Chứng minh.

i. Do $\Re$ có tính chất phản xạ nên ta có $\forall x \in A, x\Re x$. Theo định nghĩa của lớp tương đương, ta suy ra $x \in \bar{x}$.

ii. Xét x và y là hai phần tử bất kỳ của A. Giả sử $x\Re y$, ta sẽ chứng minh $\overline{x} = \overline{y}$. Xét z là một phần tử bất kỳ trong $\overline{x}$. Từ định nghĩa của lớp tương đương, ta suy ra $z\Re x$. Mặt khác, do $\Re$ có tính chất bắc cầu nên kết hợp với giả thiết ban đầu là $x\Re y$, ta suy ra $z\Re y$. Điều này cũng có nghĩa là $z \in \overline{y}$. Từ đó, ta có $\overline{x} \subset \overline{y}$. Bằng cách tương tự ta cũng chứng minh được $\overline{y} \subset \overline{x}$.

iii. Giả sử $\overline{x} \cap \overline{y} \neq \emptyset$. Khi đó tồn tại phần tử $z \in \overline{x} \cap \overline{y}$, nghĩa là $z \in \overline{x}$ và $z \in \overline{y}$. Từ đó ta suy ra $z\Re x$ và $z\Re y$, do $\Re$ có tinh đối xứng và bắc cầu nên ta suy ra $x\Re y$. Theo phần ii) ta có $\overline{x} = \overline{y}$. ■

Từ các tính chất trên của các lớp tương đương, ta có thể nói rằng các lớp tương đương tạo thành một phân hoạch của tập A. Nghĩa là hợp của các lớp tương đương sẽ chính bằng A và các lớp tương đương hoặc trùng nhau, hoặc tách rời hẳn nhau.