

4 分数式

定義

以下のように、 $\frac{\text{多項式}}{\text{文字を含む多項式}}$ の形で表されるものを、分数式という。

$$\frac{2}{x-1}, \frac{2x-1}{x^2+1}, \dots$$

注) 与えられた分数式の分母は 0 ではない。

また、それ以上約分できない分数式を、既約分数式という。

例題

以下の分数式を、既約分数式にせよ。

$$(1) \frac{2a^2b}{2ab^2}$$

$$= \frac{a}{b}$$

$$(2) \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x+3)}$$

$$= \frac{x+2}{x+3}$$

$$(3) \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$$

$$= \frac{(x+3)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x+3}{x+2}$$

4.1 例題

計算せよ。

$$(1) \frac{x+1}{x+2} \times \frac{x+2}{x+3}$$

$$= \frac{x+1}{x+3}$$

$$(2) \frac{x+1}{x+3} \div \frac{x+4}{x+3}$$

$$= \frac{x+1}{x+3} \times \frac{x+3}{x+4}$$

$$= \frac{x+1}{x+4}$$

$$(3) \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+4}{x+2}$$

$$= \frac{x+1+x+4}{x+2}$$

$$= \frac{2x+5}{x+2}$$

$$(4) \frac{2x+1}{x+2} - \frac{x+4}{x+2}$$

$$= \frac{2x+1-(x+4)}{x+2}$$

$$= \frac{x-3}{x+2}$$

$$(5) \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+4}{x+1}$$

$$= \frac{(x+1)(x+1) + (x+4)(x+2)}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{x^2+2x+1+x^2+6x+8}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{2x^2+8x+9}{(x+1)(x+2)}$$

4.2 問題

(1) $\frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}}$ を簡単にせよ.

$$= \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{3} + \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{\cancel{3}}}{\frac{4}{\cancel{3}}} = \frac{1}{4} \quad \#$$

(2) $\frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}}$ を簡単にせよ.

$$= \frac{\frac{1}{x}}{\frac{x}{x} + \frac{1}{x}}$$

$$= \frac{\frac{1}{\cancel{x}}}{\frac{x+1}{\cancel{x}}} = \frac{1}{x+1} \quad *$$

(3) $\frac{\frac{1}{x-1}}{1 + \frac{1}{x-1}}$ を簡単にせよ.

$$= \frac{\frac{1}{x-1}}{\frac{x-1}{x-1} + \frac{1}{x-1}}$$

$$= \frac{\frac{1}{\cancel{x-1}}}{\frac{\cancel{x-1}+1}{\cancel{x-1}}} = \frac{1}{x} \quad \#$$

(4) $\frac{\frac{1}{x+1}}{1 + \frac{1}{x-1}}$ を簡単にせよ.

$$= \frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{x-1}{x-1} + \frac{1}{x-1}}$$

$$= \frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{x}{x-1}}$$

$$= \frac{1}{x+1} \div \frac{x}{x-1}$$

$$= \frac{1}{x+1} \times \frac{x-1}{x}$$

$$= \frac{x-1}{x(x+1)} \quad \#$$

(5) $A = \frac{1}{x} + 1, B = \frac{1}{x} - x$ のとき, $\frac{A}{B}$ を簡単にせよ.

$$\frac{A}{B} = \frac{\frac{1}{x} + 1}{\frac{1}{x} - x}$$

$$= \frac{\frac{1+x}{x}}{\frac{1-x^2}{x}}$$

$$= \frac{1+x}{1-x^2}$$

$$= \frac{\cancel{1+x} \cancel{x}}{(1-x)(\cancel{1+x} \cancel{x})}$$

$$= \frac{1}{1-x} \quad \#$$