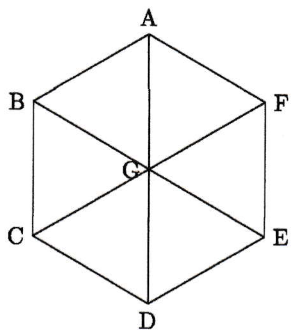
7.8 問題

図のような正六角形 ABCDEF において，点 G を向かい合う対角線の交点とする．この 7 点のうち，3 点を無作為に選んでできる図形について考える．



以下の問いに答えよ．

(1) 三角形ができない確率を求めよ．

(2) 1 辺が 1 の正三角形ができる確率を求めよ．

(3) 直角三角形ができる確率を求めよ．

(4) できる図形の面積の期待値を求めよ．ただし，三角形ができなかった場合の面積は 0 とする．

(1) 直線になった場合のみ、三角形ができない。

このような3点の選び方は

A−G−D，B−G−E，C−G−F

の3とおり。

また、全体は ${}_7C_3 = 35$ とおり。

$$\therefore P = \frac{3}{35}$$

(2) 1辺が1の正三角形は、

・A−G−B

・B−G−C

⋮

・F−G−A　の6とおり

$$\therefore P = \frac{6}{35}$$

(3) 直角三角形は

A−D − B, C, E, F　4とおり

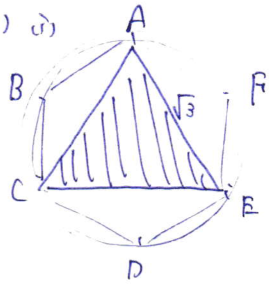
B−E　4とおり

C−F　4とおり

∴ $4 \times 3 = 12$ とおり．

$$\therefore P = \frac{12}{35}$$

(4) i)



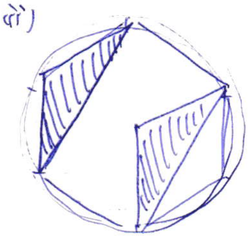
1辺が$\sqrt{3}$の正三角形は、2とおり。

面積は $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ$

$= \frac{1}{2}\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}\sqrt{3}$

確率は $\frac{2}{35}$

ii)



二等辺三角形ができる場合．

12とおり．

面積は $\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot\sin 120^\circ$

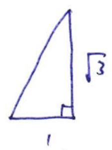
$= \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

確率は $\frac{12}{35}$

また、1辺が1の正三角形の面積は

$\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

直角三角形は



$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

よって期待値は

$$E = \frac{3}{35}\cdot 0 + \frac{6}{35}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{12}{35}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{35}\cdot\frac{3}{4}\sqrt{3} + \frac{12}{35}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{1}{35\cdot 4}(6\sqrt{3} + 24\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + 12\sqrt{3})$$

$$= \frac{48\sqrt{3}}{35\cdot 4} = \frac{12}{35}\sqrt{3}$$