813 高等代数

一、考试总体要求

本《高等代数》考试大纲适用于湖南大学数学学院各专业硕士研究生入学考试。高等代数是大学数学系本科基本课程之一，也是数学各个研究方向的必要基础。它的主要内容包括多项式基础、向量理论、线性方程组解的存在性及其结构、矩阵运算和矩阵的秩、行列式理论、线性空间理论、线性变换、线性变换的特征值和特征向量、线性变换的可对角化理论、二次型理论、欧氏空间与欧氏空间上的线性变换、实数域和复数域上的几类特殊矩阵。要求考生熟练掌握高等代数的基本概念，理解它们在具体例子中的含义；要求考生熟练掌握几类主要的计算并能理解计算结果的意义；要求考生具有较好的逻辑推理能力和抽象思维能力，能独立完成较复杂的逻辑推导，欣赏抽象概念的意义并能够准确运用；熟练掌握高等代数的核心定理并能运用它们解决具有一定难度的问题。

二、考试内容及范围

1.多项式理论

一元多项式的整除理论，包括带余除法、最大公因式；多项式的互素理论；不可约多项式理论和唯一因式分解定理；重因式理论和重根；实数域和复数域上的不可约多项式，实数域和复数域上多项式的标准因式分解及其应用；有理数域上不可约多项式的判定。

2.线性方程组与矩阵

数域 K 上的线性方程组；Gauss 消元法；线性方程组解的结构（括齐次线性方程组的基础解系定义、求法）；数域 K 上的 n 维向量空间；n 维向量组的线性相关性、极大线性无关部分组；n 维向量组的秩、向量组的线性表示与线性等价，线性方程组的向量组表示；矩阵的初等变换与初等矩阵；矩阵在初等变换下的标准形；矩阵的秩；线性方程组有解的充分必要条件；矩阵的运算——线性运算、矩阵乘法、矩阵转置、矩阵的逆等，

线性方程组的矩阵表示；分块矩阵、分块矩阵运算；特殊矩阵——对角阵、上（下）三角阵、对称（反对称）矩阵；矩阵的迹、方阵的多项式；

3.行列式

数域 K 上 n 维向量空间上的多重线性函数；对称与反对称多重线性函数；行列式的定义（反对称的 n 重线性函数）；行列式的运算性质；行列式的存在唯一性——具体表达式；n 级排列的逆序数、对换、奇偶性；行列式的子式、代数余子式及按行（列）展开定理；行列式的计算方法；克莱姆法则；Vandermonde 行列式；矩阵的伴随运算与伴随矩阵的性质；

4.二次型

二次型的矩阵表示；二次型的标准形与合同变换；复数域与实数域上二次型的标准形、规范形；惯性定理；实二次型、实对称矩阵正（负）定与半正（负）定的充分必要条件；

5.线性空间与线性变换

线性空间的概念；一些重要的线性空间实例，基、维数与坐标；基变换、过度矩阵与坐标变换；线性子空间的判定方法、子空间的运算、子空间的直和的等价刻画、商空间的概念；线性映射与线性变换的概念、运算；线性映射与线性变换的矩阵表示；方阵的相似关系；线性变换（矩阵）的特征多项式、特征值与特征向量（特征子空间）、线性变换（矩阵）的相似对角化的等价刻画；线性变换的值域与核；线性变换的不变子空间、Hamilton-Cayley 定理、根子空间、幂零变换、Jordan 标准型、矩阵相似的等价刻画；线性变换（矩阵）的最小多项式及其应用；

6.内积空间——欧氏空间与酉空间

欧氏（酉）内积、欧氏空间（酉空间）的概念及性质，度量矩阵——正定矩阵（正定 Hermitian 矩阵）；向量的长度、正交、距离，Cauchy 不等式；标准正交基、Gram-Schmidt 正交单位化、正交（酉）矩阵、欧氏（酉）空间的同构；欧氏（酉）空间的子空间的正交补；欧氏（酉）空间的正交变换（酉变换）与对称变换（Hermitian 变换），对称变换与正交变换的正

交相似对角化；复数域上正规变换的正交相似对角化（包括 Hermitian 变换和酉变换）；正交矩阵、酉矩阵、对称矩阵和 Hermitian 矩阵的运算与性质；

三、考试形式

高等代数考试采用闭卷笔试形式，试卷满分为 150 分，考试时间为 180 分钟。

四、题型

1.计算题；

2.证明题或综合分析题。

五、主要参考教材

《高等代数简明教程》（上下册），第三版，蓝以中编著，北京大学出版社。