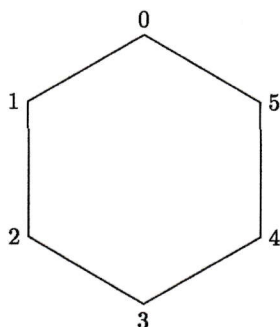


7.7 問題

0を始点として、下のような正六角形の周上を動く点Pがある。



サイコロを投げて動き方を以下の通り決め、操作終了後の点Pの位置を得点とする。

- 3の倍数が出た場合、反時計まわりに+2
- それ以外の場合、反時計まわりに+1

- (1) 3回の操作後に、得点が0である確率を求めよ。
- (2) 3回の操作後に、得点が4以上である確率を求めよ。
- (3) 3回の操作後の得点の期待値を求めよ。
- (4) 3回の操作を行う。1回の操作ごとに得点を記録し、それを X_1, X_2, X_3 とする。 $S = X_1 + X_2 + X_3$ とするとき、 S の期待値を求めよ。

(1) 3回後は0にいるには、

(+2) だけ3回。

i.e. 3の倍数だけ3回出る。

$$\therefore P = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

(2) 4点 or 5点の場合、

① 得点が4点の場合。

(+2) だけ1回, (+1) だけ2回。

i.e. 3の倍数 ... 1回。

それ以外 ... 2回。

$$\therefore P = \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times C_1 = \frac{4}{9}$$

② 5点の場合。

(+2) だけ2回, (+1) だけ1回。

i.e. 3の倍数 2回

それ以外 1回。

$$\therefore P = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right) \times C_2 = \frac{2}{9}$$

③ ②より

$$P = \frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

(3) 3回の操作後、1, 2 点の場合にはPは存在しない。

3点 点の場合。

3の倍数以外 3回

$$\therefore P = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

これは②の結果より。

$$E = 0 \times \frac{1}{27} + 3 \times \frac{8}{27} + 4 \times \frac{12}{27} + 5 \times \frac{6}{27}$$

$$= \frac{1}{27} (24 + 48 + 30)$$

$$= \frac{102}{27} = \frac{34}{9}$$

(4)

X_1	X_2	X_3	確率	S
1	2	3	$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$	6
	2	4	$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{27}$	7
	3	4	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{27}$	8
	3	5	$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{27}$	9
2	3	4	$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{27}$	9
	3	5	$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{27}$	10
	4	5	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{27}$	11
	4	0	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$	6

上の表より

$$E = \frac{1}{27} (48 + 28 + 32 + 18 + 36 + 20 + 22 + 6)$$

$$= \frac{1}{27} \times 210$$

$$= \frac{70}{9}$$