

### Ví dụ.

1. Quan hệ  $\mathcal{R}$  như đã định nghĩa trong phần trước,  $\forall a, b \in \mathbb{Z}, a\mathcal{R}b \Leftrightarrow a^2 = b^2$ , chính là một quan hệ tương đương.
2. Cho trước một ánh xạ  $f: A \rightarrow B$ , ta định nghĩa quan hệ  $\mathcal{R}$  trên  $A$  như sau:  
 $\forall x, y \in A, x\mathcal{R}y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$   
khi đó, ta có thể kiểm chứng được đây là một quan hệ tương đương.
3. Cho trước một số tự nhiên  $n$ . Xét quan hệ  $\mathcal{R}$  trên  $\mathbb{Z}$  được định nghĩa như sau:  
 $\forall a, b \in \mathbb{Z}, a\mathcal{R}b \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{n}$   
Đây cũng là một quan hệ tương đương trên  $\mathbb{Z}$ .

### Ví dụ.

1. Xét quan hệ  $\mathcal{R}$  trên  $\mathbb{Z}$ :  $m\mathcal{R}n \Leftrightarrow m^2 = n^2$ . Ta đã kiểm chứng được đây là một quan hệ tương đương. Các lớp tương đương tạo thành phân hoạch của  $\mathbb{Z}$  là:  
 $\{0\}, \{1, -1\}, \{2, -2\}, \dots, \{k, -k\}, \dots$   
và ta nói  $\mathbb{Z}$  được phân hoạch thành vô số lớp tương đương hữu hạn.
2. Xét quan hệ đồng dư theo modulo  $n$  trên tập  $\mathbb{Z}$ . Đây cũng là một quan hệ tương đương và ta có  $\mathbb{Z}$  sẽ được phân hoạch thành  $n$  lớp tương đương:  
 $\overline{0}, \overline{1}, \dots, \overline{n-1}$   
mỗi lớp tương đương là một tập con vô hạn của  $\mathbb{Z}$ , chẳng hạn như  $\overline{0}$  là tập hợp tất cả các số nguyên chia hết cho  $n$ .

Ví dụ. Xét  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ . Xét quan hệ  $\mathcal{R}$  trên  $A$ :  $a\mathcal{R}b \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{3}$ . Đây là một quan hệ tương đương trên  $A$ . Và ta có:

- Lớp tương đương chứa 1:  $\overline{1} = \{1, 4, 7, 10\}$
- Lớp tương đương chứa 2:  $\overline{2} = \{2, 5, 8\}$
- Đề ý rằng:  $\overline{1} = \overline{4} = \overline{7} = \overline{10}$ ,  $\overline{2} = \overline{5} = \overline{8}$  và  $\overline{3} = \overline{6} = \overline{9}$

