基数不変量-evasion and prediction numbers-

Speaker : 野呂秀貴

Abstract: 基数不変量とは「最小の不可算濃度 $\aleph_1$ と実数の濃度 $\mathfrak{c}$ の間の基数」のことである．よく知られたものとして, unbounded number $\mathfrak{b}$ や dominating number $\mathfrak{d}$ は $\mathfrak{b} \leq \mathfrak{d}$ が ZFC 上で成立する．さらに, Lebesgue nulls のイデアル $\mathcal{N}$ (または $\mathcal{L}$) と meager sets の σ-イデアル $\mathcal{M}$ (または $\mathcal{B}$) からそれぞれ, 4 つの基数不変量が定められ, 以下の Cichoń's diagram が得られる．

$$\begin{tikzcd}
 & \mathbf{cov}(\mathcal{N}) \arrow[r] & \mathbf{non}(\mathcal{M}) \arrow[r] & \mathbf{cof}(\mathcal{M}) \arrow[r] & \mathbf{cof}(\mathcal{N}) \arrow[r] & \mathfrak{c} \\
 & & \mathfrak{b} \arrow[r] \arrow[u] & \mathfrak{d} \arrow[u] & & \\
\aleph_1 \arrow[r, "\leq"] & \mathbf{add}(\mathcal{N}) \arrow[r] \arrow[uu] & \mathbf{add}(\mathcal{M}) \arrow[r] \arrow[u] & \mathbf{cov}(\mathcal{M}) \arrow[r] \arrow[u] & \mathbf{non}(\mathcal{N}) \arrow[uu] &
\end{tikzcd}$$

とくに, $\mathbf{add}(\mathcal{M}) = \mathfrak{b} \cap \mathbf{cov}(\mathcal{M})$ と $\mathbf{cof}(\mathcal{M}) = \mathbf{non}(\mathcal{M}) \cup \mathfrak{d}$ が成立している．
これらの大小関係はそれぞれ異なる値に強制するモデルが存在する (Cichoń's maximum)．これらの基数不変量は relational system と一般化された relational system の unbounded, dominating numbers で表現することが可能であり, それらの大小関係は relational systems の間に定まる Tukey connection から従う．
Evasion, prediction numbers は上記を表示する relational system を一般化した relational system から定まる unubounded, dominating numbers である．講演では, より取り扱い易い localization を含めて, どのような関係が知られているのか, また Cichoń's diagram(maximum) に追加できるのか．という問題について話していく．