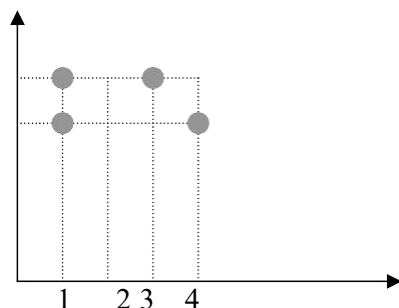


Ví dụ.

1. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 5\}$, $\mathfrak{R} = \{(1,4), (1,5), (3,5), (4,4)\}$ là một quan hệ giữa A và B. Quan hệ \mathfrak{R} có thể được biểu diễn bởi sơ đồ sau:



2. Quan hệ “=” trên một tập hợp A bất kỳ: $a\mathfrak{R}b \Leftrightarrow a = b$
3. Quan hệ “ \leq ” trên \mathbf{N} , \mathbf{Z} hay \mathbf{R} : $a\mathfrak{R}b \Leftrightarrow a \leq b$
4. Quan hệ đồng dư trên \mathbf{Z} : $a\mathfrak{R}b \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{7}$

Ví dụ. Xét quan hệ hai ngôi \mathfrak{R} trên tập \mathbf{Z} được định nghĩa như sau:

$$\forall a, b \in \mathbf{Z}, a\mathfrak{R}b \Leftrightarrow a^2 = b^2$$

Chứng minh rằng \mathfrak{R} có các tính chất phản xạ, đối xứng và bắc cầu.

Giải.

- \mathfrak{R} **phản xạ**. $\forall a \in \mathbf{Z}$, ta có $a^2 = a^2$, do đó, theo định nghĩa, ta có $a\mathfrak{R}a$ hay \mathfrak{R} có tính phản xạ
- \mathfrak{R} **đối xứng**. Xét a, b bất kỳ thuộc \mathbf{Z} , giả sử $a\mathfrak{R}b$, ta sẽ chứng minh $b\mathfrak{R}a$.
Thật vậy: $a\mathfrak{R}b \Leftrightarrow a^2 = b^2 \Leftrightarrow b^2 = a^2 \Leftrightarrow b\mathfrak{R}a$, suy ra \mathfrak{R} có tính đối xứng.
- \mathfrak{R} **bắc cầu**. Xét a, b, c bất kỳ thuộc \mathbf{Z} , giả sử $a\mathfrak{R}b$ và $b\mathfrak{R}c$ ta sẽ chứng minh $a\mathfrak{R}c$. Thật vậy: $a\mathfrak{R}b \wedge b\mathfrak{R}c \Leftrightarrow a^2 = b^2 \wedge b^2 = c^2 \Rightarrow a^2 = c^2 \Leftrightarrow a\mathfrak{R}c$, suy ra \mathfrak{R} có tính bắc cầu.

