96 △ABC において，以下のものを求めよ．ただし，R は外接円の半径，r は内接円の半径，S は三角形の面積とする．【正弦定理・余弦定理】

(1) $a=4\sqrt{3}, A=150^\circ$ のとき，R

正弦定理より

$$2R=\frac{a}{\sin A}$$

$$=\frac{4\sqrt{3}}{\frac{1}{2}}$$

$$2R=8\sqrt{3}$$

$$\therefore R=4\sqrt{3}$$

(2) $a=6, R=6$ のとき，A

正弦定理より

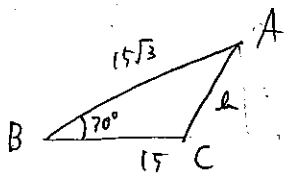
$$2R=\frac{a}{\sin A}$$

$$2\cdot 6=\frac{6}{\sin A}$$

$$\sin A=\frac{1}{2}$$

$$\therefore A=30^\circ, 150^\circ$$

(3) $a=15, c=15\sqrt{3}, B=30^\circ$ のとき，C



余弦定理より

$$b^2=(15\sqrt{3})^2+15^2-2\cdot 15\sqrt{3}\cdot 15\cdot\cos 30^\circ$$

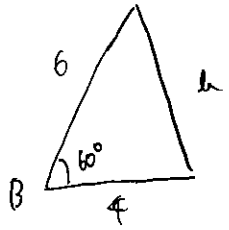
$$=15^2\left(3+1-3\right)=15^2$$

$$\therefore b=15$$

i.e. △ABC は二等辺三角形．

$$\therefore C=120^\circ$$

(4) $a=6, c=4, B=60^\circ$ のとき，b



余弦定理より．

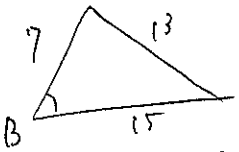
$$b^2=6^2+4^2-2\cdot 4\cdot 6\cdot\cos 60^\circ$$

$$=36+16-24$$

$$=52-24=28$$

よって $b=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

(5) $a=7, b=13, c=15$ のとき, B



余弦定理より

$13^2 = 7^2 + 15^2 - 2\cdot 7\cdot 15\cdot \cos B$

$169 = 49 + 225 - 2\cdot 7\cdot 15\cdot \cos B$

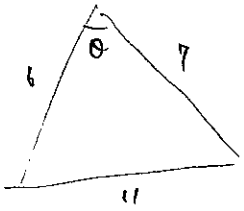
$120 - 225 = -2\cdot 7\cdot 15\cdot \cos B$

$-105 = -2\cdot 7\cdot 15\cdot \cos B$

$\cos B = \frac{1}{2}$

$\therefore B = 60^\circ$

(6) $a=6, b=7, c=11$ のとき, S



余弦定理より

$11^2 = 6^2 + 7^2 - 2\cdot 6\cdot 7\cdot \cos\theta$

$121 = 36 + 49 - 2\cdot 6\cdot 7\cdot \cos\theta$

$36 = -2\cdot 6\cdot 7\cdot \cos\theta$

$\cos\theta = -\frac{3}{7}$

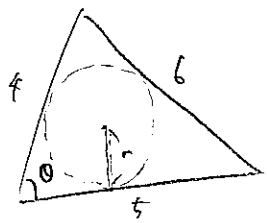
$\sin\theta = \frac{2\sqrt{10}}{7}$

$\therefore S = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 7\cdot \sin\theta$

$= \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 7\cdot \frac{2\sqrt{10}}{7}$

$= 6\sqrt{10}$

(7) $a=6, b=5, c=4$ のとき, r



余弦定理より

$6^2 = 4^2 + 5^2 - 2\cdot 4\cdot 5\cdot \cos\theta$

$\cos\theta = \frac{1}{8}$

$\sin\theta = \frac{\sqrt{63}}{8}$

$\therefore S = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\cdot \frac{\sqrt{63}}{8}$

$= \frac{5}{4}\sqrt{63}$.

また,

$S = \frac{1}{2}r(4+5+6)$

$= \frac{15}{2}r$ より,

$\frac{5}{4}\sqrt{63} = \frac{15}{2}r$

$r = \frac{\sqrt{7}}{6}$