データマイニング

第４回授業

担当：菊池

相関ルール抽出問題

【相関ルール抽出問題】
・確信度の閾値（最小確信度）
・サポートの閾値（最小サポート）
の２つを入力したとき，それぞれの閾値以上の確信度・サポートを有する相関ルールを全て発見せよ.

条件を満たす相関ルールの抽出問題
・・・下記の２つの部分問題に分解された.

(1) 頻出アイテム集合を全て見出し，サポートを求める（アプリオリ・アルゴリズム）

(2) 上記(1)で求めた頻出アイテム集合を使って，最小確信度以上の相関ルールを求める

相関ルールの導出

これまでは相関ルール抽出問題のうち，第１段階の頻出アイテム集合の導出の処理について説明した.

引き続き，第２段階の頻出アイテム集合を使った最小確信度以上の相関ルールの導出法を紹介する.

まず，効率の良い導出の為に，以下で最小確信度に関する性質を導く.

既習の通り，アイテム集合aの任意の部分集合$\tilde{a} \subset a$について，必ず

$$\mathrm{support}(\tilde{a}) \geqq \mathrm{support}(a) \qquad \text{(i)}$$

が成り立つ.

※記号～は「チルダ」または「チルド」と読みます

相関ルールの導出

- support($\tilde{a}$)≧support(a)（※）の具体例

$a = \{$牛乳，パン，チョコレート$\}$

$\tilde{a} = \{$牛乳$\}$

とすると，

$\tilde{a} \subset a$

が成り立っている．
このとき，「少なくとも牛乳を買う客」の数のほうが，「少なくとも牛乳とパンとチョコレートの3つを買う客」より明らかに多い．
よって，
「全部の客に対する，少なくとも牛乳を買う客の割合」
≧「全部の客に対する，少なくとも牛乳とパンとチョコレートの3つを買う客の割合」
が成り立つ．この不等式が(※)式に対応する．

$$\mathrm{conf}(a \Rightarrow (l - a)) = \mathrm{support}(l)/\mathrm{support}(a)$$

ここで，aを頻出アイテム集合の１つとし，$a \subset l$とする．

$$a \Rightarrow (l - a)$$

の確信度conf($a \Rightarrow (l - a)$) は

$$\mathrm{conf}(a \Rightarrow (l - a)) = \mathrm{support}(l) \,/\, \mathrm{support}(a) \qquad \text{(ii)}$$

となる．

＜(ii)式の成立の理由＞

第3回授業より，conf(X⇒Y) = support(X∪Y) / support(X)だった．
この式にXとして$\boldsymbol{a}$を，Yとして($\boldsymbol{l - a}$)を当てはめて考えたとき，

$\mathrm{conf}(a \Rightarrow (l - a)) = \mathrm{support}(a \cup (l - a)) \,/\, \mathrm{support}(a)$

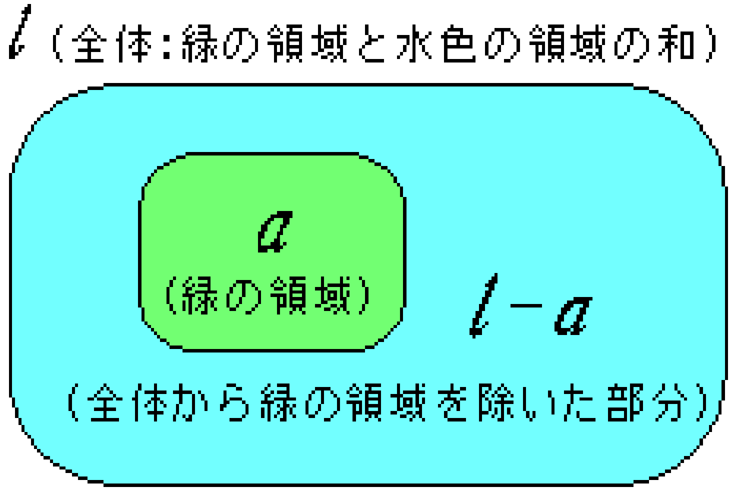
ここで，

$a \cup (l - a) = l$

となるから，(ii)式

$\mathrm{conf}(a \Rightarrow (l - a)) = \mathrm{support}(l) \,/\, \mathrm{support}(a)$

が成り立つ．



「$a \Rightarrow (l - a)$」の確信度 ≧ 「$\tilde{a} \Rightarrow (l - \tilde{a})$」の確信度

(ii)式で表された確信度conf($a \Rightarrow (l - a)$) = support(l) / support(a) は,

(i)よりsupport($\tilde{a}$)≧support(a)なので,

$$\tilde{a} \Rightarrow (l - \tilde{a})$$

の確信度

conf($\tilde{a} \Rightarrow (l - \tilde{a})$) = support($l$) / support($\tilde{a}$)　　(iii)

と等しいか，あるいは大きい.

(↑(ii), (iii)両式の右辺の分母に(i)を適用して考えてみると，明らかに成り立つことがわかる)

support($\tilde{a}$) ≧ support(a)

すなわち,

「$a \Rightarrow (l - a)$」の確信度 ≧ 「$\tilde{a} \Rightarrow (l - \tilde{a})$」の確信度　・・・☆

となる.

$\mathrm{conf}(\boldsymbol{a} \Rightarrow (\boldsymbol{l} - \boldsymbol{a})) \geqq \mathrm{conf}(\tilde{\boldsymbol{a}} \Rightarrow (\boldsymbol{l} - \tilde{\boldsymbol{a}}))$の具体例

＜具体例＞

$l=\{$牛乳，パン，チョコレート，カップラーメン$\}$

$a=\{$牛乳，パン$\}$

$\tilde{a}=\{$牛乳$\}$

とすると，

$$\tilde{a} \subset a \subset l$$

が成り立っている．

このとき$\boldsymbol{a} \Rightarrow (\boldsymbol{l} - \boldsymbol{a})$の確信度とは，$(\boldsymbol{l} - \boldsymbol{a})=\{$チョコレート，カップラーメン$\}$なので，

「少なくとも牛乳とパンを買う客が，どれだけチョコレートとカップラーメンも一緒に買うか」

を示す．

いっぽう，$\tilde{\boldsymbol{a}} \Rightarrow (\boldsymbol{l} - \tilde{\boldsymbol{a}})$の確信度とは，$(\boldsymbol{l} - \tilde{\boldsymbol{a}})=\{$パン，チョコレート，カップラーメン$\}$なので，

「少なくとも牛乳を買う客が，どれだけパンとチョコレートとカップラーメンも一緒に買うか」

を示す．

上述の黄色の☆で示される関係を適用すると，

「少なくとも牛乳とパンを買う客のうち，チョコレートとカップラーメンも一緒に買う客の割合」

のほうが，

「少なくとも牛乳を買う客のうち，パンとチョコレートとカップラーメンも一緒に買う客の割合」

より**大きい**ことになる．

確信度の性質(1)

以上より，次の命題が成り立つ．

もし

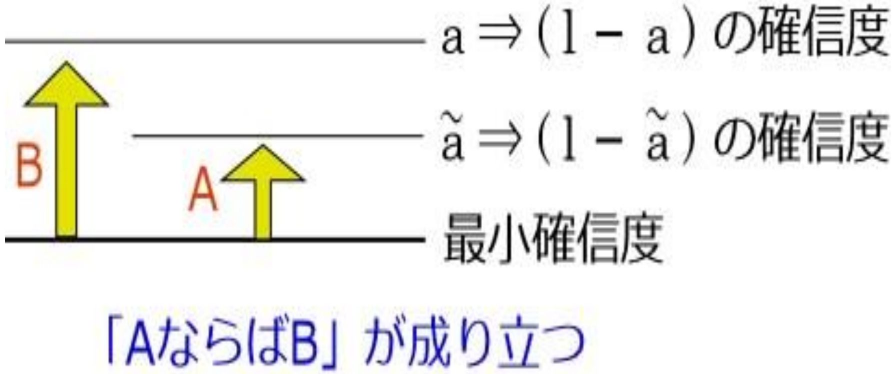
$\tilde{a} \Rightarrow (l - \tilde{a})$ の確信度 ≧ 最小確信度

ならば,

$a \Rightarrow (l - a)$ の確信度 ≧ 最小確信度

となる．

(※)



上記は，確信度の低いほうのルールが最小確信度以上であれば，確信度の高いほうのルールも必然的に最小確信度以上になることを示す．

確信度の性質(2)

この(※)の命題の対偶をとる（「AならばB」の対偶は「not BならばNot A」．ある命題が真であれば，その対偶も真になる）と，次のようになる．

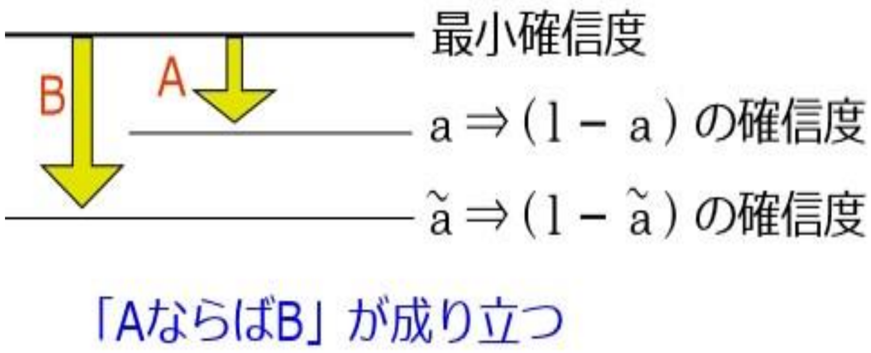
もし

$a \Rightarrow (l - a)$ の確信度 ≦ 最小確信度

ならば,

$\tilde{a} \Rightarrow (l - \tilde{a})$ の確信度 ≦ 最小確信度となる．

（※※）



これは確信度の高いほうのルールが最小確信度以下であれば，確信度の低いほうのルールも最小確信度以下になることを示す．

確信度の性質(3)

ここで

$c = l - \tilde{a}$

$\tilde{c} = l - a$

のようにおく．

このとき $\tilde{c} \subset c$ が成り立つ(図参照).

上で定義した c，$\tilde{c}$を用いると，

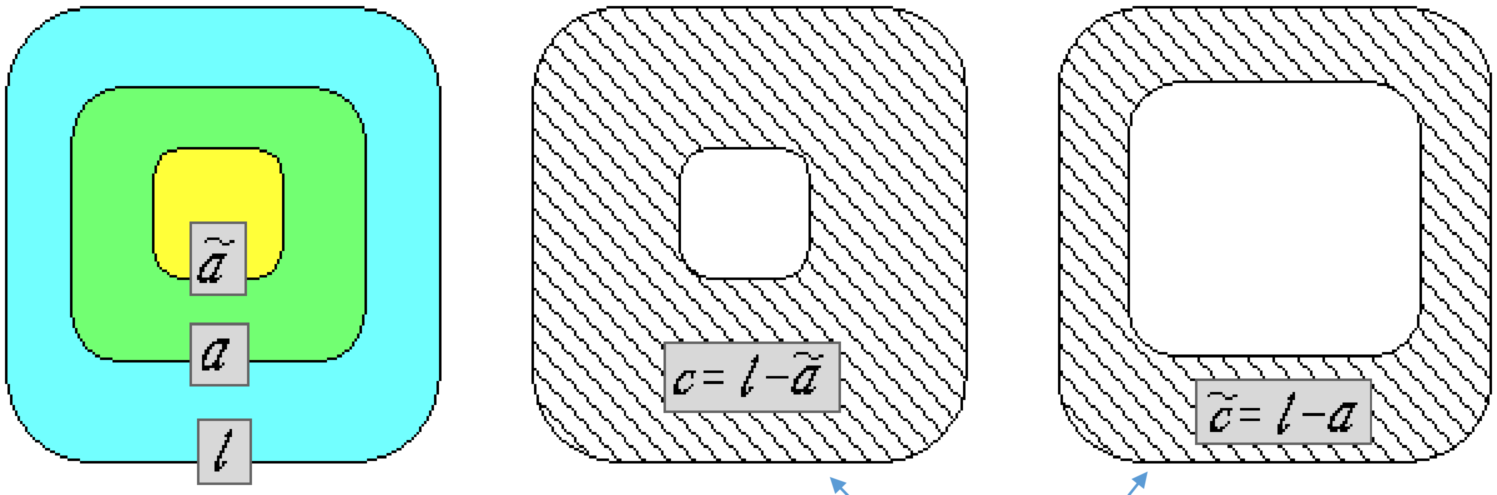
$a = l - \tilde{c}$

$\tilde{a} = l - c$

$l - a = \tilde{c}$

$l - \tilde{a} = c$

となるので，上述の命題（※※）は次のように表せる．



いずれも中央部をくり抜いた斜線部分

前のスライドの(※※)の命題：
もし
$a \Rightarrow (l - a)$ の確信度 ≦ 最小確信度
ならば，
$\tilde{a} \Rightarrow (l - \tilde{a})$ の確信度 ≦ 最小確信度となる．

もし
$(l - \tilde{c}) \Rightarrow \tilde{c}$ の確信度 ≦ 最小確信度
ならば，
$(l - c) \Rightarrow c$ の確信度 ≦ 最小確信度
となる．

(※※※)

相関ルールの確信度に関する重要な性質

以上より，**あるルールが最小確信度未満であれば，そのルールの帰結部の集合を包含するような集合を帰結部に持つ一連のルールも必ず最小確信度未満になる**ので，最小確信度以上のルールの導出の際にはそれらを却下できる．

＜具体例＞
上の(※※※)の命題にて，l ＝{A, B, C, D}，c＝{C, D}，$\tilde{c}$＝{D}⊂ cとすると

{A, B, C} ⇒ {D} の確信度が最小確信度未満

であるとき，

{A, B} ⇒ {C, D} の確信度は最小確信度未満

となる．

上記の性質を利用して最小確信度(*minconf*)以上の確信度を持つ相関ルールを効率良く導出するアルゴリズムを以下に紹介する

最小確信度($minconf$)以上の確信度を持つ相関ルール導出のアルゴリズム(1)

＜処理の流れ＞
頻出アイテム集合lについて，まず要素数1の結論部分を持つ相関ルールを作成する．
次に，確信度が最小確信度より小さくなかった結論部分の集合に対して，
AprioriGen()関数を適用して，要素数 2 の結論部分を生成する．
以上を繰り返して，徐々に大きな結論部分を有する相関ルールを求めてゆく．

0) Algorithm Generate-Rules() {
1)　foreach 頻出アイテム集合l_k（要素数$k>2$）{
2)　　$H_1 := \{ \{ h \in l_k \} \mid \mathrm{conf}((l_k-\{h\}) \Rightarrow \{h\}) \geqq minconf \}$;
　　// ↑ H_m (ここではm=1) は最小確信度以上の相関ルールを作れる要素数mの結論部の集合
　　// hはl_kに含まれる1個のアイテム．
3)　　call AP-GenRule(l_k , H_1);
4)　}
5) }

※次のスライドへ続く

最小確信度($minconf$)以上の確信度を持つ相関ルール導出のアルゴリズム(2)

6) Procedure AP-GenRule(Itemset l_k , 結論部の集合 H_m) {
7) if ($k > m+1$) {
8) H_{m+1} = AprioriGen(H_m);
// ↑ H_mから要素数の1つ多いH_{m+1}を作り出す．前回授業で既出
9) foreach $h_{m+1} \in H_{m+1}$ {
// ↑ H_{m+1}に含まれる，要素数m+1のあらゆる部分集合h_{m+1}について以下を実行
10) $conf$ = support(l_k) / support($l_k - h_{m+1}$);
// ↑ 相関ルール ($l_k - h_{m+1}$) ⇒ h_{m+1} の確信度を計算
11) if ($conf \geqq minconf$) // 確信度が最小確信度以上か？
12) output ($l_k - h_{m+1}$) ⇒ h_{m+1} ;
// ↑ 相関ルール($l_k - h_{m+1}$) ⇒ h_{m+1}は条件を満たすので，このルールを出力
13) else
14) $H_{m+1} = H_{m+1} - \{h_{m+1}\}$; // 最小確信度以上にはならなかったから，$h_{m+1}$を候補から除く
15) }
16) AP-GenRule(l_k , H_{m+1}); // 再帰呼び出しで，さらに要素数の多い結論部分について吟味.
17) }
18) }

実行例

第3回授業で扱った下記のデータベースより頻出アイテム集合が求まっているとする．

上記データベースより求まる頻出アイテム集合(最小サポート50%)・・・{{A}, {B}, {C}, {E}, {A, C}, {B, C}, {B, E}, {C, E}, {B, C, E}}

これら頻出アイテム集合に対して “Generate-Rules()”を適用する．

要素数2より大きい各頻出アイテム集合l_kに対して，H_1を生成しつつ，手続き“AP-GenRule”を呼び出す．

ここではl_3の(唯一の)要素である{B, C, E}に対して上記ルールを適用してみる．

H_1={{B}, {C}, {E}}.

＜確認＞

・h_1={B}に対して：conf({C, E}⇒{B}) = support{B, C, E} / support{C, E} = (2/4)/(2/4) = 1 > 0.5

・h_1={C}に対して： conf({B, E}⇒{C}) = support{B, C, E} / support{B, E} = (2/4)/(3/4) = 2/3 > 0.5

・h_1={E}に対して： conf({B, C}⇒{E}) = support{B, C, E} / support{B, C} = (2/4)/(2/4) = 1 > 0.5

よって，{B}, {C}, {E}はH_1の要素になれる．

上記H_1より，AP-GenRuleを呼び，

　H_2={{B, C}, {B, E}, {C, E}}

が得られる．ここで，最小確信度は0.5とする．

以下，H_2の各要素に対してルール$(l_k - h_{m+1}) \Rightarrow h_{m+1}$を吟味する．

データベースD	
TID	アイテム
0001	A, C, D
0002	B, C, E
0003	A, B, C, E
0004	B, E

・h_2={B, C}に対して： conf({E}⇒{B, C}) = support{B, C, E}/support{E} = (2/4) / (3/4) = 2/3 > 0.5 ∴ {E} ⇒ {B, C} は求めるべきルールに含められる．(i)	・h_2={B, E}に対して： conf({C}⇒{B, E}) = support{B, C, E}/support{C} = (2/4) / (3/4) = 2/3 > 0.5 ∴ {C} ⇒ {B, E} は求めるべきルールに含められる．(ii)	・h_2={C, E}に対して： conf({B}⇒{C, E}) = support{B, C, E}/support{B} = (2/4) / (3/4) = 2/3 > 0.5 ∴ {B} ⇒ {C, E} は求めるべきルールに含められる．(iii)

再度，AP-GenRuleを呼ぶと，k=3に対してm+1も3になり，となり，条件のk > m+1を満たさなくなるので，ここで終了．

よって，(i), (ii), (iii)が求まるルールとなる．