「ベイズ統計の理論と方法」
1. はじめに

@tmiya_

June 21, 2017

定義 1

定義 1

- $W \subset \mathbb{R}^d$: **パラメータ全体の集合**
- **あるパラメータ** $w \in W$ **が存在して** $q(x) = p(x|w)$ **と出来る** $\Leftrightarrow$ $q(x)$ **は** $p(x|w)$ **で実現可能**
- **真のパラメータの集合** $W_{00} = \{w \in W \mid \forall x,\ q(x) = p(x|w)\}$

補題 1

補題 1

1. **真の分布** $q(x)$ **が確率モデル** $p(x|w)$ **で実現可能** $\Leftrightarrow W_{00} \neq \emptyset$
2. $W_{00} \neq \emptyset$ **とする。任意の** $w \in W_{00}$ **に対して** $p(x|w)$ **は同じ確率分布を表す。**

証明

1. $\Rightarrow$) **真の分布を実現可能な** $w \in W$ **が存在するから、** $w \in W_{00}$
   $\Leftarrow$) $W_{00} \neq \emptyset$ **ゆえ** $\exists w \in W_{00}$ **であり、** $\forall x,\ q(x) = p(x|w)$
2. $w, w' \in W_{00}$ **とすると** $p(x|w) = q(x) = p(x|w')$ **である。**

例 6、注意 11

例 6： $(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ w = (a,b) \in \mathbb{R}^2$ **とする。**

$$p(y|x,a,b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}(y - a\sin(bx))^2\right).$$

$q(y|x) = p(y|x,1,1)$ **のとき、** $W_{00} = \{(-1,-1),\ (1,1)\}$
$q(y|x) = p(y|x,0,0)$ **のとき、** $W_{00} = \{(a,b) \mid ab = 0\}$
$q(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}(y-x)^2\right).$ **のとき、** $W_{00} = \emptyset$

注意 11： W_{00} **の元が複数個あるとき、** $p(x|w)$ **は** w **に依存しないが、微分** $\left(\frac{\partial}{\partial w_j}\right)^k \log p(x|w)$ **は** w **に依存して異なりうる。**