Lebesgue measure の構成

小泉　孝弥

概要

理工学部数理科学科 2 回生の小泉孝弥です.
来年度から確率論を学びたいということもあり、その前の復習も兼ねて、測度論の Lebesgue 測度の話を書こうと思います.

1　集合論

測度論のお話をする前に必要な集合論の言葉を定義しておきます.

Definition 1.1. (写像)
X, Y を集合とする. f が A の任意の要素を B の元にただ一つ対応させる操作のことを写像といい, A から B への写像であるということを

$$f : A \to B$$

と表す.

Definition 1.2. (単射)
f は A から B への写像であるとする.f が

$$\forall x_1, x_2 \in X, f(x_1) = f(x_2) \Longrightarrow x_1 = x_2$$

を満たすとき f は単射であるという.

Definition 1.3. (全射)
f は A から B への写像であるとする.f が

$$\forall y \in Y, \exists x \in X \ s.t. \ y = f(x)$$

を満たすとき f は全射であるという.

Definition 1.4. (全単射)
f は A から B への写像であるとする. f が単射かつ全射であるとき f は全単射であるという.

Definition 1.5. (上限)

A を集合とする. α が A の上限であるとは

$$\forall x \in A, x \leq \alpha$$

$$\forall \varepsilon > 0, x \in A \ s.t. \ \alpha - \varepsilon < x$$

を満たすことをいう.

参考文献

[1] 伊藤　清三, ルベーグ積分入門