No.
Date

微分 1

AIプログラミングのための数学入門
1. 微分
2. 線形代数
3. 統計

◎ 微分

○ 関数 → 数と数の間の関係

1 ― 関数 → 3
2 ― → 5
−2 ― → −3
└ 変換装置

出力 = 2(入力) + 1

→ $f(x) = 2x+1$

例) $f(1) = 3$

$f(2) = 5$ …

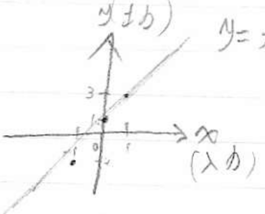
$f(-2) = -3$

$f(0) = 1$

◎ グラフ

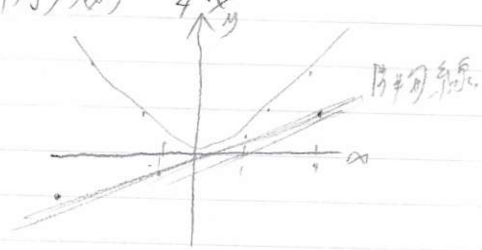
→ 入力と出力の関係を図示

例) $f(x) = 2x+1$



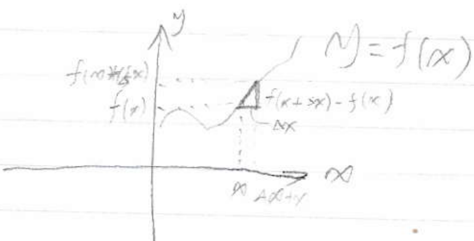
直線の式

例) $f(x) = \frac{1}{4}x^2$

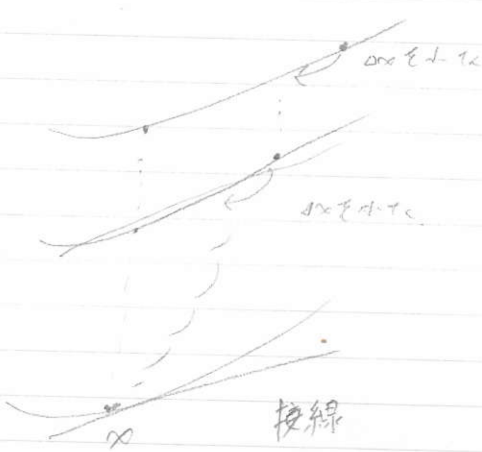


● 微分

→ 小さな変化



平均変化率 $= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$



微分2

微分係数 $= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

*記法　$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$ … $\frac{df}{dx}$ (省略)

~~Δxを~~ f(x)をxで微分する

$\frac{df(x)}{dx}$, $f'(x)$

練習

$f(x) = x^2$ を微分する

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x^2 + 2\Delta x x + (\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x}$$

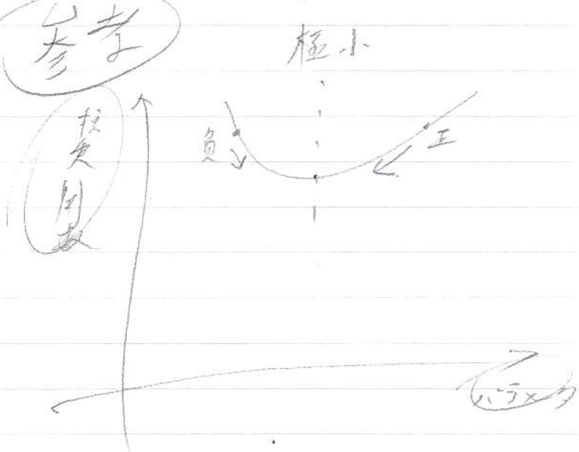
$$= \lim_{\Delta x \to 0} (2x + \Delta x)$$

$$= 2x$$

~~$f(x)^2$~~ $f(x) = x^2$

$$\frac{df(x)}{dx} = 2x$$

参考



損失関数を微分すれば
パラメータの最適な値を見付けられる。
↳ 勾配降下法

線形代数1

◎線形代数

・ベクトル

→数を縦 or 横に並べたもの。

列ベクトル

$$\cancel{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}} \quad x \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \qquad \cancel{x} \quad \cancel{x}$$

行ベクトル

$$y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$$

例) $a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $b = (1, 9, 9, 3)$

$c = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

参考

$$x = \begin{pmatrix} 24 \\ 0 \\ 44 \\ 1003 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{気温} \\ \text{降雨量} \\ \text{湿度} \\ \text{気圧} \end{matrix}$$

データの取扱

※足し算

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}}_{\text{同じサイズ}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

※引き算

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{同じ}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

※スカラー倍

実数

$$3(2, 3, 0) = (6, 9, 0)$$

$$-2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

線形代数 2

行列

→ 数列を縦や横にまとめたもの

例) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ 3×2 行列

$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 3 & 9 \\ 1 & 9 & 9 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ 4×4 行列 → 4次正方形列

0×1 行列 → 列ベクトル
1×0 行列 → 行ベクトル

✻ 足し算

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}}_{\text{同じサイズ}} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}}_{\text{同じサイズ}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & -2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

✻ スカラー倍

$$\times 2 \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 8 \\ 2 & 4 & 4 \\ -2 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

✻ 行列のかけ算

$x \times y = xy$

1,1 成分 … $1 \times 0 + 2 \times 4$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 14 \\ 16 & 30 \end{pmatrix}$$

2×2　2×2
同じ

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1,1) & (1,2) \\ (2,1) & (2,2) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 17 \end{pmatrix}$$

(1,1) … 1×1　$0 \cdot 3$　$2 \cdot 2$
(2,1)　$0 \cdot 1$　$-1 \cdot 3$　$3 \cdot 2$　-1　6
(3,1)　$4 \cdot 1$　$1 \cdot 3$　$5 \cdot 2$　4　3　10

(3 × 3)　(3 × 1)

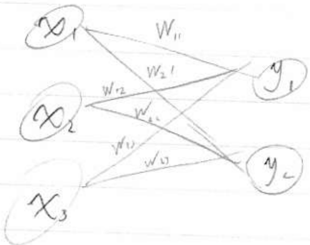
No.

Date

線形代数 3

参考

ニューラルネットワーク



$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \quad W = \begin{pmatrix} w_{11}, & w_{12}, & w_{13} \\ w_{21}, & w_{22}, & w_{23} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} y_1 &= w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + w_{13}x_3 \\ y_2 &= w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + w_{23}x_3 \end{aligned}}$$

同じ ↳ $y = Wx$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \end{pmatrix}}_{2\times 3} \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}}_{3\times 1} = \underbrace{\begin{pmatrix} w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + w_{13}x_3 \\ w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + w_{23}x_3 \end{pmatrix}}_{2\times 1}$$

No.

Date

統計

例）テストの点数（12人）

41, 59, 61, 64, 18, 89, 38, 27, 64, 75, 81, 31

→有用な情報を抜き出したい

シグマ(Σ)

$\sum_{i=1}^{N} x_i = x_1 + x_2 \cdots + x_N$

◎平均値 μ（ミュー）

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} \cdots \frac{合計}{個数}$$

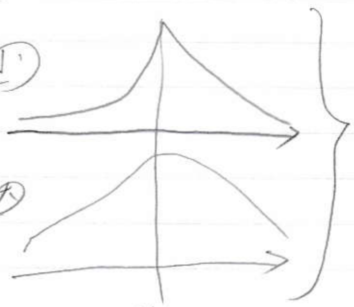
例㋢ $\mu = \frac{41+59+61+\cdots+31}{12} = 54$

◎分散 → バラツキの度合い

分散 σ^2＝バラツキの度合い

バラツキ（小）

バラツキ（大）



μだけでは平均分からず.

⇒ σ^2

$$\boxed{\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N}}$$

分散の定義

例㋢ $\sigma^2 = \frac{(41-54)^2 + (59-54)^2 \cdots + (31-54)^2}{12} = 471$

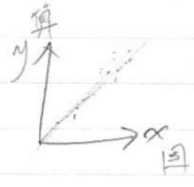
◎標準偏差 $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N}} =$

例㋢ $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{471} =$ 21.7

◎共分散

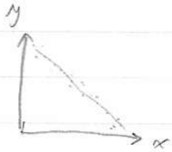
→2種類のデータの関係

σ_{xy}…共分散



← 正の相関

負の相関 →



$$\boxed{\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{N}}$$

負にもなり得る。 負の相関＝マイナス，正の相関＝プラス