

第1問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 x は正の実数で、 $x^2 + \frac{4}{x^2} = 9$ を満たすとする。このとき

$$\left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = \boxed{\text{アイ}}$$

であるから、 $x + \frac{2}{x} = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}}$ である。さらに

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{8}{x^3} &= \left(x + \frac{2}{x}\right)\left(x^2 + \frac{4}{x^2} - \boxed{\text{ウ}}\right) \\ &= \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オカ}}} \end{aligned}$$

である。また

$$x^4 + \frac{16}{x^4} = \boxed{\text{キク}}$$

である。

(数学Ⅰ・数学A第1問は24ページに続く。)

数学Ⅰ・数学A

〔2〕 実数 x に関する 2 つの条件 p, q を

$$p: x = 1$$

$$q: x^2 = 1$$

とする。また、条件 p, q の否定をそれぞれ \bar{p}, \bar{q} で表す。

- (1) 次の , , , に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

q は p であるための 。

\bar{p} は q であるための 。

$(p$ または $\bar{q})$ は q であるための 。

$(\bar{p}$ かつ $q)$ は q であるための 。

- ① 必要条件だが十分条件でない
- ② 十分条件だが必要条件でない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

(2) 実数 x に関する条件 r を

$$r: x > 0$$

とする。次の に当てはまるものを、下の①～⑦のうちから一つ選べ。

3つの命題

$$A: [(p \text{ かつ } q) \implies r]$$

$$B: [q \implies r]$$

$$C: [\bar{q} \implies \bar{p}]$$

の真偽について正しいものは である。

- ① A は真, B は真, C は真
- ② A は真, B は真, C は偽
- ③ A は真, B は偽, C は真
- ④ A は真, B は偽, C は偽
- ⑤ A は偽, B は真, C は真
- ⑥ A は偽, B は真, C は偽
- ⑦ A は偽, B は偽, C は真
- ⑧ A は偽, B は偽, C は偽

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学Ⅰ・数学A

〔3〕 a を定数とし、 $g(x) = x^2 - 2(3a^2 + 5a)x + 18a^4 + 30a^3 + 49a^2 + 16$ とおく。2 次関数 $y = g(x)$ のグラフの頂点は

$$\left(\boxed{\text{セ}} a^2 + \boxed{\text{ソ}} a, \boxed{\text{タ}} a^4 + \boxed{\text{チツ}} a^2 + \boxed{\text{テト}} \right)$$

である。

a が実数全体を動くとき、頂点の x 座標の最小値は $-\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

次に、 $t = a^2$ とおくと、頂点の y 座標は

$$\boxed{\text{タ}} t^2 + \boxed{\text{チツ}} t + \boxed{\text{テト}}$$

と表せる。したがって、 a が実数全体を動くとき、頂点の y 座標の最小値は

$\boxed{\text{ノハ}}$ である。

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 $\triangle ABC$ において, $AB = \sqrt{3} - 1$, $BC = \sqrt{3} + 1$, $\angle ABC = 60^\circ$ とする。

(1) $AC = \sqrt{\text{ア}}$ であるから, $\triangle ABC$ の外接円の半径は $\sqrt{\text{イ}}$ であり

$$\sin \angle BAC = \frac{\sqrt{\text{ウ}} + \sqrt{\text{エ}}}{\text{オ}}$$

である。ただし, ウ , エ の解答の順序は問わない。

(2) 辺 AC 上に点 D を, $\triangle ABD$ の面積が $\frac{\sqrt{2}}{6}$ になるようにとるとき

$$AB \cdot AD = \frac{\text{カ} \sqrt{\text{キ}} - \text{ク}}{\text{ケ}}$$

であるから, $AD = \frac{\text{コ}}{\text{サ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は 30 ページに続く。)

数学Ⅰ・数学A

〔2〕 スキージャンプは、飛距離および空中姿勢の美しさを競う競技である。選手は斜面を滑り降り、斜面の端から空中に飛び出す。飛距離 D (単位は m) から得点 X が決まり、空中姿勢から得点 Y が決まる。ある大会における 58 回のジャンプについて考える。

- (1) 得点 X 、得点 Y および飛び出すときの速度 V (単位は km/h) について、図 1 の 3 つの散布図を得た。

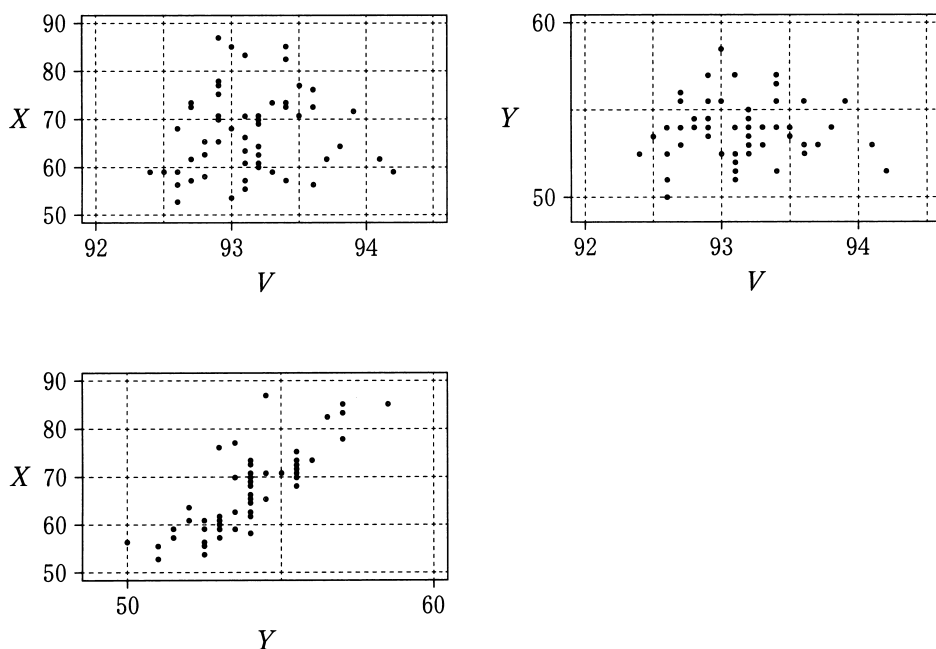


図 1

(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

次の , , に当てはまるものを, 下の①~⑥のうちから一つずつ選べ。ただし, 解答の順序は問わない。

図 1 から読み取れることとして正しいものは, , , である。

- ① X と V の間の相関は, X と Y の間の相関より強い。
- ② X と Y の間には正の相関がある。
- ③ V が最大のジャンプは, X も最大である。
- ④ V が最大のジャンプは, Y も最大である。
- ⑤ Y が最小のジャンプは, X は最小ではない。
- ⑥ X が 80 以上のジャンプは, すべて V が 93 以上である。
- ⑦ Y が 55 以上かつ V が 94 以上のジャンプはない。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(2) 得点 X は、飛距離 D から次の計算式によって算出される。

$$X = 1.80 \times (D - 125.0) + 60.0$$

次の ソ , タ , チ にそれぞれ当てはまるものを、下の
①～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- X の分散は、 D の分散の ソ 倍になる。
- X と Y の共分散は、 D と Y の共分散の タ 倍である。ただし、
共分散は、2 つの変量のそれぞれにおいて平均値からの偏差を求め、
偏差の積の平均値として定義される。
- X と Y の相関係数は、 D と Y の相関係数の チ 倍である。

- | | | | | | | | |
|---|-------|---|--------|---|------|---|------|
| ① | − 125 | ② | − 1.80 | ③ | 1 | ④ | 1.80 |
| ⑤ | 3.24 | ⑥ | 3.60 | ⑦ | 60.0 | | |

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は 34 ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (3) 58 回のジャンプは 29 名の選手が 2 回ずつ行ったものである。1 回目の $X + Y$ (得点 X と得点 Y の和) の値に対するヒストグラムと 2 回目の $X + Y$ の値に対するヒストグラムは図 2 の A, B のうちのいずれかである。また, 1 回目の $X + Y$ の値に対する箱ひげ図と 2 回目の $X + Y$ の値に対する箱ひげ図は図 3 の a, b のうちのいずれかである。ただし, 1 回目の $X + Y$ の最小値は 108.0 であった。

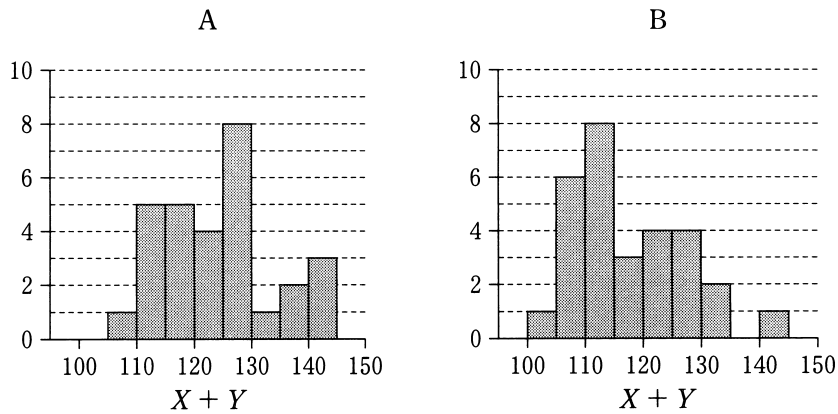


図 2

(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

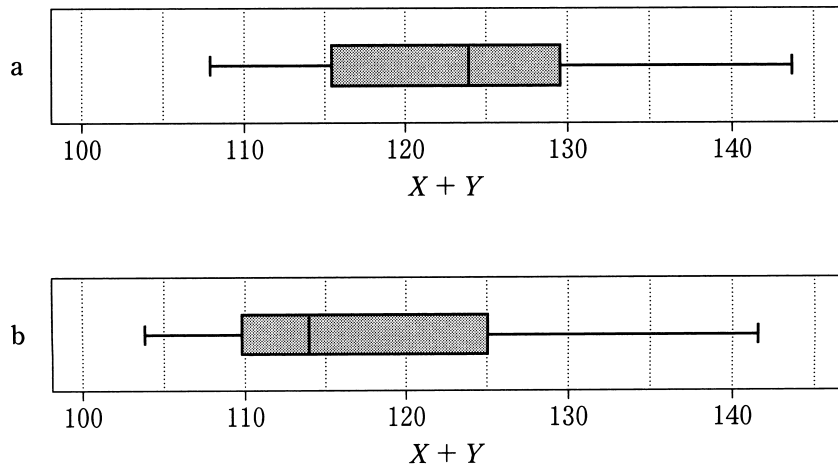


図 3

(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

次の に当てはまるものを，下の表の①～④のうちから一つ選べ。

1 回目の $X + Y$ の値について，ヒストグラムおよび箱ひげ図の組合せとして正しいものは， である。

	①	②	③	④
ヒストグラム	A	A	B	B
箱ひげ図	a	b	a	b

次の に当てはまるものを，下の①～④のうちから一つ選べ。

図 3 から読み取れることとして正しいものは， である。

- ① 1 回目の $X + Y$ の四分位範囲は，2 回目の $X + Y$ の四分位範囲より大きい。
- ② 1 回目の $X + Y$ の中央値は，2 回目の $X + Y$ の中央値より大きい。
- ③ 1 回目の $X + Y$ の最大値は，2 回目の $X + Y$ の最大値より小さい。
- ④ 1 回目の $X + Y$ の最小値は，2 回目の $X + Y$ の最小値より小さい。

第3問 (選択問題) (配点 20)

あたりが2本、はずれが2本の合計4本からなるくじがある。A, B, Cの3人がこの順に1本ずつくじを引く。ただし、1度引いたくじはもとに戻さない。

- (1) A, Bの少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_1 の確率は、

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \text{である。}$$

- (2) 次の $\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを、下の①～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

A, B, Cの3人で2本のあたりのくじを引く事象 E は、3つの排反な事象

$\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{オ}}$ の和事象である。

- ① A がはずれのくじを引く事象
- ② A だけがはずれのくじを引く事象
- ③ B がはずれのくじを引く事象
- ④ B だけがはずれのくじを引く事象
- ⑤ C がはずれのくじを引く事象
- ⑥ C だけがはずれのくじを引く事象

また、その和事象の確率は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

- (3) 事象 E_1 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率は、 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(数学Ⅰ・数学Ⅱ第3問は次ページに続く。)

- (4) 次の , , に当てはまるものを, 下の①~⑤のうちから一つずつ選べ。ただし, 解答の順序は問わない。

B, C の少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_2 は, 3 つの排反な事象 , , の和事象である。

- ① A がはずれのくじを引く事象
- ② A だけがはずれのくじを引く事象
- ③ B がはずれのくじを引く事象
- ④ B だけがはずれのくじを引く事象
- ⑤ C がはずれのくじを引く事象
- ⑥ C だけがはずれのくじを引く事象

また, その和事象の確率は $\frac{\text{ス}}{\text{セ}}$ である。他方, A, C の少なくとも一

方があたりのくじをひく事象 E_3 の確率は, $\frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$ である。

- (5) 次の に当てはまるものを, 下の①~⑥のうちから一つ選べ。

事象 E_1 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_1 , 事象 E_2 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_2 , 事象 E_3 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_3 の間の大小関係は, である。

- ① $p_1 < p_2 < p_3$
- ② $p_1 > p_2 > p_3$
- ③ $p_1 < p_2 = p_3$
- ④ $p_1 > p_2 = p_3$
- ⑤ $p_1 = p_2 < p_3$
- ⑥ $p_1 = p_2 > p_3$
- ⑦ $p_1 = p_2 = p_3$

第4問 (選択問題) (配点 20)

- (1) 百の位の数^{けた}が3，十の位の数^{けた}が7，一の位の数^{けた}が a である3桁の自然数を $37a$ と表記する。

$37a$ が4で割り切れるのは

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad \boxed{\text{イ}}$$

のときである。ただし， $\boxed{\text{ア}}$ ， $\boxed{\text{イ}}$ の解答の順序は問わない。

- (2) 千の位の数^{けた}が7，百の位の数^{けた}が b ，十の位の数^{けた}が5，一の位の数^{けた}が c である4桁の自然数を $7b5c$ と表記する。

$7b5c$ が4でも9でも割り切れる b, c の組は，全部で $\boxed{\text{ウ}}$ 個ある。これらのうち， $7b5c$ の値が最小になるのは $b = \boxed{\text{エ}}$ ， $c = \boxed{\text{オ}}$ のときで， $7b5c$ の値が最大になるのは $b = \boxed{\text{カ}}$ ， $c = \boxed{\text{キ}}$ のときである。

また， $7b5c = (6 \times n)^2$ となる b, c と自然数 n は

$$b = \boxed{\text{ク}}, \quad c = \boxed{\text{ケ}}, \quad n = \boxed{\text{コサ}}$$

である。

(数学Ⅰ・数学Ⅱ第4問は次ページに続く。)

(3) 1188 の正の約数は全部で 個ある。

これらのうち、2 の倍数は 個、4 の倍数は 個ある。

1188 のすべての正の約数の積を 2 進法で表すと、末尾には 0 が連続して

個並ぶ。

第5問 (選択問題) (配点 20)

$\triangle ABC$ において、 $AB = 3$ ， $BC = 8$ ， $AC = 7$ とする。

- (1) 辺 AC 上に点 D を $AD = 3$ となるようにとり、 $\triangle ABD$ の外接円と直線 BC の交点で B と異なるものを E とする。このとき、 $BC \cdot CE = \boxed{\text{アイ}}$ である

から、 $CE = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

直線 AB と直線 DE の交点を F とするとき、 $\frac{BF}{AF} = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であるから、

$AF = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(数学Ⅰ・数学Ⅱ第5問は次ページに続く。)

(2) $\angle ABC = \boxed{\text{サシ}}^\circ$ である。 $\triangle ABC$ の内接円の半径は $\frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$

であり、 $\triangle ABC$ の内心を I とすると $BI = \frac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

数学I・数学A (100点満点)

問題 番号 (配点)	解答記号	正 解	配点	問題 番号 (配点)	解答記号	正 解	配点
第1問 (30)	アイ	1 3	3	第3問 (20)	$\frac{ア}{イ}$	$\frac{5}{6}$	2
	ウ	2	1		ウ, エ, オ	1, 3, 5 (解答の順序は問わない)	3
	エ $\sqrt{オカ}$	$7\sqrt{13}$	3		$\frac{カ}{キ}$	$\frac{1}{2}$	2
	キク	7 3	3		$\frac{ク}{ケ}$	$\frac{3}{5}$	2
	ケ	0	1		コ, サ, シ	0, 3, 5 (解答の順序は問わない)	3
	コ	3	2		$\frac{ス}{セ}$	$\frac{5}{6}$	2
	サ	3	2		$\frac{ソ}{タ}$	$\frac{5}{6}$	2
	シ	1	2		チ	6	4
	ス	2	3	第4問 (20)	ア, イ	2, 6 (解答の順序は問わない)	2 (各1)
	セ, ソ	3, 5	2		ウ	3	2
	タ, チツ, テト	9, 24, 16	2		エ, オ	0, 6	2
	$\frac{ナニ}{ヌネ}$	$-\frac{25}{12}$	3		カ, キ	9, 6	2
	ノハ	16	3		ク, ケ, コサ	0, 6, 14	3
第2問 (30)	$\sqrt{ア}$	$\sqrt{6}$	3		シス	24	2
	$\sqrt{イ}$	$\sqrt{2}$	3		セソ	16	2
	$\frac{\sqrt{ウ} + \sqrt{エ}}{オ}$	$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ または $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$	3		タ	8	2
	$\frac{カ\sqrt{キ} - ク}{ケ}$	$\frac{2\sqrt{3} - 2}{3}$	3		チツ	24	3
	$\frac{コ}{サ}$	$\frac{2}{3}$	3	第5問 (20)	アイ	28	3
	シ, ス, セ	1, 4, 6 (解答の順序は問わない)	6 (各2)		$\frac{ウ}{エ}$	$\frac{7}{2}$	3
	ソ	4	2		$\frac{オカ}{キ}$	$\frac{12}{7}$	3
	タ	3	2		$\frac{クケ}{コ}$	$\frac{21}{5}$	3
	チ	2	2		サシ°	60°	2
	ツ	0	1		$\frac{ス\sqrt{セ}}{ソ}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	3
	テ	1	2		$\frac{タ\sqrt{チ}}{ツ}$	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$	3
(注) 第1問, 第2問は必答。第3問～第5問のうちから2問選択。計4問を解答。							