

電子情報工学科

工学専門実験 報告

第 1 号

実 験 題 目

C4 信号変調の基礎実験

情報システム工学コース 第 2 班

阿部 寛希
尾本 涼太
菊池 圭祐

報 告 者

08D23091 番 辻 孝弥 (情報システム工学コース)

電子メールアドレス： u316705e@ecs.osaka-u.ac.jp

令和 7 年 11 月 19 日

大阪大学工学部電子情報工学科

1 目的

本実験の目的は、ベースバンド信号を振幅変調および位相変調した際の、時間波形と周波数スペクトルの特徴を理解することである。これにより、信号を時間領域と周波数領域の対応関係で整理することを通じて、フーリエ変換への理解を深めることができる。実際に、授業の冒頭では先にフーリエ変換に関する理論的な理解の確認を行い、その理論的な結果と実験を通して得られた結果を比較した。

2 理論的背景

2.1 連続時間信号と周波数スペクトル

信号とは、情報を表す量が時間とともに変化するものであり、本実験では連続時間信号に注目する。連続時間信号は単一の周波数だけでなく、さまざまな周波数成分を含んでいる。周期性を持たない信号の周波数成分を明らかにするため、フーリエ変換 $X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i\omega t) dt$ を用いて周波数領域に変換する。周波数スペクトル $X(\omega)$ は複素数となるため、グラフ表示には振幅スペクトル $|X(\omega)|$ やエネルギースペクトル $|X(\omega)|^2$ を用いることが多い。

2.2 アナログ変調の基礎

下限周波数が 0 Hz である帯域をベースバンドと呼び、0 Hz を含む信号をベースバンド信号 $m(t)$ と呼ぶ。ベースバンド伝送には、一本の伝送路で複数の信号を送れないという制約がある。この制約を解決するため、ベースバンド信号を高い周波数帯へ移す周波数変換（変調）搬送波 $\cos \omega_c t$ を用いて行う。

2.3 振幅変調 (AM)

搬送波の振幅をベースバンド信号 $m(t)$ に合わせて変化させる方式であり、変調信号 $x_{AM}(t)$ は $x_{AM}(t) = m(t) \cos \omega_c t$ で表される。AM 信号の周波数スペクトル $X_{AM}(\omega)$ は、ベースバンド信号のスペクトル $M(\omega)$ を搬送波周波数 ω_c の正負にそれぞれ移動させた形となる。このとき、スペクトルの形状は変化しない（線形変調）。

2.4 位相変調 (PM) とベッセル関数

搬送波の位相成分をベースバンド信号 $m(t)$ に合わせて直接的に変化させる方式を位相変調 (PM) と呼び、信号 $x_{PM}(t)$ は $x_{PM}(t) = \cos\{\omega_c t + k_p m(t)\}$ で与えられる。ベースバンド信号 $m(t) = \sin \omega_m t$ (正弦波) の場合、PM 信号のスペクトル解析にはベッセル関数展開を用いる。その周波数スペクトル $X_{PM}(\omega)$ は、 ω_c を中心に ω_m の整数倍の間隔 ($\omega_c \pm n\omega_m$) で線スペクトル（くし形スペクトル）として現れる。このスペクトルの振幅は第 1 種ベッセル関数 $J_n(k_p)$ によって決定され、変調度 k_p が大きいほど高調波成分 ($n \geq 1$) が大きくなる。

3 実験方法（セットアップと手順）

本実験では、信号の生成、変調、および観測のために、以下の機器を使用した。

3.1 実験セットアップおよび使用機器

実験系は、任意波形発生器をオシロスコープ、またはスペクトラムアナライザに接続する構成で構築された。

使用機器は以下の通りである。

機器名称	型番	役割	観測対象
パーソナルコンピュータ	PC	Excel にて波形データを作成	—
任意波形発生器	Tektronix AFG1062	変調信号の出力	
デジタルオシロスコープ	Tektronix TBS1102B-EDU	時間領域の波形観測	時間波形
RF スペクトラムアナライザ	Agilent Technology N9060A	周波数領域の波形観測	周波数スペクトル

3.2 共通の搬送波設定

変調に使用する搬送波には、以下のパラメータを持つ正弦波を使用した。

- 周期 T_c : $T_c = 1\mu\text{s}$ (周波数 1 MHz に相当)
- ピーク電圧 A_c : $A_c = 1.0\text{V}$

3.3 実験手順

3.3.1 波形データを PC で作成

それぞれの実験に必要な変調信号の波形データを Microsoft Excel を使用して作成した。作成したデータを任意波形発生器 (Tektronix AFG1062) に送信し、信号を生成した。その信号の時間波形と周波数スペクトルを、それぞれデジタルオシロスコープ (Tektronix TBS1102B-EDU)、スペクトラムアナライザ (Agilent Technology N9060A) を使用して観測した。

3.3.2 一週目：振幅変調 (AM)

周期 $T_c = 1\mu\text{s}$ 、ピーク電圧 $A_c = 1.0\text{V}$ の正弦波を搬送波とし、以下のベースバンド信号で搬送波の振幅を変調した。

正弦波変調 (a)

- 手順 (i): 周期 $T_m = 10\mu\text{s}$ 、ピーク電圧 $A_m = 1\text{V}$ の正弦波で搬送波の振幅を変調し、時間波形と周波数スペクトルを観測・保存した。時間波形は、搬送波の高周波成分がみえる時間幅と、変調信号の周期がわかる時間幅の 2 種類を観測・保存した。周波数スペクトル測定では、縦軸のスケールを Linear に設定し、観測・保存した。
- 手順 (ii): ピーク電圧 A_m を $0.5\text{V} \sim 3\text{V}$ の範囲で 0.5V 刻みに変化させ、その際に波形が変化しないことを観測・保存した。そのうえで、周波数スペクトルにおけるピーク値の A_m 依存性を評価するためにデータを取得した。

矩形波変調 (b) 矩形幅 $T_m = 10\mu\text{s}$ 、繰り返し周期 $T_r = 1\text{ms}$ 、ピーク電圧 $A_m = 1\text{V}$ の矩形波を用いて搬送波の振幅を変調し、時間波形と周波数スペクトルを観測・保存した。

Sinc 波変調 (c) 減衰時間 $T_m = 10\mu\text{s}$ 、繰り返し周期 $T_r = 1\text{ms}$ 、ピーク電圧 $A_m = 1\text{V}$ の Sinc 波形で搬送波の振幅を変調し、時間波形と周波数スペクトルを観測・保存した。

3.3.3 二週目：位相変調 (PM)

一週目と同様の搬送波を用い、位相変調された信号を観測した。観測時、位相変調信号の時間波形では包絡線は一定であり、その周期が変調されている点に注意を払った。

正弦波変調 (a)

- 周期 $T_m = 10\mu\text{s}$ の正弦波で搬送波の位相を変調し、変調信号のピーク電圧 A_m を $3\text{V} \sim 0.5\text{V}$ の範囲で 0.5V 刻みに変化させたときの時間波形と周波数スペクトルを観測・保存した。
- 観測された、 1MHz を中心に 100kHz 間隔で線スペクトルを持つくし形の周波数スペクトルについて、 1MHz の搬送波成分、 1.1MHz の基本波成分、 1.2MHz の 2 次高調波成分のピーク値を測定し、その A_m 依存性を評価するためのデータを取得した。

Sinc 波変調 (b) 減衰時間 $T_m = 10\mu\text{s}$ 、繰り返し周期 $T_r = 1\text{ms}$ の Sinc 波を用いて搬送波の位相を変調した。Sinc 波形のピーク電圧 A_m を $6\text{V} \sim 1\text{V}$ の範囲で 1V 刻みに変化させたときの周波数スペクトルを観測した。なお、時間波形の観測も行ったが、保存は省略した。

4 実験結果および考察（検討項目の実施）

4.1 振幅変調の結果と考察

4.1.1 正弦波変調

正弦波（周期 $T_m = 10\mu\text{s}$ 、ピーク電圧 $A_m = 1\text{V}$ ）によって搬送波を振幅変調した際の時間波形と周波数スペクトルを観測した。

時間波形の観測 まず、搬送波の高周波成分が見える時間幅で観測した結果を図 1 に示す。搬送波の周期 $1\mu\text{s}$ が確認できる。

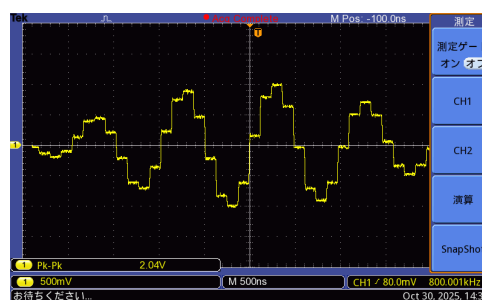


図 1: 正弦波振幅変調の時間波形 (搬送波の周期がわかる時間幅)

横軸: Time [500ns/div]、縦軸: Voltage [0.5V/div]

次に、変調信号の周期がわかる時間幅で観測した結果を図 2 に示す。変調周期 $10\mu\text{s}$ が確認でき、ピーク電圧も 1V に達していることが観測された。

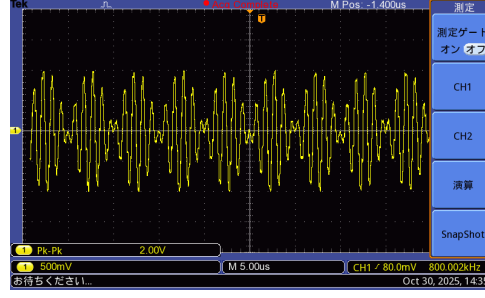


図 2: 正弦波振幅変調の時間波形 (変調正弦波の振動がわかる時間幅)

横軸: Time [5μs/div]、縦軸: Voltage [0.5V/div]

周波数スペクトルの観測 正弦波振幅変調のスペクトル波形を図 3 に示す。周波数 1MHz を中心に、0.9MHz と 1.1MHz の位置にピーク成分（ピーク値 286.3mV）が確認された。これは、AM 信号のスペクトルがベースバンド信号のスペクトルを搬送波周波数の正負にそれぞれ移動させた形になることと一致する。

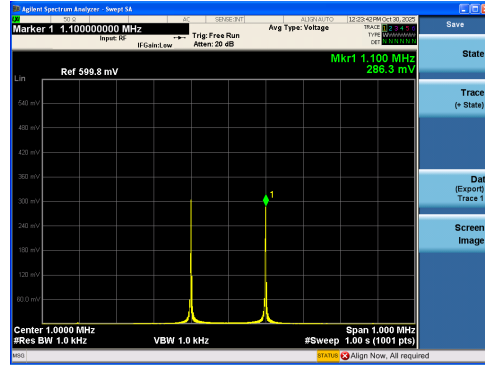


図 3: 正弦波振幅変調のスペクトル波形

横軸: Frequency [100kHz/div]、縦軸: Voltage [60.0mV/div]

側波帯が現れる理由の理論的背景 周波数 1MHz を中心とし、0.9MHz と 1.1MHz の位置にピーク成分を有するスペクトル波形が存在することがわかる。正弦波振幅変調信号がこのスペクトル波形を持つ理由について、フーリエ変換を用いて確認する。なお、以下では $\omega_m = \frac{2\pi}{T_m}$, $\omega_c = \frac{2\pi}{T_c}$ として計算する。

$$\begin{aligned} A_m \sin(\omega_m t) A_c \sin(\omega_c t) &= \frac{A_m A_c}{2} \{ \cos((\omega_c - \omega_m)t) - \cos((\omega_c + \omega_m)t) \} \\ &= \frac{A_m A_c}{4} \{ e^{i(\omega_c + \omega_m)t} + e^{-i(\omega_c + \omega_m)t} - e^{i(\omega_c - \omega_m)t} - e^{-i(\omega_c - \omega_m)t} \} \end{aligned}$$

$\delta(t - t_0) \iff e^{-i\omega_0 t}$ およびフーリエ変換の対称性より、 $e^{i\omega_0 t} \iff 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$ であるため、

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[A_m \sin(\omega_m t) A_c \sin(\omega_c t)] &= \frac{A_m A_c}{4} 2\pi \{ \delta(\omega - \omega_c + \omega_m) + \delta(\omega + \omega_c - \omega_m) \\ &\quad - \delta(\omega - \omega_c - \omega_m) - \delta(\omega + \omega_c + \omega_m) \} \\ &= \frac{\pi A_m A_c}{2} \{ \delta(2\pi(f - f_c + f_m)) + \delta(2\pi(f + f_c - f_m)) \\ &\quad - \delta(2\pi(f - f_c - f_m)) - \delta(2\pi(f + f_c + f_m)) \} \quad \cdots (1) \end{aligned}$$

本実験において、 $f_c = 1\text{MHz}$ 、 $f_m = 0.1\text{MHz}$ である。 $f_c > f_m$ であることに注意すると、式 (1) より、 $f \geq 0$ において、周波数 $f = f_c \pm f_m$ の位置にピークが現れることが分かる。したがって、 1MHz を中心とし、 0.9MHz と 1.1MHz の2箇所ピーク成分を有すると考えられる。

変調信号のピーク電圧依存性 変調信号のピーク電圧 A_m を 0.5V から 3.0V まで 0.5V 刻みで変化させたときの周波数スペクトルを図4～図9に示す。 A_m が増加するにつれて、スペクトルのピーク値も増加することが観測された。具体的には、 $A_m = 0.5\text{V}$ のときピーク値は 148.3mV 、 $A_m = 1.0\text{V}$ のとき 311.3mV 、 $A_m = 1.5\text{V}$ のとき 462.4mV 、 $A_m = 2.0\text{V}$ のとき 573.6mV 、 $A_m = 2.5\text{V}$ のとき 689.3mV 、 $A_m = 3.0\text{V}$ のとき 988.6mV となった。

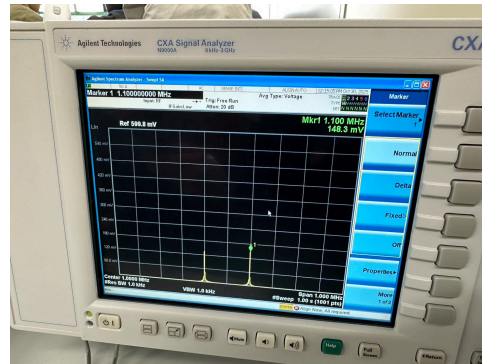


図 4: 正弦波振幅変調のスペクトル波形 ($A_m = 0.5\text{V}$)
横軸: Frequency [200kHz/div]、縦軸: Voltage [60.0mV/div]

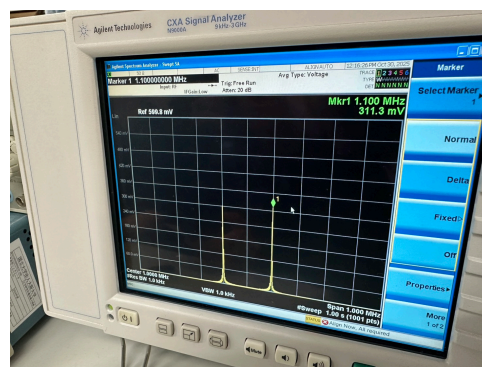


図 5: 正弦波振幅変調のスペクトル波形 ($A_m = 1.0\text{V}$)
横軸: Frequency [200kHz/div]、縦軸: Voltage [60.0mV/div]

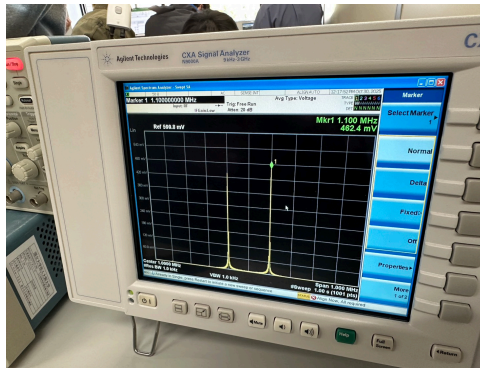


図 6: 正弦波振幅変調のスペクトル波形 ($A_m = 1.5V$)
横軸: Frequency [200kHz/div]、縦軸: Voltage [60.0mV/div]

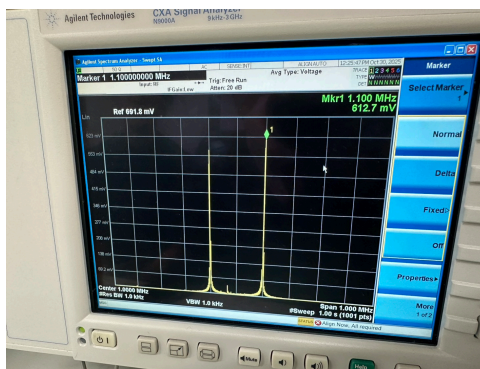


図 7: 正弦波振幅変調のスペクトル波形 ($A_m = 2.0V$)
横軸: Frequency [200kHz/div]、縦軸: Voltage [60.0mV/div]

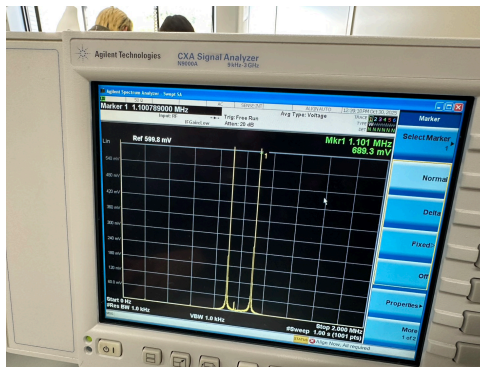


図 8: 正弦波振幅変調のスペクトル波形 ($A_m = 2.5V$)
横軸: Frequency [200kHz/div]、縦軸: Voltage [60.0mV/div]

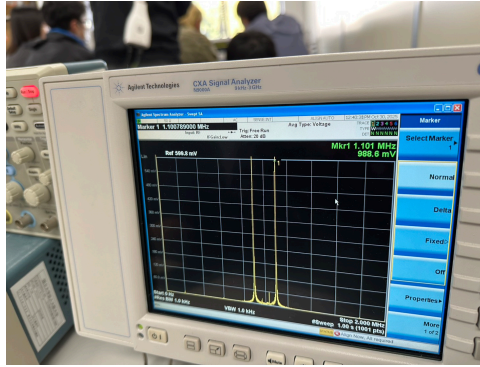


図 9: 正弦波振幅変調のスペクトル波形 ($A_m = 3.0\text{V}$)
 横軸: Frequency [200kHz/div]、縦軸: Voltage [60.0mV/div]

変調正弦波の振幅 A_m を $0.5\text{V} \sim 3\text{V}$ の範囲において 0.5V 刻みで変化させ、そのスペクトル波形での 1.1MHz におけるピーク値の A_m 依存性をプロットした結果を、図 10 に示す。この図から、 A_m とピーク値には比例関係（一次関係）があることがわかる。一次近似直線は $y = 311.24x - 15.75$ となり、相関係数は 0.9863 と高い値を示した。

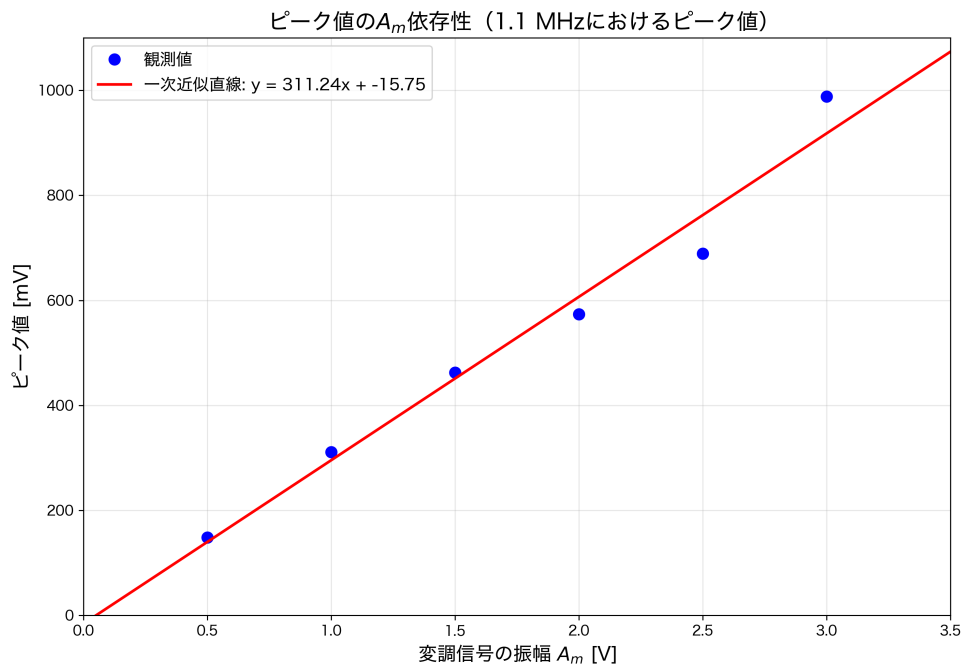


図 10: ピーク値の A_m 依存性（ 1.1MHz におけるピーク値）と一次近似直線

4.1.2 矩形波変調

矩形波（矩形幅 $T_m = 10\mu\text{s}$ 、繰り返し周期 $T_r = 1\text{ms}$ 、ピーク電圧 $A_m = 1\text{V}$ ）によって搬送波を振幅変調した際の時間波形と周波数スペクトルを観測した。

時間波形の観測 まず、搬送波の高周波成分が見える時間幅で観測した結果を図 11 に示す。搬送波の周期 $1\mu\text{s}$ が確認できる。

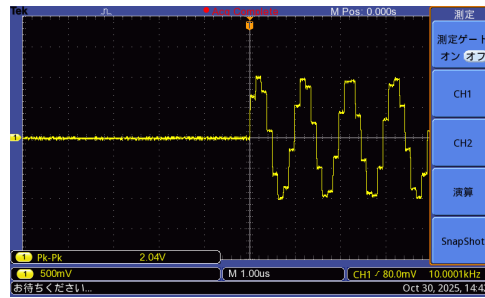


図 11: 矩形波振幅変調の時間波形 (搬送波の周期がわかる時間幅)

横軸: Time [$1\mu\text{s}/\text{div}$]、縦軸: Voltage [$0.5\text{V}/\text{div}$]

次に、矩形波の幅がわかる時間幅で観測した結果を図 12 に示す。矩形幅 $10\mu\text{s}$ が正しく反映されていることが確認できる。

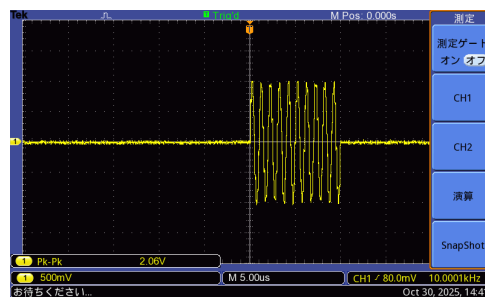


図 12: 矩形波振幅変調の時間波形 (変調矩形波の周期がわかる時間幅)

横軸: Time [$5\mu\text{s}/\text{div}$]、縦軸: Voltage [$0.5\text{V}/\text{div}$]

さらに、繰り返し周期がわかる時間幅で観測した結果を図 13 に示す。設定した繰り返し周期 1ms が正確に観測できており、矩形幅 $10\mu\text{s}$ は非常に短いため細い線として表現されている。

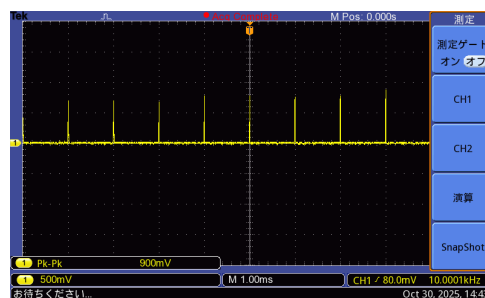


図 13: 矩形波振幅変調の時間波形 (繰り返しの周期がわかる時間幅)

横軸: Time [$1\text{ms}/\text{div}$]、縦軸: Voltage [$0.5\text{V}/\text{div}$]

周波数スペクトルの観測 矩形波振幅変調のスペクトル波形を図 14 に示す。

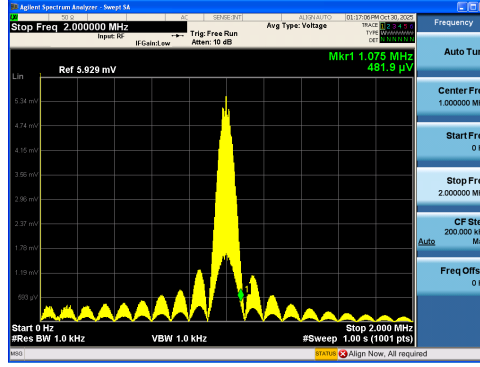


図 14: 矩形波振幅変調のスペクトル波形

横軸: Frequency [200kHz/div]、縦軸: Voltage [593μV/div]

スペクトル特徴の理論的背景 矩形波振幅変調のスペクトル波形からは、1MHz を中心とし、100kHz ごとにパワーがゼロとなる点が現れ、中心から離れるほど減衰していく sinc 関数のような波形が確認できた。

このような特徴が生じた理由を $A_m \text{rect}[\frac{t}{T_m}] A_c \sin \omega_c t$ のフーリエ変換を行うことで確認する。 $f(t) = A_m \text{rect}[\frac{t}{T_m}]$ のフーリエ変換を $F(\omega)$ 、 $g(t) = A_c \sin \omega_c t$ のフーリエ変換を $G(\omega)$ とし、畳み込みの定理 $\mathcal{F}[f(t) \cdot g(t)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega_1) G(\omega - \omega_1) d\omega_1$ を用いる。計算の結果、以下の式 (4) が得られる。

$$\mathcal{F} \left[A_m \text{rect} \left(\frac{t}{T_m} \right) A_c \sin \omega_c t \right] = -\frac{j A_m A_c T_m}{2} \left[\text{sinc} \left(T_m \pi \left(f - \frac{1}{T_c} \right) \right) - \text{sinc} \left(T_m \pi \left(f + \frac{1}{T_c} \right) \right) \right] \quad \cdots (4) \quad (1)$$

式 (4) より、 $\mathcal{F}[A_m \text{rect}[\frac{t}{T_m}] A_c \sin \omega_c t]$ は $f \geq 0$ において、中心が 1MHz、周期が 100kHz の sinc 波となることがわかる。また、それぞれの sinc 関数は 100kHz 周期で値が 0 になり、これは実験結果と一致する。

4.1.3 Sinc 波変調

Sinc 波（減衰時間 $T_m = 10\mu\text{s}$ 、繰り返し周期 $T_r = 1\text{ms}$ 、ピーク電圧 $A_m = 1\text{V}$ ）によって搬送波を振幅変調した際の時間波形と周波数スペクトルを観測した。

時間波形の観測 まず、搬送波の高周波成分が見える時間幅で観測した結果を図 15 に示す。搬送波の周期 $1\mu\text{s}$ が確認できる。

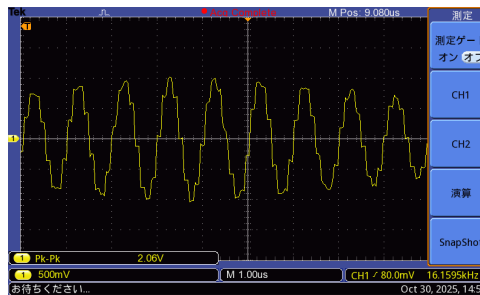


図 15: sinc 波振幅変調の時間波形 (搬送波の周期がわかる時間幅)

横軸: Time [1μs/div]、縦軸: Voltage [0.5V/div]

次に、Sinc 波の減衰がわかる時間幅で観測した結果を図 16 に示す。減衰時間 $10\mu\text{s}$ が理論値通りに観測され、ピーク電圧も 1V に達していることが確認できる。

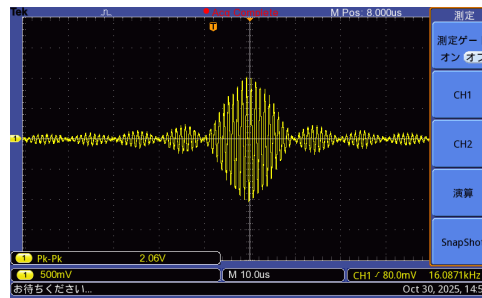


図 16: sinc 波振幅変調の時間波形 (変調 sinc 波の減衰がわかる時間幅)

横軸: Time [$10\mu\text{s}/\text{div}$]、縦軸: Voltage [$0.5\text{V}/\text{div}$]

さらに、繰り返し周期がわかる時間幅で観測した結果を図 17 に示す。設定した繰り返し周期 1ms が正確に観測できている。

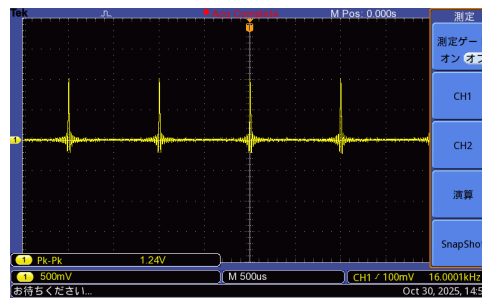


図 17: sinc 波振幅変調の時間波形 (繰り返し周期がわかる時間幅)

横軸: Time [$500\mu\text{s}/\text{div}$]、縦軸: Voltage [$0.5\text{V}/\text{div}$]

周波数スペクトルの観測 Sinc 波振幅変調のスペクトル波形を図 18 に示す。

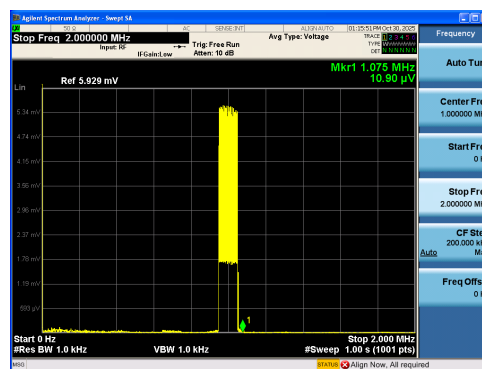


図 18: sinc 波振幅変調のスペクトル波形

横軸: Frequency [$200\text{kHz}/\text{div}$]、縦軸: Voltage [$0.5\text{V}/\text{div}$]

スペクトル特徴の理論的背景 sinc 波振幅変調のスペクトル波形からは、 1MHz を中心とした矩形幅 100kHz の矩形波が得られたことがわかる。このような特徴が生じた理由を $A_m \text{sinc}(\omega_m t) A_c \sin(\omega_c t)$ のフーリエ変換を行うことで確認する。フーリエ変換の対称性を利用し、畳み込みの定理を用いると、以下の式 (7) が得られる。

$$\mathcal{F}[A_m \text{sinc}(\omega_m t) A_c \sin(\omega_c t)] = \frac{jA_m A_c}{2f_m} \left\{ \text{rect} \left[T_m \left(f + \frac{1}{T_c} \right) \right] - \text{rect} \left[T_m \left(f - \frac{1}{T_c} \right) \right] \right\} \quad \dots (7) \quad (2)$$

式 (7) より、中心が $f = \pm \frac{1}{T_c}$ 、矩形幅が $\frac{1}{T_m}$ の矩形波となることがわかる。 $T_m = 10\mu\text{s}$ および $T_c = 1\mu\text{s}$ であるため、 $f > 0$ において、1MHz を中心とした、100kHz の幅を持つ矩形波となる。

4.2 位相変調の結果と考察

4.2.1 正弦波変調

正弦波（周期 $T_m = 10\mu\text{s}$ ）によって搬送波を位相変調した際の時間波形と周波数スペクトルを観測した。

時間波形の観測 位相変調された正弦波の時間波形を図 19 に示す。一見ただの正弦波に見えるが、よく観察すると疎密が確認できる。この疎から疎までの時間が変調周期に対応しており、 $10\mu\text{s}$ となっている。

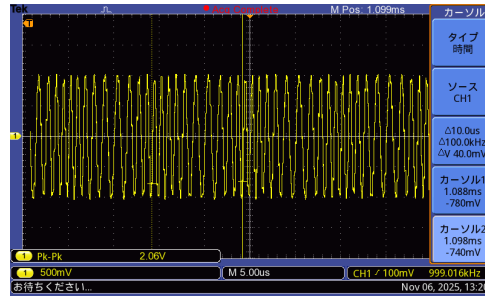


図 19: 正弦波位相変調の時間波形

横軸: Time [$5.0\mu\text{s}/\text{div}$]、縦軸: Voltage [$0.5\text{V}/\text{div}$]

周波数スペクトルの観測とピーク電圧依存性 変調信号のピーク電圧 A_m を 0.5V から 3.0V まで 0.5V 刻みに変化させたときの周波数スペクトルを図 20～図 25 に示す。1MHz を中心に 100kHz 間隔で線スペクトルを持つくし形の周波数スペクトルが観測された。これは理論で予想されるベッセル関数展開の結果と一致している。 A_m が増加するにつれて、搬送波成分（1MHz）のピーク値は減少し、基本波成分（1.1MHz）および 2 次高調波成分（1.2MHz）のピーク値は増加する傾向が確認された。

図 20 ($A_s = 0.5\text{V}$) では、搬送波成分 (1MHz) は 268.2mV、基本波成分 (1.1MHz) は 59.11mV、2 次高調波成分 (1.2MHz) は 8.957mV であった。図 21 ($A_s = 1\text{V}$) では、搬送波成分は 210.5mV、基本波成分は 112.8mV、2 次高調波成分は 34.43mV となった。図 22 ($A_s = 1.5\text{V}$) では、搬送波成分は 142.0mV、基本波成分は 148.3mV、2 次高調波成分は 68.94mV と観測された。図 23 ($A_s = 2\text{V}$) では、搬送波成分は 65.09mV、基本波成分は 148.2mV、2 次高調波成分は 102.4mV であった。図 24 ($A_s = 2.5\text{V}$) では、搬送波成分は 12.95mV、基本波成分は 146.4mV、2 次高調波成分は 112.2mV となった。図 25 ($A_s = 3\text{V}$) では、搬送波成分は 75.42mV、基本波成分は 92.92mV、2 次高調波成分は 145.9mV と観測された。

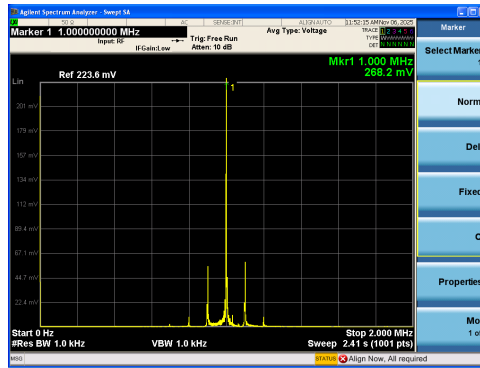


図 20: 正弦波位相変調のスペクトル波形 ($A_s = 0.5V$)
横軸: Frequency [200kHz/div]、縦軸: Voltage [22.4mV/div]

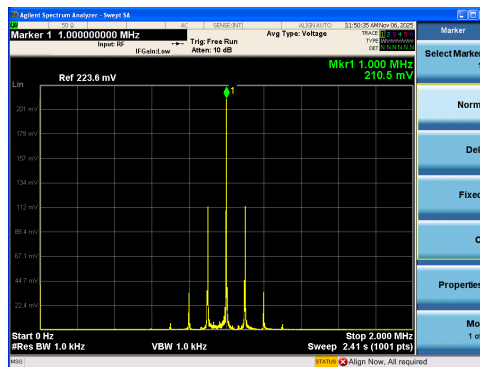


図 21: 正弦波位相変調のスペクトル波形 ($A_s = 1V$)
横軸: Frequency [200kHz/div]、縦軸: Voltage [22.4mV/div]

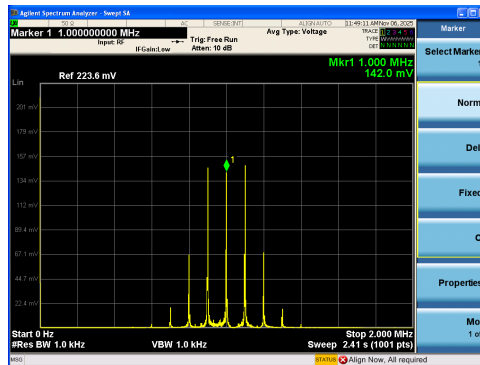


図 22: 正弦波位相変調のスペクトル波形 ($A_s = 1.5V$)
横軸: Frequency [200kHz/div]、縦軸: Voltage [22.4mV/div]

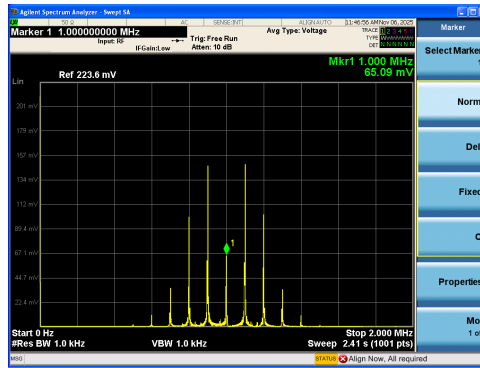


図 23: 正弦波位相変調のスペクトル波形 ($A_s = 2V$)
横軸: Frequency [200kHz/div]、縦軸: Voltage [22.4mV/div]

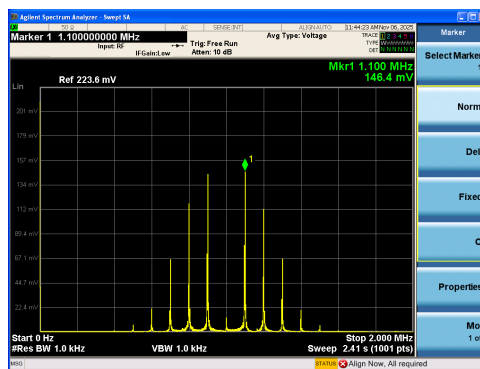


図 24: 正弦波位相変調のスペクトル波形 ($A_s = 2.5V$)
横軸: Frequency [200kHz/div]、縦軸: Voltage [22.4mV/div]

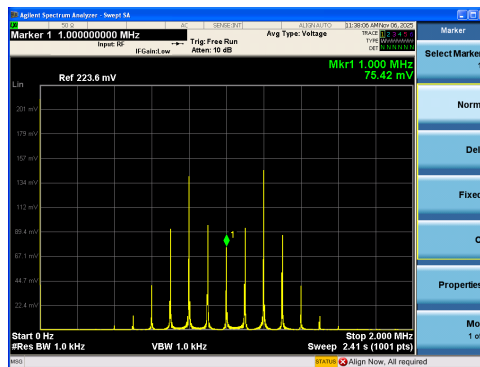


図 25: 正弦波位相変調のスペクトル波形 ($A_s = 3V$)
横軸: Frequency [200kHz/div]、縦軸: Voltage [22.4mV/div]

ベッセル関数によるフィッティング 正弦波位相変調信号のスペクトル波形における搬送波成分 (1MHz)、基本波成分 (1.1MHz の成分)、そして 2 次高調波成分 (1.2MHz の成分) のピーク値の変調正弦波振幅値 A_m に対する依存性を図 26 に示す。

それぞれ、ベッセル関数 $|J_0(x)|$, $|J_1(x)|$, $|J_2(x)|$ で測定結果をフィッティングし、グラフに併記した。この図より、ピーク値はベッセル関数に従うことがわかる。

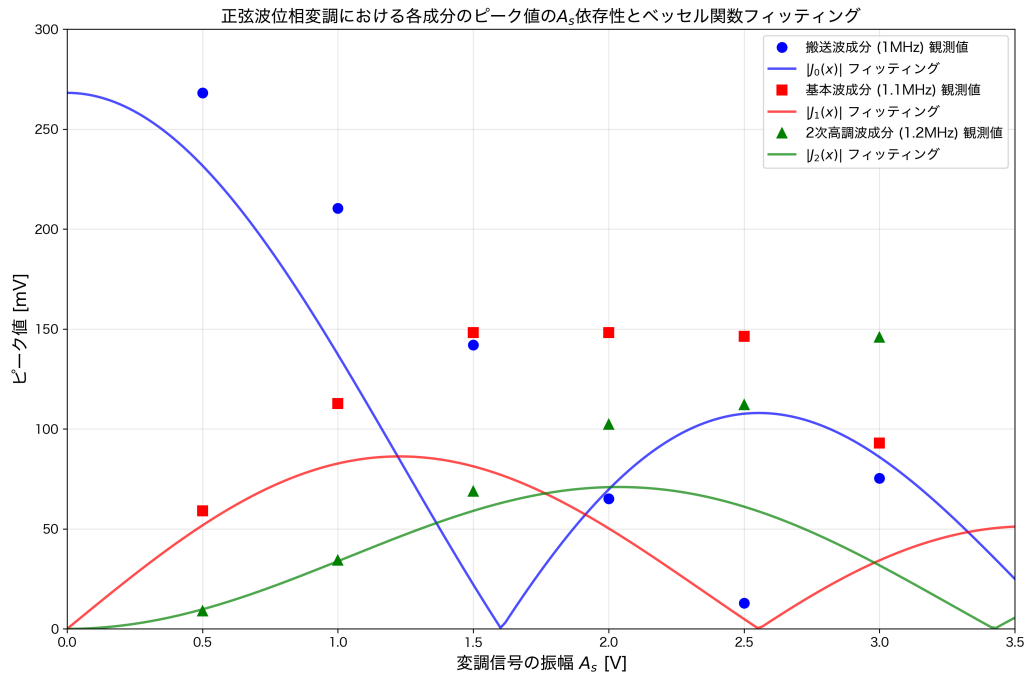


図 26: 正弦波位相変調における各成分のピーク値の A_s 依存性とベッセル関数フィッティング

4.2.2 Sinc 波変調

Sinc 波（減衰時間 $T_m = 10\mu\text{s}$ 、繰り返し周期 $T_r = 1\text{ms}$ ）によって搬送波を位相変調した際の周波数スペクトルを観測した。ピーク電圧 A_m を 1V から 6V まで 1V 刻みに変化させた結果を図 27～図 32 に示す。

すべてのケースに共通して、1MHz の時にピーク値を取り、1MHz を中心として左右に対称な形になっていることが確認された。 $A_s = 1\text{V}$ の時は矩形波のような波形となっており、 $A_s = 2\text{V}$ の時は矩形波に三角形を乗せたような形になっている。 A_s が大きくなるにつれて、波形が中心から曲線を描くように急降下するような形になり、波形が広がっていくことが観測された。

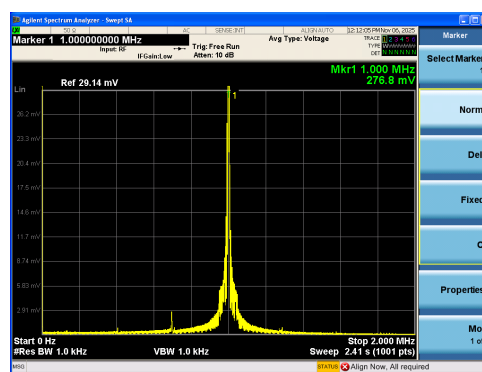


図 27: sinc 波位相変調のスペクトル波形 ($A_s = 1\text{V}$)

横軸: Frequency [200Hz/div]、縦軸: Voltage [2.91mV/div]

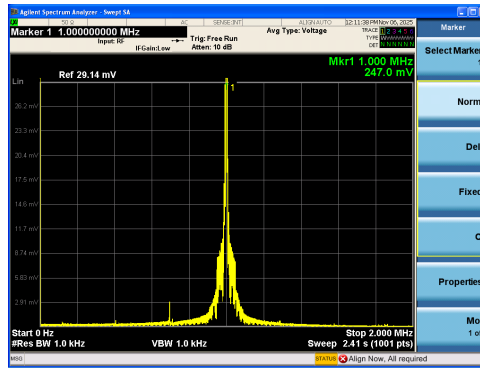


図 28: sinc 波位相変調のスペクトル波形 ($A_s = 2V$)
 横軸: Frequency [200Hz/div]、縦軸: Voltage [2.91mV/div]

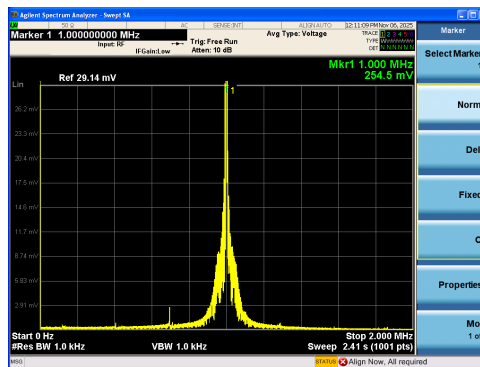


図 29: sinc 波位相変調のスペクトル波形 ($A_s = 3V$)
 横軸: Frequency [200Hz/div]、縦軸: Voltage [2.91mV/div]

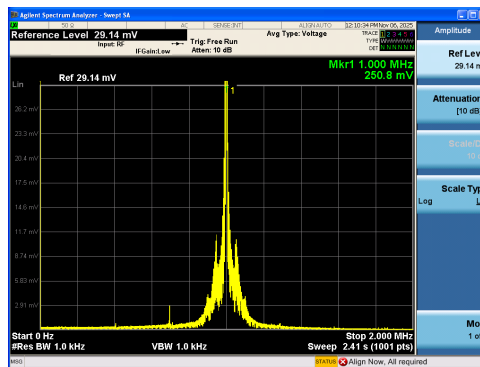


図 30: sinc 波位相変調のスペクトル波形 ($A_s = 4V$)
 横軸: Frequency [200Hz/div]、縦軸: Voltage [2.91mV/div]

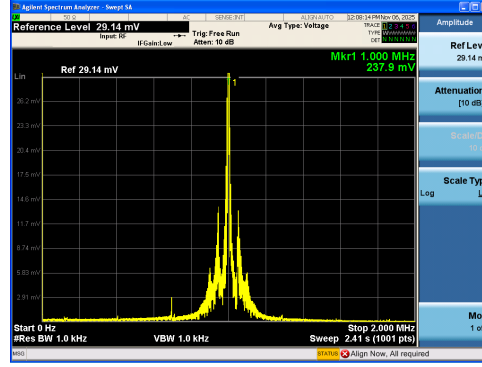


図 31: sinc 波位相変調のスペクトル波形 ($A_s = 5V$)
 横軸: Frequency [200Hz/div]、縦軸: Voltage [2.91mV/div]

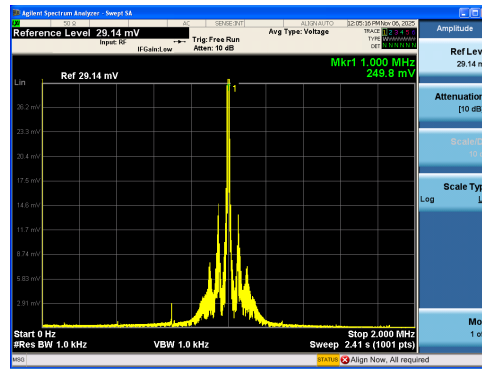


図 32: sinc 波位相変調のスペクトル波形 ($A_s = 6V$)
 横軸: Frequency [200Hz/div]、縦軸: Voltage [2.91mV/div]

複雑な形状となる理由の考察 sinc 波 PM 信号の周波数スペクトルが複雑な形状となる理由を考察する。位相変調信号のフーリエ変換を行うため、 $\exp[jA_m \text{sinc}(\frac{\omega_m t}{2})]$ をマクローリン展開する。マクローリン展開の式は以下である。

$$\begin{aligned} \exp \left[jA_m \text{sinc} \left(\frac{\omega_m t}{2} \right) \right] &= 1 + jA_m \text{sinc} \left(\frac{\omega_m t}{2} \right) - \frac{1}{2!} \left(A_m \text{sinc} \left(\frac{\omega_m t}{2} \right) \right)^2 \\ &\quad - \frac{j}{3!} \left(A_m \text{sinc} \left(\frac{\omega_m t}{2} \right) \right)^3 + \cdots \quad (8) \end{aligned} \quad (3)$$

このマクローリン展開された各項には A_m と sinc 関数の累乗がそれぞれ現れている。つまり、 A_m が大きいほど高次の sinc 関数のスペクトル波形の影響が大きくなる。

sinc 関数を n 乗したものをフーリエ変換すると、周波数 f の $n-1$ 次式が現れると予想できる。これらは、周波数の境界で最高次の符号が反転する特徴を持つ。

A_m が小さい場合 (例: $A_m = 1V$)、式 (8) におけるマクローリン展開の 0 次 (デルタ関数) と 1 次 (矩形波) の成分が強く現れる。 A_m が大きくなるにつれて、2 次成分 (三角波) などの高次成分が強く出てくるため、波形が中心から曲線を描くように急降下するような複雑な形状となり、ギザギザした形となったのは、sinc 関数の累乗スペクトルが持つ、周波数境界を跨ぐごとの符号反転の影響である。

5 結論／まとめ

6 班内での役割と自己貢献

私の役割は、全体の進行をマネジメントすることでした。まず最初に、各個人の自己紹介をして、その後に実験の進行をマネジメントしました。

7 参考文献

オシロスコープの読み方を参考にした。具体的には、オシロスコープの縦軸スケールを示すのはどの部分かを調査した。<https://download.tek.com/manual/TBS1000B-and-TBS1000B-EDU-Oscilloscope-User-Manual-JA-JA.pdf>