

問題設定

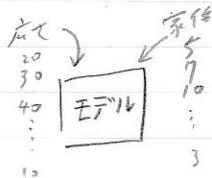
例) 家賃の予測

y: 出力変数

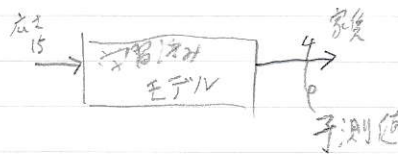
x: 入力変数 (広さ, 距離, ...)

重回帰分析

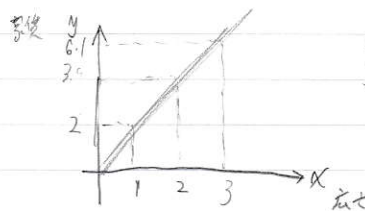
1. 学習



2. 推論



Step1: 「モデル」を決める



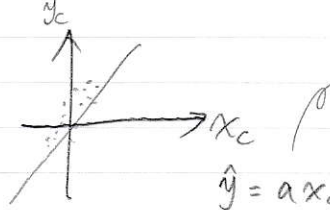
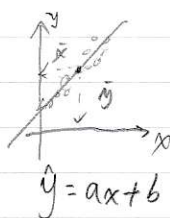
$$\hat{y} = ax + b$$

ハット
予測値
決定

ゴール

データ $(x_1, x_2, \dots, y_1, y_2, \dots)$ に基づいて「適切」なパラメータ a と b を決定する。

✓ データの中心化 (centering)



楽になった

\bar{x} : x の平均

\bar{y} : y の平均

$x_c = x - \bar{x}$

$y_c = y - \bar{y}$

| x | \bar{x} | x_c |
|---|-----------|-------|
| 1 | 3 | -2 |
| 3 | | 0 |
| 5 | | 2 |

(前提)

データは中心化済み

$$\hat{y} = ax$$

パラメータ

* c は省略

- Step 2: 「適切」を決める
 \Rightarrow 「評価関数」を決める
 (損失関数)

$$\begin{matrix} \textcircled{実} & \textcircled{推} \\ (y_1 - \hat{y}_1)^2 & (y_2 - \hat{y}_2)^2 \\ 50000 & 65000 \end{matrix}$$

2乗誤差

$|y - \hat{y}|$ $(y - \hat{y})^2$
 \downarrow \cup
 \uparrow 滑らかに微分できる
 絶対値はなめかした

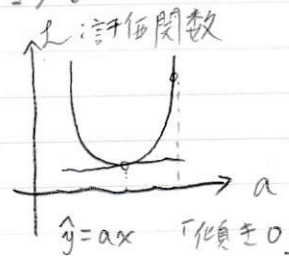
$$L = (y_1 - \hat{y}_1)^2 + (y_2 - \hat{y}_2)^2 + \dots + (y_N - \hat{y}_N)^2$$

評価関数 $= \sum_{n=1}^N (y_n - \hat{y}_n)^2$ N : サンプル数

- Step 3: 評価関数を「最小化」する

「傾き = 0」

$$\frac{\partial}{\partial a} (L) = 0$$



1

- Step 3-1: 式変形を行う
 $\hat{y}_n = ax_n \leftarrow \text{Step 1}$

① に ② を代入

$$L = \sum_{n=1}^N (y_n - ax_n)^2$$

$$= \sum_{n=1}^N (y_n^2 - 2y_nax_n + a^2x_n^2)$$

$$= \sum_{n=1}^N (y_n^2 - 2y_nx_n a + x_n^2 a^2)$$

$$= \sum_{n=1}^N y_n^2 - 2 \left(\sum_{n=1}^N x_n y_n \right) a + \left(\sum_{n=1}^N x_n^2 \right) a^2$$

$$= C_0 - 2C_1 a + C_2 a^2$$

✓ Step 3-2: 最適なパラメータ a を求める

$$\frac{\partial}{\partial a} (L) = 0$$

$$L = C_0 - 2C_1a + C_2a^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial a} (L) = 0$$

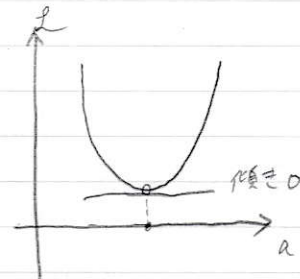
$$= \frac{\partial}{\partial a} (C_0 - 2C_1a + C_2a^2) = 0$$

$$= 2ac_2 - 2c_1 = 0$$

$$= 2c_2a = 2c_1$$

$$C_2a = C_1$$

$$a = \frac{C_1}{C_2} = \frac{\sum_{h=1}^n x_h y_h}{\sum_{h=1}^n x_h^2}$$



3. 4

x y

1 2

2 3.9 → データの中心化 → a を求める

3 6.1

$$1 \dots \frac{-1-2}{1} = -3$$

$$2 \dots \frac{0-0.1}{0} = -0.1$$

$$3 \dots \frac{1-2.1}{1} = -1.1$$

| x | \bar{x} | \hat{x} | y | \bar{y} | \hat{y} | a |
|---|-----------|-----------|-----|-----------|-----------|------|
| 1 | 2 | -1 | 2 | 4 | -2 | -3 |
| 2 | 2 | 0 | 3.9 | 4 | -0.1 | -0.1 |
| 3 | 2 | 1 | 6.1 | 4 | 2.1 | -1.1 |