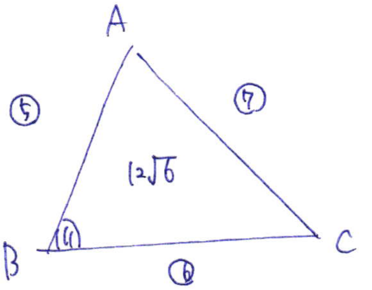
50 △ABC の面積が $12\sqrt{6}$ であり，その辺の長さの比は AB : BC : CA = 5 : 6 : 7 である．このとき，sin∠ABC の値を求めよ．

また，△ABC の内接円の半径を求めよ．



(1) AB : BC : CA = 5 : 6 : 7 より

実数 $k(>0)$ を用いて

AB = $5k$, BC = $6k$, CA = $7k$ とおく.

△ABCで余弦定理より.

$(7k)^2 = (5k)^2 + (6k)^2 - 2\cdot 5k\cdot 6k\cdot \cos\angle B$.

$49 = 25 + 36 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot \cos\angle B$

$-\cancel{12} = -\cancel{2}\cdot 5\cdot \cancel{6}\cdot \cos\angle B$

$\cos\angle B = \frac{1}{5}$

よって, $0 < \angle B < \pi$ より

$\sin\angle B > 0$

$\therefore\ \sin\angle B = \frac{\sqrt{24}}{5} = \underline{\frac{2\sqrt{6}}{5}}$ //

(2) まず, kの値を求める。

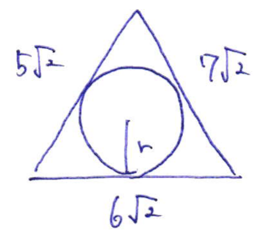
$S = \frac{1}{2}$ AB・BC・$\sin\angle B$ より

$\cancel{12}^{2}\cancel{\sqrt{6}} = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot 5k\cdot 6k\cdot \frac{\cancel{2\sqrt{6}}}{\cancel{5}}$

$2 = k^2$

$\therefore\ k = \sqrt{2}$

内接円の半径を r とおく.



$S = \frac{1}{2}r\cdot 5\sqrt{2} + \frac{1}{2}r\cdot 6\sqrt{2} + \frac{1}{2}r\cdot 7\sqrt{2}$

$= \frac{1}{2}r\,(5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 7\sqrt{2})$

$= \frac{1}{\cancel{2}}r\cdot \cancel{18}\sqrt{2} = 9\sqrt{2}\cdot r$

よって $S = 12\sqrt{6}$ より

$12\sqrt{6} = 9\sqrt{2}\,r$

$r = \frac{12\sqrt{6}}{9\sqrt{2}}$

$= \underline{\frac{4\sqrt{3}}{3}}$ //

1つずつ丁寧に。

内接円の半径と面積の関係はおさえておく!!