

### III Độ Ưu Tiên

Mệnh đề phức hợp: là mệnh đề được xây dựng từ một số mệnh đề ban đầu và liên kết chúng lại bằng các phép toán logic.

Mệnh đề sơ cấp: không được xây dựng từ các mệnh đề khác qua các phép toán logic.

## 1. Độ ưu tiên của các toán tử logic

- Tương tự như đối với các phép toán số học, để tránh phải dùng nhiều dấu ngoặc trong các biểu thức logic, ta đưa ra một thứ tự ưu tiên trong việc tính toán. Ở trên ta có 5 toán tử logic:  $\neg$  (không),  $\wedge$  (và),  $\vee$  (hay),  $\rightarrow$  (kéo theo),  $\leftrightarrow$  (tương đương)

$\neg$

$\wedge, \vee$

$\rightarrow, \leftrightarrow$

Trong đó, các toán tử liệt kê trên cùng dòng có cùng độ ưu tiên

Bảng chân trị của dạng mệnh đề  $E(p,q,r)$ : là bảng ghi tất cả các trường hợp chân trị có thể xảy ra đối với dạng mệnh đề  $E$  theo chân trị của các biến mệnh đề  $p, q, r$ . Nếu có  $n$  biến, bảng này sẽ có  $2^n$  dòng, chưa kể dòng tiêu đề.

VD:

$E(p,q,r) = (p \vee q) \rightarrow r$ . Ta có bảng chân trị sau:

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \rightarrow r$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

## 2. Tương đương logic

Hai dạng mệnh đề  $E$  và  $F$  được gọi là tương đương logic nếu chúng có cùng bảng chân trị.

Ký hiệu  $E \Leftrightarrow F$ . (hay  $E \equiv F$ )

Ví dụ:

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

Dạng mệnh đề được gọi là hằng đúng nếu nó luôn lấy giá trị 1

Dạng mệnh đề gọi là hằng sai (hay mâu thuẫn) nếu nó luôn lấy giá trị 0.

VD:

Xét công thức  $P \rightarrow Q \leftrightarrow \neg P \vee Q$

P	Q	$\neg P$	$P \rightarrow Q$	$\neg P \vee Q$	$P \rightarrow Q \leftrightarrow \neg P \vee Q$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

Định lý: Hai dạng mệnh đề E và F tương đương với nhau khi và chỉ khi  $E \leftrightarrow F$  là hằng đúng.

Hệ quả logic: F được gọi là hệ quả logic của E nếu  $E \rightarrow F$  là hằng đúng.

Ký hiệu  $E \equiv F$  hoặc  $E = F$

### 3. Các luật logic

1. Phủ định của phủ định:

$$\neg \neg p = p$$

2. Qui tắc De Morgan:

$$\neg (p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$$

$$\neg (p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$$

3. Luật giao hoán:

$$p \vee q = q \vee p$$

$$p \wedge q = q \wedge p$$

4. Luật kết hợp:

$$(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$$

$$(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$$

5. Luật phân phối:

$$p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

6. Luật lũy đẳng:

$$p \wedge p = p$$

$$p \vee p = p$$

7. Luật trung hòa:

$$p \vee 0 = p$$

$$p \wedge 1 = p$$

8. Luật về phần tử bù:

$$p \wedge \neg p = 0$$

$$p \vee \neg p = 1$$

9. Luật thống trị:

$$p \wedge 0 = 0$$

$$p \vee 1 = 1$$

10. Luật hấp thu:

$$p \vee (p \wedge q) = p$$

$$p \wedge (p \vee q) = p$$

11. Luật về phép kéo theo:

$$p \rightarrow q = \neg p \vee q$$

$$= \neg q \rightarrow \neg p$$

12. Luật chứng minh phản chứng:

$$\neg (p \rightarrow q) = p \wedge \neg q$$