

Calculate Sensitivities of Cap Volatility

2015 年 2 月 9 日

1 流れ

1. 市場には Cap の Volatility がクオートされている。
2. Cap PV へ変換。
3. 線形補間で間を埋める。
4. Bootstrap 的に前から順番に caplet の価値を求める。

forward cap vol を bootstrap するために、maturity vol が cap のプライス自体 (ここから maturity vol へ戻す) からスタートする。bootstrap technique は通貨に依存する。例えば GBP は 3M、EUR は 6M ロール。EUR フォワードボラティリティカーブを maturity カーブからブートストラップしたいとする。maturity vol の入力を以下とする。1Y: 16%, 2Y: 17%, 3Y: 19%, 4Y: 18%, 5Y: 16%, 7Y: 15%, 10Y: 14%

最初のステップは欠けているギャップを埋めること。半年ベースでブートストラップするので、以下のように maturity vol を組み立てなければならない。6m: 16%, 1Y: 16%, 18m: 16.5%, 2Y: 17%, 30m: 18%, etc この最初のステップで仮定しているのは、1Y 以内は flat な maturity vol カーブで、それ以降はグリッド間の線形補間である (これらの仮定は自由に変えれば良い)。この最初の入り口は、フォワードボラティリティ行列 (6M) を maturity vol matrix から得られる。

次に 6×12 のフォワードボラティリティ fwdVol を計算する。6M 満期と 12M 満期の Cap 価格をその満期のボラティリティから計算して、12M の価格から 6M の価格を得る。12M の価格はあなたにこの caplet についてのプレミアムを与える。これから Black 式を使ってフォワードボラティリティに戻す。

2 詳細式

2.1 caplet vol curve の構築

2.2 クオートされている cap vol を分解

flat vol とする。e.g. Yen: 2Y 6M, 1Y, 18M

$$C = P(0, t_{k+1})\delta_{tenor}P(F_k\Phi(d_1) - K\Phi(d_2)) \quad (2.1)$$

$$d_1 = \frac{\log(\frac{F_k}{K}) + \frac{\sigma_k t_k}{2}}{\sigma_k \sqrt{t_k}} \quad (2.2)$$

$$d_2 = \frac{\log(\frac{F_k}{K}) - \frac{\sigma_k t_k}{2}}{\sigma_k \sqrt{t_k}} = d_1 - \sigma_k \sqrt{t_k} \quad (2.3)$$

- P : notional
- F_k : forward rate from k to $k + 1$ at 0
- $P(0, t_{k+1})$: $\exp(-t_{k+1} \times r_{t_{k+1}})$
- $r_{t_{k+1}}$: interest rate for t_{k+1}
- σ_k : the volatility of the underlying forward rate at k
- t_k : the time grid

参考文献

- [1] <http://www.wilmott.com/messageview.cfm?catid=8&threadid=20290>
- [2] <http://www.cmat.edu.uy/~mordecki/hk/lecture24.pdf>
- [3] <http://www.opengamma.com/sites/default/files/caplet-stripping-opengamma.pdf>