4 以下の問いに答えよ.【★★】

(1) $f(x)=ax^2+bx+2$ が, $f(2)=4, f(3)=17$ を満たすとき, 定数 a, b の値を求めよ.

$f(2)=4$ より

$4a+2b+2=4$

$2a+b-1=0$ …①

$f(3)=17$ より

$9a+3b+2=17$

$3a+b-5=0$ …②

①. ②より

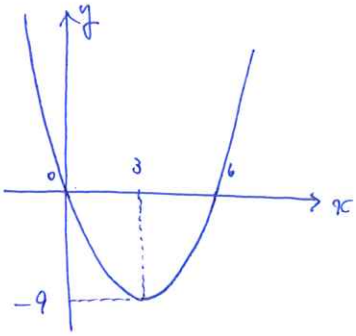
$a=4.\ b=-7$

(2) $y=x^2-6x$ について, 頂点の座標を求めて, グラフを描け.

$y=x^2-6x$

$=(x-3)^2-9.$

頂 $(3, -9)$



(3) $y=\dfrac{1}{2}x^2+x+\dfrac{3}{2}$ について, 頂点の座標を求めて, グラフを描け.

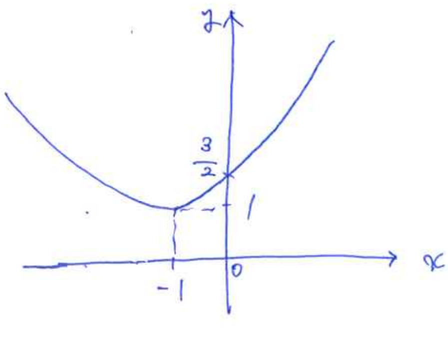
$y=\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}$

$=\frac{1}{2}(x^2+2x)+\frac{3}{2}$

$=\frac{1}{2}\{(x+1)^2-1\}+\frac{3}{2}$

$=\frac{1}{2}(x+1)^2+1.$

頂 $(-1, 1).$



(4) 放物線 $y=-3x^2+4x+7$ を平行移動したもので, 2 点 $(1,1), (2,-8)$ を通る放物線の方程式を求めよ.

平行移動後の放物線を $y=-3x^2+ax+b$ とおく.

$(1,1)$ を通るので.

$1=-3+a+b.$

$a+b=4$ …①

$(2,-8)$ を通るので

$-8=-12+2a+b.$

$2a+b=4$ …②

①, ②より

$\begin{cases} a+b=4 \\ 2a+b=4 \end{cases}$

$a=0.\ b=4$

∴ 求める方程式は

$y=-3x^2+4$

(5) 3 点 $(-1,1), (1,7), (2,-5)$ を通る放物線の方程式を求めよ.

求める放物線を $y=ax^2+bx+c$ とおく.

$(-1,1)$ を通るので.

$1=a-b+c$ …①

$(1,7)$ を通るので

$7=a+b+c$ …②

$(2,-5)$ を通るので

$-5=4a+2b+c$ …③.

①, ②から.

$8=2a+2c.$ $a+c=4$ …④

①, ③から.

$-3=6a+3c.$ $2a+c=-1$ …⑤

④, ⑤から.

$a=-5.\ c=9.$

①より

$b=3.$

よって 求める放物線は

$y=-5x^2+3x+9.$