$\boxed{44}$ サイコロを 3 回続けて投げて出た目を順に a, b, c とする．これらの数 a, b, c に対して 2 次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad \cdots (*)$$

を考える．ただし，サイコロはどの目も同様に確からしく出るものとする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 2 次方程式 $(*)$ が異なる 2 つの実数の解をもつとき，積 ac の取りうる値を求め，積 ac の各値ごとに可能な a と c の組 (a, c) がそれぞれ何通りあるか求めよ．

(2) 2 次方程式 $(*)$ が異なる 2 つの有理数の解をもつ確率を求めよ．ただし，一般に自然数 n が自然数の 2 乗でなければ，$\sqrt{n}$ は無理数であることを用いても良い．

(1)
2次方程式 (*) の判別式をDとおく．

$D = b^2 - 4ac.$

異なる2つの実数解をもつことから，$D > 0$

$\therefore b^2 - 4ac > 0$

$b^2 > 4ac.$

よって，積 ac のとり得る値は，
a, b, c がサイコロの目であることに注意して，

(i) $b = 1$ のとき　なし
(ii) $b = 2$ のとき　なし
(iii) $b = 3$ のとき．$ac = 1, 2,$
(iv) $b = 4$ のとき　$ac = 1, 2, 3$
(v) $b = 5$ のとき　$ac = 1, 2, 3, 4, 5, 6$
(vi) $b = 6$ のとき．$ac = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$

よって．
$ac = 1$ のとき
$(a, c) = (1, 1)$ で1通り
$ac = 2$ のとき
$(a, c) = (1, 2), (2, 1)$ で2通り
$ac = 3$ のとき
$(a, c) = (1, 3), (3, 1)$ で2通り
$ac = 4$ のとき
$(a, c) = (1, 4), (2, 2), (4, 1)$ で3通り
$ac = 5$ のとき
$(a, c) = (1, 5), (5, 1)$ で2通り
$ac = 6$ のとき
$(a, c) = (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)$ で4通り
$ac = 8$ のとき
$(a, c) = (2, 4), (4, 2)$ で2通り
//

(2)
2つの解が有理数解であるためには，
$b^2 - 4ac$ が平方数である必要がある。

ac		平方数となる b	何通り．
1	b^2-4	なし	0
2	b^2-8	3，	2
3	b^2-12	4	2
4	b^2-16	5	3
5	b^2-20	6	2
6	b^2-24	5	4
8	b^2-32	6	2
計			15

上の表より．求める確率は，

$$\frac{15}{6^3} = \frac{5}{72}$$
//

1つ1つ過不足なく解いていけばよい。