten und für alle, auch ausserirdische und aussermenschliche Culturen notwendig behalten und welche daher als ‚natürliche Maasseinheiten‘ bezeichnet werden können.“

Obwohl die Erzeugung quantisierter Stromstärken mittels Einzelelektronen-Transport (engl. *Single-Electron-Transport*, SET) ebenso naheliegend wie elegant ist, ist es nicht verwunderlich, dass dieser Ansatz nicht schon früher verwirklicht wurde: Immerhin muss man dazu einzelne Elektronen in Leiterstrukturen gezielt manipulieren können. Dies ist möglich mittels spezieller elektronischer Schaltungen, wie im folgenden Abschnitt erläutert wird. Die Herstellung solcher Schaltungen erfordert den Einsatz von technologischen Methoden, die erst gegen Ende der 80er-Jahre des vorigen Jahrhunderts erschlossen worden sind.

4. Einzelelektronen-Schaltungen

In sehr kleinen elektronischen Schaltungen treten Effekte auf, die auf der abstoßenden Coulomb-Wechselwirkung zwischen Elektronen beruhen: Die Abstoßung zwischen Teilchen gleichnamiger elektrischer Ladung nimmt zu, wenn diese näher zusammengebracht werden. Werden Elektronen in Schaltungen sehr eng zusammen „eingesperrt“ (siehe Bild 5), so äußert sich dies auch in deren elektronischen Eigenschaften: Die Elektronen können dann nur diskrete, voneinander separierte Energiezustände einnehmen. Das ist die Basis des sogenannten *Coulomb-Blockade*-Effekts, der in Einzelelektronen-Schaltkreisen ausgenutzt wird, um den Fluss einzelner Elektronen zu steuern. Neben extrem tiefen Temperaturen sind dazu auch extrem kleine Strukturgrößen von typischerweise 1 µm oder kleiner erforderlich. Zur Herstellung solch kleiner Schaltungen bedient man sich daher moderner Methoden der Nanotechnologie, wie sie auch beispielweise für die Produktion hochintegrierter elektronischer Schaltkreise eingesetzt werden.

Um den oben beschriebenen Effekt gezielt für Einzelelektronen-Schaltungen einsetzen zu können, muss man die Elektronen also in räumlich sehr kleinen Bereichen eines Leiters (sogenannte „Ladungsinseln“, kurz „Inseln“) „einsperren“, genauer gesagt kontrollierbar *lokalisieren*. Dies



wird durch Potentialbarrieren bewerkstelligt, die man mithilfe von Nanotechnologie senkrecht zur Stromrichtung erzeugen kann. Dabei unterscheidet man zwei Kategorien von Einzelelektronen-Schaltungen, die unterschiedliche Herstellungstechnologien erfordern und auf physikalisch unterschiedlichen Prinzipien beruhen.

Die erste Kategorie von Einzelelektronen-Schaltungen basiert auf sogenannten *Tunnelkontakte*, also sehr dünnen Isolatorschichten, die Potentialbarrieren in einem metallischen Leiter darstellen [3]. Die „Höhe“ dieser Barrieren ist durch Materialparameter gegeben und damit unveränderbar. Sind die Isolatorschichten jedoch nur wenige Nanometer dünn, so können Elektronen sie aufgrund des quantenmechanischen *Tunneleffekts* durchqueren (Bild 6 oben). Der Fluss von Elektronen über eine metallische Insel zwischen zwei Tunnelkontakten ist durch eine elektrische Spannung kontrollierbar, die an einer Steuerelektrode (*Gate*) angelegt wird: Das Potential der Insel kann durch die Spannung elektrostatisch verschoben werden, sodass die *Coulomb-Blockade* aufgehoben wird. Das „Durchtuneln“ der Barrieren geschieht gemäß den Gesetzen der Quantenphysik mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit – salopp gesprochen: Man muss dem Elektron eine gewisse Zeit geben, damit der Tunnelvorgang vonstattengehen kann. Der Ladungstransport durch einen Tunnelkontakt unterliegt damit naturgemäß den Gesetzen der Statistik.

Die zweite Kategorie von Einzelelektronen-Schaltungen beruht auf der Verwendung von *steuerbaren* Potentialbarrieren in Halbleitermaterialien [4]. Diese Potentialbarrieren werden elektrostatisch durch zwei negativ geladene Steuerelektroden erzeugt, die einen dünnen leitenden Steg kreuzen. Die Barrierenhöhen sind hier durch die Änderung der Gatespannungen variierbar (Bild 6 unten). Die Insel, die sich als „Mulde“ in der Potentiallandschaft zwischen den beiden Barrieren ausbildet, wird auch als „Quantenpunkt“ bezeichnet. Durch die Gatespannungen kann die Besetzung des Quantenpunkts mit Elektronen kontrolliert werden. Zur Herstellung solcher Schaltungen werden ähnliche Methoden wie bei der Fabrikation moderner Feldeffekttransistoren eingesetzt.

Diese beiden Typen von Einzelelektronen-Schaltungen unterscheiden sich nicht nur bezüglich der Herstellungstechnologie, sondern ganz wesentlich auch hinsichtlich ihrer Betriebsweise und Eigenschaften. Dies soll nun erläutert werden anhand eines besonderen Schaltungstyps, der sogenannten Einzelelektronen- oder SET-Pumpe. SET-Pumpen ermöglichen den kontrollierten Transport von

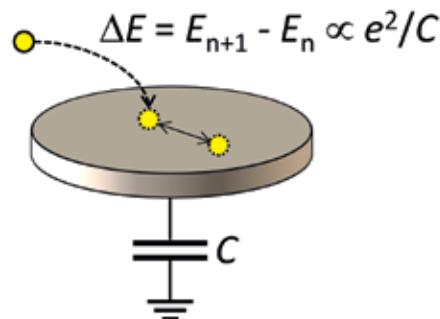


Bild 5:
Erläuterung zur Coulomb-Wechselwirkung zwischen Elektronen in einem Leiter, hier dargestellt als Scheibe. Diese „Ladungsinsel“ hat eine Gesamtkapazität C zur Umgebung. Das Hinzufügen eines Elektrons ($n \rightarrow n+1$) erfordert das Aufbringen von Energie, die der elektrostatischen Energieänderung $\Delta E \sim e^2/C$ entspricht. Macht man die Ladungsinsel kleiner, so nimmt deren Kapazität C ab, und die „Zufügeenergie“ ΔE wird größer. Bei kleineren Abmessungen der Ladungsinsel muss also mehr Energie aufgewendet werden, um sie mit zusätzlichen Elektronen zu beladen. Wenn die Temperatur des Systems so niedrig ist, dass diese Zufügeenergie nicht durch thermische Anregung aufgebracht werden kann, so äußert sich dies im sogenannten „Coulomb-Blockade“-Effekt. Bei Strukturen in der Größenordnung von 1 µm sind dazu typischerweise Temperaturen unterhalb von 0,1 Kelvin erforderlich (entsprechend 0,1 Grad über dem absoluten Nullpunkt).

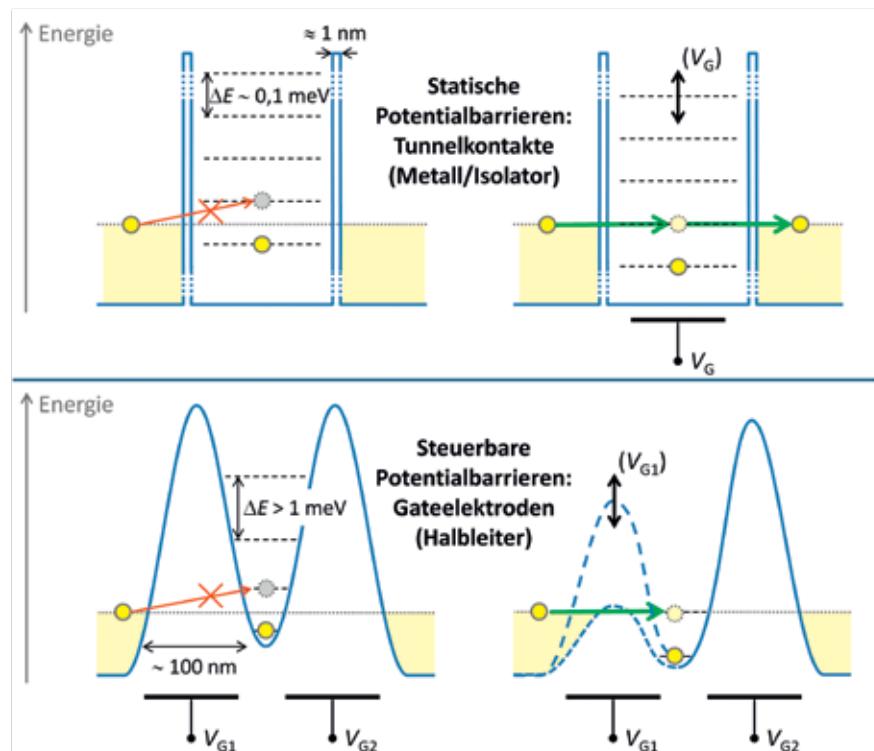


Bild 6:
Schematische Darstellung unterschiedlicher Einzelelektronen-Schaltungen.
Der oben gezeigte Typ basiert auf einer kleinen „Ladungsinsel“, die durch die Isolatorbarrieren zweier Tunnelkontakte gebildet wird. Die Coulomb-Wechselwirkung in der kleinen Insel bewirkt, dass „Insel-Elektronen“ nur diskrete Energiezustände (dargestellt durch die gestrichelten Linien) einnehmen können. Bei sehr niedrigen Temperaturen (typischerweise deutlich unterhalb von 1 Kelvin) ist der Elektronenfluss über die Insel dadurch blockiert, wie oben links gezeigt. Diese „Coulomb-Blockade“ kann aufgehoben werden, wenn man das Potential der Insel mittels der Gatespannung V_G so einstellt, dass Elektronen ohne Energieänderung durch die Tunnelkontakte „schlüpfen“ (genauer gesagt quantenmechanisch tunneln) können, wie oben rechts gezeigt. Der unten gezeigte Schaltungstyp basiert auf zwei steuerbaren Potentialbarrieren. Diese werden durch elektrostatische Potentiale verursacht, die entstehen, wenn man an die zwei Steuerelektroden der Schaltung negative Spannungen V_{G1} und V_{G2} anlegt. Auch hier ist, wie unten links gezeigt, zunächst kein Fluss weiterer Elektronen auf die Insel möglich. Durch Absenken der Barriere (also durch Erhöhung der Spannung V_{G1} , unten rechts gezeigt) wird Elektronentransport auf die Insel ermöglicht. Dadurch kann die Elektronenbesetzung der Insel kontrolliert verändert werden. Ist die Insel sehr klein, so bilden sich auch hier diskrete Energieniveaus aus: Nur bestimmte Energiewerte in der Potentialmulde können durch jeweils ein Elektron besetzt werden, und man spricht von einem „Quantenpunkt“ (engl. *Quantum Dot*). Der Coulomb-Blockade-Effekt tritt also auch hier auf.

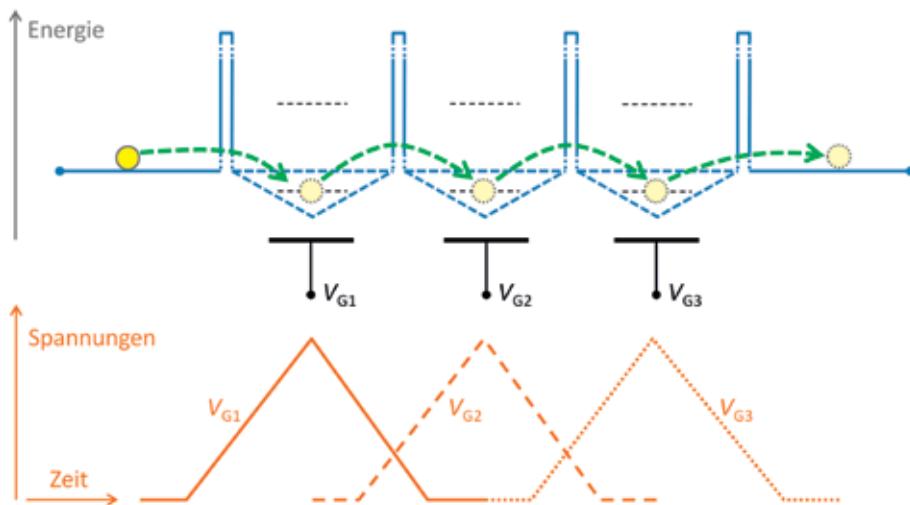
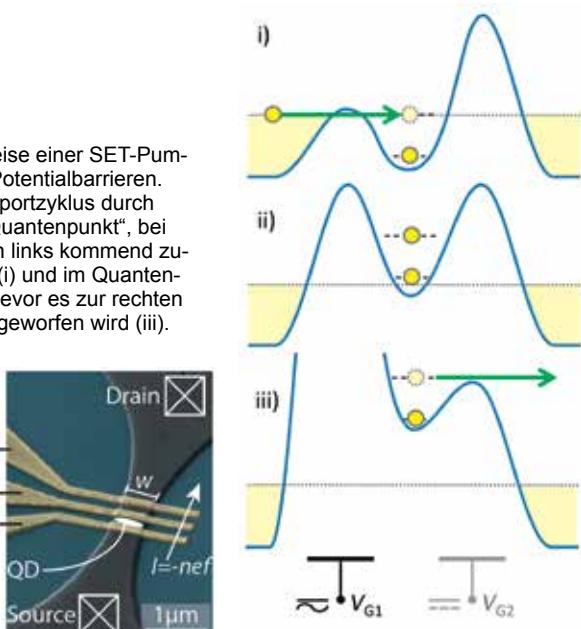


Bild 7:
Ober: Funktionsweise einer SET-Pumpe mit vier Tunnelkontakteen (drei „Ladungsinseln“ zwischen jeweils zwei Tunnelkontakten) in schematischer Darstellung. Gezeigt ist der Transportzyklus eines Elektrons durch die Schaltung. Unten: Elektronenmikroskopische Aufnahme einer solchen SET-Pumpe mit vier in Reihe geschalteten Tunnelkontakten (durch gelbe Kreise markiert) und drei Gateelektroden G1–G3, welche die Potentiale der Inseln ansteuern.

Bild 8:
Rechts: Funktionsweise einer SET-Pumpe mit steuerbaren Potentialbarrieren. Gezeigt ist ein Transportzyklus durch den „dynamischen Quantenpunkt“, bei dem ein Elektron von links kommend zunächst eingefangen (i) und im Quantendot isoliert wird (ii), bevor es zur rechten Seite hin wieder ausgeworfen wird (iii). Moduliert wird dabei nur die Höhe der linken Barriere. Links unten: Elektronenmikroskopische Aufnahme einer SET-Pumpe mit einem „Quantendot“ (QD) zwischen Gateelektroden G1 und G2. 1 μm



einzelnen Elektronen und damit die quantisierte Stromerzeugung gemäß $I = n \cdot e \cdot f$, so wie schon in Bild 4 schematisch gezeigt. Ihnen kommt daher bezüglich der zukünftigen Realisierung des „Quanten-Ampere“ eine besonders wichtige Rolle zu.

SET-Pumpen mit statischen oder steuerbaren Potentialbarrieren

Aufbau und Funktionsweise einer SET-Pumpe mit Tunnelkontakte – also statischen Potentialbarrieren – sind in Bild 7 dargestellt. Diese SET-Pumpe wird gebildet aus einer Reihenschaltung von mindestens drei Tunnelkontakten, wobei die Inseln zwischen je zwei benachbarten Tunnelkontakten mit je einer Gateelektrode versehen sind. Damit können die Potentiale der Inseln elektrostatisch gesteuert werden. Wenn alle Gatespannungen Null sind, ist aufgrund der Coulomb-Blockade kein Elektronenfluss durch diese Schaltung möglich. Sendet man nun einen Zug von Spannungspulsen über die Gateelektroden, so wird die Coulomb-Blockade der hintereinander liegenden Inseln nacheinander aufgehoben, und ein Elektron folgt der elektrischen „Polarisationswelle“ der Gatespannungen von Insel zu Insel durch die Schaltung. Die Coulomb-Blockade verhindert, dass eine Insel dabei mit zwei (oder noch mehr) Elektronen besetzt wird. Wird dieser Transportzyklus mit der Frequenz f wiederholt, so liefert diese SET-Pumpe einen Strom $I = e \cdot f$. Wie bereits erwähnt, unterliegt der Transport durch die Tunnelbarrieren jedoch den Gesetzen der Statistik. Dies hat zur Folge, dass bei Frequenzen oberhalb von etwa 100 MHz in stark zunehmendem Maße Fehler durch „verpasste“ Tunnelereignisse auftreten. In der Praxis bedeutet das eine Limitierung der erzielbaren maximalen Stromstärken auf etwa 10 pA bis 20 pA ($1 \text{ pA} = 10^{-12} \text{ A}$).

Die Funktionsweise einer SET-Pumpe mit steuerbaren Potentialbarrieren ist in Bild 8 gezeigt. Dabei wird die Höhe der linken Barriere mittels einer an die Gateelektrode angelegte Wechselspannung V_{G1} periodisch so moduliert, dass abwechselnd einzelne Elektronen von der linken Leiterseite kommend in dem „dynamischen Quantenpunkt“ zwischen den Barrieren eingefangen und zur anderen Seite wieder ausgeworfen werden. Dieser Transportmechanismus involviert keine „langsam“ Tunnelprozesse durch die hohen Potentialbarrieren, welche die Wiederholfrequenz f begrenzen würden. Daher kann eine SET-Pumpe mit steuerbaren Potentialbarrieren wesentlich höhere Stromstärken liefern als die zuvor beschriebene Tunnelkontakt-Pumpe: Frequenzen bis in den Gigahertz-Bereich sind möglich, was gemäß $I = e \cdot f$ maximalen Stromstärken von mehr als 160 pA entspricht. Ein weiter Vorteil dieses Pumpentyps ist, dass man nur eine Gateelektrode mit einer Wechselspannung betreiben muss. Dies erleichtert sowohl das Layout der Schaltung als auch den Pumpbetrieb.



Herausforderungen und Stand der Forschung

Zu den wesentlichen Herausforderungen beim metrologischen Einsatz von SET-Pumpen zählen zwei Punkte:

1. Stärke des erzeugten Stromes: Bislang verfügbare SET-Pumpen liefern nur sehr **kleine Stromstärken** von typischerweise weniger als 1 nA (10^{-9} A).
2. Genauigkeit des erzeugten Stromes: Beim Einzelektronentransport in SET-Pumpen kommt es generell zu (statistischen) **Fehlerereignissen**.

An der Lösung der damit verbundenen Probleme wird gegenwärtig in Forschung und Entwicklung gearbeitet, mit bereits sehr vielversprechenden Resultaten:

Zu Punkt 1: Wie bereits erwähnt, sind die von Tunnelkontakt-SET-Pumpen erreichbaren Stromstärken begrenzt auf die Größenordnung von etwa zehn Pikoampere. Pumpen, basierend auf „dynamischen Quantenpunkten“, können mit Pumpfrequenzen im Gigahertz-Bereich etwa zehnmal größere Stromstärken liefern. Dies wurde bereits mit unterschiedlichen Halbleiter-SET-Pumpen demonstriert. Dabei wurde bestätigt, dass gemäß $I = e \cdot f$ quantisierte Ströme einer Stärke im Bereich von hundert Pikoampere mit einer Genauigkeit erzeugt werden können, die für metrologische Anwendungen als zukünftige Stromnormale ausreichend ist. Dennoch ist man bestrebt, neue Konzepte für SET-Pumpen zu erforschen und weiterzuentwickeln, welche den Nanoampere-Bereich erschließen [5]. Entsprechende Forschungsarbeiten erfordern Methoden zur *hochgenauen Messung* solch kleiner Stromstärken. Für den angestrebten Einsatz von SET-Pumpen als zukünftige Stromnormale und für den darauf aufbauenden praktischen Einsatz in der Metrologie benötigt man zudem extrem *genaue Methoden zur Stromverstärkung*. Bezuglich beider Punkte wurden in jüngster Zeit durch Innovationen in der instrumentellen Messtechnik in der PTB erhebliche Fortschritte gemacht: Kürzlich wurde von PTB-Forschern ein neuartiger Verstärker für kleine Ströme entwickelt und verifiziert [6, 7]. Dieses neuartige Instrument mit zeitlich höchst stabilen Eigenschaften erlaubt die hochgenaue Stromverstärkung (Faktor 1000 oder mehr). Außerdem können Eingangsströme im Bereich von sub-fA ($< 10^{-15} \text{ A}$) bis zu $5 \mu\text{A}$ ($5 \cdot 10^{-6} \text{ A}$) über ein Widerstandsnetzwerk extrem genau in Spannungssignale umgewandelt werden. Damit können kleine Stromstärken nun mit unübertroffener Genauigkeit und rückgeführt auf Quanten-Hall-Widerstand und Josephson-Spannungsnormale gemessen werden: Relative Unsicherheiten von 10^{-7} für 100 pA wurden bereits demonstriert.

Zu Punkt 2: Der angestrebte Einsatz von SET-Pumpen als zukünftige Stromstarkenormale erfordert es, relative Unsicherheiten von 10^{-7} oder besser bei der Stromerzeugung zu erreichen. Zur Erinnerung: Die in der Einleitung erwähnte indirekte „klassische“ Darstellung des SI-Ampere, realisiert mittels elektromechanischer Apparaturen, erzielte bereits eine relative Unsicherheit von wenigen Teilen in 10^7 . Prinzipiell treten beim Einzelektronentransport in SET-Pumpen jedoch Fehlerereignisse auf, welche Abweichungen der gelieferten Stromstärke vom quantisierten Wert $e \cdot f$ verursachen und damit die Genauigkeit des erzeugten Stromes beeinträchtigen können. Bei den auf metallischen Tunnelkontakte basierenden SET-Pumpen können Fehlerereignisse beispielweise durch die statistische Natur der Tunnelprozesse oder durch thermische oder elektromagnetische Anregungen von Elektronen verursacht werden. Für die zuletzt genannten Fehler sind diese Pumpen anfällig, da die Coulomb-Blockade in ihnen typischerweise relativ schwach ausgeprägt ist: Die entsprechenden Energieabstände ΔE auf den Ladungsinseln liegen im Bereich unterhalb von etwa $0,1 \text{ meV}$ (siehe Bild 6 oben). Bei den auf „dynamischen Quantenpunkten“ basierenden Halbleiter-Pumpen kann es während der „Einladephase“ von Elektronen in den Quantenpunkt (Phase i in Bild 8) zu Fehlern kommen, dadurch dass beispielsweise ein Elektron wieder auf die Ausgangsseite zurückfällt, bevor es stabil in der Potentialmulde isoliert werden kann (Phase ii in Bild 8). Alle genannten Fehlerereignisse treten typischerweise statistisch auf und müssen bei der Stromerzeugung quantitativ berücksichtigt werden, um Aussagen über die erreichte Genauigkeit zuzulassen. Dies wiederum erfordert es, einzelne Fehlerereignisse in den SET-Schaltungen zu „zählen“. Dafür setzt man ultrasensitive Ladungsdetektoren ein, welche die Ladung mit einer Auflösung kleiner e messen und damit einzelne Elektronen nachweisen können [8]. Diese sogenannten SET-Detektoren lassen sich ebenfalls durch spezielle Einzelektronen-Schaltungen (sogenannte SET-Elektrometer oder -Transistoren) realisieren, auf die hier jedoch nicht im Detail eingegangen wird.

Der Stand der Technik im Bereich der Fehlerdetektion für SET-Pumpenschaltungen wurde in jüngster Zeit durch die Entwicklung neuer „Zählverfahren“ in der PTB erheblich vorangebracht [9, 10]. Der besondere Trick dabei ist es, nicht jedes von den SET-Pumpen transferierte Elektron zu zählen – bei hohen Pumpfrequenzen würde die limitierte Bandbreite der Detektoren dies ohnehin nicht erlauben; vielmehr basiert die Methode darauf, nur die sehr viel seltener auftretenden Fehlerereignisse zu zählen. Dabei kommt eine Anordnung von mehreren SET-

Pumpen in Reihenschaltung in Kombination mit SET-Detektoren zum Einsatz, so wie schematisch in Bild 9 gezeigt ist. Auf diese Weise können Pumpfehler gewissermaßen „*in situ*“ während der Stromerzeugung erfasst und für eine Korrektur der gelieferten Stromstärke berücksichtigt werden. Dazu wird eine Korrelationsanalyse der gleichzeitig ausgelesenen Detektorsignale durchgeführt, wodurch bestimmte Fehlerarten eindeutig identifiziert werden können. Dies ermöglicht Rückschlüsse darauf, welche der Pumpen einen Fehler gemacht hat und ob es sich dabei um ein „verpasstes“ oder „zusätzliches“ Elektron handelt.

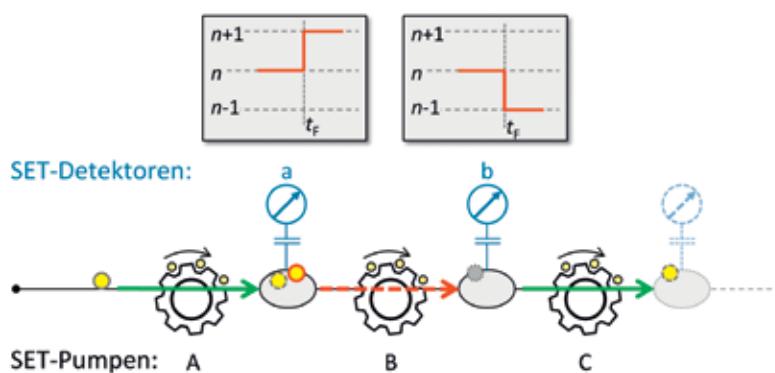


Bild 9:
Nachweis bzw. Zählen von SET-Pumpfehlern in einer Reihenschaltung aus SET-Pumpen mittels SET-Detektoren, welche die Ladungszustände der Inseln zwischen jeweils zwei Pumpen detektieren. Beim kontinuierlichen Pumpbetrieb der Pumpen trete zum Zeitpunkt t_F ein durch Pumpe B verursachter Fehler auf – dabei wird ein Elektron auf der Insel zwischen den Pumpen „A“ und „B“ „zurückgelassen“. Dies zeigt sich in den Signaturen der beiden SET-Detektoren „a“ und „b“, welche die Ladungszustände der jeweiligen Inseln überwachen: Das Signal von Detektor „a“ (ganz oben links) zeigt nach dem Fehlerereignis ein überschüssiges Elektron (rot umrandet) auf der ersten Insel an ($n \rightarrow n+1$). Gleichzeitig registriert Detektor „b“, dass auf der nachfolgenden Insel nun ein Elektron fehlt ($n \rightarrow n-1$), da die korrekt funktionierende Pumpe „C“ ein Elektron abtransportiert hat.

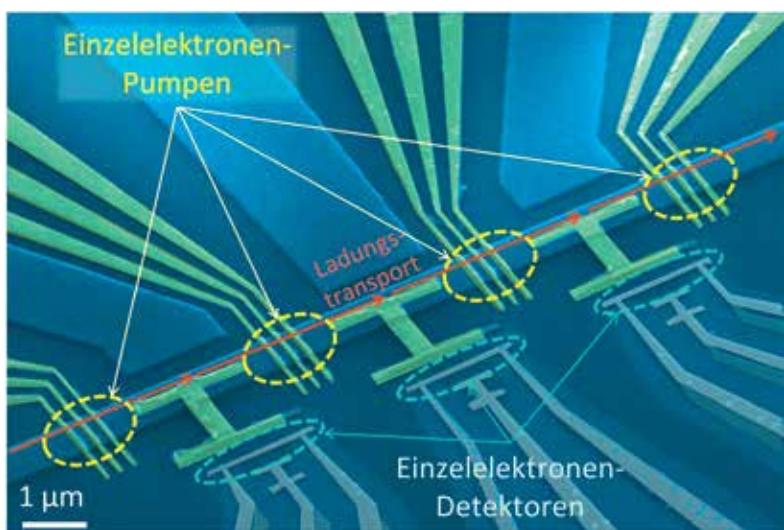


Bild 10:
In der PTB entwickelter Prototyp einer „selbstreferenzierten“ Einzelektronen-Stromquelle (Betriebsschema gemäß Abb. Bild 9) mit vier in Reihe geschalteten SET-Pumpen (Halbleiterstrukturen mit steuerbaren Potentialbarrieren) und SET-Detektoren, welche die Ladungszustände der Inseln zwischen den SET-Pumpen überwachen.

Es ist in der PTB bereits gelungen zu zeigen, dass mit diesem Verfahren die Genauigkeit des durch eine SET-Stromquelle erzeugten Stromes erheblich gesteigert werden kann [10]. Ein Prototyp der dazu verwendeten „selbstreferenzierten“ (also *sich selbst überprüfenden*) Einzelektronen-Stromquelle ist in Bild 10 gezeigt.

Mit Blick auf die weitere Entwicklung ist zu erwarten, dass sowohl Fortschritte in der Kleinstrommesstechnik als auch in der Weiterentwicklung von selbstreferenzierten SET-Stromquellen erheblich zur zukünftigen Realisierung des „Quanten-Ampere“ beitragen werden. Die PTB ist auf beiden Gebieten bereits jetzt führend.

5. Ausblick

Es ist absehbar, dass weiterentwickelte SET-Pumpen mit steuerbaren Potentialbarrieren in naher Zukunft Stromstärken bis in den nA-Bereich mit relativen Unsicherheiten von besser als 10^{-7} liefern werden. Die PTB hat sich zum Ziel gesetzt, das neu definierte Ampere mit einer Einzelektronen-Stromquelle für Stromstärken von etwa 100 pA mit einer relativen Unsicherheit kleiner als $1 \cdot 10^{-7}$ zu realisieren. Zusammen mit den in der PTB entwickelten neuen Stromverstärkerinstrumenten kann damit der Stromstärkebereich zwischen 1 fA und 1 μA mit überragender Genauigkeit erschlossen werden. Damit wird absehbar auch die Genauigkeit von Instrumentenkalibrierungen im Bereich kleiner Stromstärken um bis zu zwei Größenordnungen verbessert. Dies ist nicht nur für die Forschung an Einzelektronen-Schaltungen, sondern auch für Anwendungen in der Industrie sowie der Umwelt- und Medizinsmesstechnik relevant: Sowohl die moderne Halbleiterindustrie (Mikro- und Nanoelektronik) als auch die Medizin- und Umweltmesstechnik (beispielweise Dosimetrie und Immissionsschutzmessungen) benötigen in zunehmendem Maße Methoden zur genauen Messung kleiner Stromstärken.

Für höhere Stromstärken werden auch in Zukunft Realisierungen des Ampere mithilfe von Quanten-Hall-Effekt und Josephson-Effekt (über das Ohm'sche Gesetz) besser geeignet sein. Diese beiden in der elektrischen Metrologie bereits lange etablierten Quanteneffekte erhalten durch die Neudefinition des SI sogar noch größere Bedeutung: Da neben dem Wert für e im neuen SI auch der Wert für h festgelegt wird, werden Josephson-Spannungsnormale das SI-Volt (basierend auf $K_J = 2e/h$) und Quanten-Hall-Widerstände das SI-Ohm (basierend auf $R_K = h/e^2$) realisieren. Neben der direkten Amperedarstellung mittels SET-Pumpenschaltungen (über $I = n \cdot e \cdot f$) ist dann auch die indirekte Darstellung mit einem Josephson-Spannungsnormal und einem Quanten-Hall-Widerstand SI-konform.



Mit Blick auf die elektrische Metrologie generell ist noch anzumerken, dass die Nutzung des Josephson- und des Quanten-Hall-Effekts ausgehend vom bereits erreichten hohen Stand weiterentwickelt wird – vor allem für Wechselstrom-Anwendungen. Die Weiterentwicklung der elektrischen Metrologie verbessert nicht nur die praktische elektrische Messtechnik, sondern ermöglicht auch neue grundlegende Experimente, die auf ein besseres Verständnis des Transports quantisierter Ladungen in Festkörpern abzielen. Dazu zählen Experimente wie das „Quantenmetrologische Dreieck“. Ausführliche Darstellungen dieses Aspekts finden sich beispielsweise in den Referenzen [1], [5] und [11].

Der Anschluss zwischen elektrischen und mechanischen Einheiten wird im neuen SI durch ein weiteres wichtiges Experiment hergestellt, welches in den vergangenen Jahrzehnten in der Metrologie entwickelt und optimiert wurde: Mit der sogenannten *Wattwaage* – wiederum eine elektromechanische Apparatur – wird die Verbindung zwischen der Masse (als mechanische Größe) und den elektrischen Größen hergestellt, indem mechanische und elektrische Leistung (beziehungsweise Energie) verglichen werden [1].

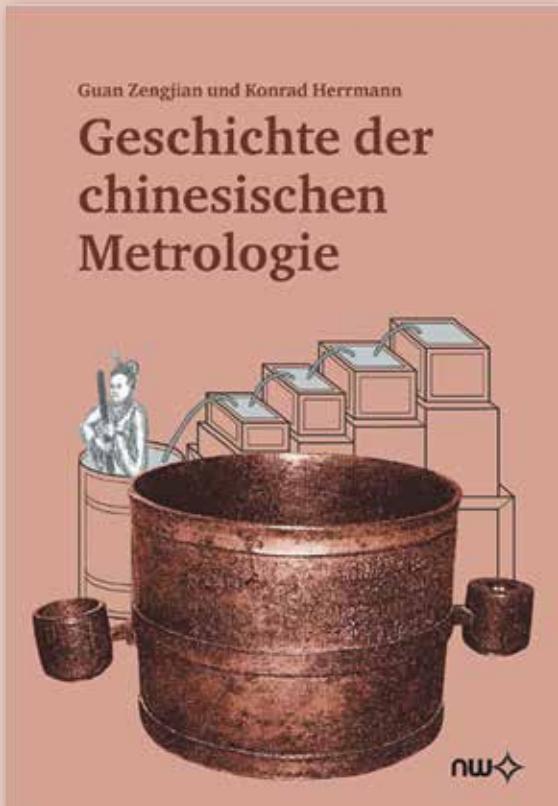
6. Fazit

Die Festlegung der Zahlenwerte der Fundamentalkonstanten *Elementarladung* und *Planck-Konstante* im neuen SI wird die Bedeutung der elektrischen Quanteneffekte sowohl für fundamentale metrologische Anwendungen wie auch für die messtechnische Praxis weiter stärken. Die direkteste Realisierung des Ampere kann mit elektronischen Schaltungen erfolgen, welche das „Abzählen“ einzelner Elektronen nutzen. Die bereits länger metrologisch etablierten Quanteneffekte für das Volt und das Ohm (Josephson- und Quanten-Hall-Effekt) werden durch die Neudeinition SI-konform und können damit auch für die Darstellung des zukünftigen SI-Ampere genutzt werden. Letzteres ist allerdings eine eher indirekte Darstellung, da sie auf der Kombination von Spannung und Widerstand beruht.

Bei der Festlegung der Zahlenwerte der definierenden Konstanten wird darauf geachtet, dass die Größenunterschiede zwischen den „neuen“ Einheiten und denen des „alten“ SI möglichst klein ausfallen. Bei den elektrischen Einheiten wird die SI-Neudeinition allenfalls zu sehr kleinen Änderungen in der Größenordnung von einem Teil in 10 Millionen führen; der Anschluss an die „alten“ Einheiten wird also ohne große Sprünge erfolgen. Daher ist sichergestellt, dass die Stromrechnung des Energieversorgers sich durch die Neudeinition des Ampere nicht ändern wird.

Literatur

- [1] *E. O. Göbel und U. Siegner*; Quantum Metrology: Foundation of Units and Measurements, Wiley-VCH, Weinheim (2015), ISBN 978-3-527-41265-5
- [2] *M. Planck*; Über irreversible Strahlungsvorgänge, in Sitzungsbericht der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften, erster Halbband, (1899) 479–480
- [3] Single Charge Tunneling – Coulomb blockade phenomena in nanostructures, in NATO ASI Series B, Vol. 294, Editoren *H. Grabert und M. H. Devoret*, Plenum Press, New York (1992), ISBN 0-306-44229-9
- [4] *B. Kästner und V. Kashcheyevs*; Non-adiabatic quantized charge pumping with tunable-barrier quantum dots: a review of current progress, Reports on Progress in Physics **78** (2015) 103901
- [5] *J. P. Pekola, O.-P. Saira, V. F. Maisi, A. Kemppinen, M. Möttönen, Y. Pashkin, D. V. Averin*; Single-electron current sources: toward a refined definition of the ampere, Review of Modern Physics **85** (2013) 1421
- [6] *D. Drung, C. Krause, U. Becker, H. Scherer, F. J. Ahlers*; Ultrastable low-noise current amplifier: a novel device for measuring small electric currents with high accuracy, Review of Scientific Instruments **86** (2015) 024703
- [7] *D. Drung, M. Götz, E. Pesel, H. Scherer*; Improving the traceable measurement and generation of small direct currents, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement **64** (2015) 3021
- [8] *L. Fricke, R. Dolata, B. Kästner, F. Hohls, H.-W. Schumacher*; Die Kunst des Elektronenzählens, Physik in unserer Zeit **46** (2015) S. 70–76
- [9] *L. Fricke, M. Wulf, B. Kästner, V. Kashcheyevs, J. Timoshenko, P. Nazarov, F. Hohls, P. Mirovsky, B. Mackrodt, R. Dolata, T. Weimann, K. Pierz, H.-W. Schumacher*; Counting statistics for electron capture in a dynamic quantum dot, Physical Review Letters **110** (2013) 126803
- [10] *L. Fricke, M. Wulf, B. Kaestner, F. Hohls, P. Mirovsky, B. Mackrodt, R. Dolata, T. Weimann, K. Pierz, U. Siegner, H.-W. Schumacher*; Self-referenced single-electron quantized current source, Physical Review Letters **112** (2014) 226803
- [11] *H. Scherer und B. Camarota*; Quantum metrology triangle experiments: a status review, Measurement Science and Technology **23** (2012) 124010



Guan Zengjian
Konrad Herrmann

Geschichte der chinesischen Metrologie

Erste umfassende Monografie über
die Geschichte der Metrologie
im deutschsprachigen Raum.

Zahlreiche Illustrationen von
alten Messmitteln und Messprinzipien.

Beschreibt den Einfluss der westlichen
Kultur auf die chinesische Metrologie.

€ 34,90 [D]
inkl. Versand

17,5 x 24,5 cm | Hardcover
424 Seiten | 54 Abbildungen
ISBN 978-3-95606-188-2

Die Metrologie hatte schon immer einen großen Einfluss auf den Fortschritt der Gesellschaft. Das einheitliche Messen von Länge und Gewicht oder von Zeit und Raum verbindet eine Kultur und macht ein wissenschaftliches Zusammenarbeiten erst möglich.

Die über 3000 Jahre alte Metrologie-Geschichte Chinas ist ein spannendes Wissensgebiet für alle, die sich für Wissenschaftsgeschichte im Allgemeinen oder Metrologie im Besonderen interessieren.

Dieses Buch berichtet von der Entwicklung der Maße und Gewichte in China im Kontext von Mathematik und den Naturwissenschaften. Die Autoren stellen außerdem seltene Normalgeräte vor, die zum nationalen Schatz Chinas zählen. Außerdem beschreiben sie, wie einheitliche Messungen in der Vergangenheit durchgesetzt wurden. Auch ein besonderes Kapitel des Kulturaustausches zwischen China und Europa – die Beiträge von Jesuiten zum Fortschritt der Metrologie – wird hier dargestellt.

Die erste umfassende Monografie über die Geschichte der chinesischen Metrologie auf Deutsch – mit zahlreichen Illustrationen.

Fachverlag NW
nw
im Carl Schünemann Verlag

Zu beziehen über den:
Fachverlag NW in der Carl Schünemann Verlag GmbH
Zweite Schlachtpforte 7 | 28195 Bremen
Tel. (04 21) 3 69 03-56 | Fax (04 21) 3 69 03-63 | www.schuenemann-verlag.de

Atome zählen für Masse und Stoffmenge

Peter Becker*, Horst Bettin**

Zusammenfassung

Die Avogadro-Konstante ist neben der Planck-Konstante eine wichtige Eingangsgröße bei den internationalen Bemühungen, die Einheit der Masse, das Kilogramm, mithilfe von Fundamentalkonstanten neu zu definieren. Aktuell wird vorgeschlagen, die Einheit der Stoffmenge, das Mol, direkt auf die Avogadro-Konstante N_A zu beziehen und für die Neudeinition der Masseneinheit die Planck-Konstante h zu verwenden (neben zwei weiteren Konstanten, nämlich der Lichtgeschwindigkeit c und der Frequenz des Hyperfeinstruktur-Übergangs im Cäsiumatom $\Delta\nu$). Noch beruht die Definition des Kilogramms auf einem über 100 Jahre alten Prototyp, dem „Urkilogramm“ in Paris. Doch die Verhältnisse zwischen diesem Kilo-grammstück und allen anderen nationalen Prototypen schwanken. Die Massen dieser Artefakte (wie es bei makroskopischen Objekten in Wechselwirkung mit der Umgebung auch prinzipiell zu erwarten ist) ändern sich – ein auf Dauer unhaltbarer Zustand für die Definition der Masseneinheit. Bevor jedoch eine Neudeinition möglich ist, stehen die Experimentatoren vor großen Herausforderungen: Sie müssen die fraglichen Konstanten mit hinreichend kleinen Messunsicherheiten bestimmen.

Bis 2003 hatte man versucht, mithilfe von natürlichem Silizium (das aus drei Isotopen besteht) die Avogadro-Konstante zu bestimmen. Die Aufgabe, das Isotopenverhältnis mit einer Messunsicherheit kleiner als 10^{-7} zu messen, erwies sich jedoch als unlösbar. Bei hochangereichertem Silizium hingegen stellen die schwereren Isotope ^{29}Si und ^{30}Si quasi nur noch eine Verunreinigung dar, die man massenspektrometrisch genauer bestimmen kann. Daher startete ein internationales Konsortium (*International Avogadro Coordination*, IAC) 2003 eine Kooperation mit Forschungsinstituten in Russland, um etwa 5 kg hochangereichertes Silizium (99,99 % ^{28}Si) als Einkristall herstellen zu lassen und die Avogadro-Konstante bis zum Jahre 2010 mit einer relativen Messunsicherheit von ca. $2 \cdot 10^{-8}$ zu bestimmen.

2011 gelang es erstmals dem internationalen Konsortium aus Metrologieinstituten und dem

Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) unter Federführung der PTB, trotz extrem hoher experimenteller Herausforderungen, die Siliziumatome in einer 1 kg schweren Siliziumkugel aus angereichertem ^{28}Si mit hoher Genauigkeit zu „zählen“. Als Ergebnis lieferte dieses Experiment einen Wert für die Avogadro-Konstante – und ohne Verlust an Genauigkeit – einen Wert für die Planck-Konstante, da beide über eine sehr genau bekannte Beziehung miteinander verkoppelt sind [1]. 2015 wurde unter verbesserten Bedingungen eine Messunsicherheit von $2 \cdot 10^{-8}$ erreicht [2], wobei sich als begrenzender Faktor eine nicht ausreichend perfekte Kugelform erwies. Das gesamte Experiment ist in einer Sonderausgabe der Zeitschrift *Metrologia* ausführlich beschrieben [3].

Entsprechend den Vorgaben von Gremien der Meterkonvention müssen für die geplante Neudeinition mindestens drei unabhängige Messergebnisse, darunter auch Ergebnisse der Planck-Konstante via Wattwaagen-Experimente, vorliegen. Der vom *National Research Council of Canada* (NRC) im Jahr 2014 veröffentlichte Wert stimmt sehr gut mit dem Avogadro-Wert überein, sodass sich die Metrologen entschlossen haben, den Countdown zu starten: für die Neudeinition der Masseneinheit in 2018.

Einleitung

Seit der 1. Generalkonferenz für Maß und Gewicht im Jahr 1889 verkörpert der Internationale Kilogrammprototyp die Einheit der Masse.

Seit Jahren sorgt man sich am BIPM in Paris um die Langzeitstabilität des „Urkilogramms“ als Verkörperung der Masseneinheit. Gegenüber den Massenormalen der nationalen Metrologieinstitute hat es anscheinend im Laufe der Jahrzehnte etwa 50 µg an Masse eingebüßt. Gründe dafür kennt man nicht. Auch weiß man nicht, ob die Masseänderung im Wesentlichen auf das Konto des Urkilogramms selbst geht, oder ob diese Massendifferenzen eher in Änderungen der nationalen Massenormale begründet liegen.

Das Kilogramm ist im Rahmen des Internationalen Systems der Einheiten (SI) mit den Definiti-

* Dr. Peter Becker,
ehemaliger Leiter
des internationalen
Avogadro-Projekts,
E-Mail:
peter.becker@ptb.de

** Dr. Horst Bettin,
Fachbereich
„Masse – Darstellung
der Einheit“, E-Mail:
horst.bettin@ptb.de

Grafik:
Das Messprinzip ist beim Avogadro-Experiment sehr einfach. Um die Anzahl der Atome in der Siliziumkugel zu bestimmen, müssen lediglich der Durchmesser der Kugel und der elementare Abstand der Atome im Kristall, der Gitterparameter, bestimmt werden. Aus dem Kugelvolumen und dem Volumen der Elementarzelle (im Falle des Diamantgitters von Silizium befinden sich darin acht Atome) lässt sich also direkt die Zahl der Atome im gesamten Kristall ermitteln. Dann wird die Kugel einmal gewogen (also mit dem Ur-Kilogramm verglichen), womit die Masse eines Siliziumatoms bestimmt ist. Somit beantwortet das Experiment auch die Frage, wie viele Siliziumatome ein Kilogramm ausmachen.

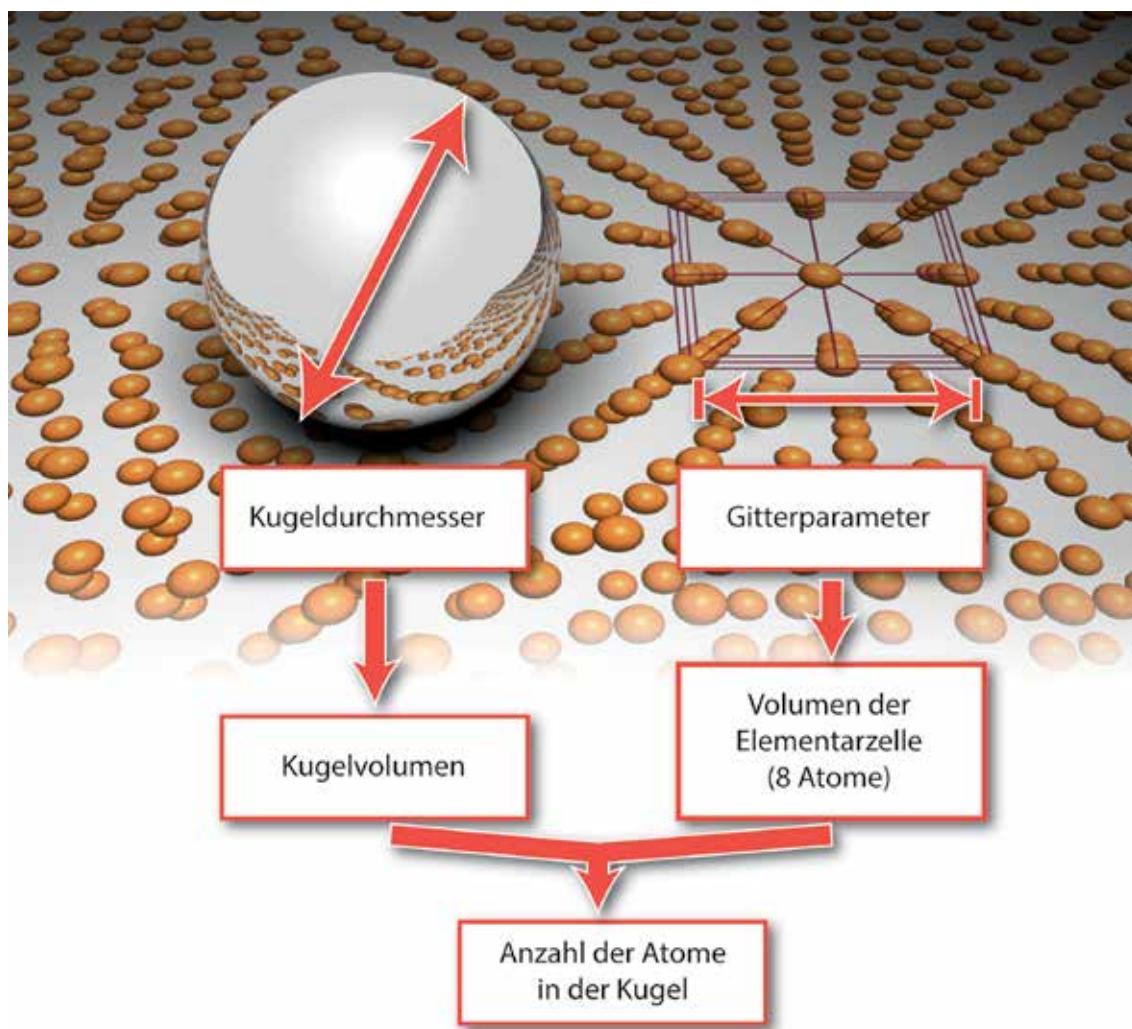
Der Bezug des Experiments zur Avogadro-Konstante ist sehr direkt: Zusätzlich zu der Masse eines Siliziumatoms bestimmen beim Avogadro-Experiment die Chemiker auch noch die molare Masse des verwendeten Siliziums. Und der Quotient aus beiden ist die Avogadrokonstante. Der Bezug des Experiments zum Planck'schen Wirkungsquantum ist indirekt (siehe Infokasten): Dieser Bezug geschieht über die Relation zwischen Atommasse und Elektronenmasse, die beispielsweise durch Penning-Fallen sehr genau messbar ist. Das Ergebnis des Avogadro-Experiments sind damit zwei Naturkonstanten: die Avogadrokonstante und (indirekt daraus errechnet) das Planck'sche Wirkungsquantum.

onen der SI-Einheiten Ampere, Candela und Mol verbunden. Dadurch ist es bislang unmöglich, die elektrischen Einheiten auf der Basis der Josephson-Konstante und der von-Klitzing-Konstante im SI genauer darzustellen. Eine Definition der Masseneinheit auf der Basis einer fundamentalen Größe der Physik wäre eine Lösung der Probleme [4, 5].

Die Planck-Konstante wurde 1900 von Max Planck selbst eingeführt, als er die Grundlagen des Schwarzen Strahlers und damit die Energie des harmonischen Oszillators als quantisiert in Einheiten von $E = h \cdot v$ beschrieb. h hat die Einheit einer Wirkung, also $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$, und somit eine Verbindung zur Masse. h wie auch die Lichtgeschwindigkeit c , die der Längeneinheit Meter zugeordnet wird, sind fundamentale Konstanten der Physik. Zwei Experimente bieten sich an, um das Kilogramm auf Naturkonstanten zu beziehen: das sogenannte Wattwaagen-Experiment, welches die Masseneinheit mit der Planck-Konstante h verbindet, und das Avogadro-Experiment, welches eine Verbindung zur atomaren Massenkonstante m_u darstellt. Beide Fundamentalkonstanten sind über eine sehr genau bekannte Beziehung miteinander verknüpft, die

sogenannte molare Planck-Konstante ($N_A h = 3,990\,312\,711(18) \cdot 10^{-10} \text{ Js/mol}$, die relative Messunsicherheit beträgt $4,5 \cdot 10^{-10}$, Näheres siehe Infobox), sodass letztlich beide Experimente zu einer Neudeinition „partnerschaftlich“ beitragen können. Voraussetzung dafür ist aber, dass sie eine relative Messunsicherheit von $2 \cdot 10^{-8}$ erreichen können. Diese Bedingung folgt aus den Mindestanforderungen an den Verlauf der Messunsicherheiten bei der messtechnischen Weitergabe der Masseneinheit. Nach dem Vorschlag eines beratenden Komitees der Meterkonvention (CCM: *Consultative Committee for Mass and Related Quantities*) würde daher die Avogadro-Konstante eine zentrale Rolle sowohl bei der Neudeinition des Kilogramms spielen, als auch bei der Neudeinition des Mols.

Bei der Mol-Definition liegt die Verbindung zur Avogadro-Konstanten auf der Hand: In einer Stoffmenge von einem Mol befinden sich exakt N_A Teilchen. Heute besagt die Definition, dass die molare Masse von ^{12}C exakt 12 g/mol beträgt. Da aber eine Verbindung zur Masseneinheit offensichtlich besteht, wird nach der Neudeinition die molare Masse von ^{12}C mit einer Unsicherheit behaftet sein.





Die molare Planck-Konstante $N_A h$

Die molare Planck-Konstante bezeichnet das Produkt aus Avogadro-Konstante N_A und Planck-Konstante h . Bemerkenswert daran: der Wert dieses Produkts ist genauer bekannt als jede der beiden Konstanten einzeln. Der Grund dafür ist, dass zwischen den beiden Konstanten eine grundlegende Verbindung existiert, die sehr genau bekannt ist. Die **Avogadro-Konstante** ist als die Anzahl von Teilchen, die in der Stoffmenge von einem Mol enthalten enthalten sind, definiert. Ein Mol wiederum besteht aus ebenso vielen gleichartigen Einzelteilchen wie Atome in 12 g ^{12}C enthalten sind, sodass für die Avogadro-Konstante gilt:

$$N_A \equiv \frac{12 \text{ g}}{m_{^{12}\text{C}}} \text{ mol}^{-1} \quad (1)$$

Die **atomare Massenkonstante** ist ebenfalls über die Masse $m_{^{12}\text{C}}$ des Kohlenstoffisotops ^{12}C definiert:

$$m_u \equiv \frac{m_{^{12}\text{C}}}{12} \quad (2)$$

Somit lässt sich ein Zusammenhang zwischen atomarer Massenkonstante und Avogadro-Konstante herstellen:

$$N_A = \frac{1}{m_u} \frac{1}{1000} \text{ kg mol}^{-1} \quad (3)$$

Als **molare Massenkonstante** wird

$$M_u \equiv \frac{1}{1000} \text{ kg mol}^{-1} \quad (4)$$

bezeichnet. Sie wird benötigt, da in der Definition der Avogadro-Konstanten die Einheit Gramm verwendet wird, während in der Definition der atomaren Masseneinheit die Einheit Kilogramm verwendet wird. Mit ihr vereinfacht sich Gleichung (3) zu:

$$N_A = \frac{M_u}{m_u} \quad (5)$$

Doch die Verbindung zwischen Avogadro- und Planck-Konstante wird letztlich durch die **Ruhemasse des Elektrons** m_e hergestellt,

denn diese kann aufgrund der Quantenphysik aus anderen Konstanten berechnet werden:

$$m_e = \frac{2R_\infty h}{c\alpha^2} \quad (6)$$

Eine dieser Konstanten ist die Planck-Konstante. Die anderen Konstanten sind die Rydberg-Konstante R_∞ , die Lichtgeschwindigkeit c und die Feinstrukturkonstante α . Alle drei sind deutlich genauer bekannt als die Planck-Konstante. Solange dies der Fall ist, können die Zahlenwerte von Planck-Konstante und Masse des Elektrons mit höherer Genauigkeit ineinander umgerechnet werden, als die mit der sie selbst bekannt sind. Die Masse des Elektrons lässt sich sehr gut vergleichen mit der atomaren Massenkonstante. Mit dieser sogenannten **relativen atomaren Masse des Elektrons**

$$A_r^e = \frac{m_e}{m_u} \quad (7)$$

schließt sich der Bogen. Denn nun kann die Planck-Konstante nicht nur in die Masse des Elektrons umgerechnet werden, sondern auch in die atomare Masseneinheit. Nach Gleichung (3) bzw. (5) kann dann ebenfalls der Zahlerwert der Avogadro-Konstante ausgerechnet werden, ohne einen zusätzlichen Verlust an Genauigkeit.

Zusammenfassen lässt sich dies in einer Gleichung:

$$N_A h = \frac{M_u c \alpha^2}{2R_\infty} A_r^e \quad (8)$$

Die molare Massenkonstante M_u und die Lichtgeschwindigkeit c haben im alten SI festgelegte Zahlenwerte, sie sind also exakt bekannt. Die Rydberg-Konstante R_∞ und die Feinstrukturkonstante α sind wie oben bereits erläutert deutlich genauer bekannt als Planck- oder Avogadro-Konstante. Da auch die Messungen der relativen atomaren Masse des Elektrons deutlich genauer sind, ist auch der Wert des Produkts deutlich genauer bekannt als die beiden Faktoren selbst.

Historisches

Die Avogadro-Konstante ist nach dem italienischen Grafen Amedeo Avogadro benannt, der sich zu Beginn des 19. Jahrhunderts mit der von Dalton begründeten Atomistik beschäftigte. Dalton hatte nachgewiesen, dass sich alle Gase bei Erwärmung auf gleiche Weise ausdehnen. Das ließe sich nur dadurch erklären, schloss Avogadro, dass auch immer dieselbe Zahl von Gasteilchen beteiligt ist: Gleiche Volumina aller Gase müssen bei gleichen äußereren Bedingungen gleich viel kleinste Teilchen enthalten. Allerdings wusste Avogadro damals nicht, wie man diese Zahl bestimmen sollte.

Erst 1865 errechnete Josef Loschmidt mithilfe der mittleren freien Weglänge von Gasmolekülen die Teilchenzahl pro Volumen. Dieser Wert lag damals nur wenig neben dem am besten heute bekannten Wert. Vierzig Jahre später versuchte Albert Einstein die Avogadro-Konstante anhand einer neuartigen Diffusionsgleichung aus Messungen an einer Zuckerlösung zu präzisieren, lag aber aufgrund eines Rechenfehlers erheblich daneben. Auf unter ein Prozent drückte Robert Millikan den „Messfehler“, indem er 1917 seinen berühmten Öltröpfchenversuch zur Bestimmung der Elementarladung deutlich verbesserte.

Die Röntgenbeugung an Kristallen eröffnete vor ca. 100 Jahren neue experimentelle Verfahren zur Bestimmung der Avogadro-Konstanten. Letztendlich scheiterten aber alle Versuche, die Genauigkeit weiter zu verringern, an der zu großen Anzahl von Defekten in den Kristallen, so wie man sie in der Natur vorfand. Erst mit dem Beginn des „Silizium-Zeitalters“ standen nahezu perfekte industriell gefertigte Einkristalle zur Verfügung. Der Durchbruch gelang 1965 mit der Entwicklung eines Röntgen-Interferometers durch Bonse und Hart [6], mit dem Gitterabstände sehr genau in der Einheit Meter gemessen werden konnten. Damit benötigte man nicht mehr die nur ungenau bekannten Röntgenwellenlängen als Maßstab, die meist in der sogenannten X-Unit angegeben waren. Auf der Basis dieser Erfindung startete die PTB 1971 ein Projekt zur Bestimmung des Netzebenenabstandes in einem Silizium-Einkristall, das sie 1981 erfolgreich mit einer relativen Messunsicherheit von $6 \cdot 10^{-8}$ abschließen konnte [7]. Damit war der Grundstein für eine genaue Bestimmung der Avogadro-Konstanten gelegt. Neben dem Gitterparameter mussten nun auch die Dichte dieses Materials und seine molare Masse aus der Kenntnis des Isotopenverhältnisses bestimmt werden. Im Jahre 1992 erreichte erstmals die PTB eine Messunsicherheit von $1,1 \cdot 10^{-6}$ für einen Kristall mit natürlicher Isotopenzusammensetzung [8].

Andere Metrologieinstitute folgten Bonses Vorschlag und starteten ebenfalls Projekte zur

Bestimmung des Si-Gitterparameters und der Avogadro-Konstanten: In den USA, Großbritannien, Japan, Italien und Russland wurden ähnliche Projekte begonnen, allerdings unterschiedlich lange fortgeführt. So stellte das *National Bureau of Standards*, später *National Institute of Standards and Technology* (NIST, USA), schon Ende der 70er-Jahre seine Experimente ein, obwohl die dort erzielten Ergebnisse richtungsweisend für andere Metrologieinstitute waren. Ohne nennenswerte Ergebnisse erzielt zu haben, zogen sich auch das *National Physical Laboratory* (NPL) in England und das Metrologieinstitut *Mendeleyev Institute for Metrology* (VNIIM) in Russland aus diesem Forschungsfeld zurück. Bis heute dagegen sind folgende Institute an den Messungen zur Bestimmung der Avogadro-Konstanten beteiligt:

- Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB),
- *National Metrology Institute of Japan* (NMIJ),
- Nationales Metrologieinstitut (NIM, Volksrepublik China)
- *Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica* (INRIM, Italien),
- *National Institute of Standards and Technology* (NIST, USA),
- *National Research Council* (NRC, Kanada),
- *Bureau International des Poids et Mesures* (BIPM).

Für eine eventuelle Neudefinition des Kilogramms auf der Basis dieser Messungen waren aber die bis dahin erzielten Messunsicherheiten viel zu groß. Verbesserungspotenzial sah man im Einsatz von Siliziumkugeln zur Dichtebestimmung und deren optische Vermessung in speziellen Interferometeranordnungen. Auch speziell für das PTB-Projekt von der Industrie in einer Kooperation angefertigte Si-Einkristalle (Wacker-Siltronics Burghausen) sollten die Einflüsse von Kristallbaufehlern weiter reduzieren.

Um eine bessere Koordination der nationalen Anstrengungen zu erreichen, arbeiteten ab 1995 die beteiligten Institute unter Leitung der PTB in einer gemeinsamen Arbeitsgruppe im Rahmen des CCM zusammen. Während für die wichtigsten physikalischen Größen mindestens zwei unabhängige Bestimmungen vorlagen, hatte man für die Bestimmung der molaren Masse nur die Ergebnisse eines Laboratoriums (*Institute for Reference Materials and Measurements*, IRMM, der Europäischen Kommission) zur Verfügung. Im Jahre 2003 erreichte man eine relative Messunsicherheit von $3 \cdot 10^{-7}$, die sich nicht mehr reduzieren ließ: Die Bestimmung des Si-Isotopenverhältnisses war an ihre technischen Grenzen gestoßen [9]. Daher

wurden die Untersuchungen an natürlichem Silizium beendet. Ein Überblick über die Bestimmung der Avogadro-Konstanten bis zum Jahr 2000 ist in [10] nachzulesen.

Leider bereitete neben den für eine Neudefinition des Kilogramms unzureichenden Genauigkeiten auch die beobachtete Abweichung des Messwertes von etwa $1 \cdot 10^{-6}$ relativ zu Ergebnissen, die mit anderen Methoden gewonnen waren, den Forschern großes Kopfzerbrechen. Hatte man sich „verzählt“ oder gab es im System der physikalischen Konstanten unerkannte Ungereimtheiten? Neuen Schub bekam das Avogadro-Projekt mit der Möglichkeit, angereichertes Silizium-28 in großem Maßstab für die Probenherstellung zu verwenden. Abschätzungen ergaben nämlich, dass sich die Probleme der Messung der Isotopenzusammensetzung deutlich vermindern würden. Jedoch war man gezwungen, auch alle anderen Untersuchungen an diesem Material zu wiederholen. Die Möglichkeit, angereichertes Silizium zu benutzen, wurde nicht zum ersten Mal diskutiert. Sie scheiterte bislang aber immer an der unzureichenden Perfektion des Einkristalls [11].

2004 schlossen sich Wissenschaftler aus den Metrologieinstituten der USA, Großbritanniens, Australiens, Italiens, Japans und der Europäischen Kommission wiederum unter Leitung der PTB zusammen, um mithilfe eines nahezu perfekten monoisotopen Silizium-Einkristalls gemeinsam die Avogadro-Konstante so genau wie nie zuvor zu bestimmen. Ein erster Meilenstein war 2011 mit einer relativen Messunsicherheit von $3 \cdot 10^{-8}$ erreicht: Alle notwendigen Messmethoden waren installiert, analysiert und getestet. Lediglich die Perfektion der Siliziumkugeln trübte den Erfolg. Vier Jahre später war das Ziel $2 \cdot 10^{-8}$ erreicht, nachdem umfangreiche Nachbesserungen an den Silizium-Oberflächen erfolgt waren.

Wie „zählt“ man Atome genau?

Da das individuelle Zählen von 10^x Atomen ($x \approx 23$) unrealistisch ist, nutzt man die Perfektion eines Einkristalls aus. Solche Einkristalle lassen sich aus Silizium mit nur sehr wenigen Defekten und Gitterfehlern herstellen, da deren Herstellungstechnologie in der Halbleiterindustrie weit fortgeschritten ist. Somit erweist sich Silizium als ein idealer Kandidat für dieses Experiment. Zur Bestimmung der Avogadro-Konstanten, also der Anzahl der Atome in einem Mol, werden zunächst an einer Siliziumkugel (siehe Bild 1) das Volumen V_{sphere} und mit einem Röntgen-Interferometer das Volumen V_{atom} eines Atoms ermittelt. Damit kennt man die Zahl der Atome in der Kugel. Werden noch die molare Masse M_{mol} und die Masse der Kugel m_{sphere} nach Gleichung (1) bestimmt, hat

man die Zahl der Atome pro Mol. Um die Zahl der Atome in exakt einem Kilogramm desselben Stoffs zu bestimmen, ist es dann nur ein kleiner Rechenschritt.

$$N_A = \frac{V_{\text{sphere}}}{V_{\text{atom}}} \cdot \frac{M_{\text{mol}}}{m_{\text{sphere}}} = \frac{V_{\text{sphere}} \cdot M_{\text{mol}}}{m_{\text{sphere}} \cdot \sqrt{8} \cdot d^3} \quad (1)$$

Das d in Gleichung 1 ist der Abstand der (220)-Netzebenen im Si-Kristall

Alle gemessenen Größen müssen natürlich auf die SI-Basis единицen zurückgeführt werden. Deshalb wird das Volumen der Siliziumkugel durch interferometrische Messungen des Kugeldurchmessers bestimmt, siehe Bild 3. Dabei entsteht eine vollständige Oberflächentopografie der Kugel. Die Kugeln wurden in einem ersten Schritt im *Australian Centre for Precision Optics* (ACPO) poliert und zeigten im besten Fall eine Abweichung von einer perfekten Gestalt von nur wenigen 10 Nanometern.

Die Siliziumkugel ist mit einer dünnen, nur wenige Nanometer dicken, aber trotzdem „störenden“ Oxidhaut bedeckt, die beim Polievorgang entsteht. Sie besteht fast ausschließlich aus Siliziumdioxid, SiO_2 . Sie darf bei der „Zählung“ nicht mitberücksichtigt werden und muss daher hinsichtlich ihrer Geometrie und Masse charakterisiert werden. Die Masse der Siliziumkugel wird durch Wägung an den nationalen Kilogrammprototyp angeschlossen. Dieser Vorgang ist notwendig für den nahtlosen Übergang zwischen alter und neuer Definition. Da die beiden Massen (oder Maßverkörperungen) unterschiedliche Dichten und Oberflächen haben, sind umfangreiche Auftriebs- und Sorptionskorrekturen notwendig. Volumen- und Massebestimmungen des Si-Materials müssen dann noch hinsichtlich der Oxidschicht korrigiert werden.

Das Atomvolumen ermittelt man aus den Netzebenenabständen des Kristallgitters mithilfe eines kombinierten Licht-Röntgeninterferometers. Alle Masse- und Längenbestimmungen werden im Vakuum bei 20°C durchgeführt, weil das Kristallgitter druck- und temperaturabhängig ist. Infolge des Si-Ausdehnungskoeffizienten von ca. $2,6 \cdot 10^{-6} / \text{K}$ muss die Kristalltemperatur auf besser als $0,001 \text{ K}$ bekannt und auch in jedem beteiligten Laboratorium weltweit dieselbe sein.

Die molare Masse errechnet sich aus den relativen Atommassen der drei in natürlichem Silizium vorkommenden Isotope ^{28}Si , ^{29}Si und ^{30}Si und aus deren relativen Häufigkeiten, die zuvor massenspektrometrisch ermittelt wurden. Die Atommassen werden mittels Penningfallen mit der Masse des Kohlenstoffisotops ^{12}C , dem Referenzwert für alle atomaren Massen, verglichen.

Das Experiment

Nicht alle Messgrößen wurden von allen Partnern des Experiments bestimmt. Vielmehr galt eine

Arbeitsteilung: Die Kugeldurchmesser wurden im NMIJ, im NMI-A (*The National Measurement Institute*, Australien) und in der PTB mithilfe speziell entwickelter optischer Interferometer gemessen, mit der Wellenlänge eines jodstabilisierten Helium-Neon-Lasers als Maßstab. Der Gitterparameter wurde vom INRIM in der Einheit Meter mit einem Röntgen-Interferometer bestimmt. In einem separaten Vergleichsexperiment¹ am NIST wurden die Gitterparameter von natürlichem und angereichertem Silizium verglichen und mit berechneten Daten überprüft. Dieses Experiment fand aufgrund der optischen Wellenlängendefinition im Vakuum statt und wurde aufgrund der temperaturabhängigen Ausdehnung von Si auf 20 °C bezogen. Die Kugelmasse wurde am BIPM, in der PTB und am NMIJ in Massekomparatoren mit den nationalen bzw. internationalen Massennormalen verglichen. Die molare Masse wurde in der PTB mithilfe eines Massenspektrometers mit induktiv gekoppeltem Plasma (ICP-MS) bestimmt und mittels synthetisch hergestellter Probenmischungen kalibriert. Da die Bestimmung der molaren Masse bislang den größten Unsicherheitsfaktor darstellte, wurde dieses Experiment im Rahmen eines Ringvergleiches auch in anderen Laboratorien wiederholt. Darüber hinaus wurde eine Vielzahl von spektrometrischen Untersuchungen zur Bestimmung der Kristalldefekte durchgeführt.

¹ Beim Experiment am NIST wurden nur die Gitterparameter verglichen. Die Differenzen sind weitgehend temperaturunabhängig. Die Messungen am NIST wurden bei 21 °C durchgeführt, die Messungen am INRIM bei 20 °C.

Das Material

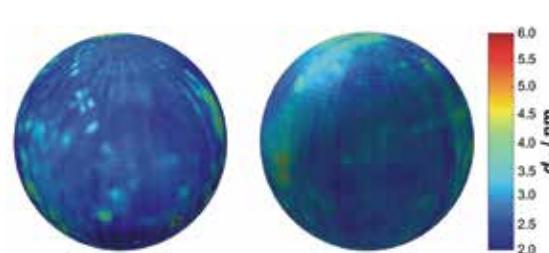
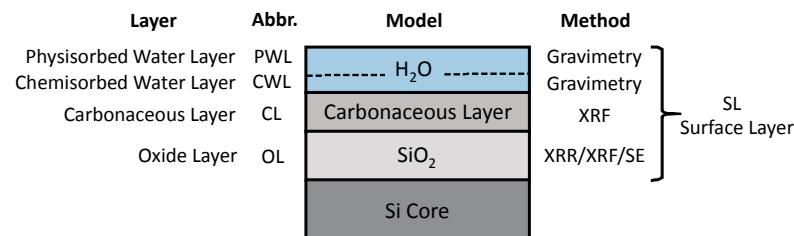
Das hier für die Messungen verwendete hochangereicherte Material wurde in Zusammenarbeit mit einem russischen Konsortium unter Leitung des Entwicklungsbüros für Zentrifugen (CENTROTECH) des Atomministeriums in Sankt Petersburg und des Instituts der Chemie hochreiner Materialien (IChHPS) in Nishni Novgorod hergestellt. Die Anreicherung von gasförmigem Siliziumtetrafluorid, SiF_4 erfolgte in mehreren Kaskaden von Zentrifugen, anschließend wurde das Gas in Silan, SiH_4 , umgewandelt, chemisch gereinigt und als polykristallines Silizium abgeschieden. Im Leibniz-Institut für Kristallzüchtung (IKZ) in Berlin wurde 2007 schließlich ein Einkristall hergestellt (siehe Bild 1). Um die molare Masse genau genug bestimmen zu können, sollte die Anreicherung des ^{28}Si -Isotops wenigstens 99,985 % erreichen. Dazu wurden alle notwendigen technologischen Schritte und auch die analytischen Untersuchungsmethoden in einer sogenannten *Road Map* für alle Partner verbindlich vorgeschrieben. Der Anreicherungsgrad des Einkristalls von mehr als 99,995 % und seine chemische Reinheit von etwa 10^{15} cm^{-3} Fremdatomen übertraf bei Weitem die geforderten Spezifikationen [12]. Zur Messung der erforderlichen Kristallparameter wurden aus dem Kristall, der



Bild 1:
Oben: 4,7 kg schwerer Einkristall aus hochangereichertem ^{28}Si
Links: Nahezu perfekte Kugeln aus ^{28}Si (mit jeweils einer Masse von 1 kg)
Quelle Bild oben: Institut für Kristallzüchtung (IKZ)

eine Masse von 4,7 kg hatte, nach einem detaillierten Schneideplan zwei Kugeln von jeweils etwa 1 kg, ein Röntgen-Interferometer und eine Vielzahl spezieller Kristallproben hergestellt. 2008 wurden dem Avogadro-Projekt in Sydney zwei polierte 1-kg-Kugeln (mit den Bezeichnungen AVO28-S5 und AVO28-S8) übergeben. Sie waren im ACPO in Sydney überwiegend in Handarbeit feinmechanisch bearbeitet worden. Bis Mitte 2010 wurde ein erster Messzyklus abgeschlossen und eine relative Messunsicherheit von $3 \cdot 10^{-8}$ bei der Bestimmung der Avogadro-Konstanten erreicht, die nach einer Korrektur der Oberflächenbeschaffenheit beider Kugeln bis 2015 auf $2 \cdot 10^{-8}$ reduziert werden konnte.

Die Kristallverunreinigungen (siehe Tabelle 1) wie Kohlenstoff, Sauerstoff und Bor wurden mit Fourier-Infrarot-Spektrometern in der PTB gemessen. Die Infrarotspektrometrie ist eine schnelle und unkomplizierte Methode zur Bestimmung von Fremdatomen in kristallinem Silizium. Verunreinigungen aus der vierten und sechsten Hauptgruppe, wie Kohlenstoff und Sauerstoff, können gemeinsam bei tiefkalten Temperaturen (7 K) gemessen werden [1–3]. Während Sauerstoff auf Zwischengitterplätzen zu einer Aufweitung des Kristallgitters führt, nimmt Kohlenstoff im Kristallgitter die Plätze von Siliziumatomen ein und kontrahiert die Gitterstruktur. Da Kalibrierproben bekannten Gehaltes im Falle des monoisotopisch angereicherten Siliziums nicht zur Verfügung stehen, wurde ein Modell entwickelt, um Kalibrierfaktoren von Silizium mit natürlicher Isotopenverteilung auf hochangereichertes Material übertragen zu können. Leerstellen wurden mittels Positronenvernichtung an der Universität Halle, Wasserstoff mit *Deep Level Transient Spectroscopy* (DLTS) an der TU Dresden und eventuell auftretende Gitterdeformationen mit hochauflösender Röntgentopografie an der *Photon-Factory* KEK in Japan untersucht. Die durch Defekte verursachten Gitterverzerrungen wurden bei den Messungen von Gitterparameter, Kugelmasse und -volumen berücksichtigt. Die für die avisierte Messunsicherheit von $2 \cdot 10^{-8}$ geforderte maximale Kohlenstoffkonzentration von max. $2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ wurde nicht überschritten.



Kugeloberfläche*

Auf den Siliziumkugeln bildet sich wie auf jeder Siliziumfläche eine Oxidschicht, und auch eine kohlenstoffhaltige Kontaminationsschicht und adsorbierte Wasserschichten lassen sich nicht vermeiden (Bild 2). Das gesamte Schichtsystem auf der Oberfläche kann bis zu 3 nm dick sein. Bei Untersuchungen an anderen Siliziumkugeln wurde durch thermische Oxidation eine noch etwas dicke SiO_2 -Schicht erzeugt, damit deren Dicke mithilfe der bei der Röntgenreflektometrie (*X-ray reflectometry*, XRR) auftretenden Oszillationen bestimmt werden konnte. Allerdings war die Dicke der thermischen Oxidschicht sehr stark von der Kristallorientierung abhängig. Für die Kugeln aus hochangereichertem Silizium wurde daher auf thermische Oxidation verzichtet, und die XRR-Messungen wurden an SiO_2 -Referenzschichten auf Siliziumwafern durchgeführt, um deren Dicken im Bereich um 10 nm genau zu bestimmen.

Für die Messungen mit monochromatisierter Synchrotronstrahlung bei BESSY II wurden mehrere Energien im Bereich der Sauerstoff-K-Absorptionskante gewählt, damit sich die optischen Konstanten von Silizium und Oxid signifikant unterscheiden und die Beiträge von Oxid- und Kontaminationsschicht getrennt werden können. Gleichzeitig wurde an diesen Schichten mit Röntgenfluoreszenzanalyse (*X-ray fluorescence analysis*, XRF) bei einer Anregungsenergie von 680 eV die Intensität der Sauerstoff-Fluoreszenzlinie gemessen.

Bild 2:
Oben: Schichtmodell der Kugeloberflächen bestehend aus wasserhaltigen Deckschichten, einer kohlenstoffhaltigen Kontaminationsschicht und einer Oxidschicht aus reinem SiO_2 .
Unten: Mit spektraler Ellipsometrie gemessene Schichtdickenverteilung auf den Kugeln AVO28-S5 (links) und AVO28-S8 (rechts) [13], angegeben sind unkorrigierte Werte

* Koautor dieses Abschnitts:
Dr. Michael Krumrey,
Arbeitsgruppe
"Röntgenradio-
metrie", E-Mail:
michael.krumrey@
ptb.de

Defekt	Einheit	AVO28-S5	AVO28-S8	XINT
Kohlenstoff	10^{15} cm^{-3}	0,40(5)	1,93(19)	1,07(10)
Sauerstoff	10^{15} cm^{-3}	0,283(63)	0,415(91)	0,369(33)
Bor	10^{15} cm^{-3}	0,011(4)	0,031(18)	0,004(1)
Leerstellen	10^{15} cm^{-3}	0,33(11)	0,33(11)	0,33(11)

Tabelle 1:
Punktdefektdichte in den beiden Kugeln (AVO28-S5, AVO28-S8) und im Röntgen-Interferometerkristall (XINT)

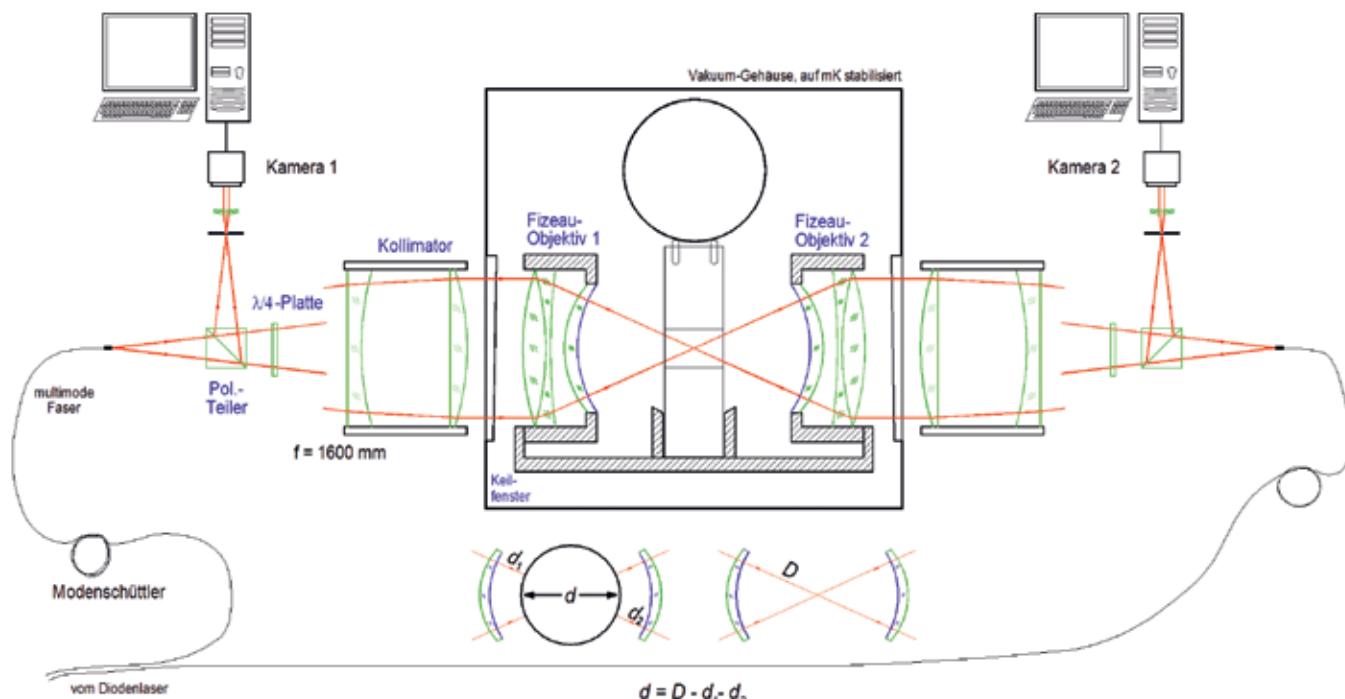


Bild 3:
Schematischer Aufbau des PTB-Kugel-Interferometers.
Das Laserlicht wird von beiden Seiten über Glasfasern in die beiden Objektive, bestehend aus Kollimator und Fizeau-Linsen, eingekoppelt. Ein Hebemechanismus bewegt und dreht die Kugel im Interferometer. Der Kugeldurchmesser wird durch Abstandsmessungen zwischen den Objektiven mit und ohne Kugel bestimmt.

Bei XRF-Messungen an drei ausgezeichneten Punkten auf den Kugeln wurde ebenfalls die Intensität dieser Linie gemessen, sodass aus dem Intensitätsverhältnis und der durch XRR bestimmten Dicke der Referenzschicht die Oxiddicke auf der Kugel folgt. Entsprechende Messungen wurden mit einer Kohlenstoff-Referenzschicht bei einer Anregungsenergie von 480 eV durchgeführt, um auch die Massenbelegung der kohlenstoffhaltigen Kontaminationsschicht zu ermitteln. Basierend auf den an drei Punkten gemessenen Schichtdicken wurde mithilfe von spektralen Ellipsometern in der PTB (Bild 2) und auch am NMIJ die gesamte Schichtdickentopografie der Kugeln aufgezeichnet.

Zusätzliche Messungen mit der Photoelektronen-Spektroskopie (*X-ray photoelectron spectroscopy*, XPS) wurden am schweizerischen Metrologieinstitut METAS in Bern durchgeführt, um die Stöchiometrie und mögliche Verunreinigungen der Oberflächenschicht zu bestimmen. Es stellte

sich heraus, dass während des ersten Poliervorgangs am ACPO die Metalle Nickel und Kupfer aus den Polierwerkzeugen als Silicide gebunden in oberflächennahe Siliziumbereiche einpoliert wurden. Hinweise auf oberflächennahe Gitterdeformationen wurden dagegen nicht gefunden.

Nach dem Abschluss der ersten Messkampagne wurden beide Kugeln durch einen sogenannten Freckle-Ätzprozess von ihren Oberflächenschichten befreit und ohne zusätzliche Kontamination neu poliert. Die PTB hat hierfür spezielle Maschinen zum Polieren der Kugeln hergestellt, um somit auf den Einfluss von Handarbeit zu verzichten. Für die neu polierten Kugeln AVO28-S5c und AVO28-S8c ergaben sich Schichtdicken von 1,76 nm bzw. 1,83 nm und eine Schichtmasse von nur noch 78 µg bzw. 86 µg gegenüber mehr als 200 µg vor der Neopolitur. Die Messunsicherheiten konnten gegenüber früher noch nicht wesentlich reduziert werden (siehe Tabelle 2). Wie in den 2011 und 2015

Tabelle 2:
Dicke und Masse der Schichten auf den Kugeloberflächen

Kugel	Labor	Schichtdicke / nm	Schichtmasse / µg
AVO28-S5c	PTB	1,79(24)	79,5(10.9)
	NMIJ	1,64(33)	70,4(17.7)
	Mittelwert	1,76(23)	77,7(10.0)
AVO28-S8c	PTB	1,94(22)	92,2(10.2)
	NMIJ	1,41(31)	60,0(16.3)
	Mittelwert	1,83(28)	85,5(14.8)

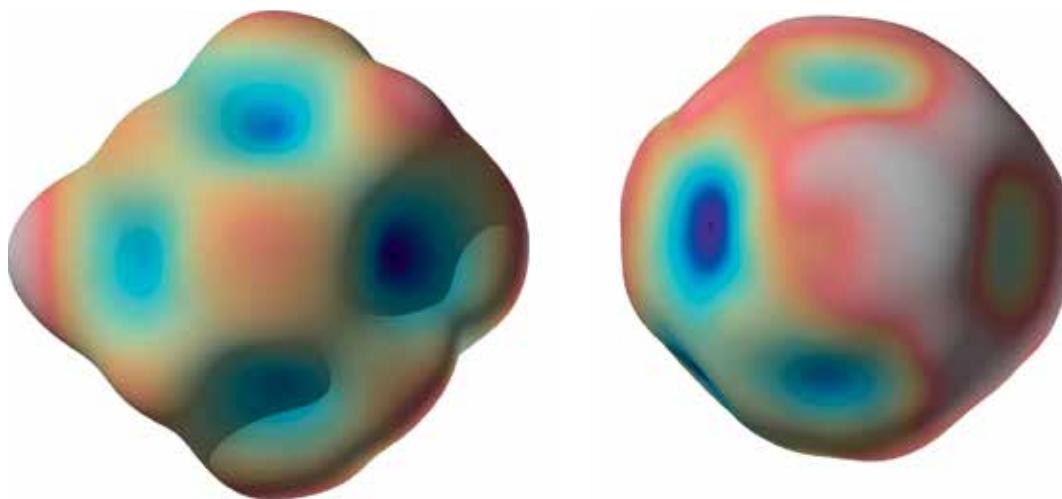


Bild 4:
Oberflächentopografie der ^{28}Si -Kugeln AVO28-S5c, links und AVO28-S8c, rechts. Dargestellt sind jeweils (stark überhöht) die Abweichungen von einer idealen Kugel.

veröffentlichten Daten zu erkennen, bildet die aus diesen Überlegungen folgende Messunsicherheit immer noch den zweitgrößten Beitrag zum Gesamtunsicherheitsbudget der Avogadro-Konstante. Beobachtungen der Schichtdicke über viele Monate ergaben keine Hinweise auf signifikante zeitliche Veränderungen der Schicht.

Derzeit wird in der PTB eine neue Apparatur in Betrieb genommen, mit der jeder Punkt auf der Kugeloberfläche mit XRF und XPS untersucht werden kann.

Kugelvolumen*

Das Volumen der Siliziumkugeln wird von Durchmesser-Messungen mittels optischer Interferometrie abgeleitet. Die Kugeln werden dazu innerhalb der Spiegel eines Interferometers platziert. Zwei unterschiedliche Interferometer-typen sind im Einsatz: Im Falle des PTB-Aufbaus sind es sphärische und im Falle der Interferometer im NMIJ sind, im NMI-A waren es ebene Flächen. Bild 3 zeigt schematisch den PTB-Aufbau und

* Koautor dieses Abschnitts: Dr. Arnold Nicolaus, Arbeitsgruppe "Interferometrie an Kugeln", E-Mail: arnold.nicolaus@ptb.de

Material	Schicht	<i>n</i>	<i>k</i>
H_2O	CWL, PWL	1,332(10)	$1,54(1,00) \cdot 10^{-8}$
C_mH_n	CL	1,45(10)	0(0,1)
SiO_2	OL	1,457(10)	0
Si	Festkörper	3,881(1)	0,019(1)

Tabelle 3:
Die optischen Konstanten *n* (Brechzahl) und *k* (Absorptionszahl) der Kugeloberflächenschichten (CWL, PWL, CL, OL – siehe Bild 2)

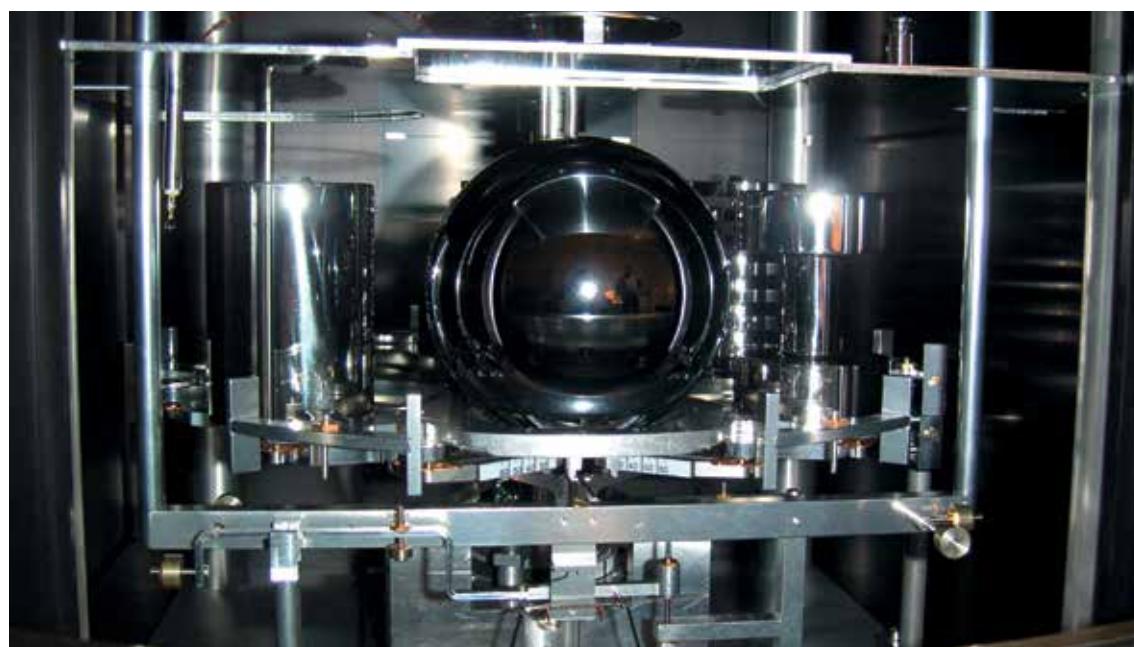


Bild 5:
Blick in den Wägeraum eines Massekomparators mit Auftriebskörpern (links und rechts), Si-Kugel (Mitte) und Sorptionskörpern (Hintergrund)

die Messmethode. Dieses Interferometer benutzt Kugelwellen und kann daher – einmalig auf der Welt – sehr detailliert die Topografie der Durchmesser bestimmen. Wendet man auf die Ergebnisse das sogenannte Stiching-Rechenverfahren an, so erhält man aus den gemessenen Durchmessern die „wahre“ Gestalt der Kugel (Bild 4) [14].

Temperatur und Temperaturkonstanz sowie die Form der Wellenfronten sind wichtige Einflussgrößen. Eine Temperaturkonstanz von wenigen Millikelvin und eine Temperaturmessunsicherheit von unter 1 mK werden erreicht. Die Kugeln sind mit einer Oxidschicht überzogen, die den optischen Phasensprung der Lichtwelle an der Oberfläche und die Durchmessermessung beeinflusst, sodass nur scheinbare Durchmesser gemessen werden. Um diesen Phasensprung zu berücksichtigen, müssen die optischen Konstanten, also die Brechzahl n und die Absorptionszahl k des Schichtmodells, bekannt sein (siehe Tabelle 3).

Eine Gesamtmeßunsicherheit von $0,007 \text{ mm}^3$ für das AVO28-S8c Kugelvolumen konnte erreicht werden. Bild 4 zeigt die Oberflächentopografie der beiden ^{28}Si Kugeln: Bei einem Durchmesser von 93,7 mm beträgt die Abweichung von der Sphärität etwa 70 nm bei der AVO28-S5c, und nur 40 nm bei der Kugel S8c. Die noch schwach zu erkennende „Würfelform“ wird durch die kubische Form des Kristallgitters verursacht.

Umfangreiche Simulationen der Wellenfronten und ihrer Phasen am Ausgang der Kugel-Interferometer wurden sowohl für die Planwellen-Interferometer als auch für das Fizeau-Interferometer durchgeführt und die jeweiligen Phasenkorrekturen sowie der Einfluss von Dejustierungen im Strahlengang auf das Messergebnis bestimmt [15]. Messungen von ausgewählten Durchmessern einer Kugel mit allen Interferometertypen stimmten im Rahmen der Meßunsicherheit sehr gut überein. Untersucht wurde auch die mindestens notwendige Anzahl der für die Volumenberechnung ausgewählten Durchmesser: Ab einer Zahl von 150 zufällig ausgewählten Durchmessern ergaben sich keine signifikanten Änderungen des Volumens mehr. Betrachtet man das Unsicherheitsbudget der Volumenmessungen, so sind die Abweichungen von der idealen Kugelwelle mit über 80 % der größte Beitrag.

Kugelmasse*

Sowohl für die gegenwärtige Bestimmung der Avogadro- und der Planck-Konstanten als auch für die zukünftige Realisierung und Weitergabe der Einheit sind Massevergleiche zwischen Siliziumkugeln und nationalen und internationalen Massennormalen mit Unsicherheiten im Bereich von wenigen Mikrogramm (relativ 10^{-9}) erforderlich.

Aufgrund der großen Dichteunterschiede zwischen Siliziumkugeln, Kilogrammprototypen aus Platin-Iridium und herkömmlichen Stahlnormalen wurden hierfür die bislang kleinsten Unsicherheiten unter Vakuumbedingungen, d.h. ohne die in Luft erforderlichen Auftriebskorrekturen, erreicht.

Für die Massebestimmungen in Luft und unter Vakuumbedingungen werden hochauflösende 1-kg-Massekomparatoren, die in einem evakuierbaren Gehäuse untergebracht sind, verwendet. Diese Komparatoren besitzen im Vergleich zu ihrer Höchstlast nur einen kleinen Wägebereich von 1 g bis 2 g, der aber mit $0,1 \mu\text{g}$ sehr hoch und mit Linearitätsabweichungen $\leq 2 \mu\text{g}$ aufgelöst werden kann. Um die zu bestimmenden Wagedifferenzen möglichst gering zu halten, werden kleinere (von einem Kilogrammprototyp abgeleitete) Massennormale als Zulagen verwendet.

Die Messungen werden im Vakuum in einem Druckbereich von 10^{-4} Pa bis $0,1 \text{ Pa}$ und in Luft (10^5 Pa) unter druckstabilen Bedingungen und Temperaturschwankungen von wenigen Millikelvin ausgeführt. Hierbei können relative Standardabweichungen $\leq 2 \cdot 10^{-10}$ erreicht werden.

Als Transfornormale zwischen den Massenormalen in Luft und Siliziumkugeln im Vakuum werden spezielle Sorptionskörper eingesetzt [16–18]. Sorptionskörper bestehen aus zwei Körpern gleicher Masse, die aus dem gleichen Material mit gleichen Oberflächeneigenschaften hergestellt wurden, aber eine große Oberflächendifferenz aufweisen. Aus der Änderung der Massendifferenz zwischen den Körpern bei dem Übergang zwischen Luft und Vakuum kann bei bekannter Oberflächendifferenz die Änderung des Sorptionskoeffizienten und damit die Masseänderung der Normale bis auf wenige Mikrogramm ermittelt werden.

Für die genauesten Massebestimmungen in Luft werden hingegen Auftriebskörper verwendet [19]. Auftriebskörper bestehen aus zwei Körpern gleicher Masse, die aus dem gleichen Material mit gleichen Oberflächeneigenschaften hergestellt wurden und eine große Volumendifferenz aufweisen. Aus der Änderung der Wagedifferenz zwischen den Körpern in Luft und im Vakuum kann bei bekannter Volumendifferenz (in der Regel durch hydrostatische Wägung ermittelt) die für die Auftriebskorrektion erforderliche Luftdichte mit relativen Standardunsicherheiten im Bereich von $2 \cdot 10^{-5}$ bestimmt werden. Dieser Einfluss begrenzt derzeit die Unsicherheit, mit der Massevergleiche zwischen Siliziumkugeln und Kilogrammprototypen in Luft ausgeführt werden können auf rund $10 \mu\text{g}$ (relativ $1 \cdot 10^{-8}$).

Für die Weitergabe der mithilfe von Siliziumkugeln im Vakuum realisierten zukünftigen Definition des Kilogramm sind Massevergleiche zwischen Primärnormalen aus Silizium und Sekundärnormalen aus Platin-Iridium oder Stahl in Luft prin-

* Koautor dieses Abschnitts:
Dr. Michael Borys,
Arbeitsgruppe
"Darstellung Masse",
E-Mail: michael.borys@ptb.de

zipiell nicht erforderlich. Werden Sorptionskörper aus Stahl und Platin-Iridium als Transfernormale zwischen den Siliziumkugeln im Vakuum und Sekundärnormalen aus Platin-Iridium oder Stahl in Luft eingesetzt, ist der Einfluss der Auftriebskorrektion bei Massevergleichen von Sorptionskörpern mit Massenormalen gleicher Dichte in Luft vernachlässigbar und der Einfluss der Sorptionskorrektion auf wenige Mikrogramm begrenzt. Damit kann die mithilfe von Siliziumkugeln im Vakuum realisierte Einheit mit nahezu der gleichen Unsicherheit an Kilogrammprototypen aus Platin-Iridium und an herkömmliche Stahlnormale in Luft weitergegeben werden.

Bild 5 zeigt den Wägeraum eines Massekomparators mit einer Siliziumkugel, Auftriebs- und Sorptionskörpern. Internationale Massevergleiche an Luft und im Vakuum zeigten eine sehr gute Übereinstimmung. Aus Messungen am BIPM, im NMIJ und in der PTB konnte die Masse von zwei ^{28}Si -Kugeln im Vakuum mit einer Standardunsicherheit von rund $4 \mu\text{g}$ (relativ $4 \cdot 10^{-9}$) bestimmt werden [2, 20].

Vor einer Massebestimmung werden die Kugeln einer vorgeschriebenen Reinigungsprozedur unterzogen. Infolge unterschiedlicher Sorptionsschichten beträgt die Differenz zwischen der Kugelmasse in Luft und der Kugelmasse im Vakuum etwa $10 \mu\text{g}$. Nach Abzug der Masse der Oberflächenschichten und Korrektion der gemessenen Fehlstellen und Verunreinigungen des Kristalls kann letztlich die gesuchte Masse der reinen Siliziumkugel mit einer relativen Standardunsicherheit $\leq 1,6 \cdot 10^{-8}$ bestimmt werden (siehe Tabelle 6).

Molare Masse – Isotopenzusammensetzung*

Die bislang für die Bestimmung der molaren Masse von natürlichem Silizium benutzte Methode der Gasmassenspektrometrie erforderte eine aufwändige Probenpräparation, um das kristalline Silizium in ein SiF_4 -Gas zu überführen. Außerdem stellte sich heraus, dass bei der Präparation von Mess- und Kalibrierproben eine unerwartet hohe Kontamination an natürlichem Silizium das Messergebnis signifikant verfälschte.

Zur Messung der molaren Masse des Siliziums müssen die relativen Anteile der drei Isotope ^{28}Si , ^{29}Si und ^{30}Si bestimmt werden. Weil im verwendeten Silizium etwa eine Million mal mehr ^{28}Si als ^{30}Si enthalten ist, waren die messtechnischen Hürden, die erforderliche Messunsicherheit zu erreichen, lange Zeit unüberwindbar. Im Jahr 2008 wurde deshalb von der PTB das Konzept der Isotopenverdünnungsmassenspektrometrie mit einem „Virtuellen Element“ (VE-IDMS) entwickelt [21]. Hierbei wird die Summe aus ^{29}Si und ^{30}Si als Verunreinigung im Gesamtsilizium angesehen und, ohne ^{28}Si zu messen, ermittelt. Dazu wird die eigentliche Siliziumprobe mit praktisch reinem ^{30}Si

so gemischt, dass ein $^{30}\text{Si}/^{29}\text{Si}$ -Isotopenverhältnis in der Nähe von eins eingestellt wird, was sich wiederum mit kleiner Messunsicherheit bestimmen lässt. Die Messungen der Isotopenverhältnisse wurden mithilfe eines neuartigen experimentellen und mathematischen Kalibrierschemas korrigiert [22], sodass zum ersten Mal durch die Verwendung einer vollständigen, analytischen Modellgleichung eine geschlossene Berechnung der Messunsicherheit ermöglicht wurde. Der erstmalige Einsatz der Multikollektor-ICP-Massenspektrometrie anstelle der über Jahrzehnte angewandten Gasmassenspektrometrie hat wesentliche messtechnische Vorteile bewirkt: Neben dem Vorteil der reduzierten Messunsicherheit können zum ersten Mal das allgegenwärtige und störende natürliche Silizium im Massenspektrometer und in den verwendeten Chemikalien gemessen und somit sinnvoll korrigiert werden. Auch bei der Wahl des Lösungsmittels hat der Wechsel von den bisher üblichen sauren Medien (Flusssäure) zu alkalischen Medien (zuerst Natronlauge, jetzt Tetramethylammoniumhydroxid, TMAH) [23] einen wesentlichen Beitrag zur Senkung der Messunsicherheit geleistet.

In den zurückliegenden Jahren haben mehrere Metrologieinstitute (NRC, NIST, NMIJ und NIM) dieses von der PTB entwickelte Verfahren theoretisch überprüft, experimentell nachvollzogen und erfolgreich zur Bestimmung der molaren Masse angewandt, wobei übereinstimmende Ergebnisse erhalten wurden (siehe Tabelle 4). In den zurückliegenden Monaten wurde in der PTB mit diesem Verfahren ebenfalls die isotopische Homogenität des Gesamtkristalls bestätigt, indem insgesamt 14 systematisch über den Kristall verteilte Einzelproben vermessen wurden. Hieraus wurde die derzeit belastbarste molare Masse von $M = 27,976\,970\,12(12) \text{ g/mol}$ (mit einer Unsicherheit von $u_{\text{rel}}(M) = 4,4 \cdot 10^{-9}$) ermittelt [24]. Dies bedeutet eine Reduktion der Messunsicherheit durch das PTB-Verfahren um einen Faktor 100 in den letzten 10 Jahren.

Messungen an verschiedenen Kristallorten belegen eine überaus gute Homogenität des Kristalls in der Isotopenzusammensetzung (siehe Tabelle 4).

- * Koautoren dieses Abschnitts:
Dr. Axel Pramann,
Arbeitsgruppe "Anorganische Analytik",
E-Mail:
axel.pramann@ptb.de
Dr.-Ing. Olaf Rienitz,
Arbeitsgruppe "Anorganische Analytik",
E-Mail: olaf.rienitz@ptb.de

Tabelle 4:
Molare Masse des angereicherten Si-Materials, gemessen mit IDMS in verschiedenen Laboratorien (PTB: Physikalisch-Technische Bundesanstalt, NIST: National Institute of Standards and Technology – USA, NMIJ: National Metrology Institute of Japan)

Probe	Jahr	$M/\text{g/mol}$
PTB-4-1 (S5)	2015	27,97697029(14)
NIST-5-1 (S5)	2014	27,976969842(93)
NMIJ-5-1 (S5)	2014	27,97697010(22)
PTB-8 (S8)	2014	27,97697020(17)
NIST-8-1 (S8)	2014	27,976969745(57)
NMIJ-8-1 (S8)	2014	27,97697014(21)
PTB-9-1 (S8)	2015	27,97697008(11)

* Koautor dieses Abschnitts:
Dr. Ulrich Kuetgens,
Arbeitsgruppe "Röntgenoptik", E-Mail:
ulrich.kuetgens@ptb.de

Gitterparameter*

Das Prinzip des Röntgen-Verschiebe-Interferometers ist in Bild 6 dargestellt. Es besteht aus drei äquidistanten, etwa 1 mm dicken Kristalllamellen S, M und A. Durch Braggreflexion der Röntgenstrahlen an den Lamellen S und M entsteht am Ort von Lamelle A ein stehendes Wellenfeld mit Periodizität des Netzebenenabstandes. Schiebt man die Lamelle A wie angedeutet durch dieses Wellenfeld, kann man die Netzebenen durch den auftretenden Moiré-Effekt zwischen Wellenfeld und Gitter

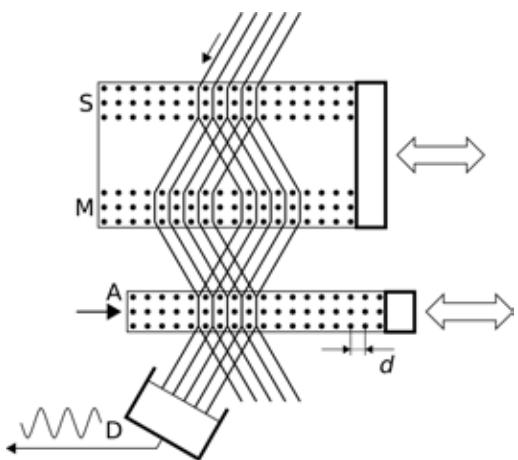


Bild 6:
Prinzip des Röntgen-Verschiebe-Interferometers: Der Strahlengang entspricht dem eines optischen Mach-Zehnder-Interferometers



Bild 7:
Analysatorlamelle A des Röntgen-Interferometers mit Kupferblock zur Temperaturbestimmung.
Abmessungen:
Länge 50 mm,
Breite 15 mm,
Höhe 30 mm

Tabelle 5:
Bestimmung der Avogadro-Konstante mit angereichertem Si:
vereinfachtes Unsicherheitsbudget für die Kugel AVO28-S5c

Größe	Relative Unsicherheit/ 10^{-9}	Beitrag/%
Molare Masse	5	6
Gitterparameter	5	6
Oberflächenschicht	10	23
Kugelvolumen	16	59
Kugelmasse	4	4
Kristalldefekte	3	2
Gesamt	21	100

zählen. Eine Kenntnis der Röntgenwellenlänge ist nicht erforderlich. Die Verschiebung wird optisch mit einem Laser-Interferometer gemessen. Der Verschiebeweg der Lamelle beträgt ca. 1 mm, ohne Verkippungen im Subnanorad-Bereich. Hilfs-Interferometer und kapazitive Sensoren sorgen online rückgekoppelt stets für eine perfekte Ausrichtung. Für einen guten Interferenzkontrast müssen die drei Lamellendicken sehr gut im μm -Bereich übereinstimmen.

Dazu richtete die PTB im Rahmen des Avogadro-Projekts ein Ultrapräzisionslabor für die Siliziumbearbeitung ein. Der Interferometerkristall wurde mithilfe von Diamantdrehzeugen auf einer Präzisions-3-Koordinaten-Fräsmaschine hergestellt, die Fertigungstoleranzen lagen im Bereich weniger μm . Der Gitterparameter wurde am INRIM absolut vermessen, Vergleichsmessungen von Netzebenenabständen verschiedener ^{28}Si -Proben und einem natürlichem Si-Kristall am NIST-Röntgen-Kristalldiffraktometer ergaben folgende Resultate: Die unterschiedlichen Kristallbereiche sind im Gitterparameter sehr homogen und unterscheiden sich nur durch den Einfluss der unterschiedlichen Defektdichten. Die Differenz der Netzebenenabstände von angereichertem und natürlichem Kristall entspricht sehr gut den aus dem Isotopieverhältnis errechneten Werten [25]. Gegenüber der ersten Messkampagne im Jahr 2011 wurde die Messapparatur in folgenden Punkten verbessert: Der bislang benutzte 633-nm-Diodenlaser wurde gegen einen 532-nm-Nd:YAG-Laser ausgetauscht, die Temperaturmessung wurde neu kalibriert und die Interferometerkristalle wurden von oberflächlichen Kontaminationen gereinigt. Die Lamelle A wurde sowohl auf ihrer Front- als auch auf ihrer Rückseite vermessen, um mögliche Kristalldformationen durch Befestigung oder Gravitation zu erkennen. Einflüsse von Temperatur und Verunreinigungen wurden ebenfalls korrigiert. Eine Gesamtmessunsicherheit von $0,34 \cdot 10^{-18} \text{ m}$ wurde erreicht.

Das neueste „Zählergebnis“

Für alle gemessenen Parameter und für das Gesamtergebnis wurden die Messunsicherheiten mithilfe des *Guide to the expression of Uncertainty in Measurement* (GUM) bestimmt. Für die wichtigsten Parameter wurden aus Gründen der Redundanz mindestens zwei unabhängige Messungen durchgeführt. Unabhängige Bestimmungen der molaren Masse wurden am amerikanischen NIST, am kanadischen NRC und weiteren Laboratorien abgeschlossen und stützen die PTB-Ergebnisse.

In einem weiteren Experiment wurden die aus Volumen- und Massenmessungen abgeleiteten Dichtedifferenzen der beiden Kugeln relativ $1 \cdot 10^{-8}$ überprüft: Taucht man die Si-Kugeln in

eine Flüssigkeit gleicher Dichte, so schweben sie. Kleinste Dichteänderungen bewirken eine Auf- oder Abwärtsbewegung der Kugeln, die durch eine Änderung des hydrostatischen Druckes auf der Flüssigkeit kompensiert werden können. Diese Flotationsapparatur erreicht eine relative Messunsicherheit von $1 \cdot 10^{-8}$ und dient der Überprüfung auch der Dichte-Homogenität des ^{28}Si -Kristalls [26]. In Tabelle 5 sind die Beiträge zum Unsicherheitsbudget aufgelistet. Die größten Beiträge liefern die Charakterisierung der Oberfläche und die Bestimmung des Kugelvolumens. Tabelle 6 zeigt die finalen Ergebnisse von molarer Masse, Dichte und Gitterparameter, für beide Kugeln getrennt abgeleitet. Im Rahmen der Kilogramm-Neudefinition repräsentiert der gewichtete Mittelwert $N_A = 6,022\,140\,76(12) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ einen der zurzeit genauesten Eingangswerte. Bild 8 zeigt eine Gegenüberstellung der genauesten zzt. verfügbaren Messungen der Avogadro-Konstanten, wobei die Ergebnisse der Wattwaagen mithilfe der Beziehung $N_A h = 3,990\,312\,7110(18) \cdot 10^{-10} \text{ Js/mol}$ umgerechnet wurden. Der genaueste aus Wattwaagen-Messungen gewonnene Wert der Avogadro-Konstante stimmt mit dem hier veröffentlichten Wert sehr gut überein.

Ausblick

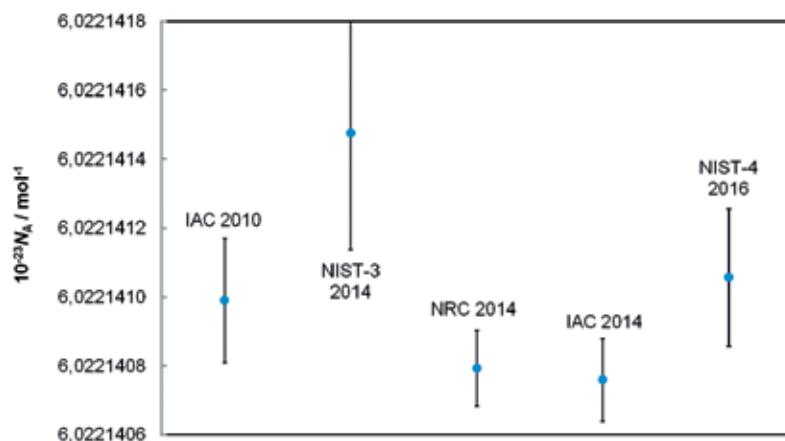
Neben den metrologischen Anwendungen der Bestimmung der Avogadro-Konstanten für die Darstellung und Weitergabe der Einheiten kg und mol eignen sich die Siliziumkugeln als einkristallines Material besonders für Stabilitätsuntersuchungen am Urkilogramm: Es besteht der Plan, mehrere Si-Kugeln mit in das sogenannte *Ensemble of Reference Mass Standards* am BIPM aufzunehmen, an Primärnormale unterschiedlicher Realisierungen (Avogadro- und Wattwaagen-Experimente) anzuschließen und für die Weitergabe der Einheit zu verwenden.

Weitere Anwendungsmöglichkeiten des angereicherten ^{28}Si -Materials beruhen auf der nahezu vollständigen Abwesenheit des Isotops ^{29}Si mit seinem Kernspin und der fehlenden Verbreiterung von Spektrallinien infolge der Isotopenreinheit. So konnten an mit Cu dotierten ^{28}Si -Kristallen die Bindungszustände von Cu in Si vollständig neu beschrieben [27] und ^{28}Si als Basismaterial für die Entwicklung neuartiger Quanteninformationssysteme eingesetzt werden [28]. Ebenfalls gibt es Überlegungen, in diesem Anwendungsbereich ^{28}Si als Unterlage für Graphen [29] zu benutzen. Weitere Anwendungsmöglichkeiten des Materials beruhen auf der reduzierten Wärmefähigkeit besonders bei tiefen Temperaturen [30].

Experimente zur Reduzierung der relativen Messunsicherheit auf $1 \cdot 10^{-8}$ und darunter durch

Tabelle 6:
Molare Masse, Gitterparameter, Masse und Volumen der beiden Kugeln AVO28-S5c und AVO28-S8c und die daraus berechnete Avogadro-Konstante

Größe	Einheit	AVO28-S5c	AVO28-S8c
M	g/mol	27,97697009(15)	27,97697009(15)
a	pm	543,0996219(10)	543,0996168(11)
V	cm ³	430,8912891(69)	430,7632225(65)
m	g	999,698359(11)	999,401250(16)
$\rho=m/V$	kg/m ³	2320,070943(46)	2320,070976(51)
N_A	10^{23} mol^{-1}	6,022 140 72(13)	6,022 140 80(14)



die Herstellung von besseren Oberflächenqualitäten von Kugeln und Kugelobjektiven sollen mittelfristig abgeschlossen sein. Dazu sollen in den nächsten Jahren weitere Siliziumkugeln aus angereichertem Silizium mit einem Anreicherungsgrad von 99,998 % hergestellt werden.

Basierend auf der jetzt mit dem Avogadro-Experiment erreichten Messunsicherheit von $2 \cdot 10^{-8}$ würde bei einer Neudeinition die Weitergabe des Kilogramms mit einer Messunsicherheit von ebenfalls 20 µg starten. Dieser Wert entspricht den Mindestanforderungen des *Consultative Committee for Mass and Related Quantities* (CCM) [31]. Diese Anforderungen müssen vor einer Neudeinition erfüllt sein, um negative Auswirkungen auf die Darstellung und Weitergabe der Masseeinheit zu vermeiden [32].

Die hier beschriebenen Ergebnisse sind ein wesentlicher Teil eines für die Metrologie sehr wichtigen Projekts, nämlich der Neudeinitionen der Einheiten, und sind schon jetzt ein Meilenstein für Stabilitätsuntersuchungen des derzeitigen Massestandards: Da man von einer Drift der Masseskala von mindestens 0,5 µg pro

Bild 8:
Übersicht der zzt. genauesten Bestimmungen der Avogadro-Konstante (IAC: International Avogadro Coordination, NIST: National Institute of Standards and Technology – USA, NRC: National Research Council of Canada)

Jahr ausgeht, könnte man mithilfe von Si-Kugeln innerhalb eines Zeitraums von 10 Jahren erstmals diese Drift beobachten. Das CCM fordert für eine Neudefinition der Masseeinheit 2018 drei unabhängige Bestimmungen der Planck-Konstante. Mit den Ergebnissen des Avogadro-Projekts, der NRC-Wattwaage und der neuen Wattwaage des NIST (NIST-4) ist diese Bedingung erfüllt. Damit steht aus Sicht der PTB einer Neudefinition der Masseeinheit Kilogramm nichts mehr im Wege.

Danksagung

Die Autoren dieses Beitrags hatten (P. B.) und haben (H. B.) beim Avogadro-Projekt neben ihrer eigenen wissenschaftlichen Aufgabe eine koordinierende Funktion als Projektleiter. Die Autoren möchten sich daher bei allen Kolleginnen und Kollegen des Avogadro-Projekts für alle technischen Produktionsschritte, messtechnischen Leistungen, mathematischen Auswertungen und (das auch!) wissenschaftspolitischen Entscheidungen bedanken. All diese Einzelleistungen bilden die Grundlage für den Erfolg des Avogadro-Projekts. Zu den beschriebenen Arbeiten haben einige Kollegen besonders beigetragen, denen hier auch besonders gedankt sei: Birk Andreas, Guido Bartl, Michael Borys, Ingo Busch, Bernd Gütter, Michael Krumrey, Ulrich Kuettgens, Arnold Nicolaus, Axel Pramann, Olaf Rienitz und Detlef Schiel.

Literatur

- [1] B. Andreas, Y. Azuma, G. Bartl, P. Becker, H. Bettin, M. Borys, I. Busch, M. Gray, P. Fuchs, K. Fujii, H. Fujimoto, E. Kessler, M. Krumrey, U. Kuettgens, N. Kuramoto, G. Mana, P. Manson, E. Massa, S. Mizushima, A. Nicolaus, A. Picard, A. Pramann, O. Rienitz, D. Schiel, S. Valkiers, A. Waseda; Determination of the Avogadro constant by counting the atoms in a ^{28}Si crystal, *Phys. Rev. Lett.* **106** (2011) 030801
- [2] Y. Azuma, P. Barat, G. Bartl, H. Bettin, M. Borys, I. Busch, L. Cibik, G. D'Agostino, K. Fujii, H. Fujimoto, A. Hioki, M. Krumrey, U. Kuettgens, N. Kuramoto, G. Mana, E. Massa, R. Meeß, S. Mizushima, T. Narukawa, A. Nicolaus, A. Pramann, S. A. Rabb, O. Rienitz, C. Sasso, M. Stock, R. D. Vocke Jr, A. Waseda, S. Wundrack, S. Zakel; Improved measurement results for the Avogadro constant using a ^{28}Si -enriched crystal, *Metrologia* **52** (2015) 360–375
- [3] International determination of the Avogadro constant, special issue, ed. by E. Massa and A. Nicolaus, *Metrologia* **48** (2011) 1–119
- [4] I.M. Mills, P.J. Mohr, T.J. Quinn, B.N. Taylor, E.R. Williams; Redefinition of the kilogram, ampere, kelvin and mole: a proposed approach to implementing CIPM recommendation 1 (CI-2005) *Metrologia* **43** (2006) 227–246
- [5] P. Becker, P. De Bièvre, K. Fujii, M. Gläser, B. Inglis, H. Lübbig, G. Mana; Consideration on future redefinitions of the kilogram, the mole and of other units, *Metrologia* **44** (2007) 1–14
- [6] U. Bonse, M. Hart; An x-ray interferometer. *Appl. Phys. Lett.* **6** (1965) 155–156
- [7] P. Becker, K. Dorenwendt, G. Ebeling, R. Lauer, W. Lucas, R. Probst, H.-J. Rademacher, G. Reim, P. Seyfried, H. Siegert; Absolute measurement of the (220) lattice plane spacing in a silicon crystal, *Phys. Rev. Lett.* **46** (1981) 1540–1543
- [8] P. Seyfried, P. Becker, A. Kozdon, F. Lüdicke, F. Spieweck, J. Stümpel, H. Wagenbreth, D. Windisch, P. De Bièvre, H.H. Ku, G. Lenaers, T.J. Murphy, H.J. Peiser, S. Valkiers; A determination of the Avogadro Constant, *Z. Phys. B Condensed Matter* **87** (1992) 289–298
- [9] P. Becker, H. Bettin, H.-U. Danzebrink, M. Gläser, U. Kuettgens, A. Nicolaus, D. Schiel, P. De Bièvre, S. Valkiers, P. Taylor; Determination of the Avogadro constant via the silicon route, *Metrologia* **40** (2003) 271–287
- [10] P. Becker; History and progress in the accurate determination of the Avogadro constant, *Rep. Prog. Phys.* **64** (2001) 1945–2008
- [11] Yu. V. Tarbeyev, A.K. Kaliteyevsky, V.I. Sergeyev, R.D. Smirnov, O.N. Godisov; Scientific, Engineering and Metrological Problems in Producing Pure ^{28}Si and Growing Single Crystals, *Metrologia* **31** (1994) 269–273
- [12] P. Becker, D. Schiel, H.-J. Pohl, A.K. Kaliteyevsky, O.N. Godisov, G.G. Devyatikh, A.V. Gusev, A.D. Bulanov, S.A. Adamchik, V.A. Gavva, I.D. Kovalev, N.V. Abrosimov, B. Hallmann-Seiffert, H. Riemann, S. Valkiers, P. Taylor, P. De Bièvre, E.M. Dianov; Large-scale production of highly enriched ^{28}Si for the precise determination of the Avogadro constant, *Meas. Sci. Technol.* **17** (2006) 1854–1860
- [13] I. Busch, Y. Azuma, H. Bettin, L. Cibik, P. Fuchs, K. Fujii, M. Krumrey, U. Kuettgens, N. Kuramoto, S. Mizushima; Surface layer determination for the Si spheres of the Avogadro project, *Metrologia* **48** (2011) 62–82
- [14] G. Bartl, M. Krystek, A. Nicolaus, W. Giardini; Interferometric determination of the topographies of absolute sphere radii using the sphere interferometer of PTB. *Meas. Sci. Technol.* **21** (2010) 115101
- [15] B. Andreas, I. Ferroglio, K. Fujii, N. Kuramoto, G. Mana; Phase corrections in the optical interferometer for Si sphere volume measurements at NMIIJ, *Metrologia* **48** (2011) 104–111

- [16] *R. Schwartz*; Precision determination of adsorption layers on stainless steel mass standards by mass comparison and ellipsometry: Part II. Sorption phenomena in vacuum, *Metrologia* **31** (1994) 129–136
- [17] *A. Picard, H. Fang*; Methods to determine water vapour sorption on mass standards, *Metrologia* **41** (2004) 333–339
- [18] *A. Picard, N. Bignell, M. Borys, S. Downes, S. Mizushima*; Mass comparison of the 1 kg silicon sphere AVO#3 traceable to the International Prototype K, *Metrologia* **46** (2009) 1–10
- [19] *M. Gläser, R. Schwartz, M. Mecke*; Experimental Determination of Air Density Using a 1 kg Mass Comparator in Vacuum, *Metrologia* **28** (1991) 45–50
- [20] *A. Picard, P. Barat, M. Borys, M. Firlus, S. Mizushima*; State-of-the-art mass determination of ^{28}Si spheres for the Avogadro project, *Metrologia* **48** (2011) 112–119
- [21] *O. Rienitz, A. Pramann, D. Schiel*; Novel concept for the mass spectrometric determination of absolute isotopic abundances with improved measurement uncertainty: Part 1 – theoretical derivation and feasibility study, *Int. J. Mass Spectrom.* **289** (2010) 47–53
- [22] *G. Mana, O. Rienitz*; The calibration of Si isotope ratio measurements, *Int. J. Mass Spectrom.* **291** (2010) 55–60
- [23] *A. Pramann, O. Rienitz, D. Schiel*; Silicon Isotope Ratios Affected by Sodium-Induced Broadband Interference in High Resolution Multicollector-ICPMS, *Analytical Chemistry* **84** (2012) 10175–10179
- [24] *A. Pramann, K.-S. Lee, J. Noordmann, O. Rienitz*; Probing the homogeneity of the isotopic composition and molar mass of the ‚Avogadro‘-crystal, *Metrologia* **52** (2015) 800–810
- [25] *S. W. Biernacki*; The Influence of Temperature, Isotope Composition and Impurities on the Lattice Parameter of Si, *Metrologia* **31** (1994) 251–254
- [26] *H. Bettin, H. Toth*; Solid density determination by the pressure-of-flotation method, *Meas. Sci. Technol.* **17** (2006) 2567–2573
- [27] *M. L. W. Thewalt, M. Steger, A. Yang, N. Stavrias, M. Cardona, H. Riemann, N. V. Abrosimov, M. F. Churbanov, A. V. Gusev, A. D. Bulanov, I. D. Kovalev, A. K. Kaliteevskii, O. N. Godisov, P. Becker, H.-J. Pohl, J. W. Ager III, E. E. Haller*; Can highly enriched ^{28}Si reveal new things about old defects? *Physica B* **401–402** (2007) 587–592
- [28] *S. Simmons, R. M. Brown, H. Riemann, N. V. Abrosimov, P. Becker, H.-J. Pohl, M. L. W. Thewalt, K. M. Itoh, J. J. L. Morton*; Entanglement in a solid-state spin ensemble, *Nature* **470** (2011) 69–72
- [29] *C. Williams*; private Mitteilung 2011
- [30] *P. Becker, H.-J. Pohl, H. Riemann, N. Abrosimov*; Enrichment of silicon for a better kilogram, feature article, *Phys. Stat. Sol. A* **207** (2010) 49–66
- [31] [CCM 2013] Consultative Committee for Mass and Related Quantities (CCM), Report of the 14th meeting (2013) to the International Committee for Weights and Measures, <http://www.bipm.org/utils/common/pdf/CC/CCM/CCM14.pdf> (Letzter Zugriff am 13.06.2016)
- [32] *M. Gläser, M. Borys, D. Ratschko, R. Schwartz*; Redefinition of the kilogram and the impact on its future dissemination, *Metrologia* **47** (2010) 419–428

Elektrisch-mechanisches Gleichgewicht – die Wattwaage

Michael Gläser*

Zusammenfassung

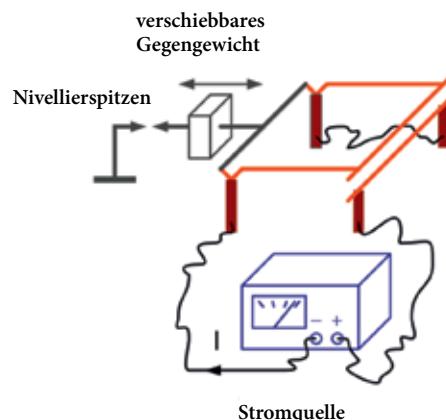
Einleitend werden die Historie zur Entstehung der Wattwaage und ihre Bedeutung für das neue Internationale System der Einheiten (SI) erläutert. Erwähnt wird die Motivation für die Idee der Wattwaage als eine im Vergleich zu früheren Versuchen höhere Genauigkeit versprechende experimentelle Methode zur Anbindung elektrischer Größen an Kilogramm, Meter und Sekunde. Das Prinzip der Wattwaage und die Darstellung von Spannung und Strom über die makroskopischen Quanteneffekte Josephson- und Quanten-Hall-Effekt durch die Planck-Konstante und die Elementarladung werden beschrieben. Die Funktionsweisen der zurzeit bedeutendsten Wattwaagen werden vorgestellt und ihre Ergebnisse im Vergleich zum Ergebnis des Avogadro-Projekts und dem auf einer Ausgleichsrechnung beruhenden CODATA-Wert in einer Grafik dargestellt. Abschließend folgt eine Beschreibung der Weitergabe der Einheit Kilogramm von den in der Wattwaage verwendeten Massenormalen bis hin zu Gewichtsstücken, die in der Industrie, auf den Märkten oder zur Eichung von Waagen eingesetzt werden.

1. Einleitung

Geschichte

André-Marie Ampère entwickelte als erster eine Stromwaage, nachdem er die magnetischen Kräfte von Strom durchflossenen Leitern entdeckt hatte. Eine solche Stromwaage kann man sich als zwei parallele Leiter vorstellen, von denen einer beweglich und mit einer Wippe verbunden ist, deren Gleichgewichtslage durch ein verschiebbares Gewichtsstück eingestellt werden kann (Bild 1). Fließen nun elektrische Ströme in beiden Leitern in die gleiche Richtung, ziehen sie sich an und das Gewichtsstück wird auf der dem Leiter gegenüberliegenden Seite der Wippe auf die Gleichgewichtslage eingestellt. Fließen die Ströme entgegengesetzt, wird das Gewichtsstück auf der Seite des Leiters eingestellt. Lord Kelvin hat später

eine Waage entwickelt, mit der man mithilfe von Spulen einen bekannten elektrischen Strom einer messbaren mechanischen Kraft zuordnen konnte (Bild 2). In derzeitigen Einheiten heißt das, dass die Einheit Ampere einer Kraft in den Einheiten Meter, Kilogramm und Sekunde zugeordnet wird. Im Jahre 1948 hat man schließlich die Einheit Ampere nach einer idealisierten Anordnung,



* Dr. Michael Gläser, ehemaliger Leiter des PTB-Labors „Masseneinheit“ und später des PTB-Fachbereichs „Festkörpermechanik“, E-Mail:glaeser-braunschweig@t-online.de

Bild 1:
Schema einer Stromwaage nach Ampère (nach Wikipedia)

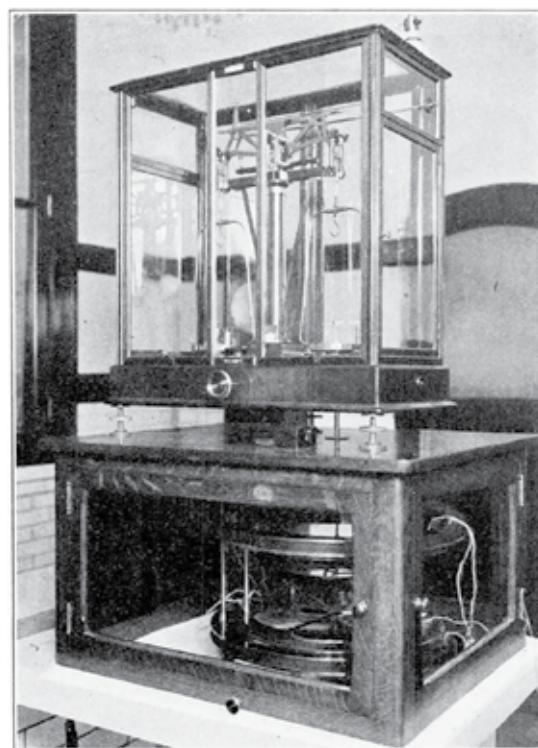


Bild 2:
Stromwaage im NIST 1912. Im oberen Kasten steht eine gleicharmige Balkenwaage, im unteren Kasten befindet sich die Magnetspule, die am rechten Waagebalgen hängt [4].

entsprechend der Ampère'schen Stromwaage, definiert. Die in der Definition beschriebene Anordnung mit unendlich langen Leitern lässt sich natürlich nicht realisieren, sodass man andere Versuchsanordnungen mithilfe von Spulen wählte, um die Einheit Ampere zu realisieren. Der Unterschied der beiden Geometrien lässt sich genau berechnen. Die Stromdichte in den Spulendrähten ist jedoch nicht über ihren Querschnitt konstant, sodass der geometrische Abstand der Spulen nicht mit dem Abstand der elektrischen Ströme übereinstimmt [1]. Die relative Unsicherheit von einigen 10^{-6} solcher Messungen [2] ließ sich aber nicht soweit verringern, wie man es Anfang der 70er-Jahre des 20. Jahrhunderts erhofft hatte. Die kritische Größe war die magnetische Induktion, die eine genaue Kenntnis der Stromverteilung auch im Inneren der Spulendrähte und der magnetischen Feldverteilung im Raum erfordert. Brian Kibble war der erste, der 1975 eine Messmethode vorschlug, bei der solche Messungen nicht mehr nötig waren [3] (s. Kap. 4.). So sollte in einem ersten Versuch mit einer herkömmlichen Stromwaage die Kraft auf einen Strom durchflossenen Leiter in einem Magnetfeld mit der Gewichtskraft eines Massenormals verglichen werden. In einem zweiten Versuch, in der gleichen Anordnung, sollte dann der elektrische Leiter im Magnetfeld bewegt und so eine Spannung zwischen seinen Enden erzeugt werden (s. Kap. 2). Werden die Gleichungen dieser beiden Versuche so kombiniert, dass die magnetische Induktion eliminiert ist, entsteht ein Zusammenhang zwischen Strom, Spannung, Masse, Fallbeschleunigung und Geschwindigkeit – Größen, die man mit wesentlich höherer Genauigkeit als die magnetische Induktion messen kann. Schon bald nachdem Kibble diesen Vorschlag veröffentlicht hat, begann er selbst im *National Physical Laboratory* (NPL, Großbritannien), aber auch ein Team im *National Bureau of Standards* (NBS, heute: *National Institute of Standards and Technology*, NIST, USA) mit dem Aufbau entsprechender Apparaturen – die man später „Wattwaage“ nannte. Beide Institute verfolgten dabei unterschiedliche Konzepte. Während man im NPL eine vorhandene gleicharmige Balkenwaage und einen Permanentmagneten einsetzte, verwendete das NBS eine Seilrolle anstelle eines Waagebalakens und eine supraleitende Spule zur Erzeugung des Magnetfeldes. Im Jahre 1998 begann auch das *Swiss Federal Office of Metrology* (OFMET, heute METAS, Schweiz) mit dem Aufbau einer Wattwaage. Ihr Konzept unterscheidet sich von denen der beiden anderen. Zum Vergleich der Kräfte wird ein kommerzieller Massekomparator eingesetzt, die vertikale Bewegung wird mit einer Doppelwippe ausgeführt und die beiden Versuchsmodi sind mechanisch getrennt. Auch das *Bureau International des Poids et Mesures* (BIPM,

Frankreich) und andere nationale metrologische Institute begannen, eine Wattwaage aufzubauen, so das *Laboratoire National de Métrologie et d'Essais* (LNE, Frankreich), das *Korea Research Institute of Standards and Science* (KRISS, Südkorea) und das *Measurement Standards Laboratory* (MSL, Neuseeland). Das *National Metrology Institute of Japan* (NMIJ, Japan), das *Ulusal Metroloji Enstitüsü* (UME, Türkei) und das *D.I. Mendeleyew Institute for Metrology* (VNIIM, Russische Föderation) planen, demnächst eine Wattwaage aufzubauen. Im *National Institute of Metrology* (NIM, China) begann man eine Waage nach einem etwas anderen Prinzip aufzubauen: eine Joule-Waage, bei der mechanische und elektrische Energien gleichgesetzt werden.

Bedeutung der Wattwaage für das neue SI

Beim neuen, für das Jahr 2018 vorgesehenen Système International d'Unités (SI) wird man die Werte einiger Naturkonstanten festlegen. Diese Werte bestehen aus einer Zahl und einer Dimension, letztere besteht aus dem Produkt von Einheiten. Auf diese Weise werden die in diesen Werten verwendeten Einheiten, z. B. Kilogramm, Meter, Sekunde, Ampere oder Kelvin, indirekt definiert. Bei der Wattwaage wird das Produkt aus Strom und Spannung durch zwei Frequenzen und die Planck-Konstante ersetzt (s. Kap. 3), wobei zwei makroskopische Quanteneffekte ausgenutzt werden: der Josephson-Effekt für die Spannung und der Quanten-Hall-Effekt für einen Widerstand. Die Wattwaage stellt dann einen Zusammenhang zwischen einer Masse, der Fallbeschleunigung, einer Geschwindigkeit, zwei Frequenzen und der Planck-Konstanten her. So wird das Kilogramm über Meter, Sekunde und die Planck-Konstante definiert. Das Meter ist bereits und wird auch künftig über den Wert der Lichtgeschwindigkeit (s. Artikel *Interferometrie – wie entlocke ich dem Licht eine Länge?* in diesem Heft) und die Sekunde über eine atomare Konstante, die Periodendauer eines Hyperfeinstrukturübergangs des ^{133}Cs -Nuklids (s. Artikel *Wie tickt eine Atomuhr?* in diesem Heft), definiert. So wird durch die Festlegung der Planck-Konstanten im neuen SI die Wattwaage eine mögliche Realisierung der Einheit Kilogramm sein. Es wird auch andere Realisierungen geben, sofern sie sich auf die festgelegten Naturkonstanten beziehen, so etwa mit dem Avogadro-Experiment (s. Artikel *Atome zählen für Masse und Stoffmenge* in diesem Heft).

2. Vom Kilogramm zum Watt

Die Wattwaage kann in unterschiedlichen Anordnungen realisiert werden (s. Kap. 4). Zum Verständnis des Prinzips soll hier eine Seilrolle

dienen, die die Funktion einer gleicharmigen Balkenwaage übernimmt (Bild 3). Einer der beiden Versuche (Modi), in denen die Wattwaage betrieben wird, ist der statische Modus. Dabei wird an einem der beiden Seilenden, auf einer Schale, ein Massennormal (ein Gewichtsstück) aufgelegt. Am anderen Seilende wird eine stromdurchflossene Spule angehängt, die derart im Feld eines Magneten positioniert ist, dass eine vertikale Kraft nach unten erzeugt wird. Sind die Gewichtskraft des Massennormals und die elektromagnetische Kraft auf die Spule im Gleichgewicht, ist das Produkt aus der Masse des Massennormals m , und der lokalen Fallbeschleunigung g , gleich dem Produkt aus dem Strom in der Spule I , der magnetischen Flussdichte B , und der Länge des Spulendrahts L :

$$mg = IBL \quad (1)$$

Gleichung (1) gilt im Vakuum. In Luft muss die Gewichtskraft durch die Luftertriebskorrektur ergänzt werden. Man kann nun den Strom I aus m , g , B und L berechnen. Da die magnetische Flussdichte jedoch nicht hinreichend genau bestimmt werden kann, betreibt man die Waage in einem zweiten Versuch, dem bewegten Modus. Dabei wird anstelle einer Stromquelle ein Spannungsmessgerät an den Enden der Spule angeschlossen. Am anderen Seilende wird anstelle des Massennormals ein Treiber angeschlossen, der die Rolle so in Bewegung setzt, dass die Spule sich mit konstanter Geschwindigkeit vertical im Magnetfeld bewegt. Dadurch wird in der Spule eine Spannung induziert, die mit dem Spannungsmessgerät registriert wird. Diesen Effekt kennt man vom Dynamo, er folgt aus den Maxwell'schen Gleichungen. Die Geschwindigkeit der Bewegung wird mit einem Laser-Interferometer gemessen. Die erzeugte Spannung U , ist dann gleich dem Produkt aus B , L und der Geschwindigkeit v :

$$U = BLv \quad (2)$$

Wenn die Gleichungen (1) und (2) in Vektor-Schreibweise geschrieben werden, lässt sich auch die Richtung der Kraft erkennen. In der Praxis hilft auch die Drei-Finger-Regel, z. B. für Gleichung (1): der Daumen zeigt die Richtung des Stroms an, der Zeigefinger die Richtung der Magnetfeldlinien und der abgeknickte Mittelfinger die Richtung der (Lorentz-)Kraft. Gleichung (2) gilt allerdings nur, wenn im bewegten Modus die Spule sich auf einer Strecke bewegt, auf der das Magnetfeld konstant ist. In der Praxis ist das jedoch nicht der Fall. Da man aber die Geschwindigkeit hinreichend konstant einstellen kann und da man die Stelle auf der Strecke kennt, an der im statischen Modus gemessen wird, kann man die sich in der gemessenen Spannung zeigende Inhomogenität des

Magnetfeldes modellieren und durch eine Korrektur entsprechend berücksichtigen. Gleichungen (1) und (2) lassen sich nun so kombinieren, dass das Produkt BL eliminiert wird:

$$\frac{U}{v} = \frac{mg}{I}$$

oder

$$UI = mgv \quad (3)$$

Auf jeder Seite der Gleichung (3) steht nun jeweils eine Leistung, deren Einheit „Watt“ ist. Daher wird diese Waage „Wattwaage“ genannt. Diese Gleichung lässt sich allerdings nicht auf einfache Weise veranschaulichen. Denn diese Leistungen sind aus zwei unterschiedlichen Versuchen hergeleitet. Mit anderen Worten: weder die elektrische (linke Seite) noch die mechanische (rechte Seite) Leistung tritt im Experiment in Erscheinung. Es sind fiktive Leistungen, die sich aus der Kombination von zwei Gleichungen ergeben. Dennoch ist die Gleichung physikalisch korrekt. Die beiden Versuchen gemeinsame Größe ist das Produkt aus magnetischer Induktion und einer Länge, das rechnerisch eliminiert wurde.

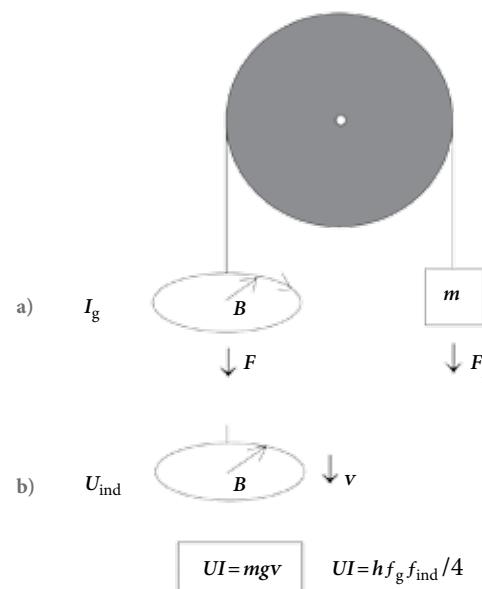


Bild 3:
Prinzip der Wattwaage, I_g Strom in der Spule, B radiales Magnetfeld, F elektromagnetische Kraft, m Masse eines Gewichtsstückes, F_g Gewichtskraft, U_{ind} induzierte Spannung, v Geschwindigkeit im bewegten Modus, g Fallbeschleunigung, h Planck-Konstante, f_g , f_{ind} Mikrowellenfrequenzen der Josephson-Spannung [5]

3. Vom Watt zur Planck-Konstanten. Wie legt h das Watt und schließlich das Kilogramm fest?

Strom und Spannung in Gleichung (3) können in Einheiten des bisherigen SI gemessen werden. Um sie aber auf eine Naturkonstante, die Planck-Konstante, zurückführen zu können, bedient man sich des Josephson- und des Quanten-Hall-Effekts (s. Artikel Elektronen zählen, um Strom zu messen in diesem Heft). Ohne hier auf Einzelheiten einzugehen, sollen nur die Zusammenhänge

der entscheidenden Größen angegeben werden. So hängt die Josephson-Spannung U_J von einer Mikrowellenstrahlung der Frequenz f , einer ganzen Zahl n_1 , der Planck-Konstanten h und der Elementarladung e gemäß Gleichung (4) ab.

$$\frac{U_J}{f} = \frac{n_1 h}{2e} \quad (4)$$

Für $n_1=1$ wird der Kehrwert der rechten Seite von Gleichung (4) nach dem Entdecker des Effekts „Josephson-Konstante“ genannt. Der Brite Brian D. Josephson erhielt für seine Entdeckung 1973 den Nobelpreis für Physik. Der Quanten-Hall-Widerstand R_H hängt von der Planck-Konstanten h , einer anderen ganzen Zahl

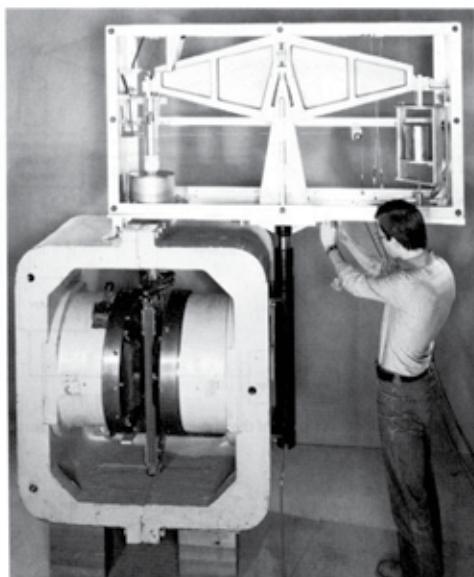


Bild 4:
NPL-Wattwaage
MARK 1. Oben der
Waagebalken, unten
links die Magnetpole
mit der bewegli-
chen Spule, die am
linken Waagebalken
hängt [6].

n_2 und dem Quadrat der Elementarladung e gemäß Gleichung (5) ab.

$$R_H = \frac{h}{n_2 e^2} \quad (5)$$

Für $n_2=1$ wird die rechte Seite von Gleichung (5) nach dem Entdecker des Effekts „von-Klitzing-Konstante“ genannt. Für die Entdeckung dieses Effekts hat der deutsche Physiker Klaus von Klitzing 1985 den Nobelpreis für Physik erhalten. Der Strom I in Gleichung (3) wird nach dem Ohm'schen Gesetz, Gleichung (6), mithilfe eines Widerstands R und einer Spannung U gemessen.

$$I = \frac{U}{R} \quad (6)$$

Für die linke Seite von Gleichung (3) werden daher die Spannung U_m – im bewegten Modus –, die Spannung U_g und der Widerstand R_g – beide im statischen Modus – gemessen. Dann erhält man für das elektrische Watt:

$$U_J I = \frac{1}{4} n_{1m} n_{1g} n_2 f_m f_g h \quad (7)$$

wobei der Index m sich auf den bewegten Modus und der Index g auf den statischen Modus bezieht. Gleichung (7) zeigt nun, wie h das Watt festlegt. Nach Gleichsetzung mit dem mechanischen Watt nach Gleichung (3) und entsprechender Umformung erhält man:

$$m = \frac{1}{4} n_{1m} n_{1g} n_2 f_m f_g \frac{h}{gV} \quad (8)$$

Gleichung (8) zeigt, wie h das Kilogramm – oder eine andere Masse – festlegt. So kann künftig – nach der Neudeinition des Kilogramms – mit der Wattwaage die Masse m eines Massennormals mit dem festgelegten Wert der Planck-Konstanten (Einheit $\text{Js} = \text{kg m}^2/\text{s}$) ermittelt werden, wobei zwei Frequenzen (Einheit $1/\text{s}^2$), die lokale Fallbeschleunigung (Einheit m/s^2) und eine Geschwindigkeit (Einheit m/s) gemessen werden.

4. Die zwei bedeutendsten Wattwaagen

Die NRC/NPL-Wattwaage

Die heute im *National Research Council* (NRC, Kanada), befindliche Wattwaage stellt eine Weiterentwicklung der Wattwaage des *National Physical Laboratory* (NPL, Großbritannien) dar.

Im Jahre 1975 machte Brian Kibble (NPL) auf der *Fifth International Conference on Atomic Masses and Fundamental Constants* in Paris den Vorschlag, die Einheit Ampere auf eine neue

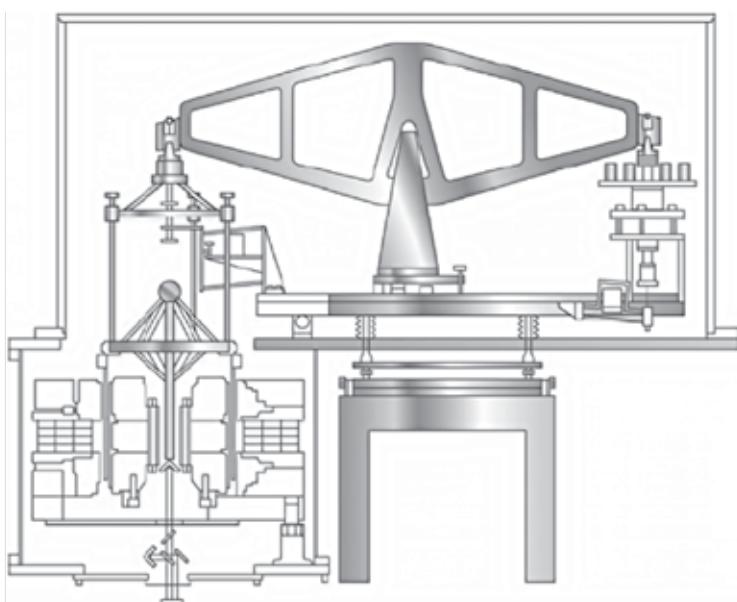


Bild 5:
Schema der NPL-Wattwaage MARK 2. Am linken Balkenarm hängen zwei vertikal versetzte Spulen in axialen Magnetfeldern, darüber eine Vorrichtung zum Auf- und Absetzen eines 1-kg Gewichtsstücks. Am rechten Balkenarm hängt ein Gegengewicht von 500 g [7, 16].

Weise darzustellen. Sein Vortrag wurde 1976 im nachfolgenden Konferenzband veröffentlicht [1]. Im ersten Teil seines Vortrags beschrieb er eine Messung des gyromagnetischen Verhältnisses des Protons in einem starken Magnetfeld. Die dabei verwendete Apparatur bestand aus einer gleicharmigen Balkenwaage für maximal 44 kg, an der an einem Balkenarm ein Gewichtsstück aufgehängt war und am anderen Arm eine rechteckige Spule, deren horizontale Windungen quer in einem horizontalen Magnetfeld angeordnet waren (Bild 4). Das Magnetfeld wurde zwischen den beiden Polen eines Permanentmagneten erzeugt. Im Magnetfeld war auch die Probe positioniert, an der die Präzessionsfrequenz des Protons gemessen wurde. Im zweiten Teil seines Vortrags schlug Kibble vor, mit der gleichen Apparatur in einem ersten Schritt die Gewichtskraft des aufgelegten Gewichtsstücks mit der elektromagnetischen Kraft auf die stromdurchflossene Spule zu vergleichen und in einem zweiten Schritt die Spule durch das Magnetfeld zu bewegen und so die induzierte Spannung zu messen (s. Kap. 2). Das Ziel einer solchen Messung sollte das Verhältnis zwischen dem Ampere gemäß seiner Definition im SI und dem Ampere als Quotient aus den in dem jeweiligen Laboratorium vorgehaltenen Einheiten Spannung und Widerstand sein.

Nicht lange danach wurde diese Waage im NPL entsprechend umgebaut, um die vorgesehenen Messungen durchzuführen. Zunächst erhielt sie den Namen *Moving-Coil Apparatus* und später den Namen *Watt Balance*, da das Watt die Einheit der Größe ist, über die eine mechanische mit einer elektrischen Leistung verglichen wird.

Um 1990 wurde die Anordnung von Magnet und Spule geändert. Eine (kurze) zylindrische Spule mit vertikaler Achse wurde in ein horizontal angeordnetes, radiales Magnetfeld gehängt (Bild 5). Tatsächlich sind es zwei axial versetzte Spulen mit einander entgegengesetzter Windung, die in entgegengesetzt gepolten, radialen Magnetfeldern hängen. Ein radiales Magnetfeld wird durch zwei kreisrunde Magnete realisiert, bei denen sich gleiche Pole gegenüberstehen. Da sich beide Pole abstoßen, werden die von ihnen ausgehenden Magnetfeldlinien umgelenkt und parallel zueinander und zum Spalt zwischen den Polen radial nach außen geführt. Ein Schema der Wattwaage des NIST zeigt den Verlauf der Feldlinien, s. Bild 6. Um systematische Fehler zu reduzieren, wird im statischen Modus anders verfahren als oben (Kap. 2) beschrieben. Der statische Modus wird in zwei Schritten ausgeführt. Der der Spule gegenüber liegende Arm der Waage wird mit 500 g belastet. In einem ersten Schritt wird ein Strom durch die Spulen geleitet, der der Gewichtskraft von 500 g die Waage hält. Im zweiten Schritt wird mit einem ferngesteuerten Mechanismus das Gehänge mit der beweglichen Spule mit

einem 1-kg-Gewichtsstück belastet und ein Strom mit umgekehrtem Vorzeichen durch die Spulen geleitet, der das nun mit 500 g nach unten ziehende Spulengehänge nach oben in die Gleichgewichtslage anhebt. Um 1992 wurde die ganze Apparatur in einem Vakuumgehäuse untergebracht, um den Einfluss von Luftauftrieb und Luftdruckschwankungen auf die Gewichtskraft auszuschalten. Um im bewegten Modus die Geschwindigkeit der bewegten Spule messen zu können, wurde ein Laser-Interferometer verwendet. Zur Messung der Fallbeschleunigung wurde ein Absolutgravimeter eingesetzt.

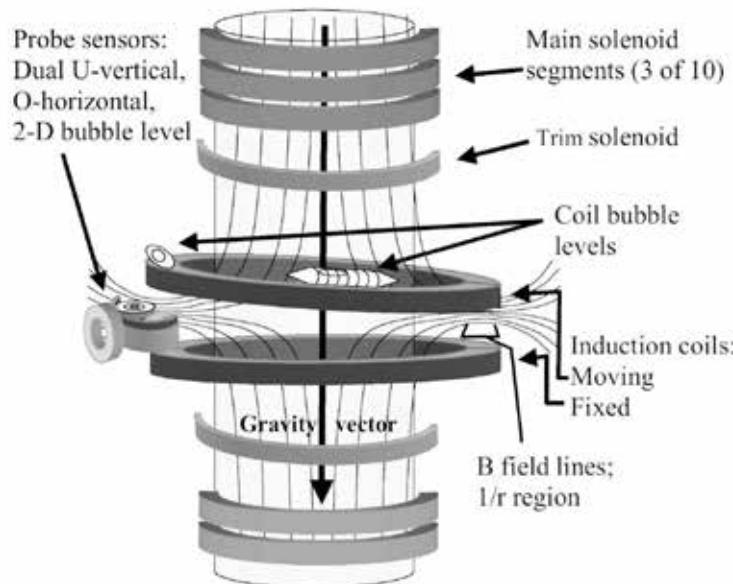


Bild 6:
Schema der magnetischen Feldlinien und der Anordnung der supraleitenden Spulen sowie der beweglichen und festen Induktionsspulen der Wattwaage im NIST. Die verkippten Induktionsspulen zeigen eine typische Fehlausrichtung. Sensoren und Libellen dienen zum Erkennen der Ausrichtung der Spulen [8].



Bild 7:
Die NRC-Wattwaage, Vakuumdeckel abgehoben. (Foto: Autor)

Zwischen 2009 und 2011 wurde diese Wattwaage vom NPL zum NRC gebracht und wieder neu aufgebaut (Bild 7). Im NRC wurden weitere Verbesserungen vorgenommen und neue Messgeräte eingesetzt. In dem neu errichteten, unterirdischen Messraum herrschen stabilere Umgebungsbedingungen, wie zum Beispiel geringere Untergrunderschütterungen als im NPL. So konnte die Messunsicherheit deutlich verbessert werden (s. Kap. 5).

Die NIST-Wattwaage

Während im NRC ein Waagebalken verwendet wird, benutzt das NIST eine Seilrolle (Bild 8).

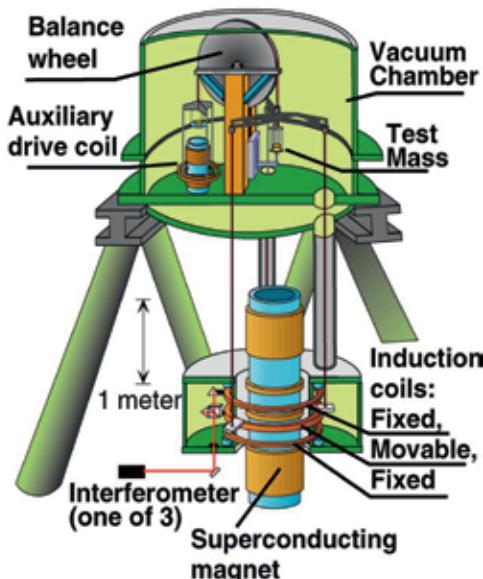


Bild 8:
Schema der NIST-Wattwaage. Der obere Teil mit der Seilrolle und dem Gewichtsstück liegt weit genug von den supraleitenden Spulen (unten) entfernt, sodass ihr Magnetfeld die Gleichgewichtslage nicht beeinflusst [9].



Bild 9:
Die NIST-Wattwaage, untere Etage. In den blauen Zylindern befinden sich die supraleitenden Magnetspulen, im weißen Ring die Induktionsspulen, letztere im Vakuum. (Foto: Autor)

Eine Seilrolle hat den Vorteil, dass im bewegten Modus die Bewegung der Spule exakt vertikal erfolgt und keinen horizontalen Anteil besitzt wie bei einem Waagebalken. Eine Seilrolle hat aber auch Nachteile, z. B. kann das Seil verdrillen und zu unerwünschten Torsionen der angehängten Spule führen. Auch im NIST hängt die Spule in einem radialen Magnetfeld, das Magnetfeld wird aber hier durch zwei Spulen erzeugt. Anfangs waren es bei Umgebungstemperatur normalleitende Spulen. Später ging man zu supraleitenden Spulen über. Ein Vorteil eines durch Spulen erzeugten Magnetfeldes ist, dass gegenüber einem Permanentmagneten Messungen bei verschiedenen starken Magnetfeldern ausgeführt werden können und so die Zuverlässigkeit der Messungen überprüft werden kann. Während das Spule-Magnet-System der NRC-Wattwaage relativ kompakt ist – die Spule taucht in einen zylindrischen Schlitz des komplexen Magneten ein – hat das System im NIST erheblich größere Ausmaße (Bilder 9 und 10). Zur Kontrolle besitzt die Wattwaage des NIST neben der beweglichen noch eine gleichartige, ortsfeste Spule. Zur besseren Unterscheidung nennen wir im folgenden diese beiden Spulen „Induktionsspulen“. Die beiden Induktionsspulen umringen die supraleitenden Spulen. Daher gibt es nach außen ein starkes magnetisches Streufeld. Wer den Raum betritt, muss Kreditkarten und Uhren vorher ablegen, um Schäden daran zu vermeiden. Um den Bereich mit der Rolle und den Gewichtsstücken vom Einflussbereich des Magnetfelds zu trennen, ist die gesamte Apparatur in zwei Etagen untergebracht. Nach ersten Messungen in Umgebungsluft wurde auch die NIST-Wattwaage in einem Vakuumgehäuse untergebracht. Um oben genannte Torsionen zu verhindern, wurde das Seil durch 50 parallele Platin-Wolfram-Drähte realisiert und zusätzlich das Gehänge durch drei, um 120° versetzte Flügel elektrostatisch fixiert.

Störende Effekte

Neben den erwähnten Effekten wie Luftauftrieb, Inhomogenität des Magnetfeldes und möglichen Torsionen sind für die Genauigkeit der Messungen noch folgende Effekte von großer Bedeutung:

- Fehler bei der vertikalen Ausrichtung der beweglichen Spule, bzw. bei der parallelen Ausrichtung der Kräfte;
- mögliche horizontale Schwingungen, die im bewegten Modus oder auch beim Lastwechsel entstehen;
- Erschütterungen des Untergrundes;
- die Temperaturempfindlichkeit des Permanentmagneten, aber auch die des verwendeten Widerstandes;

- mangelnde Abschirmung gegen elektromagnetische Störungen von außen;
- Fehler bei der Ermittlung der Fallbeschleunigung am Ort des Gewichtsstücks;
- Fehler bei der Berücksichtigung der zeitlichen Änderungen der Fallbeschleunigung;
- mangelhafte Eigenschaften des verwendeten Massenormals (magnetisch, veränderlich).

Durch entsprechende Maßnahmen, auch Modellierungen, wurden diese störenden Effekte in den betreffenden Laboratorien so weit wie möglich reduziert.

5 Messergebnisse

Bei den ersten Messungen mit den Wattwaagen im NPL und im NIST wurden für die Bestimmung der Planck-Konstanten relative Unsicherheiten von rund 10^{-6} erzielt – vergleichbar mit den vorausgehenden Strommessungen mit der Stromwaage. Mit dem Experiment zur Bestimmung der Avogadro-Konstanten, z. B. in der PTB, kann durch eine Umrechnung mit anderen Naturkonstanten auch die Planck-Konstante ermittelt werden. Es zeigte sich aber bald eine unakzeptable Diskrepanz zu den Ergebnissen der Wattwaagen. Erst in den letzten Jahren hat sich durch Verbesserungen bei beiden Arten der Experimente eine vertretbare Übereinstimmung gezeigt. Die von den internationalen Gremien geforderte relative Unsicherheit von $2 \cdot 10^{-8}$ wenigstens eines der Experimente ist inzwischen erreicht. Bild 11 zeigt die letzten Ergebnisse für die Ermittlung der Planck-Konstanten.

Die relativen Unsicherheiten der Ergebnisse vom NRC und von der *International Avogadro Coordination* (IAC) liegen bei $2 \cdot 10^{-8}$ oder darunter und erfüllen damit einen Teil der Anforderungen des *Comité Consultatif pour la masse et les grandeurs apparentées* (CCM), die vom NIST liegt mit $5,6 \cdot 10^{-8}$ nur unwesentlich darüber. Aber die Konsistenz-Anforderung ist mit diesen Ergebnissen nicht erfüllt, da das Ergebnis des NIST zu weit von denen des NRC und der IAC entfernt liegt. Es bleibt abzuwarten, ob nach künftigen, neuen Messungen diese drei Ergebnisse miteinander konsistent sein werden. Bis 2018 ist ja noch etwas Zeit. Das Ergebnis des LNE ist zwar konsistent mit den drei anderen, hat aber mit $3 \cdot 10^{-7}$ eine zu große relative Unsicherheit, um den Voraussetzungen für eine Neudefinition zu genügen.

6 Weitergabe der Masseneinheit

Das in der Wattwaage verwendete Gewichtsstück – hier „A“ genannt –, dessen genaue Masse gemäß Gleichung (8) ermittelt wurde, wird

anschließend dazu eingesetzt, um die Masse von weiteren Gewichtsstücken über eine nachfolgende Kette von Vergleichswägungen zu bestimmen, schließlich für Gewichtsstücke, die in der Praxis bei der Wägung von Waren oder bei der Eichung von Waagen verwendet werden. Das Gewichtsstück A besteht aus einem hochwertigen Material, das besonders unmagnetisch ist, zum Beispiel aus Gold, einer Platin-Iridium-Legierung oder aus Silizium. Die anderen Gewichtsstücke in der Kette bestehen aus Edelstahl oder Gusseisen, die erheblich preiswerter sind.



Bild 10:
Die NIST-Wattwaage, obere Etage bei geöffneter Vakuumglocke, in der Mitte das Gehänge mit der Wechseinrichtung für das Gewichtsstück. Die Seilrolle befindet sich weiter oben. (Foto: Autor)

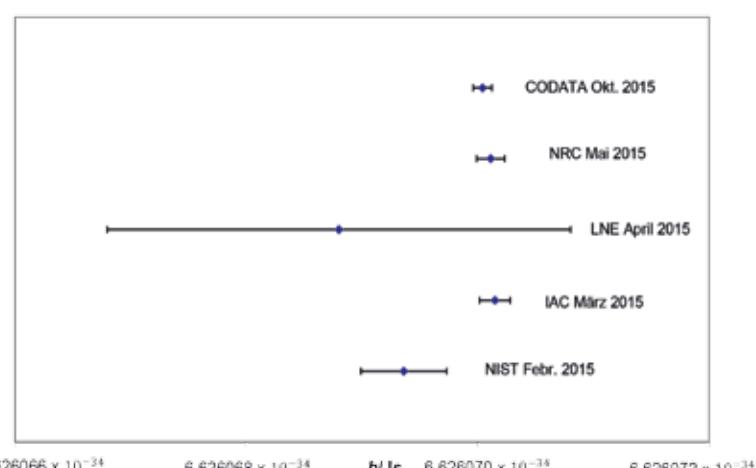


Bild 11:
Planck-Konstante – Messergebnisse aus dem Jahre 2015: NIST [10], IAC [11], LNE [12], NRC [13], CODATA [14]

Zurzeit werden im Rahmen einer Pilotstudie die in Wattwaagen und beim Avogadro-Experiment verwendeten Massenormale mit dem internationalen Kilogrammprototyp verglichen. Dieser Vergleich wird über Transfernormale und ein Ensemble von im BIPM vorgehaltenen Massenormalen abgewickelt. Dieses Ensemble soll auch nach der Neudeinition als eine aus einzelnen späteren Realisierungen (Wattwaage, Avogadro-Experiment) gewichtete und gemittelte Verkörperung des Kilogramms zu seiner Weitergabe dienen.

In einem ersten Schritt wird die evakuierte Wattwaage belüftet. Danach wird sich in normaler, feuchter Umgebungsluft ein Film aus Wassermolekülen auf der Oberfläche des Gewichtsstücks A ablagern. Dadurch erhöht sich seine Masse, wobei diese Erhöhung von der relativen Luftfeuchte der Umgebung abhängt. Diese Masseänderung wird durch Vergleichswägungen im Vakuum und in Luft mit bekannter relativer Feuchte zwischen einem gleichartigen Gewichtsstück B und einem anders geformten C mit größerer Oberfläche, aber (nahezu) gleicher Masse, bestimmt. Das Gewichtsstück C kann auch aus einer Anzahl von Scheiben bestehen. Die so ermittelten Verhältnisse von Masseänderung zu Oberfläche bei verschiedenen relativen Luftfeuchten dienen der Korrektur der Masse von A. Mit dem Gewichtsstück A werden dann Gewichtsstücke D von nationalen metrologischen Instituten kalibriert. Diese kalibrieren dann Gewichtsstücke E von Eichbehörden oder Kalibrierlaboratorien. Mit den Gewichtsstücken E werden dann Gewichtsstücke in der Industrie oder auf Märkten geeicht, oder auch Waagen, die im Handel oder anderen gesetzlich geregelten Bereichen verwendet werden. Eine Berücksichtigung der Luftfeuchte ist für die Gewichtsstücke der Eichbehörden und Kalibrierlaboratorien nicht mehr nötig, da solche Änderungen innerhalb der Fehlergrenzen liegen.

Im Laufe von Monaten und Jahren ändern Gewichtsstücke sich zusätzlich durch die Absorption von Aerosolen, insbesondere von Kohlenwasserstoffen und eingebundenen Staubteilchen. Um auf die Masse bei der Kalibrierung zurück zu kommen, müssen die Gewichtsstücke gereinigt werden, so wie auch Fensterscheiben oder Spiegel hin und wieder von ihrem Belag gereinigt werden müssen. Da Gewichtsstücke, die der gesetzlichen Überwachung (Eichung) unterliegen, nach einer festgelegten Zeit neu geeicht werden müssen, sind für sie solche Reinigungen im Allgemeinen nicht nötig.

7 Ausblick

Die seit etwa 40 Jahren andauernden Arbeiten an der Wattwaage, zuletzt zum Erzielen einer höheren Genauigkeit für die Bestimmung des Wertes der Planck-Konstanten, haben einen Stand erreicht, der eine Neudeinition des Kilogramms durch die Festlegung dieser Naturkonstanten in den nächsten Jahren ermöglichen wird. Die für eine Neudeinition zuständigen internationalen Gremien haben bereits das Jahr 2018 dafür vorgesehen. Wie im Bild 11 zu sehen ist, muss die Übereinstimmung des NIST-Wertes mit den anderen Ergebnissen noch verbessert werden.

Literatur

- [1] *F. J. Ahlers*; private Mitteilung
- [2] *P. Vigoureux*; 1965, A Determination of the Ampere, *Metrologia* **1**, S. 3–7
- [3] *B.P. Kibble*; 1976, A measurement of the gyromagnetic ratio of the proton by the strong field method, in: *Sanders, J.H. and Wapstra, A. H., Atomic Masses and Fundamental Constants 5*, Plenum New York, S. 545–551
- [4] *E.B. Rosa, N. E. Dorsey and J. M. Miller*; 1912, A determination of the international ampere in absolute measure, *Bull. Bur. Stand.* **8**, S. 269–393
- [5] *M. Gläser and M. Borys*; 2009, Precision mass measurements, *Rep. Prog. Phys.* **72** (32 S.), doi:10.1088/0034-4885/72/12/126101
- [6] *B.P. Kibble, R.C. Smith and I.A. Robinson*; 1982, A moving coil apparatus for realising the S.I. ampere, *Proc. Conf. on Precision Electromagnetic Measurements CPEM* 1982, S. H3–H4
- [7] *B.P. Kibble, I.A. Robinson and J.H. Belliss*; 1990, Redefining the kilogram via moving-coil apparatus, *Proc. Conf. on Precision Electromagnetic Measurements CPEM* 1990, S. 178–179
- [8] *R. Steiner, D. Newell and E. Williams*; 2005, Details of the 1998 Watt Balance Experiment Determining the Planck Constant, *J. Res. NIST*, **110**, S. 1–26
- [9] *R.L. Steiner, D.B. Newell, E.R. Williams, R. Liu and P. Gournay*; 2005, The NIST project for the electronic realization of the kilogram, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **54**, S. 846–849
- [10] *S. Schlammlinger et al.*; 2015, A summary of the Planck constant measurements using a watt balance with a superconducting solenoid at NIST, *Metrologia* **52**, S. L5–L8
- [11] *Y. Azuma et al.*; 2015, Improved measurement results for the Avogadro constant using a ^{28}Si -enriched crystal, *Metrologia* **52**, S. 350–375
- [12] *M. Thomas et al.*, 2015, First determination of the Planck constant using the LNE watt balance, *Metrologia* **52**, S.433–443
- [13] *C.A. Sanchez et al.*; 2015, Corrigendum to the 2014 NRC determination of Planck's constant, *Metrologia* **52**, S. L23
- [14] <http://physics.nist.gov/constants>

Übersichtsartikel

- [15] *R. Steiner*; 2013, History and progress on accurate measurements of the Planck constant, Rep. Prog. Phys. **76** (46 S.) doi: 10.1088/0034-4885/76/1/016101.
- [16] *M. Stock*; 2013, Watt balance experiments for the determination of the Planck constant and the redefinition of the kilogram, Metrologia **50**, S. R1–R16
- [17] *A. Eichenberger, G. Genevès and P. Gourlay*; 2009, Determination of the Planck constant by means of a watt balance, Eur. Phys. J. Special Topics **172**, S. 363–383
- [18] *M. Gläser*; 2008, Neudefinition des Kilogramm, PTB-Mitteilungen 118, Heft 2, S. 65–70



Wie viel Energie steckt in der Temperatur? Bestimmung der Boltzmann-Konstante

Joachim Fischer*, Bernd Fellmuth**, Christof Gaiser***

Bestimmung der Boltzmann-Konstante

Dem schottischen Botaniker Robert Brown fiel im Jahr 1827 auf, dass Blütenpollen in einem Glas Wasser eine eigenartige Zickzackbewegung ausführen. Was war die Ursache dafür? Alle Versuche, diesen später Brown'sche Bewegung genannten Effekt zu erklären, scheiterten zunächst. Erst Albert Einstein erkannte, dass die Bewegung der kleinen Teilchen in der Flüssigkeit durch ein fortwährendes Stoßen der Wassermoleküle verursacht wird. 1905 reichte er bei den „Annalen der Physik“ [1] seine Arbeit ein, in der er die Brown'sche Bewegung erklärte. Dies war in jener Zeit noch ein gewichtiges Argument für die Existenz von Atomen und Molekülen, die im 19. Jahrhundert noch heftig umstritten gewesen ist. Und gleichzeitig passte Einsteins Beschreibung zur molekularen Theorie der Wärme. Je wärmer beispielsweise Wasser ist, umso größer ist die mittlere Geschwindigkeit, mit der die Wassermoleküle sich ungeordnet bewegen und damit Stöße verursachen können (Bild 1 links). So erklärt sich auch der Begriff Thermodynamik: Wärme ist etwas Dynamisches.

Nahezu zeitgleich mit Albert Einstein lieferte auch der polnische Physiker Marian Smoluchowski eine korrekte Erklärung der Brown'schen Bewegung. Es war dann allerdings der französische Physiker Jean-Baptiste Perrin, der die Brown'sche

Bewegung experimentell mit hoher Genauigkeit bestätigte. Auf der Grundlage der Einstein'schen Modellvorstellungen gelang ihm 1908 als einem der ersten eine präzise experimentelle Bestimmung der Boltzmann-Konstanten k und damit auch der Avogadro-Konstanten N_A . Dass die so bestimmten Werte für N_A und k einen Fehler von nur weniger als 1 % aufweisen, kann als quantitativer Nachweis für die Richtigkeit des kinetischen Ansatzes und damit auch als weiteres Indiz für den atomaren Aufbau der Materie gewertet werden. Dafür wurde Perrin im Jahr 1926 mit dem Physik-Nobelpreis ausgezeichnet.

Aber wie genau hängt die Geschwindigkeit der mikroskopischen Teilchen von der Temperatur ab? Als einer der Begründer der kinetischen Gastheorie leitete Ludwig Boltzmann die Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung ab (Bild 1 rechts). Die für die Verteilung charakteristische Größe ist darin die mittlere mikroskopische thermische Energie kT , die mit der Proportionalitätskonstanten k linear mit der Temperatur wächst. Durch Festlegung ihres Wertes wird in Zukunft das Kelvin direkt mit der Energieeinheit Joule verknüpft. Streng genommen wäre also gar keine eigene Temperatureinheit mehr notwendig, allerdings müssten dann alle Thermometer Joule anzeigen. Das ist aus vielen Gründen nicht praktikabel und durchsetzbar.

* Dr. Joachim Fischer,
Fachbereich „Temperatur“, E-Mail:
joachim.fischer@ptb.de

** Dr. Bernd Fellmuth,
Arbeitsgruppe
„Grundlagen der Thermometrie“,
E-Mail: bernd.fellmuth@ptb.de

*** Dr. Christof Gaiser,
Arbeitsgruppe
„Grundlagen der Thermometrie“,
E-Mail: christof.gaiser@ptb.de

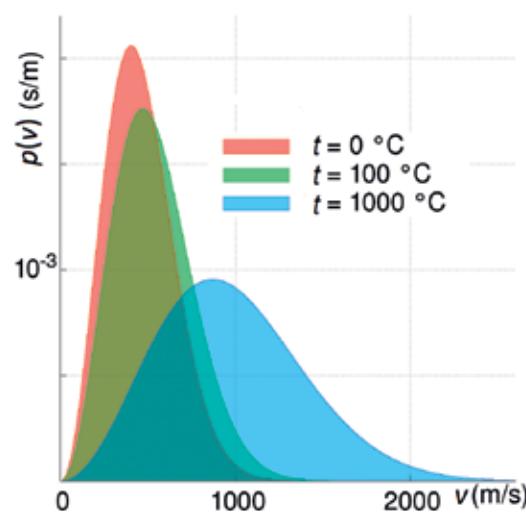
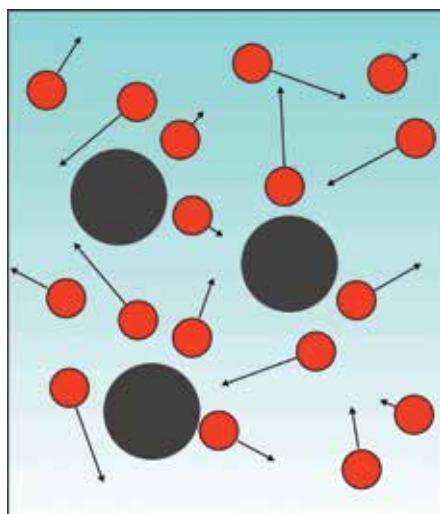


Bild 1:
Links: Modell der Brown'schen Bewegung. Die rot dargestellten Wassermoleküle des umgebenden Mediums stoßen aufgrund ihrer thermischen Energie mit den suspendierten Partikeln, wodurch sich diese auf völlig unregelmäßigen Bahnen bewegen. Rechts: Maxwell-Boltzmann'sche Geschwindigkeitsverteilung für Stickstoff-Moleküle bei drei unterschiedlichen Temperaturen ($p(v)$ Wahrscheinlichkeitsdichte).

Da die mikroskopische thermische Energie kT experimentell nicht direkt zugänglich ist, muss man zur Bestimmung von k bei bekannter Temperatur makroskopische Größen messen, die mit der thermischen Energie eindeutig korreliert sind [2]. Tabelle 1 gibt einen Überblick über derartige Abhängigkeiten, in denen kT nur mit anderen *messbaren* Größen und bekannten Konstanten in Verbindung steht. Die dabei verwendeten Thermometer bezeichnet man als Primärthermometer, da sie keiner Kalibrierung bedürfen. Um die kleinstmöglichen Unsicherheiten zu erreichen, werden die Experimente am Tripelpunkt des Wassers durchgeführt. Da derzeit über diesen Fixpunkt die Basiseinheit Kelvin definiert ist, lässt sich diese Temperatur am genauesten darstellen.

Boltzmann erkannte, dass beim idealen Gas die thermische Energie proportional zur mittleren kinetischen Energie der Gasteilchen wächst. In einem abgeschlossenen Volumen ist diese Energie direkt über den Gasdruck und die Teilchenzahl messbar. Der Druck p wird bei vernachlässigbarer Wechselwirkung zwischen den Teilchen durch die Zustandsgleichung des idealen Gases beschrieben. Das auf diesem Gesetz beruhende Thermometer ist das klassische Gasthermometer, das jedoch für die Bestimmung der Boltzmann-Konstante eine zu große Unsicherheit aufweist.

Beim akustischen Gasthermometer wird die ungenaue Dichtebestimmung des klassischen Gasthermometers durch die Messung der Schallgeschwindigkeit ersetzt. Des Weiteren kann man über die Dielektrizitätskonstante oder den Bre-

chungsindex ermitteln, wie sich die Dichte bei konstantem Druck mit der Temperatur ändert. Verwendet man die Leitungselektronen eines metallischen Widerstandsmaterials als „Messgas“, eignet sich das elektrische Johnson-Rauschen nach der Nyquist-Formel zur Thermometrie. Laserspektroskopie liefert aus der Doppler-Verbreiterung von Absorptionslinien eines Gases die kinetische Energie der Gasteilchen. Schließlich emittiert ein isothermer Hohlraum, in dem die Lichtquanten mit den Wänden im thermischen Gleichgewicht sind, Strahlung. Dies kann man mit dem spektralen Strahlungsthermometer nach dem Planck'schen Strahlungsgesetz nutzen. In Tabelle 1 sind auch die jeweils zu erwartenden Messunsicherheiten für die Bestimmung von k aufgeführt, eine kompakte Darstellung aller gängigen Methoden gibt [2].

Bei der Neudeinition des Kelvins sollte die Messunsicherheit des Wertes der Boltzmann-Konstante k vergleichbar mit der Unsicherheit der bisherigen Realisierung sein. Der derzeitig international akzeptierte Wert [3] von $1,380\,648\,52 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ besitzt zwar eine ausreichende relative Standardunsicherheit von $5,7 \cdot 10^{-7}$, beruht aber im Wesentlichen nur auf Ergebnissen der akustischen Thermometrie. Messungen mit nur einer Methode werden nicht als ausreichende Basis für eine Festlegung des Zahlenwerts angesehen. Sie bedürfen der Bestätigung durch weitere unabhängige Verfahren, um verborgene systematische Fehler aufzudecken und korrigieren zu können. Deshalb erarbeiteten Experten aller mit Grundla-

Tabelle 1:
Zusammenstellung
der Primärthermo-
meter, die für die Be-
stimmung der Boltz-
mann-Konstante k in
Frage kommen, mit
den zu erwartenden
relativen Messunsic-
cherheiten.

T thermodynamische Temperatur, u_0 Schallgeschwindigkeit im Grenzfall verschwindenden Drucks und sehr niedriger Frequenz, $\gamma_0 = c_p/c_v$ Verhältnis der spezifischen Wärmen bei konstantem Druck und konstantem Volumen, M Mol-Masse des Gases, $R = N_A k$ molare Gaskonstante (N_A Avogadro-Konstante), p Druck, ϵ Dielektrizitätskonstante des Gases, ϵ_0 elektrische Feldkonstante, α_0 elektrische Polarisierbarkeit des Gases, n Brechzahl, $\langle U^2 \rangle$ mittlere quadratische Rauschspannung, R_{el} elektrischer Widerstand, v Frequenz, Δv_D Doppler-Breite einer Spektrallinie der Frequenz v_0 , m Atommasse, L_λ spektrale Strahl-dichte, h Planck'sches Wirkungsquantum, c_0 Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, λ Wellenlänge.

Thermometer	Physikalisches Gesetz	Relative Standardunsicherheit
Akustisches Gasthermometer	$u_0 = \sqrt{\frac{\gamma_0 RT}{M}}$	$1 \cdot 10^{-6}$
Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometer	$p = kT \frac{(\epsilon - \epsilon_0)}{\alpha_0}$	$2 \cdot 10^{-6}$
Brechungsindex-Gasthermometer	$p = kT \frac{(n^2 - 1)\epsilon_0}{\alpha_0}$	$10 \cdot 10^{-6}$
Johnson-Rauschthermometer	$\langle U^2 \rangle = 4kTR_{\text{el}}\Delta v$	$2 \cdot 10^{-6}$
Doppler-Verbreiterungs-Thermometer	$\Delta v_D = \sqrt{\frac{2kT}{mc_0^2}} v_0$	$10 \cdot 10^{-6}$
Spektrales Strahlungsthermometer	$L_\lambda = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5} \left[\exp\left(\frac{hc_0}{\lambda kT}\right) - 1 \right]^{-1}$	$50 \cdot 10^{-6}$



genuntersuchungen befassten Metrologie-Institute auf zwei Workshops bei uns in der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Berlin ein Konzept und einen Zeitplan, um einen auf mehreren unterschiedlichen Verfahren abgestützten Wert von k zu erhalten [4]. Die dafür ins Auge gefassten primärthermometrischen Methoden stellen wir im Folgenden mit den zu erwartenden Unsicherheiten vor [5].

Akustisches Gasthermometer

In einem Gas hängen eine Reihe von Messgrößen von der Temperatur ab. In der Regel sind die Gesetzmäßigkeiten vom idealen Gas abgeleitet. Da die Wechselwirkung zwischen den Gasteilchen für die Bestimmung von k nicht ausreichend genau bekannt ist, führt man die Messungen durch Extrapolation auf verschwindenden Druck so durch, dass die Näherung des idealen Gases genügt. Heutzutage wird zur Bestimmung von k die Schallgeschwindigkeit u_0 der Edelgase Argon oder Helium bei der Temperatur des Wassertrölpunktes mit einem Kugelresonator (Bild 2) gemessen. Dann errechnet sich k aus der entsprechenden Formel in Tabelle 1, wobei dort R durch kN_A ersetzt wird.

1988 ermittelte eine Gruppe am US-amerikanischen Metrologieinstitut NIST (*National Institute of Standards and Technology*) die Abmessungen ihres Resonators, indem sie ihn mit Quecksilber füllte, dessen Dichte genau bekannt ist. Heute wird der Resonator mit Mikrowellenresonanzen ausgemessen und damit auf eine Frequenzmessung zurückgeführt. Insbesondere das englische Staatsinstitut NPL (*National Physical Laboratory*), das französische LNE (*Laboratoire National de Métrologie et d'Essais*), das italienische INRIM (*Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica*) und das chinesische NIM (*National Institute of Metrology*) verfolgen diese Methode [6]. Aus der Bestimmung der Abmessungen und dem

Anschluss an die Tripelpunkttemperatur resultieren wesentliche Unsicherheitskomponenten. Hinzu kommen Komponenten aus der Abhängigkeit der Molmasse von der Isotopenzusammensetzung, der Reinheit des Messgases, der Extrapolation auf verschwindenden Druck und der Position der Schallgeber und -empfänger. Mit der gegenwärtigen Messtechnik wird bei diesem Verfahren eine Unsicherheit von $1 \cdot 10^{-6}$ erreicht [5].

Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometer

Die Bestimmung der Dielektrizitätskonstante von Helium wird in der Thermometrie bei tiefen Temperaturen schon seit Längerem benutzt. Verglichen mit der Messung des Brechungsindexes ist sie das ausgereiftere Verfahren mit den weitaus kleineren erzielbaren Unsicherheiten.

Für ein ideales Gas ergibt sich die Dielektrizitätskonstante aus der elektrischen Polarisierbarkeit der Gasteilchen und der Teilchenzahldichte. Durch Kombination mit der Zustandsgleichung bekommt man den in Tabelle 1 angegebenen Zusammenhang zwischen dem Druck p und der Dielektrizitätskonstanten ϵ . Große Fortschritte bei der *ab-initio*-Berechnung der Polarisierbarkeit von Helium, deren relative Unsicherheit in den letzten Jahren deutlich unter $1 \cdot 10^{-6}$ reduziert werden konnte, haben diese Methode konkurrenzfähig gemacht. Um ϵ zu messen wird das Messgas in geeignete Kondensatoren gefüllt. Wegen der sehr niedrigen Polarisierbarkeit von Helium sind aber absolute Messungen nicht möglich. Deshalb wird der Messkondensator abwechselnd mit Helium bis zu einem Druck von 7 MPa, dem 70-fachen Erdatmosphärendruck, gefüllt und evakuiert und ϵ aus der relativen Änderung der Kapazität abgeleitet (Bild 3).

Bei der Messung werden Wertepaare des Drucks p und der Dielektrizitätskonstante ϵ bei festgehaltener Temperatur aufgenommen (Isothermenmessung). Aus dem linearen Anteil der

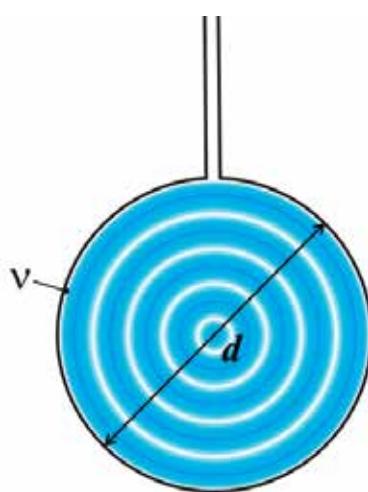


Bild 2:
Akustisches Gasthermometer mit Kugelresonator. Aus den Resonanzfrequenzen v und dem Durchmesser d wird die Schallgeschwindigkeit u_0 abgeleitet.



Bild 3:
Zentrales Element des an der PTB eingesetzten Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometers sind zylinderförmige und ringförmige Messkondensatoren, die mit Heliumgas unter dem Druck p gefüllt sind und deren relative Kapazitätsänderung $[C(p) - C(0)]/C(0)$ gemessen wird. Die Kondensatoren sind in dem symmetrischen Aufbau jeweils paarweise vorhanden, da die Kapazitätsmessbrücke mit höchster Präzision nur Verhältnisse messen kann. Ein Kondensator dient dabei jeweils als Vergleichskondensator. Abgebildet sind die vergoldeten Kondensatoren, die in verschraubte Edelstahl-Druckgefäß eingebaut werden.



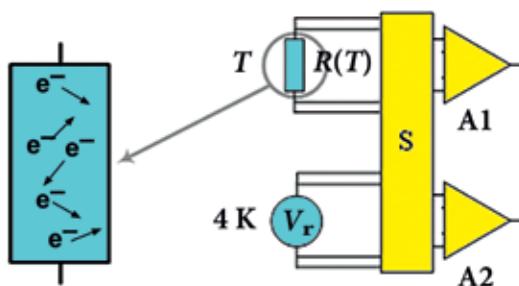
Funktion von $\epsilon(p)$ wird schließlich k ermittelt. Eine erhebliche Fehlerquelle bei dieser Methode resultiert aus der Deformation der Messkondensatoren durch den Gasdruck. Druck- und Kapazitätsmessung müssen ebenfalls bis an die Grenzen des Machbaren verbessert werden. Die Abschätzung aller Faktoren lässt eine mit der akustischen Gasthermometrie vergleichbare Gesamtunsicherheit von etwa $2 \cdot 10^{-6}$ erwarten. Dies wird durch die Ergebnisse gestützt, die vor Kurzem erzielt wurden [7].

Rauschthermometer

Man kann die Temperatur eines Objekts auch aus der statistischen Bewegung der Ladungsträger in einem Ohm'schen Widerstand ableiten, die eine Rauschspannung erzeugt (weißes Rauschen). Diese Rauschthermometrie wird schon seit vielen Jahren angewandt. Sie bestimmt mithilfe der Nyquist-Formel (Zeile 4 in Tabelle 1) die Temperatur aus dem mittleren Quadrat der Rauschspannung. Als Parameter muss man den elektrischen

Widerstandswert der Probe am Wassertrypunkt sowie die Verstärkung und Bandbreite der Messelektronik genau ermitteln.

Die Rauschthermometrie ist bisher bei sehr tiefen Temperaturen unterhalb von 5 K und sehr hohen Temperaturen gut etabliert. Bei hohen Temperaturen oberhalb etwa 1000 K nutzt sie die größeren Messsignale und ist somit weniger anfällig gegen Störungen. Bei tiefen Temperaturen kann man hochempfindliche supraleitende Detektoren einsetzen und die kleinen Signale mit ausreichender Dynamik nachweisen. Im Bereich um den Wassertrypunkt liegt die effektive Rauschspannung bei den realisierbaren Parametern der Messtechnik in der Größenordnung von $1 \mu\text{V}$. Zur Messung dieser extrem kleinen Signale muss man zu speziellen elektronischen Schaltungen greifen und in-situ einen Vergleich mit einer Referenzrauschausquelle durchführen, die auf das Quantennormal der Spannung (siehe Elektronen zählen, um Strom zu messen) rückgeführt ist (Bild 4). Nur so kann man Verstärkung und Bandbreite stabil halten und den Einfluss von Driften eliminieren. Zur Eliminierung von Verstärker- wie Leitungsrauschen wird die Kreuzkorrelation von zwei Messkanälen ausgewertet. Dadurch wird nur das in beiden Nachweiskanälen gemessene zeitlich korrelierte Signal der Rauschquellen erfasst. Entsprechende Projekte werden derzeit von NIST und NIM verfolgt. Die lange Messzeit, die für geringe Unsicherheiten benötigt wird, stellt das Hauptproblem dar. Um bei einer Bandbreite von 20 kHz eine Unsicherheit in der Größenordnung von $1 \cdot 10^{-5}$ zu erreichen, ist eine Messzeit von fünf Wochen erforderlich. Mit Messungen über eine vergrößerte Bandbreite erreicht das NIM gegenwärtig eine relative Unsicherheit von etwa $4 \cdot 10^{-6}$ [5].



Doppler-Verbreiterungs-Thermometer

Erst jüngst wurde die Bestimmung von k durch Laserspektroskopie als weitere Methode vorgeschlagen [4]. Sie misst die Doppler-Verbreiterung einer Absorptionslinie in einer Gaszelle bei homogener Temperatur, und damit die mittlere Bewegung der Gasteilchen (Bild 5). Dabei tastet man das Absorptionsprofil mit durchstimmbarer Laserstrahlung ab. Aus seiner Breite erhält man die Temperatur (vgl. die Gleichung in Zeile 5 von Tabelle 1). Der Vorteil dieser Methode besteht darin, dass man keine aufwändige absolute Strahlungsthermometrie benötigt, da die Strahlungsleistung, wenn sie deutlich unter der Sättigungsintensität liegt, die Halbwertsbreite – außer durch Aufheizeffekte – nicht beeinflusst.

An der *Université Paris 13 Nord* wurden bisher Experimente an einer Ammoniaklinie bei 30 THz mit einem CO₂-Laser durchgeführt. Die Auswertung von 2000 einzelnen Absorptionsprofilen erbrachte eine relative Unsicherheit des Wertes von k von $50 \cdot 10^{-6}$. In einem zweiten Projekt kooperieren in Italien die *Second University of Naples* in Neapel und das Mailänder *Polytechnic of Milan*. Hierbei wird hochauflösende Spektroskopie an Wasserdampf mit einem Dioidenlaser im nahen Infrarotbereich eingesetzt. Die relative Unsicherheit liegt derzeit bei $24 \cdot 10^{-6}$. Allerdings verursacht die Unterscheidung der Doppler-Verbreiterung von anderen, durch Wechselwirkung der Teilchen hervorgerufenen Linienformänderungen, enorme Schwierigkeiten. Daher ist eine Verringerung der Unsicherheit unter $1 \cdot 10^{-5}$ unwahrscheinlich [5].

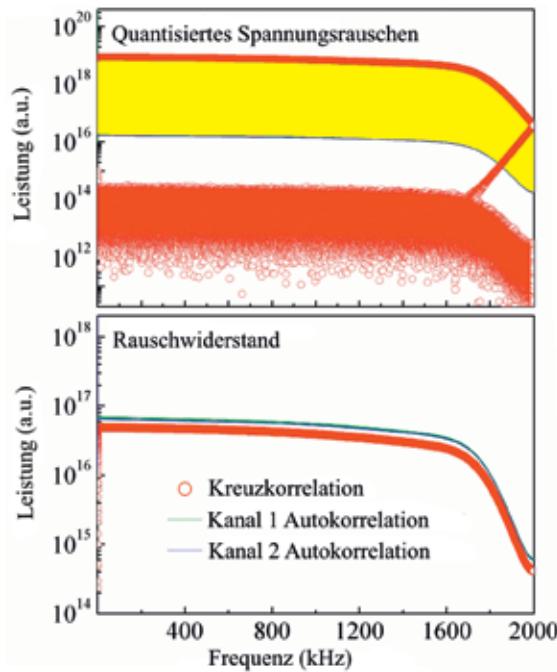
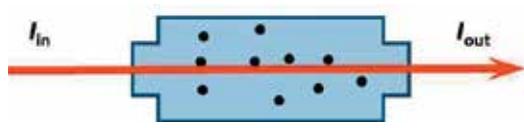


Bild 4:
Das Rauschthermometer vergleicht die thermische Rauschquelle $R(T)$ mit der auf das Spannungsnormalkoefizienten rückgeführten Spannungsreferenz V , mittels Schalter S . Zur Eliminierung von Verstärker- und Leistungsrauschen wird die Kreuzkorrelation der zwei Messkanäle mit den Verstärkern A_1 und A_2 ausgewertet (links). Spektren der quantisierten Spannungsrauschquellen und die Rauschspektren des Messwiderstandes sowie das Resultat der Kreuzkorrelation (rechts).

Strahlungsthermometer

Die Strahlungsthermometrie basiert auf der emittierten Strahlungsleistung eines Schwarzen Körpers mit einem Absorptionsgrad von eins, angenähert durch einen isothermen Hohlraum, in dem die Lichtquanten mit den Wänden im thermischen Gleichgewicht sind. Die Strahlungsleistung ist unabhängig von Material und Form des Hohlraums und hängt nur von der Temperatur (und der Wellenlänge) und Naturkonstanten ab. Primäre Thermometrie setzt eine absolute Bestimmung der Strahlungsleistung voraus (Bild 6). Zur Beschreibung der spektralen Strahlungsleistung verwendet man das Planck'sche Strahlungsgesetz (Tabelle 1, letzte Gleichung).

Die Empfindlichkeit des in Bild 6 eingesetzten Empfängers wird mit einem elektrischen Substitutionsradiometer bestimmt. Dabei absorbiert ein Empfängerhohlraum Strahlung, die seine Temperatur erhöht. In einer zweiten Messung schließt man die Eingangsoffnung des Hohlraums (Eingangsapertur) und erzeugt dieselbe Tempera-

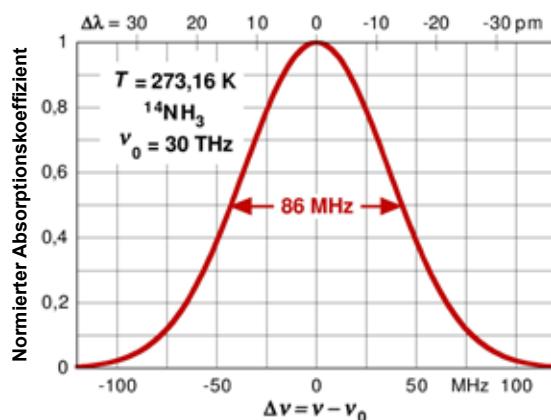
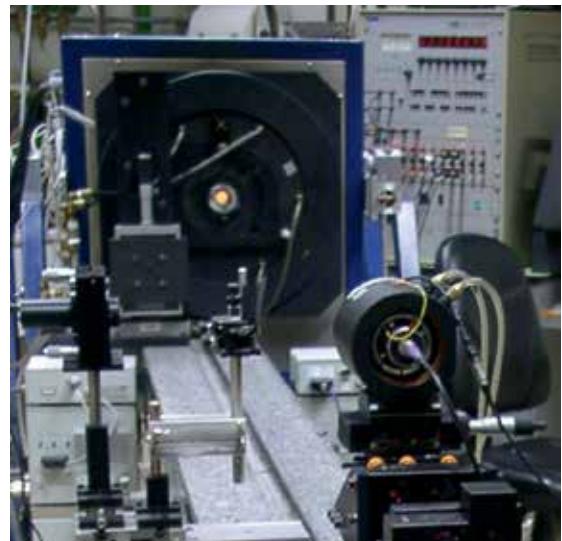
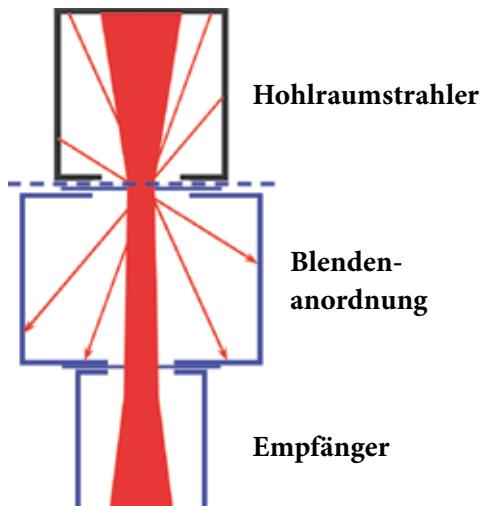


Bild 5:
Kernstück des Doppler-Verbreiterungs-Thermometers ist die Gaszelle (links), in der mit durchstimmbbarer Laserstrahlung die Verbreiterung einer Absorptionslinie (rechts) gemessen wird

Bild 6:
Das Strahlungsthermometer basiert auf dem Zusammenhang zwischen emittierter Strahlungsleistung eines Schwarzen Körpers (Hohlraumstrahler) und seiner Temperatur. Zwischen Hohlraumstrahler und Empfänger definiert eine Blendenanordnung den Raumwinkel der Ausstrahlung.



turerhöhung durch elektrische Heizleistung, die sich sehr genau bestimmen lässt. Um die benötigte Empfindlichkeit zu erreichen, muss die Wärmekapazität des Empfängerhohlraums möglichst klein sein. Dies erreicht man durch Kühlung auf Temperaturen in der Nähe der Siedetemperatur von flüssigem Helium (4,2 K). Man nennt diese absoluten Empfänger deshalb Kryoradiometer. Erst ihre Verwendung ermöglicht die gegenwärtig erzielten niedrigen Unsicherheiten. Außerdem muss man die präzisen Werte der Flächen der Aperturblenden und deren Abstand experimentell ermitteln sowie den Emissionsgrad (gleich Absorptionsgrad) des Hohlraumstrahlers.

Das spektrale Strahlungsthermometer hat den Vorteil, dass man mit einem Filter einen geeigneten Spektralbereich auswählen kann. Darin lassen sich dann die optischen Eigenschaften des Empfängers sehr genau bestimmen. Da aber nur ein Teil des emittierten Spektrums gemessen wird, ist die Strahlungsleistung am Detektor niedrig. Außerdem muss die Durchlasskurve des Filters außerordentlich genau vermessen werden. Es ist deshalb auch bei größter experimenteller Sorgfalt nicht zu erwarten, dass man die relative Unsicherheit unter einige 10^{-5} drücken kann [2]. Die Strahlungsthermometrie wird aber nach der Neudefinition des Kelvins unverändert eine wichtige Rolle bei der Messung hoher Temperaturen spielen.

Auswirkungen der Neudefinition

Die seit 1954 gültige Definition legt die Temperatureinheit Kelvin über eine Materialeigenschaft einer speziellen Substanz fest. Das Kelvin ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes von Wasser [8]. Bei ihrer praktischen Realisierung sind damit Einflüsse der Isotopenzusammensetzung und der Reinheit des verwendeten Wassers von wesentlicher Bedeutung. Hierdurch ist die Langzeitstabilität in Raum

und Zeit gefährdet. Mit der Festlegung der Boltzmann-Konstante wird dieser Mangel behoben:

Eine auf den oben beschriebenen Methoden basierende Neudefinition des Kelvin wird folgendermaßen lauten [9]: Das Kelvin, die Einheit der thermodynamischen Temperatur T , ist so festgelegt, dass die Boltzmann-Konstante exakt den Wert $1,380\,648\,52 \cdot 10^{-23}$ J/K besitzt (explizite Definition einer Naturkonstanten). Ein Kelvin ist damit diejenige Änderung der thermodynamischen Temperatur T , die einer Änderung der thermischen Energie kT um exakt $1,380\,648\,52 \cdot 10^{-23}$ Joule entspricht. Diese Erklärung steht in Analogie zur aktuellen Meterdefinition und kann als explizite Definition der Einheit selbst angesehen werden. Beide Formulierungen sind faktisch äquivalent. Aber welche Konsequenzen hat eine solche Neudefinition?

Zunächst werden die Auswirkungen nur für die Präzisionsmesstechnik von Bedeutung sein. Wie schon diskutiert, dürfen sie in der täglichen Praxis gar nicht zu spüren sein. Nur so kann das bisherige internationale Messwesen ungestört weiter funktionieren, und die Weltwirtschaft wird nicht belastet. Damit dies erreicht wird, arbeitet das Konsultativkomitee für Thermometrie des CIPM (*Comité International des Poids et Mesures*) bereits an einer Umsetzungsempfehlung (*Mise en Pratique*). Alles andere würde enorme Kosten verursachen. Die *Mise en Pratique* wird Empfehlungen zur direkten Messung der thermodynamischen Temperatur T enthalten. Hinzu kommen Texte, die die weiterhin gültigen Internationalen Temperaturskalen ITS-90 und PLTS-2000 [10] definieren (siehe Infokasten). Die Umsetzungsempfehlung des CIPM wird auch die Unterschiede $T - T_{90}$ und $T - T_{2000}$ dieser beiden Skalen mit den jeweiligen Unsicherheiten diskutieren. Die Temperaturwerte T_{90} und T_{2000} werden dabei nach den Vorgaben von ITS-90 und PLTS-2000 gemessen.



Dieses Vorgehen erlaubt direkte thermodynamische Temperaturmessungen, die weit vom Wassertripelpunkt entfernt sind. Das sind zum Beispiel hohe Temperaturen, wo das Strahlungsthermometer als Interpolationsinstrument der ITS-90 aber zukünftig auch als primäres Thermometer verwendet werden kann. Bei den höchsten Fixpunkten der ITS-90 bei 1300 K zum Beispiel sind die Unsicherheiten etwa hundertmal größer als die Reproduzierbarkeit des Wassertripelpunkts von etwa 30 μK . Mit primären Strahlungsthermometern können diese künftig erheblich reduziert werden.

Im praktisch wichtigen Temperaturbereich um den Wassertripelpunkt wird die ITS-90 ihre Berechtigung behalten, da sie für die weltweite Vereinheitlichung der Temperaturmessung auch in Zukunft von großer Bedeutung ist. Die Unsicherheit ihrer Darstellung ist gegenwärtig noch bis zu einer Größenordnung geringer als die Unsicherheit der thermodynamischen Temperatur T . Allerdings wird der Wassertripelpunkt, der derzeit per Definition eine exakte Temperatur hat, seine herausgehobene Position verlieren. Er ist dann ein Temperaturfixpunkt wie jeder andere mit genau der Unsicherheit, die die Boltzmann-Konstante zum Zeitpunkt ihrer Festlegung besitzt. Eine relative Unsicherheit von $5 \cdot 10^{-7}$ entspricht dann 0,14 mK. Wir sind zuversichtlich, dass dieses Ziel 2018 erreicht sein wird. Dann kann das Kelvin zusammen mit den Einheiten Kilogramm, Mol und Ampere von der Generalkonferenz für Maß und Gewicht neu definiert werden [12].

Fazit

Unsere kurze Übersicht über die Methoden zeigt: Die Entwicklung der sogenannten Primärthermometer macht erhebliche Fortschritte. Hierdurch dürfen wir erwarten, dass ein Wert für die Boltzmann-Konstante k mit einer relativen Unsicherheit von $5 \cdot 10^{-7}$ erreichbar ist, der auf verschiedenen Experimenten mit voraussichtlich drei unterschiedlichen Methoden beruht. Das akustische Gasthermometer (AGT), das Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometer (DCGT) und das Rauschthermometer (Noise) sind hierfür besonders aussichtsreich (Bild 7). Das Doppler-Verbreiterungs-Thermometer könnte eine zusätzliche Absicherung liefern, wenn auch mit größeren Unsicherheiten.

Mit den genannten Primärthermometern wird die Boltzmann-Konstante bis 2018 so exakt bestimmbar sein, dass die einmalige Festlegung ihres Zahlenwertes eine Neudefinition des Kelvins ermöglicht. Damit wird eine Naturkonstante anstelle einer Maßverkörperung (Wasserprobe) zum Maßstab. Die wesentlichen Konsequenzen sind langfristiger Natur, denn das Maßsystem für die Temperatur wäre dann zeitlich unbegrenzt stabil. Dieses Ziel lohnt die weltweite Anstrengung.

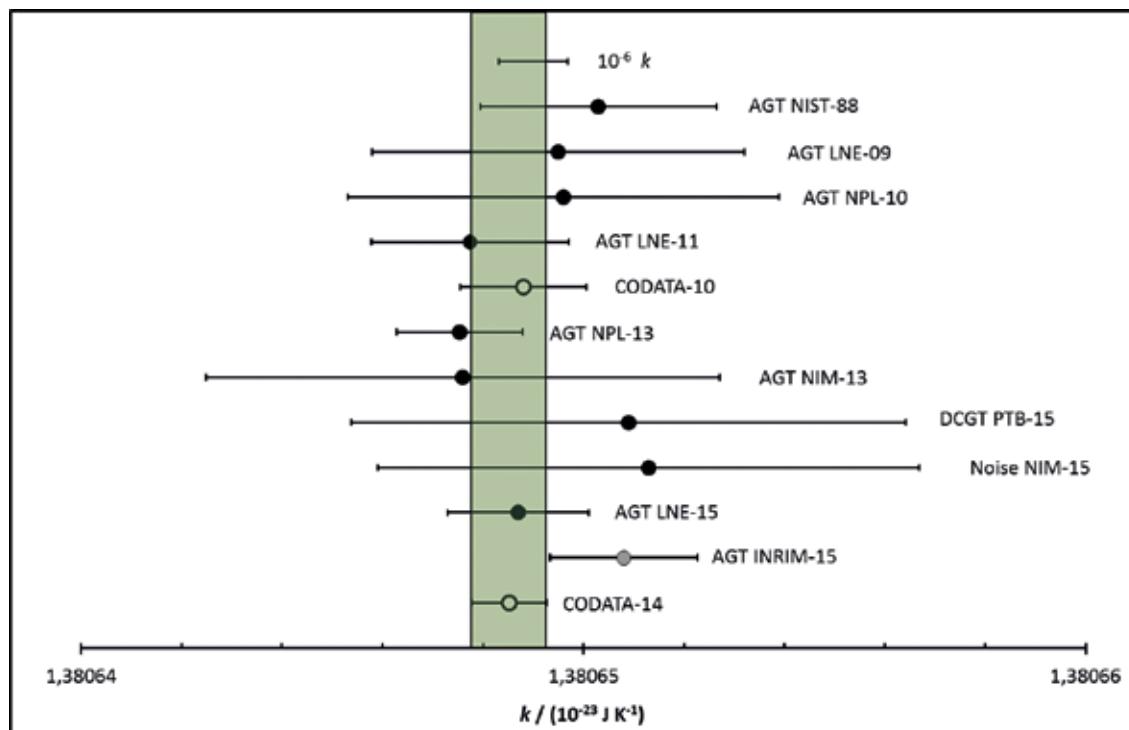


Bild 7:
Alle Messungen der Boltzmann-Konstante, die zur CODATA-Ausgleichung von 2014 beigetragen haben [5], sowie die ausgeglichenen CODATA-Werte von 2010 und 2014 und das wegen verspäteter Einreichung nicht mehr berücksichtigte Ergebnis INRIM-15. Die Fehlerbalken bezeichnen die Standardunsicherheit. Der grüne Bereich bezeichnet die Standardunsicherheit des CODATA-Wertes von 2014.

Die Internationale Temperaturskala von 1990

Die internationalen Temperaturskalen verfolgen das Prinzip, die aufwändigen Messungen thermodynamischer Temperaturen auf Phasenübergänge reiner Substanzen abzubilden. Diese kann man im Labor einfacher realisieren. Die zurzeit gültige Internationale Temperaturskala von 1990 (ITS-90) erstreckt sich von 0,65 K bis zu den höchsten Temperaturen, die über das Planck'sche Strahlungsgesetz praktisch messbar sind. Sie basiert auf 17 gut reproduzierbaren, thermodynamischen Gleichgewichtszuständen, beispielsweise zwischen der festen und flüssigen Phase eines reinen Metalls [11]. Diesen definierenden Fixpunkten sind bestimmte Temperaturwerte zugeschrieben, die zum Zeitpunkt der Festlegung als beste verfügbare Approximationen der thermodynamischen Werte galten. In der ITS-90 sind für mehrere Temperaturbereiche verschiedene Interpolationsverfahren zwischen den Fixpunkten vorgeschrieben. Das lässt Anwendern so viel Freiheit bei der Realisierung der Skala, wie mit den Anforderungen an eine hohe Reproduzierbarkeit vereinbar ist. Bild 8 gibt einen schematischen Überblick über die Temperaturbereiche und die jeweiligen Interpolationsinstrumente der ITS-90.

Die Tieftemperaturskala *Provisional Low Temperature Scale* PLTS-2000 ergänzt seit 2000 die ITS-90 um drei Dekaden zu tiefen Temperaturen hin. Die Temperatur T_{2000} wird mit einem ^3He Schmelzdruckthermometer gemessen.

Zwischen 0,65 K und 5 K wird die Temperatur T_{90} mit einem Dampfdruckthermometer aus dem Dampf-

druck des Isotops ^3He (0,65 K bis 3,2 K) oder ^4He (1,25 K bis 5 K) bestimmt. Im Temperaturbereich von 3,0 K bis 24,5561 K dient ein spezielles Gasthermometer mit ^3He oder ^4He zur Interpolation. Im Bereich von 13,8 K bis 1234,93 K (961,78 °C) sind Platin-Widerstandsthermometer besonderer Bauarten die Interpolationsinstrumente. Bei diesen berechnet man die Temperatur aus dem Widerstandsverhältnis $W(T_{90}) = R(T_{90})/R(273,16 \text{ K})$ unter Anwendung detaillierter Vorgaben. $R(T_{90})$ ist der gemessene elektrische Widerstand bei der Temperatur T_{90} und $R(273,16 \text{ K})$ derjenige am Wassertripelpunkt. Temperaturen oberhalb von 1234,93 K (961,78 °C) bestimmt man mit dem spektralen Strahlungsthermometer. Dabei vergleicht man – idealerweise bei einer fixen Wellenlänge λ – die spektralen Strahldichten $L_\lambda(\lambda, T_{90})$ eines Hohlraumstrahlers der gesuchten Temperatur T_{90} mit $L_\lambda(\lambda, T_{90, \text{ref}})$ eines Fixpunkt-Hohlraumstrahlers, dessen Temperatur $T_{90, \text{ref}}$ bekannt ist. Aus dem Strahldichtevehältnis berechnet man T_{90} .

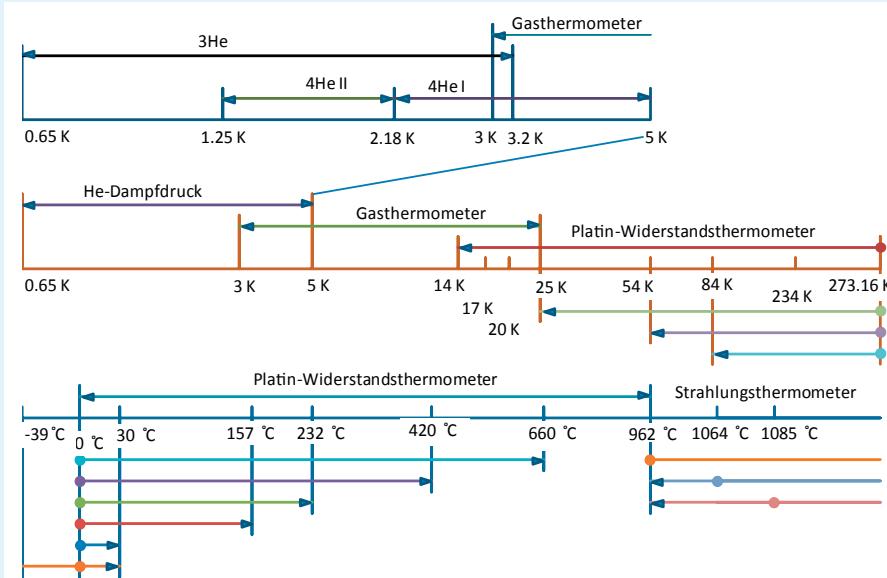


Bild 8:
Schematischer Überblick über die Temperaturbereiche der Internationalen Temperaturskala ITS-90 und die jeweiligen Interpolationsinstrumente. Die Temperaturwerte der definierenden Fixpunkte sind nur gerundet angegeben.



Literatur

- [1] *A. Einstein*; Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderten Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen, Ann. Phys. **17** (1905) 549–560
- [2] *B. Fellmuth, Ch. Gaiser, J. Fischer*; Determination of the Boltzmann Constant – status and prospects, Meas. Sci. Technol. **17** (2006) R145–R159
- [3] *P. J. Mohr, D. B. Newell, B. N. Taylor*; CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2014. arXiv:1507.07956 [physics.atom-ph] (2015)
- [4] *B. Fellmuth, J. Fischer* (Hrsg.); Talks of the 221. PTB-Seminar „Workshop on Progress in Determining the Boltzmann Constant“, Bericht PTB-Th-3, ISBN 978-3-86509-684-5, Braunschweig (2007)
- [5] *J. Fischer*; Progress towards a new definition of the kelvin. Metrologia **52** (2015) S364–S375
- [6] *M. Moldover, R. M. Gavioso, J. B. Mehl, L. Pitre, M. de Podesta, J. T. Zhang*; Acoustic gas thermometry, Metrologia **51** (2014) R1–R19
- [7] *C. Gaiser, T. Zandt, B. Fellmuth*; Dielectric-constant gas thermometry, Metrologia **52** (2015) S217–S226
- [8] *H. Preston-Thomas*; The International Temperature Scale of 1990 (ITS-90), Metrologia **27** (1990) 3–10, www.bipm.org/en/publications/its-90.html (Letzter Zugriff am 13.06.2016)
- [9] The International Systems of Units, Draft 9th Brochure, BIPM Cons. Com. Units (2013), www.bipm.org/en/committees/cc/ccu/publications-cc.html (Letzter Zugriff am 13.06.2016)
- [10] Mise en pratique for the definition of the kelvin, BIPM (2011), www.bipm.org/utils/en/pdf/MeP_K.pdf (Letzter Zugriff am 13.06.2016)
- [11] *J. Fischer, J. Hollandt*; Temperatur – Die SI-Basiseinheit Kelvin. PTB-Mitteilungen **122** (2012) 69–81
- [12] *J. Fischer, B. Fellmuth, C. Gaiser, T. Zandt*; Naturkonstanten als solide Basis, Phys. Unserer Zeit **42** (2011) 118–124



Ein Maß für sichtbares Licht – Entwicklung und Bedeutung im Internationalen Einheitensystem

Armin Sperling*, Stefan Kück**

1. Einleitung

Das für uns Menschen sichtbare Licht beeinflusst unseren gesamten Alltag, unser Verhalten, unseren Tagesrhythmus, unseren Stoffwechsel, unsere Kommunikation, unser Wohlbefinden und unsere Leistungsfähigkeit. Licht ist Werkzeug, Information und Medizin zugleich. Mit der Industrialisierung und der damit einhergehenden Möglichkeit der Schaffung künstlich beleuchteter Umfelder und Arbeitsumgebungen wurde die Notwendigkeit der quantitativen und qualitativen Beschreibung von Licht offensichtlich, da mangelhaftes Licht all die oben beschriebenen „natürlichen“ Funktionen beeinträchtigt. Die objektive physikalische Bewertung und Messbarkeit von Licht war daher bereits kurz nach ihrer Gründung eine der zentralen Aufgaben der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

Die wissenschaftliche Disziplin, die sich mit der Messung von Licht befasst, wird Photometrie genannt. Zur Erläuterung der photometrischen Einheiten befassen wir uns zunächst mit der unterschiedlichen Bedeutung der Begriffe Licht und Strahlung. Anschließend werden wir die historischen und heutigen Ansätze der Einbindung von Lichtmesstechnik in das internationale Einheitensystem beschreiben, wobei wir insbesondere die Rolle der Hellempfindlichkeitsfunktionen eines menschlichen Beobachters beleuchten werden. Abschließend gehen wir noch kurz auf mögliche zukünftige Entwicklungen ein.

2. Licht

Der visuell wahrnehmbare Spektralbereich der elektromagnetischen Strahlung, den wir unter dem Begriff Licht zusammenfassen, wird von der Empfindlichkeit des menschlichen Auges bestimmt. Er reicht von 360 nm bis 830 nm, also vom Ultravioletten (UV) bis hin zum nahen Infraroten (NIR). Licht umfasst also nur einen kleinen Teilbereich elektromagnetischer Strahlung. Der spektrale Verlauf der Hellempfindlichkeit des Auges wurde Anfang des 20. Jahrhunderts aus dem Mittelwert von Messungen an einer Reihe von (europäischen) Probanden bestimmt. Das Ergebnis dieser Messungen ist der

Hellempfindlichkeitsgrad des menschlichen Auges. Er wird durch die auf Eins normierte, sogenannte $V(\lambda)$ -Funktion repräsentiert und ist in Bild 1 zusammen mit dem terrestrischen Sonnenspektrum dargestellt. Das Maximum der $V(\lambda)$ -Funktion liegt bei exakt 555 nm, also ziemlich genau dort, wo auch das auf der Erde vorliegende Spektrum der Sonne maximal wird.

Da die tatsächliche, individuelle Lichtempfindlichkeit des menschlichen Auges jedoch von Person zu Person abweicht und außerdem von deren Alter und Ethnie sowie nicht zuletzt auch von der Beleuchtungssituation abhängig ist, hat man mit dem Übergang von der visuellen Photometrie zur physikalischen Photometrie sogenannte Normalbeobachter mit definierten spektralen Verläufen der Empfindlichkeit festgelegt. Zurzeit sind von der Internationalen Beleuchtungskommission, der CIE (*Commission Internationale de l’Éclairage*), die Hellempfindlichkeitsgrade $V(\lambda)$ für photopisches Sehen (d. h. für ein helladaptiertes Auge), $V'(\lambda)$ für skotopisches Sehen (d. h. für ein dunkeladaptiertes Auge) und $V_{mes}(\lambda)$ für

* Dr. Armin Sperling, Arbeitsgruppe „Photometrie“, E-Mail: armin.sperling@ptb.de

** Prof. Dr. Stefan Kück, Fachbereich „Photometrie und angewandte Radiometrie“, E-Mail: stefan.kueck@ptb.de

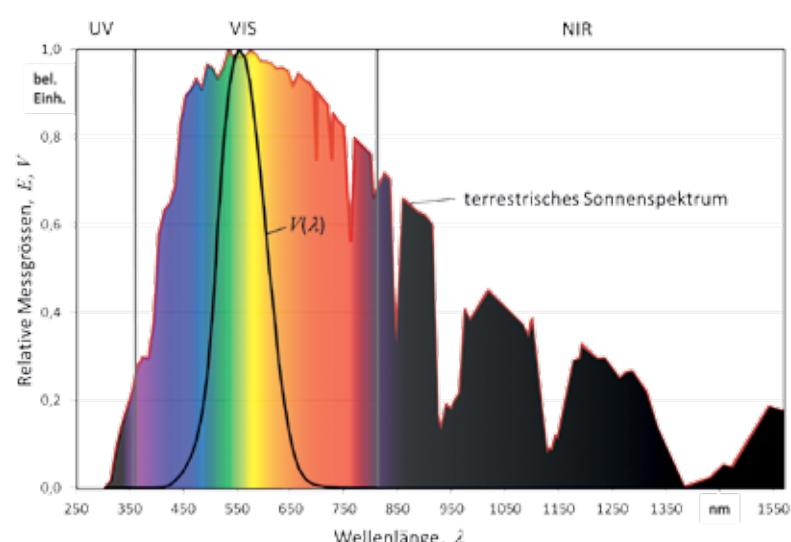


Bild 1:
Relativer Verlauf des terrestrischen Sonnenspektrums im ultravioletten (UV), visuellen (VIS) und nahen infraroten Spektralbereich mit den Absorptionsbanden der Atmosphäre. Innerhalb des visuellen Spektralbereichs ist der Verlauf der $V(\lambda)$ -Funktion eingetragen.

mesopisches Sehen (d. h. im Übergangsbereich) festgelegt. Diese Funktionen werden für die physikalische Bewertung von Licht eingesetzt und zwar unabhängig von der tatsächlichen individuellen Sehempfindung eines Menschen.

3. Anbindung an das SI

Bis Mitte des 20. Jahrhunderts, bevor die ersten hinreichend empfindlichen elektrischen Empfänger aufkamen, wurde das menschliche Auge als *visueller Komparator* in der photometrischen Messtechnik eingesetzt. Hierbei misst und bewertet das menschliche Auge als abbildendes System im Prinzip die Leuchtdichte von Objekten, da das Licht eines betrachteten Objekts über die Augenlinse gesammelt und auf ein Flächenelement der Netzhaut abgebildet wird. Das Hauptaugenmerk der Photometrie lag daher nicht nur auf der zu bewertenden Gesamtmenge an elektromagnetischer Strahlung, dem Lichtstrom, sondern insbesondere auch in der räumlichen Ausstrahlungscharakteristik der Lichtquellen, die das betrachtete Licht aussendeten oder reflektierten.

Die elementare physikalische Größe, die die Aussendung von Licht einer Quelle beschreibt, ist die Lichtstärke I_v . Sie ist das mit dem Hellempfindlichkeitsgrad bewertete photometrische Pendant zur radiometrischen Größe Strahlstärke I_e . Der Index „v“ steht hierbei für „visuell“, der Index „e“ für „energetisch“; diese Indizes definieren eindeutig den Bezug zur Photometrie bzw. zur Radiometrie. Vereinfacht dargestellt beschreibt die Lichtstärke den Lichtstromanteil, den eine Lichtquelle in eine Richtung in einem hinreichend schmalen

Lichtkegel aussendet. Physikalisch korrekt würde man sie als die auf den Raumwinkel Ω bezogene Dichte des in eine Richtung ausgesendeten Lichtstroms Φ_v bezeichnen, d. h. $I_v = d\Phi_v/d\Omega$.

Noch bevor die Internationale Meterkonvention unterschrieben wurde, verwendete man bereits die Lichtstärke als Basisgröße für die Bewertung von Licht und zur eindeutigen Beschreibung von Lichtquellen. Sie wurde auch deshalb gewählt, weil sie mit einfachen Mitteln (siehe Bild 2) über einen visuellen Beleuchtungsstärkevergleich unter Einbeziehung von Abstand und Raumwinkel messbar war: in Abbildung 2 wird der Abstand d_2 einer Testlampe solange verändert, bis das zugehörige durchscheinende Papierfenster, gleich hell erscheint, d. h. die gleiche Leuchtdichte wie das durch die Normallampe beleuchtete Papier aufweist. Die Lichtstärke ergibt sich dann über das Verhältnis der Abstandsquadrate zu:

$$I_2 = I_1 \frac{d_2^2}{d_1^2} \quad . \quad (1)$$

Ursprünglich wurde die Einheit der Lichtstärke also naheliegenderweise auf die gerichtete Lichtausstrahlung einer Normallichtquelle zurückgeführt. In den Anfängen der Photometrie ergab sich hierbei der Wert der Einheit in Abhängigkeit vom Typ der verwendeten Normallichtquelle. Die wichtigsten Vertreter dieser Normallichtquellen waren die Hefner-Lampe im deutschsprachigen Raum, die Pentan-Lampe in England und die Carcel-Lampe in Frankreich [2]. Im Jahr 1937 verständigte man sich im Comité Consultatif de Photométrie (CCP, dem Vorgänger des heutigen CIPR, Comité Consultatif de Photométrie et Radiométrie, bevor die Radiometrie mit aufgenommen wurde) darauf, eine weltweit einheitliche, quellenbasierte Definition für die Einheit der Lichtstärke zu schaffen [3]. Als bestmöglich geeignete Lichtquelle wurde hierzu ein Hohlraumstrahler gewählt, denn die Strahlung aus einem abgeschlossenen und im thermischen Gleichgewicht befindlichen Hohlraum lässt sich physikalisch durch das Planck'sche Strahlungsgesetz beschreiben. Im Vakuum hängt die Strahlung eines Hohlraums außer von Naturkonstanten nur noch von seiner Temperatur ab. Bei einem Hohlraumstrahler (auch „Schwarzer Strahler“ genannt) handelt es sich daher um eine berechenbare Lichtquelle.

Weißes Licht setzt eine hohe Hohlraumtemperatur voraus. Daher wurde die Temperatur des erstarrenden Platins eines Platin-Hohlraumstrahlers gewählt. Die neue Definition der Einheit der Lichtstärke sollte ab 1942 weltweit eingeführt werden, was sich jedoch durch den 2. Weltkrieg verzögerte. Erst im Jahr 1948 wurde in allen Staaten, die der Meterkonvention angeschlossen waren, auf die neue Einheit der Lichtstärke unter dem Namen Candela (cd) umgestellt. In der Fassung von 1967 [4] lautete ihre Definition: „Die Candela ist die Lichtstärke in senkrech-

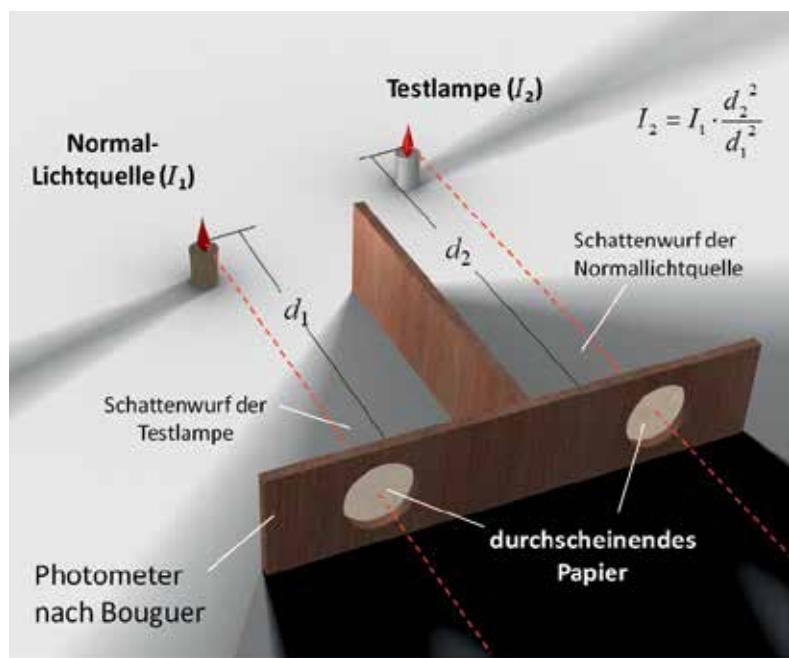


Bild 2:
Prinzip des ersten Photometers, das um 1725 von Bouguer (1698–1758) beschrieben wurde [1]. Erklärung siehe Text.

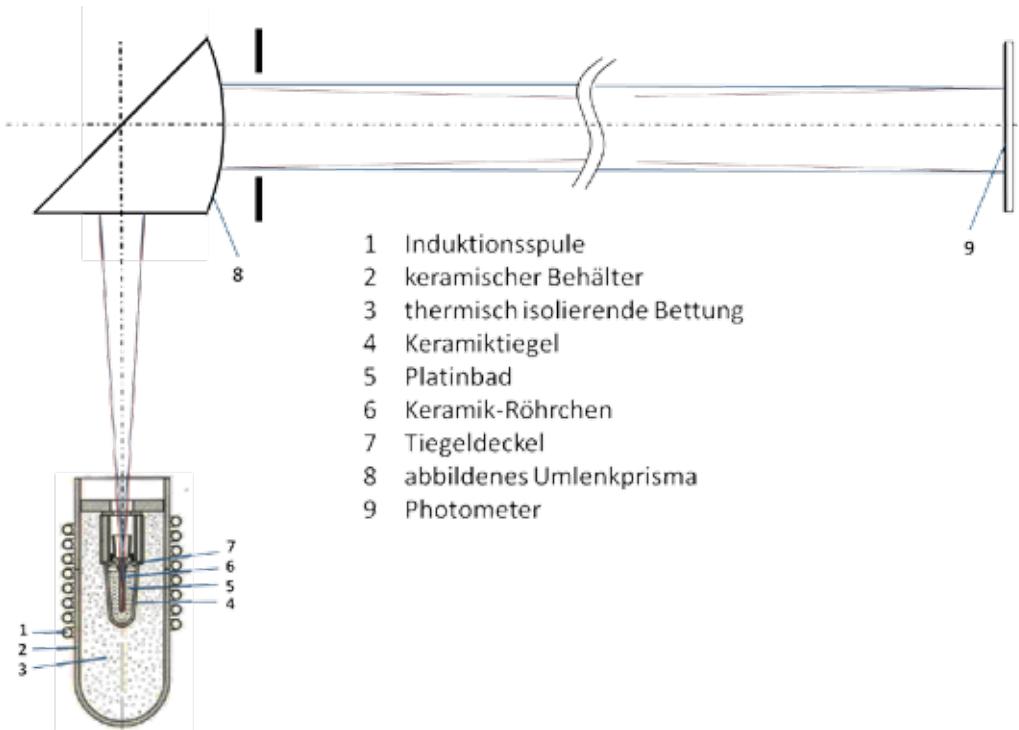


Bild 3:
Messanordnung
mit Platin-Punkt
Hohlraumstrahler [5]
zur Realisierung der
Candela

ter Richtung von einer 1/600 000 Quadratmeter großen Oberfläche eines schwarzen Strahlers bei der Temperatur des beim Druck 101 325 Newton durch Quadratmeter erstarrenden Platins.“

Die Größe des Flächenanteils war so bemessen, dass der Zahlenwert der Einheit Candela in der Größenordnung der vorher von England, Frankreich und den USA genutzten Einheit „Internationale Kerze“ (IK) war. Eine typische Messanordnung zur Realisierung der Candela ist in Bild 3 gezeigt.

Mit dieser an eine Materialeigenschaft gekoppelten Definition war die Einheit der Lichtstärke unabhängig von radiometrischen Einheiten im SI-System festgelegt und nur noch von den Einheiten der Größen Fläche und Luftdruck abhängig. Durch den direkten Vergleich auf einer optischen Bank (die praktisch das Bouguer-Photometer aus Bild 2 ersetzt) wurden Glühlampen mit diesem Hohlraumstrahler unter Ausnutzung von Gleichung (1) verglichen und somit deren Lichtstärke absolut bestimmt.

Bei bekannter Temperatur des Erstarrungspunktes T_{Pt} von Platin ist über das Planck'sche Strahlungsgesetz auch die spektrale Strahldichte $L_{e,\lambda}(T_{Pt})$ des Hohlraumstrahlers bekannt. Die mit der $V(\lambda)$ -Funktion gewichtete spektrale Strahldichte, d.h. $\int L_{e,\lambda}(\lambda, T_{Pt}) \cdot V(\lambda) d\lambda$, gibt dann die im sichtbaren Bereich abgegebene radiometrische Strahldichte mit der Einheit $\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1}$ an. Die durch die leuchtende Fläche des Hohlraumstrahlers geteilte Lichtstärke im Fernfeld (d.h. $\Delta I / \Delta A$) ist nun aber gerade gleich der photometrischen Leuchtdichte L_v der Quelle mit der Einheit cd m^{-2} . Das Verhältnis dieser Leuchtdichte zur oben beschriebenen gewichteten Strahldichte ist damit ein Maß

für die Äquivalenz zwischen photometrischen und radiometrischen Größen. Diese Äquivalenz gilt allgemein für die Umrechnung von radiometrischen Größen X_e in photometrische Größen X_v und lässt sich durch die Beziehung $X_v = K_m \int X_{e,\lambda}(\lambda) V(\lambda) d\lambda$ beschreiben. Setzt man die Fläche und die Größe der Lichtstärke aus der alten Candela-Definition ein, ergibt sich:

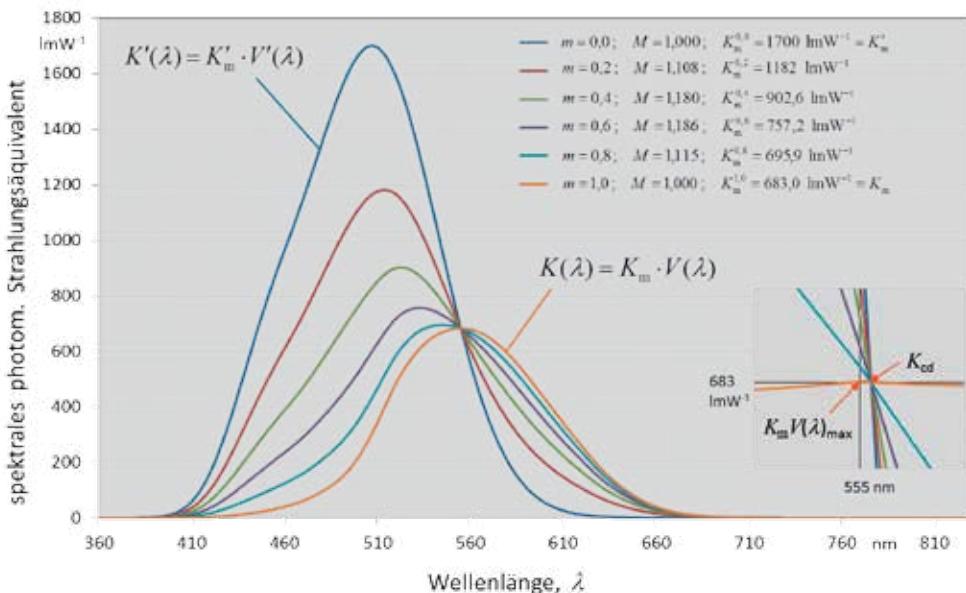
$$K_{m,alt} = \frac{600000 \frac{\text{cd}}{\text{m}^2}}{\int_{0}^{\infty} L_{e,\lambda}(\lambda, T_{Pt}) \cdot V(\lambda) d\lambda}, \quad (2)$$

Der damalige Literaturwert für die Temperatur des erstarrenden Platins lag gemäß der Internationalen Temperaturskala (IPTS-48) bei einer Temperatur von $T_{Pt} = 2042 \text{ K}$ [6], was zu einem K_m von $682,1 \text{ lm/W}$ führte [7]. Für die heute gültigen Werte der Naturkonstanten und der Temperatur des erstarrenden Platins von $2041,4 \text{ K}$ würde sich der Wert $685,06 \text{ lm/W}$ [8] ergeben. Durch Einsetzen der skotopischen Hellempfindlichkeit $V'(\lambda)$ ergab sich für $T_{Pt} = 2042 \text{ K}$ analog das Strahlungsäquivalent für das dunkel-adaptierte Auge zu $K'_m = 1752 \text{ lmW}^{-1}$.

Das Produkt aus K_m und $V(\lambda)$ wird spektrales photometrisches Strahlungsäquivalent $K(\lambda)$ genannt, welches wegen $V(\lambda) \leq 1$ gerade den Maximalwert K_m hat.

Da die Strahlung eines perfekten Hohlraumstrahlers vom verwendeten Material unabhängig ist, war es prinzipiell auch möglich, auf das teure, hochreine Platin zu verzichten und dafür günstigere Hohlraumstrahler (z.B. basierend auf

Bild 4:
Spektrales photometrisches Strahlungsäquivalent $K'(\lambda)$ für die unterschiedlichen photopischen, skotopischen und mesopischen Hellempfindlichkeits-Funktionen und eine Auswahl mesopischer Adaptionsniveaus mit ihren maximalen Strahlungsäquivalenten K_m^m , wobei in K_m^m , der obere Index m das Adaptionsniveau bei mesopischer Hellempfindlichkeit bezeichnet.



Graphit) zu verwenden. Man musste allerdings sicherstellen, dass der Hohlraumstrahler, der dann für die Rückführung verwendet wurde, die Temperatur des bei Normaldruck erstarrenden Platins hatte. Dieser Weg wurde von vielen nationalen Metrologieinstituten beschritten. Als jedoch Ende der 1960er-Jahre durch Messungen zur Internationalen Temperaturskala (IPTS-68) der Temperatur des erstarrenden Platins ein Wert von $T_{pt} = 2045$ K zuordnet wurde [6], entstand in der Photometrie eine große Verunsicherung bei der Realisierung der Einheit. Dies führte letztendlich in den 1970er-Jahren dazu, nach einer neuen Definition für die SI-Basiseinheit Candela zu suchen, die unabhängig von Artefakten und Materialeigenschaften sein sollte. Nach langen Diskussionen hat man sich dann 1979 darauf geeinigt, die Eigenständigkeit der photometrischen Größen aufzugeben und die Lichtstärke mithilfe eines definierten Strahlungsäquivalents an die Einheit der radiometrischen Strahlungsleistung zu koppeln. Hierdurch lässt sich die Einheit der Lichtstärke durch Anwendung radiometrischer Verfahren realisieren.

Man definierte [9]:

Die Candela ist die Lichtstärke in einer bestimmten Richtung einer Strahlungsquelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12}$ Hz aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung ($1/683$) Watt durch Steradian beträgt.

Wer genau hinschaut sieht, dass diese Definition nicht als Anleitung für die direkte Realisierung der Lichtstärke von einer Candela gedacht war, denn:

- Jede reale Strahlungsquelle besitzt eine endliche Bandbreite
- Die Lichtstärke steht im direkten Bezug zur Empfindlichkeit des menschlichen Auges, welches nicht nur bei einer einzelnen Wellenlänge empfindlich ist, sondern in einem Spektralbereich von 360 nm bis 830 nm.
- Die Definition macht keine Aussage über die quantitative Bewertung von Strahlung anderer Frequenzen bzw. Wellenlängen.

Stattdessen wird lediglich bei der festgelegten Frequenz von 540 THz die Äquivalenz $1 \text{ cd} \triangleq 1/683 \text{ W sr}^{-1}$ fixiert. Die zuzuordnende Wellenlänge entspricht hierbei wegen $n\lambda = c/f$ einem Wert von 555,016 nm, wobei mit einer Brechzahl $n = 1,00028$ von Luft [10] gerechnet wird.

Aus der Äquivalenz ergibt sich das photometrische Strahlungsäquivalent K_{cd} zu $K_{cd} = K(\lambda = 555,016 \text{ nm}) = 683 \text{ ccdsrW}^{-1} = 683 \text{ lmW}^{-1}$.

Zur Festlegung des Zahlenwertes für das Strahlungsäquivalent wurden zwischen 1971 und 1979 umfangreiche Messungen durchgeführt – sowohl für die Bestimmung der Erstarrungstemperatur von Platin als auch für die Realisierung der Candela mit dem Platin-Hohlraumstrahler [7]. Basierend auf diesen Messungen einigte man sich letztendlich auf eine ganzzahlige Frequenz im Terahertz-Bereich sowie auf ein ganzzahliges Strahlungsäquivalent K_{cd} , welches sehr nahe beim Maximum des photopischen spektralen Strahlungsäquivalents, dem K_m , liegt.



Mit ein Grund, warum für K_{cd} nicht einfach K_m verwendet wurde, ergibt sich durch die Feststellung:

Die Definition der Einheit Candela für die Lichtstärke impliziert, dass sich die spektralen photometrischen Strahlungsäquivalente aller existierenden und zukünftigen photometrischen Hell-empfindlichkeiten genau im Punkt ($540 \cdot 10^{12}$ Hz, 683 lmW^{-1}) schneiden müssen.

Nur durch diese Nebenbedingung wird die Einheit Candela für alle Empfindlichkeitsfunktionen gleichermaßen anwendbar. Mit der Festlegung dieses Schnittpunktes ergaben sich neue Maximalwerte für die jeweiligen spektralen photometrischen Strahlungsäquivalente unterschiedlicher Hellempfindlichkeiten (siehe auch Bild 4). So führt die obige Festlegung dazu, dass K_m für photopisches Licht nun den Wert $683,002 \text{ lmW}^{-1}$ bekommt (siehe Ausschnittsvergrößerung in Abbildung 4). Dieser Wert liegt jedoch so nahe am Wert von K_{cd} , dass in der Praxis zwischen K_m und K_{cd} selten unterschieden wird.

Unter skotopischen Randbedingungen waren die Veränderungen deutlicher. Hier verkleinerte sich K_m um 3 % von 1752 lmW^{-1} auf 1700 lmW^{-1} . Dieser Sprung wurde jedoch bei der Neudeinition hingenommen, da zu damaliger Zeit $V'(\lambda)$ in der Praxis kaum benutzt wurde.

Im Jahr 2010 wurde ein Algorithmus zu Bestimmung mesopischer Hellempfindlichkeiten $V_{mes}(\lambda)$ von der CIE festgelegt [11]. Da das Auge aufgrund seines Aufbaus im Prinzip Leuchtdichten „misst“ und sowohl die photopische als auch die skotopische Hellempfindlichkeit als Grenzfunktionen für hohe und niedrige Leuchtdichten zu beachten sind, bestand die Herausforderung darin, für Leuchtdichten im Zwischenbereich von $0,005 \text{ cdm}^{-2} \leq L \leq 5 \text{ cdm}^{-2}$ einen Zusammenhang zu finden, der die vorhandenen relativen Hellempfindlichkeitsfunktionen $V(\lambda)$ und $V'(\lambda)$ abhängig vom Leuchtdichteniveau ineinander überführt. Man hat sich darauf geeinigt, eine über das Adoptionsniveau m gesteuerte Linearkombination aus der photopischen und skotopischen Hellempfindlichkeit zu verwenden:

$$V_{mes}(\lambda) = \frac{1}{M(m)}(mV(\lambda) + (1-m)V'(\lambda)) \quad (3)$$

$M(m)$ ist hierbei ein Skalierungsfaktor, der dafür sorgt, dass das Maximum von $V_{mes}(\lambda)$ immer

auf Eins normiert ist. Bild 4 zeigt den Verlauf für einige ausgewählte Adoptionsniveaus. Der Zusammenhang zwischen Adoptionsniveau m und Leuchtdichte L wird in [11] näher erläutert.

An dieser Stelle soll nicht verschwiegen werden, dass es neben den oben angegebenen Funktionen, die den sogenannten CIE- 2° -Beobachter beschreiben, noch weitere CIE-Beobachter (z.B. 10° -Beobachter, etc.) gibt, die zur Bewertung von Licht herangezogen werden können. Hintergrund des 10° -Beobachters ist, dass die Netzhaut im Auge des Menschen nicht gleichmäßig mit den lichtempfindlichen Zellen belegt ist. Im Durchstoßpunkt der optischen Achse des Auges mit der Netzhaut, der Netzhautgrube (Fovea), befindet sich das Maximum der Zapfen-Konzentration. Die für das Farbsehen verantwortlichen Zapfen werden bezüglich ihrer Empfindlichkeit im Wesentlichen von der $V(\lambda)$ -Funktion beschrieben. Die Konzentration an schwarz-weiß empfindlichen Stäbchen, deren Empfindlichkeit sich am besten durch die $V'(\lambda)$ -Funktion beschreiben lässt, hat ihr Maximum bei einem Winkel zwischen 15° und 20° von der optischen Achse. Je nach Beobachtungswinkel ändert sich daher die spektrale Empfindlichkeit des Auges und somit der Sinneseindruck für Helligkeit und Farbe. Diese Mechanismen spielen für die objektive Bewertung von direkten oder indirekten Lichtquellen eine untergeordnete Rolle, sodass wir uns hier auf den Winkelbereich des CIE- 2° -Beobachters beschränken können, der beim fokussierten Betrachten zum Tragen kommt. Sobald man sich jedoch mit dem Sehen und der visuellen Empfindung beschäftigt, werden auch diese und weitere Eigenheiten des menschlichen Sehapparates wichtig.

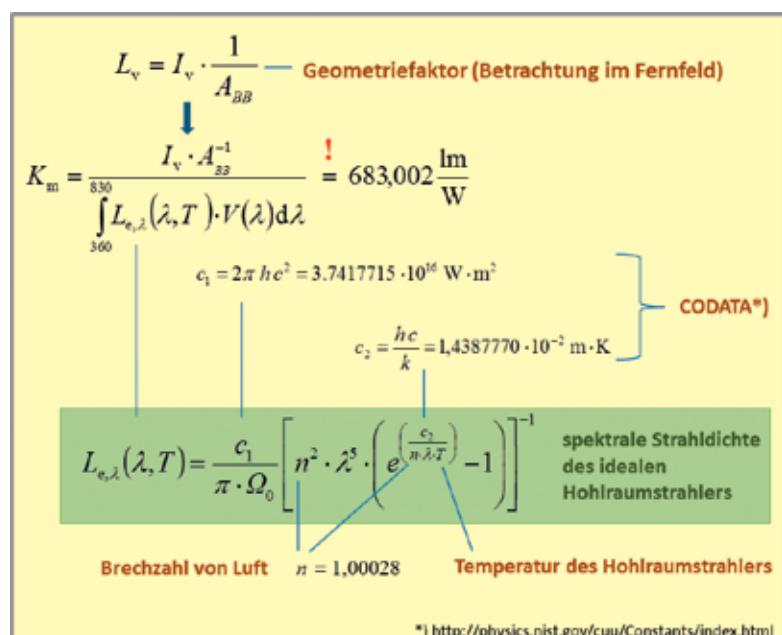


Bild 5:
Einflussgrößen der Strahler-basierten Realisierung der Einheit Candela

Nachdem die besondere Bedeutung der Hellempfindlichkeit für das Verständnis der Definition der Einheit Candela beschrieben wurde, befassen wir uns im nächsten Abschnitt mit der tatsächlichen Realisierung der Einheit.

4. Messtechnische Realisierung

Eine naheliegende Realisierung wäre mithilfe eines beliebigen Hohlraumstrahlers als Normallichtquelle möglich, der im sichtbaren Spektralbereich genügend Strahlungsleistung emittiert. Bei

bekannter Temperatur des Hohlraumstrahlers (z. B. durch Verwendung von Fixpunktzellen mit bekannter Erstarrungstemperatur) kann die Strahldichte des Hohlraumstrahlers mithilfe der Planck'schen Strahlungsgleichung unter Verwendung der Konstanten $c_1 = 2\pi hc^2$ und $c_2 = hc/k$ bestimmt werden (siehe Bild 5). Entsprechend Gleichung (2) müsste bei der Anwendung des Hohlraumstrahlers ein Geometriefaktor theoretisch bestimmt und experimentell eingehalten werden, der sicherstellt, dass das Maximum des Strahlungsäquivalents der Quelle bei $K_m = 683,002 \text{ lmW}^{-1}$ liegt.

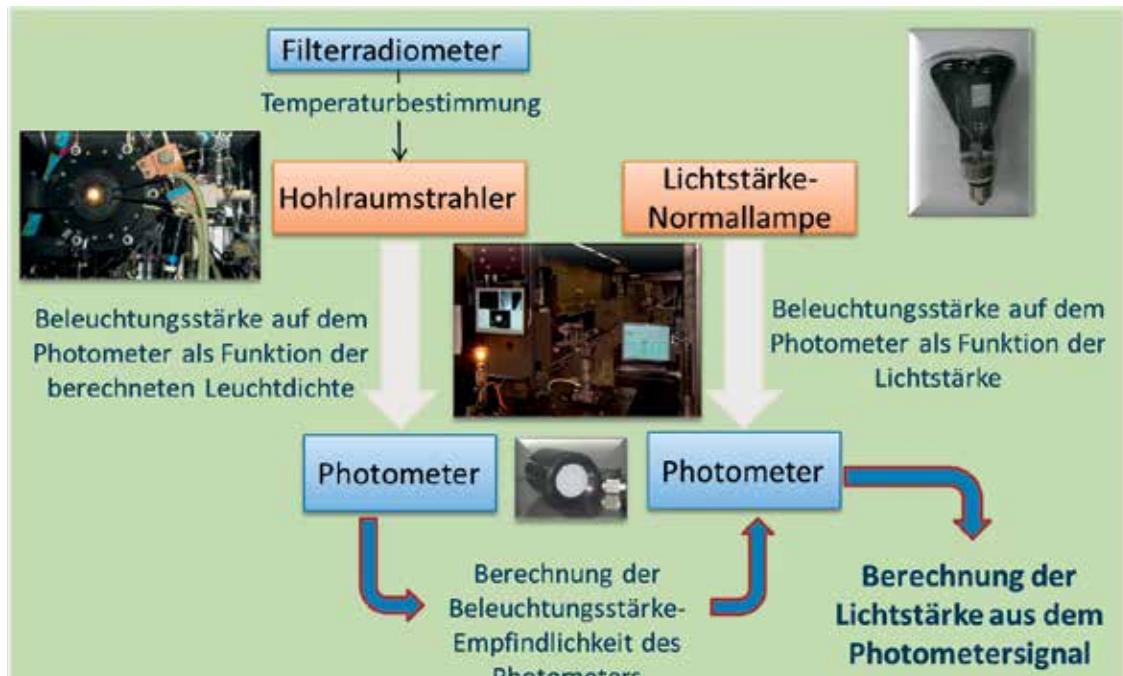


Bild 6:
Rückführungskette bei der Strahler-gestützten Realisierung der Einheit Candela. In der Praxis verwendet man meistens Hohlraumstrahler aus Pyrographit. Als Normallampen kommen langlebige OSRAM W141/G zum Einsatz.

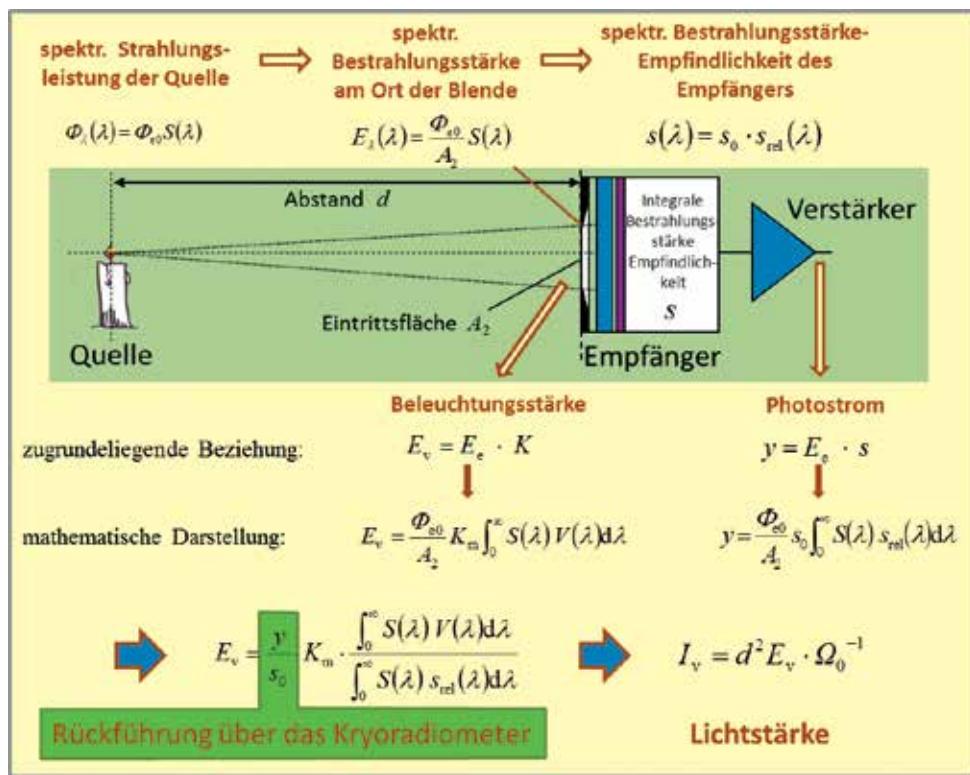


Bild 7:
Empfänger-gestützte Realisierung der Einheit für die Größe Lichtstärke. Die Größe Ω_0 bezeichnet hier den Einheitswinkel von einem Steradian [sr]. Die Größen E_e , K und s sind jeweils die über das gesamte Spektrum integrierten Werte für die Bestrahlungsstärke, Strahlungsäquivalent und Empfindlichkeit.

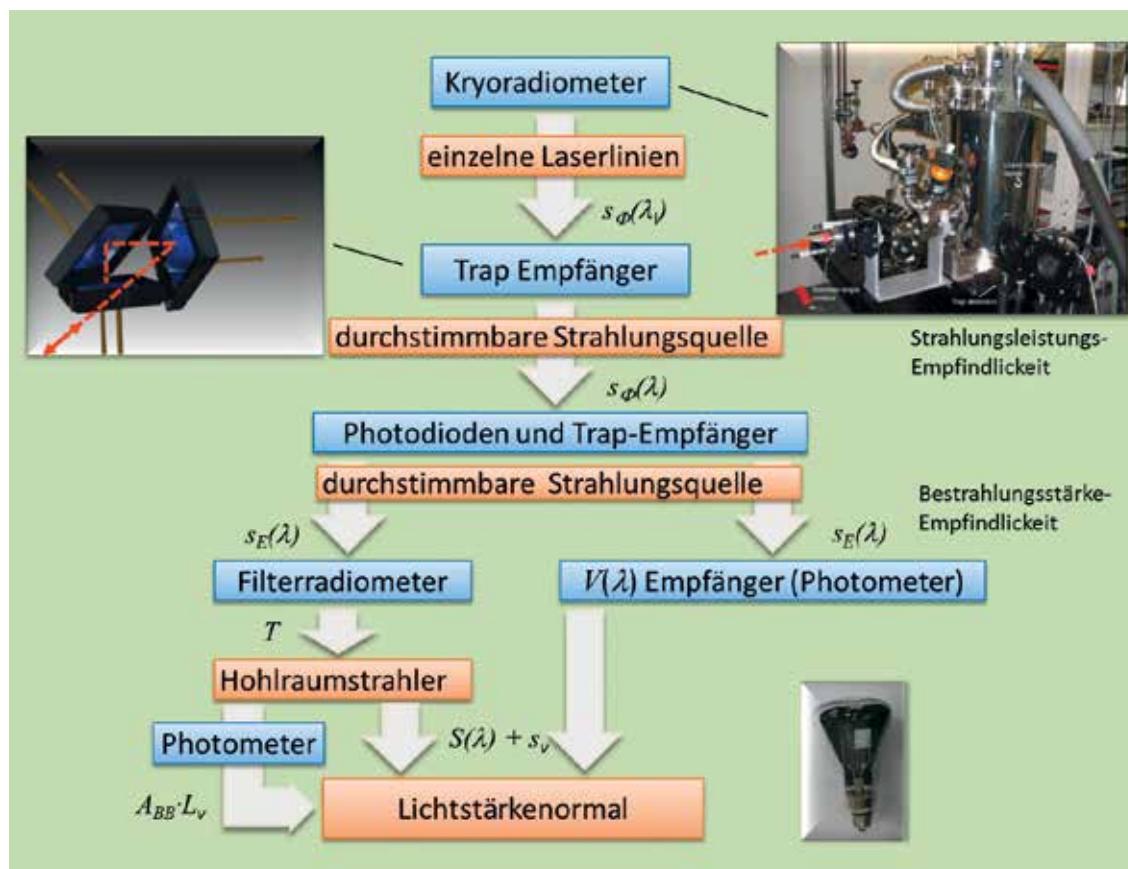


Bild 8:
Rückführungskette
bei der Empfänger-
gestützten Rück-
führung auf das
Kryoradiometer

Hat man einen Hohlraumstrahler gefunden, der die obige Messbedingung erfüllt, kann man andere Lichtquellen über einen direkten Vergleich mithilfe eines Photometers an dieses Primärnormal anschließen (Bild 6). Die Unsicherheit dieser Realisierung hängt in erster Linie von der Unsicherheit des Geometriefaktors sowie der Unsicherheit bei der Bestimmung der Hohlraumtemperatur ab.

Anstelle einer derartigen Strahler-basierten Realisierung, bei der die Einheit der Größe Lichtstärke durch die berechnete Strahlung einer Quelle unmittelbar bestimmt wird, ist auch eine Empfänger-gestützte Realisierung möglich. Voraussetzung hierfür ist, dass die Bestrahlungsstärke-Empfindlichkeit des verwendeten Strahlungsempfängers, d. h. das Verhältnis von gemessenem Ausgangssignal zu auffallender Bestrahlungsstärke, genau bekannt ist.

Da alle bekannten Empfänger spektrale Abhängigkeiten aufweisen, ist sowohl die absolute spektrale Bestrahlungsstärkeempfindlichkeit des Empfängers als auch der relative spektrale Verlauf der damit gemessenen Lichtquelle erforderlich, um aus der mit $K_m \cdot V(\lambda)$ gewichteten Strahlungsfunktion und der gemessenen spektralen Bestrahlungsstärke die Beleuchtungsstärke zu berechnen. Über das Abstandsquadrat lässt sich dann bei großem Abstand von der Quelle (Fernfeld) leicht die Lichtstärke bestimmen (siehe Bild 7).

Zur Rückführung der spektralen Bestrahlungsstärke-Empfindlichkeit auf das SI bedient man

sich eines Kryoradiometers, bei dem zunächst die optische Strahlungsleistung einer monochromatischen Quelle mit einer elektrischen Leistung verglichen wird. Hierzu wird die optische Strahlung in einem schwarzen Hohlraum vollständig absorbiert und die hieraus resultierende Erwärmung des Hohlraums nach Abschalten der Quelle mit einer gleichstarken Erwärmung durch Hinzuführen einer elektrischen Heizleistung substituiert. Auf diese Weise kann Strahlungsleistung durch elektrische Leistung ausgedrückt werden. Aufgrund von Materialeigenschaften werden die höchsten Empfindlichkeiten und kleinsten Unsicherheiten bei einer Hohlraumtemperatur von ungefähr 6 K erreicht, woraus sich der Name Kryoradiometer herleitet [12, 13].

Hat man so die Strahlungsleistung der monochromatischen Quelle genau bestimmt, kann die Quelle genutzt werden um die Strahlungsleistungsempfindlichkeit $s_{\phi}(\lambda_i)$ von z. B. Halbleiterempfängern bei der gegebenen Wellenlänge zu kalibrieren (siehe Bild 8). Hier eignen sich vor allem sogenannte Trap-Empfänger, die aus mehreren hintereinander geschalteten einzelnen Photodioden bestehen (siehe Bild 8 oben links und [12]), die über ihre Empfängerfläche sehr homogen sind und deren relativer spektraler Empfindlichkeitsverlauf mit einigen zusätzlichen Annahmen sehr gut berechnet werden kann. Mit einer oder nur wenigen Kalibrierwellenlängen des Kryoradiometers erhält man so eine absolute

Anbindung der Skala für die Strahlungsleistungsempfindlichkeit $s_\phi(\lambda)$ an die anderen SI-Einheiten. Kennt man zusätzlich die bestrahlte Fläche des Empfängers (hierzu wird eine genau bekannte Messfeldblende vor die Empfängeröffnung gesetzt), lässt sich aus der Strahlungsleistungsempfindlichkeit die Bestrahlungsstärkeempfindlichkeit $s_E(\lambda)$ herleiten. In einem nächsten Schritt können dann durch Vergleich mit dem Trap-Empfänger andere Empfänger (z. B. Radiometer, Pyrometer oder auch Photometer) bezüglich ihrer spektralen Bestrahlungsstärkeempfindlichkeit kalibriert werden.

Hier schließt sich nun der Kreis, da für die Bestimmung der Temperatur des Hohlraumstrahlers im Falle der Strahler-basierten Rückführung (siehe Bild 6) in der Regel ein Pyrometer eingesetzt wird, dessen spektrale Empfindlichkeit vorher über die Kalibrierkette mit dem Kryoradiometer bestimmt wurde.

Die beiden hier angegebenen Wege zur Realisierung der Einheit werden auch in der Ausführungsbestimmung zur Candela des BIPM (frz.: *mis en pratique*) beschrieben [14].

5. Weitergabe der Einheit

In der Photometrie sind wir aber hiermit noch nicht am Ziel. Wäre die relative spektrale Empfindlichkeit des verwendeten Empfängers (hier: Photometers) identisch der $V(\lambda)$ -Funktion, würde eine einzige Kalibrierung des Photometers mit dem Kryoradiometer ausreichen, um für beliebige Strahlungsfunktionen, d. h. beliebige Lichtquellen, korrekte Beleuchtungsstärken bestimmen zu können. In der Praxis weicht die Empfindlichkeit eines Photometers jedoch von der festgelegten Hellempfindlichkeitsfunktion ab. Deshalb sorgt diese spektrale Fehlanpassung, deren Wirkung immer von der jeweiligen Strahlungsfunktion der Quelle abhängt, für fehlerhafte Messergebnisse. Um mit einem kalibrierten Photometer eine Lichtquelle zu kalibrieren, braucht man daher noch die relative Strahlungsfunktion der Quelle. Diese lässt sich z. B. aus dem spektralen Vergleich der Lichtquelle mit einem Hohlraumstrahler bekannter Temperatur bestimmen.

Um dieses Problem besser in den Griff zu bekommen und die Vergleichbarkeit von Messinstrumenten zu garantieren, hat man in der Photometrie sogenannte Normlichtarten mit definierter spektraler Verteilung festgelegt [15]. Zwei Normlichtarten, und zwar die Normlichtart A und Normlichtart D65, nehmen hierbei eine besondere Stellung ein. Insbesondere Normlichtart A, das Spektrum eines Hohlraumstrahlers mit der Temperatur von 2856 K, dient als Standardspektrum bei der Bestimmung der integralen photometrischen Empfindlichkeit s_v . In der Praxis werden

alle Eigenschaften photometrischer Empfänger in Bezug auf diese spektrale Strahlungsfunktion angegeben. Dieser Festlegung kommt zugute, dass bereits normale Glühlampen eine Strahlungsfunktion aufweisen, die sehr nahe am Planck'schen Spektrum liegt. Um die Unsicherheit bei der Weitergabe der Einheit Candela möglichst klein zu halten, werden daher als Transfornormallampen nach wie vor Glühlampen verwendet, die über ihren Lampenstrom auf eine Verteilungstemperatur (das ist die Temperatur des Hohlraumstrahlers, bei der die spektrale Verteilung gleich oder fast gleich der des betrachteten Temperaturstrahlers ist) von ungefähr 2856 K eingestellt werden. Auf diese Weise ist sichergestellt, dass die Korrekturfaktoren zur Berücksichtigung von spektralen Fehlanpassungen der Photometer bei ihrer Kalibrierung sehr klein bleiben. Der Lampenstrom als Nominalwert kann hierbei sehr genau eingehalten und reproduziert werden.

Bei Normlichtart D65 handelt es sich um ein sonnenähnliches Spektrum, das insbesondere dann zum Einsatz kommt, wenn Anwendungen mit Tageslicht zu beurteilen sind. D65 steht hier für eine festgelegte Strahlungsverteilung, deren Lichtfarbe der eines Hohlraumstrahlers mit einer Temperatur von 6500 K am nächsten kommt.

6. Mögliche zukünftige Entwicklungen

Mit der neuen Formulierung der Candela Definition im Sinne einer „Expliziten-Konstanten-Definition“ ist eine Festlegung getroffen worden, die die teilweise Missverständlichkeit der alten Formulierung beseitigt.

Ins Deutsche übersetzt lautet der derzeitige Entwurf des BIPM [16]:

Die Candela, Symbol cd, ist die SI-Einheit der Lichtstärke in einer bestimmten Richtung. Sie ist durch den festen numerischen Wert des photometrischen Strahlungsäquivalents für monochromatische Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12}$ Hz von 683 definiert, wenn es in der Einheit cd sr W^{-1} ausgedrückt wird, welches gleich $lm\ W^{-1}$ oder $kg^{-1}\ m^{-2}\ s^3\ cd\ sr$ ist, wobei das Kilogramm, das Meter und die Sekunde durch h , c und $\Delta\nu_{Cs}$ definiert sind.

Oft wird die Existenzberechtigung der Candela überhaupt in Frage gestellt. Aber die derzeit gewählte Form ist die einzige Möglichkeit, die



komplexe photometrische Messtechnik mit ihren gekoppelten Wirkungsfunktionen kohärent in dem SI-Einheitensystem abzubilden.

Bis heute ist die Bewahrung und die Weitergabe der Einheit Candela über die Lichtstärke von speziell hierfür entwickelten Normallampen (siehe Teilbild in Bild 8) der Weg, der mit kleinsten Unsicherheiten realisiert werden kann. Mit dem weltweiten Glühlampenverbot und den damit wegfallenden herstellungstechnischen Voraussetzungen für die Produktion auch von wissenschaftlichen Glühlampen fehlen den Messlaboren nun weltweit zunehmend die Artefakte für die Rückführung. Eine Umstellung auf spektralradiometrische Messungen einerseits und die Weitergabe der Einheit z. B. über Leuchtdioden-basierte Lichtquellen andererseits wird daher oft als unausweichlich angesehen. Die Messunsicherheiten einer hierauf basierenden Rückführungskette werden aber oft unterschätzt und es müssen in Bezug auf die Strahlungsfunktion der LED geeignete Rahmenbedingungen für die Rückführung gefunden werden.

- [12] K.D. Stock *et al*; Trap-Empfänger und Dünn-schicht-Thermosäulen als Bindeglieder zwischen Kryoradiometer und Gebrauchsempfänger. Laser in Forschung und TechnikVorträge des 12. Internationalen Kongresses Laser 95, (1996), DOI 10.1007/978-3-642-802638_175
- [13] J.E Martin, N. P. Fox, P.J. Key; A cryogenic radiometer for absolute radiometric measurements, Metrologia **21** (1985) No 3, 147–155
- [14] J. Zwinkels, A. Sperling, T. Goodmann, J. Campos Acosta, Y. Ohno, M. L. Rastello, M. Stock, E. Woolliams; Mise en pratique for the definition of the candela and associated derived units for photometric and radiometric quantities in the International System of Units (SI), Metrologia **53**, No. 3
- [15] ISO 11664-2:2007/CIE S 014–2:2006, Joint ISO/CIE Standard: Colorimetry-Part 2: Standard Illuminants for Colorimetry
- [16] BIPM: Draft text for the 9th edition of the SI Brochure, <http://www.bipm.org/utils/common/pdf/si-brochure-draft-2016.pdf>
(Letzter Zugriff am 22.06.2016)

Literatur

- [1] J.W.T Walsh: *Photometry*; Constable & Company LTD (1958)
- [2] H. Lux; Das moderne Beleuchtungswesen, Verlag von B.G. Teubner in Leipzig (1914)
- [3] Procés-verbaux des séances, Comité International des Poids et Mesures, 18, Paris, Gauthier-Villars (1937) 236
- [4] Bureau International des Poids et Mesures, (Hrsg); Comptes Rendus des Séances de la 13^e Conférence Générale des Poids et Mesures, Annex II: Bureau International des Poids et Mesures, Pavillon des Breteuil, F-92310 Sèvres (1968)
- [5] H. Willenberg; Die Lichtstärke-Einheit Candela, Technisches Messen, Band 349, Heft 2, Seiten 21–22
- [6] C.R. Barber *et al*; The Platinum Metals in the measurement of Temperature, Platinum Metals Rev. **13** (2), (1968) 65–67
- [7] G. Bauer; Zusammenfassung der Messergebnisse der PTB zur Bestimmung des Strahlungsäquivalents $K_{m,77}$ mit dem Platin Hohlraumstrahler für die 9. Sitzung des CCPR, (7.–9. Sept. 1977)
- [8] G. Sauter; Die Candela: Erläuterungen zum Verständnis der Definition und der Realisierung, PTB-Mitteilungen 107, **6/97**, 397ff
- [9] 16. Generalkonferenz für Maße und Gewicht (1979)
- [10] W.R. Blevin; Corrections in Optical Pyrometry and Photometry for the Refractive Index of Air, Metrologia **8** (1972) 146–147
- [11] CIE 191:2010; Recommended System for Mesopic Photometry Based on Visual Performance, 73 Seiten

Ultrage nau e Frequenz aus der Faser-Steckdose

Eine PTB-Erfindung ermöglicht die Übertragung und den Empfang des Signals eines ultrastabilen *single-frequency*-Lasers über große Entfer nungen in normalen Telekommunikationsglasfasern. Die Erfundung löst das Problem des Anschlusses einer großen Anzahl von Kunden an eine einzige Faserstrecke. Die Erfundung stellt zugleich einen bedeutenden Schritt zur Übertragung des Zeitsignals einer optischen Uhr (Atomuhr aus der Steckdose) dar.

Eine optische Frequenz wird über eine lange Glasfaserleitung übertragen und kann jetzt – trotz der zu erwartenden Störungen in Phase, Mittenfrequenz und Polarisation – an jedem Ort der Leitung abgetastet und auf die Ursprungsfrequenz v_0 des PTB-Normals rückgeführt werden. Dies gelingt, indem sowohl das vorwärtslaufende als auch das rückwärtslaufende Signal zu einem Schwebungssignal vereinigt wird. Ein nachfolgender einfacher, analoger Algorithmus erzeugt eine Korrekturfrequenz Δv . Ein Akusto-Optischer Modulator (AOM) überlagert nun das gestörte Signal mit dieser Korrekturfrequenz und regeneriert das gewünschte PTB-Frequenzsignal v_0 in hoher Präzision. Im Empfänger werden einfache Standardkomponenten der Telekommunikationstechnik eingesetzt. Nachfolgende Empfangsstationen werden durch die Auskopplung am Faserkoppler einer einzelnen Station nicht gestört. In Punkt-zu-Punkt-Experimenten ist die Übertragungstechnik über Wege strecken größer 100 km nachgewiesen.

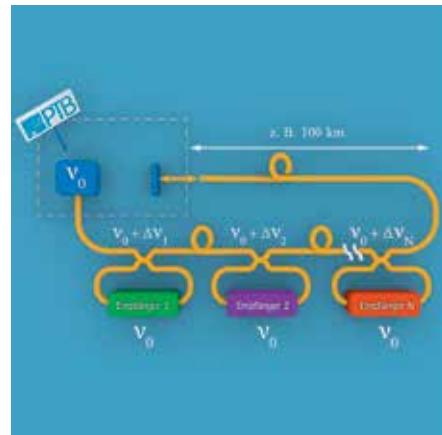
Empfänger dieser Art werden im Bereich der Lasertechnik bei der Kalibrierung von höchstauf lösenden Spektrometern und der Feinabstimmung von lokalen Referenzlasern auf Empfängerseite benötigt. Kombiniert mit einem lokalen Frequenzkammgenerator können weitere präzise Frequenzen, auch im Mikrowellenbereich, erzeugt werden. Im Bereich der chemischen Analytik mit Höchstpräzisionslasern kann das System mittelbar zur Verifikation der Nachweisempfindlichkeit und Qualitätssicherung dienen.

Wirtschaftliche Bedeutung

Eine lokale Verteilung kann mit nur geringen Qualitätseinbußen verschiedene Arbeitsplätze bedienen. Durch viele Empfangsstationen reduziert sich der Mietpreis der benötigten normalen, überall vorhandenen 1,5- μm -Glasfaserleitung.

Entwicklungsstand

Prototypen des Systems sind getestet. Ein Patent ist unter DE 10 2008 062 139 B4 erteilt. Zur Umsetzung des Konzeptes werden Kooperations- und Lizenzpartner gesucht.



Die Erfindung ermöglicht den Anschluss vieler Empfänger an eine einzige Glasfaserstrecke. Jeder Empfänger ist in der Lage, trotz Übertragungsstörungen das ursprüngliche hochpräzise Frequenzsignal zu regenerieren.

Vorteile:

- Bereitstellung des Frequenz-Signals mit einer Bandbreite um 1 Hz in einem normalen Glasfaserkabel über große Entfer nungen
- Auf Normal rückführbar
- Mehrfache Abtastung an einem beliebigen Ort
- Verteilung des Frequenzsignals in lokalen Netzen über einige hundert Meter mit geringen Qualitätseinbußen

Ansprechpartner:

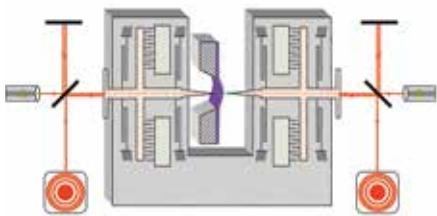
Dr. Bernhard Smandek
Technologietransfer
Telefon: +49 531 592-8303
Telefax: +49 531 592-69-8303
E-Mail: technologietransfer@ptb.de

Dr. Gesine Grosche
Arbeitsgruppe Längeneinheit

www.technologietransfer.ptb.de

PTB-Nummer 222

Mikro- und Nano-Membrandickenmessung



Schematische Darstellung des Prinzips des MEMS-Membrandickenmesssystems

Vorteile:

- Hohe Präzision durch Mikrotechnik
- Direktes Messverfahren, keine Materialparameter wie z. B. Brechzahl nötig
- Membranen aus transparenten und weichen Materialien messbar
- Sehr geringer Einfluss der Antastkraft
- Geringer Justieraufwand
- Selbst mikrometergroße Membranen sind messbar

Ansprechpartner:

Andreas Barthel
Technologietransfer
Telefon: +49 531 592-8307
Telefax: +49 531 592-69-8307
E-Mail: technologietransfer@ptb.de

Dr. Uwe Brand
Arbeitsgruppe
Härte und taktile Antastverfahren

www.technologietransfer.ptb.de

Frei stehende dünne Membranen werden in vielen wissenschaftlichen und industriellen Bereichen eingesetzt. Durch Weiterentwicklungen in der Mikroproduktion können mittlerweile die unterschiedlichsten Membranen aus den verschiedensten Werkstoffen hergestellt werden. Die Dicke der Membranen ist hier häufig funktionsrelevant, daher spielt ihre präzise Dickenbestimmung eine große Rolle. Das neue taktile Antastverfahren der PTB ermöglicht es, die Membrandicke schnell und sehr genau zu bestimmen. Kleinste Messunsicherheiten resultieren aus der Integration eines Faserinterferometers.

Das Messverfahren basiert auf der beidseitigen taktilen Antastung von Membranen mithilfe von *Micro-Electro-Mechanical-System*-Sensoren (MEMS). Diese Sensoren sind mit Aktoren ausgestattet und erlauben die Antastung selbst weichster Membranen mit Nanokräften durch zwei Tastspitzen. Die Verschiebung und Auslenkung der Sensoren wird mit integrierten Faserinterferometern gemessen. Eine Besonderheit des Messkopfes liegt in seiner mikrotechnologischen Fertigung. Dies gewährleistet eine Ausrichtung der beiden gegenüberliegenden Tastspitzen mit einer Genauigkeit im Submikrometerbereich. Messunsicherheiten von < 100 nm werden erwartet. Der MEMS-Messkopf erlaubt die Messung von Membranen auf Trägersubstraten bis 1 mm Dicke und bis zu einer Gesamtgröße von 20 mm x 20 mm. Membranen können ab einer Größe von 50 µm x 50 µm und einer Dicke von 500 nm bis 50 µm gemessen werden.

Wirtschaftliche Bedeutung

Die Einstellung einer genauen Membran- bzw. Schichtdicke ist in vielen industriellen Produkten qualitätsrelevant. Bei piezoresistiven Silizium-Drucksensoren ergibt sich aus der Membrandicke der Messbereich des Sensors. Bei optischen Filtern bestimmt die Dicke der Schicht deren Transmission. Die Dicke von transparenten Verschleißschutzschichten bestimmt bei Smartphones über die Kratzbeständigkeit von Displays. Bei mikrotechnologisch hergestellten Mikrofonen entscheidet die Membrandicke über die akustischen Eigenschaften. In Solarzellen beeinflusst die Schichtdicke die Reflexionseigenschaften der Antireflexschicht. In Membranpumpen spielt die Dicke der Membrane eine große Rolle für die Lebensdauer der Pumpe.

Entwicklungsstand

Die deutsche Patentanmeldung wurde unter DE 102014204029 A1 offengelegt. Zur Umsetzung des Konzeptes werden Kooperations- und Lizenzpartner gesucht.



Biegeneutrale Druckverteilplatte für große Kräfte

Zur Messung der Kraft werden im Bereich von mittleren (10 kN) bis sehr großen Kräften (größer als 10 MN) mehrere kalibrierte Kraftaufnehmer zu einem Build-up-Messsystem zusammengeschaltet. Durch steigende Anforderungen, insbesondere bei der Realisierung von großen Kraftaufnehmern bis zu 50 MN, gewinnt die Reduzierung der Messunsicherheit dieser Systeme zukünftig immer mehr an Bedeutung. Durch die spezielle Geometrie der biegeneutralen Druckverteilerplatte kommt die neue PTB-Technologie ohne aufwändige Kompensationsmechanismen aus. Trotz Verformung an den relevanten Kontaktstellen zum Kraftmessgerät tritt kein Biegewinkel auf.

Allen marktüblichen Build-up-Systemen gemein ist die Druckplatte, die die Drucklast möglichst gleichmäßig auf alle Kraftaufnehmer verteilt. Unter Belastung werden die Druckplatten durchbogen, so dass eine parasitäre Kraftwirkung in Querrichtung zum Kraftaufnehmer auftritt.

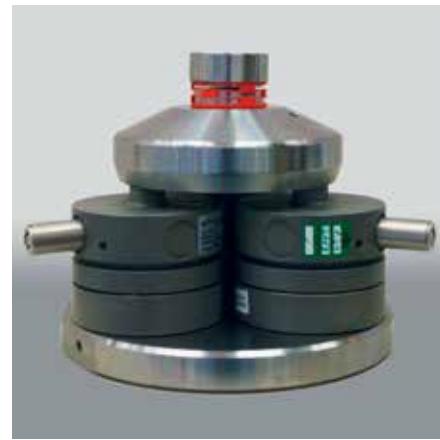
Die Neuentwicklung macht sich die unvermeidbare elastische Verformung zunutze. Durch eine spezielle Gestalt des Querschnitts ist der Biegewinkel an der Lasteinleitung in den Kraftaufnehmer nahezu Null. Es wird damit eine von der Belastung unabhängige, senkrechte Kraft übertragen, bei der keine Querkraft in den Aufnehmer eingeleitet wird. Die Geometrieparameter der Druckverteilerplatte müssen durch numerische Simulation bestimmt werden. Ein Prototyp mit einer Nennlast von 30 kN ist bereits realisiert worden. Die Druckverteilerplatte kann zur vereinfachten Herstellung aus mehreren Teilen bestehen, die zu einem gesamten Druckverteilersystem verschraubt werden.

Wirtschaftliche Bedeutung

Die Lasteinleitungsteile von sehr großen Build-Up-Systemen werden sehr steif ausgeführt, was einen großen Materialeinsatz erfordert. Durch die Ausnutzung der elastischen Eigenschaften kann bei dieser Konstruktion sehr viel Material eingespart werden.

Entwicklungsstand

Die Erfindung wurde zum Patent angemeldet. Ein entsprechender Prototyp ist bereits realisiert worden. Zur Umsetzung des Konzeptes werden Kooperations- und Lizenzpartner gesucht.



Biegeneutrale Druckverteilplatte für Build-up-Systeme

Vorteile:

- Keine parasitären Lasten
- Materialersparnis
- Keine zusätzlichen Druckstücke

Ansprechpartner:

Andreas Barthel
Technologietransfer
Telefon: +49 531 592-8307
Telefax: +49 531 592-69-8307
E-Mail: technologietransfer@ptb.de

Michael Wagner
Arbeitsgruppe
Darstellung Kraft

www.technologietransfer.ptb.de

PTB-Nummer 0418

EMRP

European Metrology Research Programme
■ Programme of EURAMET



The EMRP is jointly funded by the EMRP participating countries within EURAMET and the European Union



AC-Spannungsnormal bestehend aus Kryo-Einheit mit Josephson-Chip, digitaler Ansteuerung der Einzelemente und dem Komparator, Foto: Supracon AG

Vorteile:

- Rückführung bis zu 10 Volt auf den Josephson-Effekt
- $5 \cdot 10^{-7}$ AC-Messunsicherheit
- bis 1 kHz im AC-Modus
- weltweiter Einsatz, da mobiles Primärnormal

Das Volt wird Naturkonstante

Die Darstellung und Weitergabe elektrischer Größen nimmt aufgrund ihrer Bedeutung in Energie-, Steuerungs- Digitaltechnik- und Industrie-4.0-Konzepten eine wichtige Rolle ein. Ein auf dem Josephson-Effekt beruhendes AC-Quantenvoltmeter konnte nach einem mehrjährigen Forschungs- und Entwicklungsprozess an ein Kalibrierlabor und ein mittelständisches Unternehmen transferiert werden. Dieses ist damit der erste kommerzielle Anbieter einer Kalibrierquelle für das Volt im AC-Bereich bis 1 kHz, die ausschließlich auf Naturkonstanten beruht.

Die Spannung eines Josephson-Quantennormals ist auf 0,1 nV Messunsicherheit bekannt. Schaltet man typischerweise 10^5 solcher Systeme auf einem Mikrochip zusammen, so kann man 1 Volt Gleichspannung mit einer Präzision von $1 \cdot 10^{-8}$ darstellen. Ist man in der Lage, die Verschaltung der 10^5 Einzelemente in etwa 100 ns zu verändern, so können über digitale Teilschritte Wechselspannungen von 0 Volt bis 10 Volt ($7,1 V_{rms}$) generiert werden. Technisch sind damit Wechselspannungen bis zu 1 kHz gut darstellbar und kalibrierbar.

Wie in der Abbildung gezeigt, besteht das System aus einer Heliumgekühlten Einheit mit den Josephson-Schaltkreisen, der elektronischen Ansteuerung des Chips und dem Komparator mit der zu kalibrierenden, externen zweiten Spannungsquelle. Letztere steht dann mit verbesserten Leistungsdaten als Spannungsgenerator dem industriellen Einsatz zur Verfügung.

Wirtschaftliche Bedeutung

Durch die Darstellung des Volt mittels eines in sich selbst auf eine Naturkonstante – die Josephson-Konstante – rückbezogenes elektronischen Quantensystems, können nun in vielen Bereichen der Industrie verbesserte Referenzspannungsquellen zur Verfügung gestellt werden.

Technologietransfer

Das System wurde im Rahmen mehrjähriger Grundlagen- und anwendungsorientierter Forschung entwickelt. Im Anschluss wurde das Konzept an zwei Firmen transferiert. Die esz AG ist durch den DAKKS für das Volt akkreditiert und nutzt das System als hochgenaue Wechselspannungsquelle. Die Supracon AG ist Hersteller des Komplettsystems.

Ansprechpartner:

Dr. Bernhard Smandek
Technologietransfer
Telefon: +49 531 592-8303
Telefax: +49 531 592-69-8303
E-Mail: technologietransfer@ptb.de

Dr. Ralf Behr
Arbeitsgruppe
Josephson-Effekt, Spannung

www.technologietransfer.ptb.de

PTB-Nummer 7045

EMRP

European Metrology Research Programme
• Programme of EURAMET



The EMRP is jointly funded by the EMRP participating countries within EURAMET and the European Union



Homogene Strahlungsquelle für Thermografie und Photometrie

Ein neuartiges Verfahren ermöglicht Software-gestützt eine deutlich verbesserte Kalibrierung von Mehrelementsensoren (FPA) und bildgebenden Systemen (Kameras). Bei flächigen Strahlungsquellen kann zusätzlich eine gezielte Ansteuerung von Flächenelementen zu einer bisher im Allgemeinen nicht erreichbaren Flächenhomogenität führen.

Flächenstrahler dienen der Kalibrierung von ortsauflösenden Strahlungssensoren, wobei davon ausgegangen wird, dass die Emissionsfläche des Strahlers im Wesentlichen homogen bezüglich ihrer Strahldichte bzw. Strahlungstemperatur ist. Um kleine Inhomogenitäten eines Flächenstrahlers zu charakterisieren ist es ein gängiges Verfahren, die Emissionsfläche punktweise mit einem Einzeldetektor abzutasten.

Das neue PTB-Verfahren ist wesentlich schneller, da es den Mehr-element-Sensor (FPA), das „device-under-test“, selbst nutzt und damit immer ein Gesamtbild der Quelle aufnimmt. Werden jetzt weitere Bilder zeilen- oder spaltenversetzt aufgenommen, so erlaubt ein mathematischer Algorithmus bei nur drei Bildern eine komplette Charakterisierung des Sensors, aber auch der Quelle.

Sind Flächenelemente der Strahlungsquelle einzeln ansteuerbar, so ist es sogar möglich, mittels der ermittelten Korrekturwerte zu Strahlquellen extrem hoher Homogenität im on-line-Betrieb zu gelangen.

Wirtschaftliche Bedeutung

Bildgebende Strahlungssensoren und homogene Strahlungsquellen sind relevant für die Forschung und Entwicklung, für die Prozesstechnik, für die Charakterisierung der Energieeffizienz von Bauten, bei der Entwicklung neuer Bauteile mit hoher thermischer Belastung und in vielen weiteren Bereichen. Der mathematische Algorithmus ist aber auf unterschiedliche Arten von Kamerasystemen anwendbar und damit auch für die Qualitätssicherung von CCD-Kameras bis hin zum Konsumgütermarkt anwendbar.

Entwicklungsstand

Ein deutsches Patent wurde unter der Nummer DE 2014 018 340 B3 erteilt. Eine PCT-Anmeldung ist anhängig. Zur Umsetzung des Konzeptes werden Kooperations- und Lizenzpartner aus den Bereichen Thermografie, Radiometrie und Photometrie gesucht.



Strahlungsmessplatz der PTB zur Kalibrierung von Temperaturstrahlern und Wärmebildkameras

Vorteile:

- schnelle Kalibrierung von Flächensensoren (FPA)
- schnelle Kalibrierung von Flächenstrahlern
- Strahlquellen höchster Homogenität
- für Thermografie und Photometrie

Ansprechpartner:

Dr. Bernhard Smandek
Technologietransfer
Telefon: +49 531 592-8303
Telefax: +49 531 592-69-8303
E-Mail: technologietransfer@ptb.de

Dipl.-Ing. Berndt Gutschwager
Arbeitsgruppe
Infrarot-Strahlungsthermometrie

www.technologietransfer.ptb.de

PTB-Nummer 0374



Fertigungskette einer Siliziumkugel; Darstellung der Verfahrensstufen – vom Rohling zur perfekten Sphäre

Vorteile:

- Formabweichung im 20-nm-Bereich für 100-mm-Kugel
- Mittenrauwerde < 1nm
- reproduzierbares Verfahren
- definierte Variation des Prozesses möglich

Ultrapräzises Fertigungsverfahren zur Herstellung von Siliziumkugeln

Ultrapräzise Kugeln weisen lediglich Formfehler und eine Rauheit im Nanometer-Bereich auf. Ihre Kristalloberflächen sind gleichzeitig frei von metallischen Kontaminationen und in der Tiefe des Werkstoffs nicht beschädigt. Die stellt höchste Anforderungen an den Fertigungsprozess. Durch das in der PTB neu entwickelte Ultrapräzisions-Fertigungsverfahren ist es möglich, derartige Kugeln mit den aufgeführten Spezifikationen reproduzierbar herzustellen.

Wirtschaftliche Bedeutung

Kugeln mit hochpräzisen Oberflächen werden als Referenzkörper für z. B. taktile Messungen benötigt. Darüber hinaus finden sie auch insbesondere als Normale zur künftigen Realisierung der SI-Basiseinheit Kilogramm und Masse Anwendung. Zudem sind auch vielfältige Anwendungen in der Industrie denkbar wie z. B. in Kugelinterferometern, bei denen das Herstellungsverfahren für Sphären dieser hohen Güte eingesetzt werden kann.

Entwicklungsstand

Ein neuartiges Übertragungselement und der spezifisch entwickelte Fertigungsprozess werden in der PTB erfolgreich bei der ultrapräzisen Herstellung von Kugeln eingesetzt. Das neue Verfahren wurde zum Patent angemeldet. Zur Umsetzung des Konzeptes werden Kooperations- und Lizenzpartner gesucht.

Ansprechpartner:

Andreas Barthel
Technologietransfer
Telefon: +49 531 592-8307
Telefax: +49 531 592-69-8307
E-Mail: technologietransfer@ptb.de

Dr.-Ing. Rudolf Meeß
Arbeitsgruppe
Fertigungstechnologie

www.technologietransfer.ptb.de

PTB-Nummer 0404

EMRP
European Metrology Research Programme
• Programme of EURAMET



The EMRP is jointly funded by the EMRP participating countries within EURAMET and the European Union



Genauere Messung des Lichtstroms mit Ulbrichtkugeln

Mit dem besonders einfach ohne Umbau einsetzbaren E27-Scanner können Anwender und Hersteller die Homogenität ihrer Ulbrichtkugeln bestimmen und die Ergebnisse zur Berechnung genauerer Lichtströme und zur Dokumentation der Qualität ihrer Messungen nutzen.

Wie viel Licht eine Lampe insgesamt in alle Richtungen abstrahlt, wird durch ihren Lichtstrom ausgedrückt. Um den für die Bestimmung der Energieeffizienz von Lampen notwendigen Lichtstrom schnell zu ermitteln, setzt die Lampenindustrie Ulbrichtkugeln ein. An einer Stange in der Mitte der Ulbrichtkugel befindet sich eine E27-Lampenfassung, in die nacheinander die Lichtstromnormallampe und die zu kalibrierende Lampe eingeschraubt werden. Das indirekt auf den Messkopf fallende Licht erzeugt einen Photostrom, der im Idealfall proportional zu dem von der Lampe abgestrahlten Lichtstrom ist, unabhängig von der Richtung, in der er abgestrahlt wird. Dies ist jedoch aufgrund der in die Kugel eingebrachten Gegenstände (z. B. Lampenhalter und Shutter, der eine direkte Beleuchtung des Messkopfes verhindert), bei einer ungleichmäßigen Beschichtung der Kugel sowie bei einer im Laufe der Zeit nicht zu verhindernden Verstaubung insbesondere der unteren Kugelhälfte nicht der Fall. Deshalb sollte man mit einem Kugelscanner die Homogenität der Kugel messen und daraus zusammen mit den Abstrahlungscharakteristiken der beiden zu vergleichenden Lampentypen einen Korrekturfaktor bestimmen.

Der Kugelscanner wird einfach in eine E27-Fassung geschraubt und das sonst für die Lampenversorgung eingesetzte Netzgerät wird durch die Steuereinheit ersetzt. Diese übernimmt sowohl die elektrische Versorgung als auch die Befehlsübermittlung zum Kugelscanner. Die Steuereinheit wird via USB oder RS232 an einen Computer angeschlossen. Das mitgelieferte Messprogramm stellt automatisiert alle gewünschten Richtungen ein und speichert die zugehörigen von der Steuereinheit gemessenen Photoströme des Photometers.

Wirtschaftliche Bedeutung

Für Lampenindustrie und Hersteller von Ulbrichtkugeln:

- genauere Messung des Lichtstroms
- Bestimmung des Zeitpunkts einer Neubeschichtung
- Überwachung beim Beschichten
- Dokumentation des Zustands der Ulbrichtkugel

Technologietransfer

Der E27-Kugelscanner wird von der Firma Czibula & Grundmann gebaut und vertrieben: www.photo-meter.com.



Abbildung des E27-Kugelscanners: Eine stark fokussierende Lampe, die computergesteuert in alle Richtungen leuchten kann

Vorteile:

- schneller Einbau in E27-Fassung
- computergesteuertes Abscannen der gesamten Ulbrichtkugel
- flexible Messmöglichkeiten
- für genauere Lichtstrommessungen
- wichtig für die Qualitäts sicherung

Ansprechpartner:

Dr. Bernhard Smandek
Technologietransfer
Telefon: +49 531 592-8303
Telefax: +49 531 592-69-8303
E-Mail: technologietransfer@ptb.de

Dr. Stefan Winter
Fachbereich
Photometrie und Radiometrie

EMRP

European Metrology Research Programme
• Programme of EURAMET



The EMRP is jointly funded by the EMRP participating countries within EURAMET and the European Union

www.technologietransfer.ptb.de

PTB-Nummer 0172



Halbleiter-Neutronenmonitor für gepulste Strahlenfelder mit Moderatorkugel

Vorteile:

- prädestiniert für gepulste Strahlenfelder
- kleiner Neutronendetektor auf Halbleiterbasis
- n°/γ -Diskriminierung
- geringe Totzeit
- elektronische Auswertung leicht miniaturisierbar

Neutronenmonitor für gepulste Strahlungsfelder

Gepulste Strahlungsfelder, wie sie in der Grundlagenforschung, bei Synchrotronstrahlung oder medizinischen Beschleunigern auftreten, stellen neue Herausforderungen an die Dosimetrie. Mit dem Dosimeter der PTB steht jetzt erstmals ein elektronischer Strahlungsmesser mit hoher Isotropie, geringer Totzeit und damit hoher metrologischer Güte für gepulste Neutronenfelder zur Verfügung.

Die PTB-Lösung besteht aus vier Detektormodulen auf Halbleiterbasis, die durch geeignete Auswahl von neutronenaktivierbaren und gering neutronenaktivierbaren Substanzen eine Strahlungsdiskriminierung ermöglichen.

Durch die Verwendung von Halbleiterdetektoren wird das Setzen einer Schwelle zur γ -Diskriminierung überhaupt erst möglich. Indem diese 2 · 2 Halbleiterdetektoren durch speziell ausgewählte Metallbleche bedeckt sind, wird zum einen eine n°/γ -Diskriminierung möglich, zum anderen wird durch die Art der Legierung die Aktivierung in den für direkt anzeigen Dosiometer relevanten Sekundenbereich verschoben. Die Abschattung ist gering und führt zu einer verbesserten Isotropie der Strahlungsmessung. Damit steht ein direkt auslesender, kleiner Sensor zur Verfügung, der leicht mittig in die dargestellte Moderatorkugel eingebracht werden kann.

Wirtschaftliche Bedeutung

Die neue PTB-Lösung ist für die Verbesserung der Dosimetrie in allen Arten von gepulsten, gemischten n°/γ -Strahlenfeldern geeignet. Elektronsynchrotrons, Elementarteilchen- und Ionenbeschleuniger werden zunehmend wichtiger für Therapie, Materialanalyse oder -aktivierung und in der Lithografie. Insofern ihre Sekundärstrahlung Neutronen enthält, gewinnt deren korrekte Dosimetrie zunehmend an Bedeutung.

Entwicklungsstand

Es wurde sowohl ein europäisches Patent unter EP 2331985 B1 als auch ein US-Patent unter US 8,642,971 B2 erteilt. Zur Umsetzung des Konzeptes werden Kooperations- und Lizenzpartner gesucht.

Ansprechpartner:

Dr. Bernhard Smandek
Technologietransfer
Telefon: +49 531 592-8303
Telefax: +49 531 592-69-8303
E-Mail: technologietransfer@ptb.de

Dr. Marlies Luszik-Bhadra
Arbeitsgruppe
Neutronendosimetrie

www.technologietransfer.ptb.de

PTB-Nummer 0215

Impressum

Die PTB-Mitteilungen sind metrologisches Fachjournal der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt, Braunschweig und Berlin. Als Fachjournal veröffentlichen die PTB-Mitteilungen wissenschaftliche Fachaufsätze zu metrologischen Themen aus den Arbeitsgebieten der PTB. Die PTB-Mitteilungen stehen in einer langen Tradition, die bis zu den Anfängen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt (gegründet 1887) zurückreicht.

Verlag

Fachverlag NW in der
Carl Schünemann Verlag GmbH
Zweite Schlachtpforte 7
28195 Bremen
Internet: www.schuenemann.de
E-Mail: info@schuenemann-verlag.de

Herausgeber

Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB)
ISNI: 0000 0001 2186 1887
Postanschrift:
Postfach 33 45,
38023 Braunschweig
Lieferanschrift:
Bundesallee 100,
38116 Braunschweig

Redaktion/Layout

Presse- und Öffentlichkeitsarbeit, PTB
Sabine Siems
Dr. Dr. Jens Simon (verantwortlich)
Dr. Thomas Middelmann
(wissenschaftlicher Redakteur)
Telefon: (05 31) 592-82 02
Telefax: (05 31) 592-30 08
E-Mail: sabine.siems@ptb.de

Leser- und Abonnement-Service

Karin Drewes
Telefon (0421) 369 03-56
Telefax (0421) 369 03-63
E-Mail: drewes@schuenemann-verlag.de

Anzeigenservice

Karin Drewes
Telefon (0421) 369 03-56
Telefax (0421) 369 03-63
E-Mail: drewes@schuenemann-verlag.de

Erscheinungsweise und Bezugspreise

Die PTB-Mitteilungen erscheinen viermal jährlich.
Das Jahresabonnement kostet 39,00 Euro, das
Einzelheft 12,00 Euro, jeweils zzgl. Versandkosten.
Bezug über den Buchhandel oder den Verlag.
Abbestellungen müssen spätestens drei Monate
vor Ende eines Kalenderjahres schriftlich beim
Verlag erfolgen.

Alle Rechte vorbehalten. Kein Teil dieser Zeitschrift
darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages
vervielfältigt oder verbreitet werden. Unter dieses
Verbot fällt insbesondere die gewerbliche Ver-
vielfältigung per Kopie, die Aufnahme in elektro-
nische Datenbanken und die Vervielfältigung auf
CD-ROM und in allen anderen elektronischen
Datenträgern.

Printed in Germany ISSN 0030-834X

Die fachlichen Aufsätze aus dieser Ausgabe der
PTB-Mitteilungen sind auch online verfügbar unter:
doi: 10.7795/310.20160299



Bundesministerium
für Wirtschaft
und Energie

Die Physikalisch-Technische Bundesanstalt,
das nationale Metrologieinstitut, ist eine
wissenschaftlich-technische Bundesoberbehörde
im Geschäftsbereich des Bundesministeriums für
Wirtschaft und Energie.



Die Physikalisch-Technische Bundesanstalt,
das nationale Metrologieinstitut, ist eine
wissenschaftlich-technische Bundesoberbehörde
im Geschäftsbereich des Bundesministeriums für
Wirtschaft und Energie.



Physikalisch-Technische Bundesanstalt
Braunschweig und Berlin
Nationales Metrologieinstitut

Bundesallee 100
38116 Braunschweig
Presse- und Öffentlichkeitsarbeit
Telefon: 0531 592-3006
Fax: 0531 592-3008
E-Mail: presse@ptb.de
www.ptb.de