

## 2年生に向けた Step Up

1年\_\_\_\_組 氏名\_\_\_\_\_

2年\_\_\_\_組 氏名\_\_\_\_\_

## 実施記録

題問	実施日	コメント等	題問	実施日	コメント等
1	/		26	/	
2	/		27	/	
3	/		28	/	
4	/		29	/	
5	/		30	/	
6	/		31	/	
7	/		32	/	
8	/		33	/	
9	/		34	/	
10	/		35	/	
11	/		36	/	
12	/		37	/	
13	/		38	/	
14	/		39	/	
15	/		40	/	
16	/		41	/	
17	/		42	/	
18	/		43	/	
19	/		44	/	
20	/		45	/	
21	/		46	/	
22	/		47	/	
23	/		48	/	
24	/		49	/	
25	/		50	/	

数学力をつけるには「とにかく考えること」が重要である。今までに学んだ知識を使って試行錯誤を繰り返し、失敗と成功を繰り返すことが数学の学びでは大切である。答えは、QRコードを読み取れば確認できるが、安易に解答を見るのではなく、いろいろな試行錯誤をおこなった上で解答を確認してほしい。



**1** 以下の問いに答えよ. 【★】

(1)  $A = a^2 - a + 1, B = 2a^2 + a, C = 2a - 1$  のとき,  
 $(2B - 3C) - 3(A - C)$  を計算せよ.

(2)  $(x - y)^2(x + y)^2$  を展開せよ.

(3)  $12x^2 - xy - 6y^2$  を因数分解せよ.

(4)  $|-5| + ||3| - |-6||$  の値を求めよ.

(5)  $\frac{1}{3 + \sqrt{3}} + \frac{1}{3 - \sqrt{3}}$  を計算せよ.

(6) 不等式  $\frac{2 - 5x}{2} + 3 \geq \frac{7x - 4}{3}$  を解け.

(7) 方程式  $|2x + 1| = 3$  を解け.

(8)  $\sqrt{5}$  の整数部分を  $a$ , 小数部分を  $b$  とする.  $\frac{1}{b} - \frac{1}{a + b}$   
の値を求めよ.

**2** 以下の問いに答えよ. 【★★】

(1)  $x = \sqrt{3} - 1$  のとき,  $y = |x - 1| + |x + 1|$  の値を求めよ.

(2)  $x = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$  のとき,  $x^2 - x + 1$  の値を求めよ.

(3)  $x = \sqrt{2} + 1$  のとき,  $\frac{1}{x^3} + x^3$  の値を求めよ.

(4) 不等式  $1 \leq |x + 1| \leq 4$  を解け.

(5) 連立不等式 
$$\begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \geq \frac{5}{6} + \frac{1}{2}x \\ 1.4x - 0.8 < 2.6 - \left(\frac{1}{5} - 0.6x\right) \end{cases}$$

**3** 以下の問いに実数範囲で答えよ。【★★】

(1)  $x^2 - 3x - y^2 - y - 2$  を因数分解せよ。

(2)  $x^2 + xy - 2y^2 - 4x + y + 3$  を因数分解せよ。

(3)  $bc(b - c) + ca(c - a) + ab(a - b)$  を因数分解せよ。

(4)  $x^4 - x^2 - 12$  を因数分解せよ。

(5)  $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 48$  を因数分解せよ。

(6)  $a^4 - b^4 - a^2 + b^2$  を因数分解せよ。

4 以下の問いに答えよ. 【★★】

(1)  $f(x) = ax^2 + bx + 2$  が,  $f(2) = 4, f(3) = 17$  を満たすとき, 定数  $a, b$  の値を求めよ.

(2)  $y = x^2 - 6x$  について, 頂点の座標を求めて, グラフを描け.

(3)  $y = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$  について, 頂点の座標を求めて, グラフを描け.

(4) 放物線  $y = -3x^2 + 4x + 7$  を平行移動したもので, 2 点  $(1, 1), (2, -8)$  を通る放物線の方程式を求めよ.

(5) 3 点  $(-1, 1), (1, 7), (2, -5)$  を通る放物線の方程式を求めよ.

**5** 以下の方程式, 不等式を解け. ただし, 2 次方程式は実数範囲で解くこと. 【★★】

(1)  $x^2 + 9x + 20 = 0$

(2)  $4x^2 - 4x - 3 = 0$

(3)  $3x^2 - 3x - 4 = 0$

(4)  $3(x - 2)(x + 5) = x^2 + 4x - 25$

(5)  $x^4 - 1 = 0$

(6)  $x^3 + 1 = 0$

(7)  $x^2 + 4x - 12 < 0$

(8)  $x^2 - x - 12 \geq 0$

(9)  $2x^2 - 3x + 2 < 0$

(10)  $25x^2 - 40x + 16 > 0$

**6** 2 次方程式が ( ) 内の条件を満たすように, 定数  $k$  の値,  
またはその範囲を求めよ. 【★★】

(1)  $x^2 - 4x + k = 0$  (異なる 2 つの実数解を持つ)

(2)  $-2x^2 + 3x - k = 0$  (実数解を持たない)

(3)  $3x^2 - kx - k = 0$  (重解解を持つ)

(4)  $x^2 - kx + 1 = 0$  (異なる 2 つの虚数解を持つ)



**7** 以下の問いに答えよ. 【★★★】

(1)  $y = x^2 - px + 8 - p$  と  $x$  軸の共有点の個数は,  $p$  の値によってどのように変わるか調べよ.

(2) 2 次不等式  $x^2 - 2(m-1)x + 4m + 9 > 0$  の解が全ての実数になるように, 定数  $m$  の値の範囲を求めよ.

8 以下の問いに答えよ. 【★★】

(1) 放物線  $y = x^2 - 5x + 7$  と直線  $y = -x + k$  が異なる 2 つの共有点をもつとき, 定数  $k$  の値の範囲を求めよ.

(2) 放物線  $y = x^2 - 5x + 7$  と直線  $y = -x + k$  が接するとき, 定数  $k$  の値を求めよ.

(3) 放物線  $y = x^2 - x$  と直線  $y = mx - 1$  が共有点をもつように, 定数  $m$  の値の範囲を求めよ.

(4) 放物線  $y = x^2 - 2x + 2$  と, 直線  $y = m(x - 1)$  の共有点の個数は,  $m$  の値によってどのように変わるか調べよ.

9 以下の問いに答えよ. 【★★】

- (1) 2 次関数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  が以下の条件を満たすように, 定数  $a, b, c$  の値を定めよ.

$$f(1) = f(-1), \quad f(2) = 2f(1), \quad f(0) = 2$$

- (2) 2 次関数  $y = -x^2 - 6x + 7$  のグラフは, 2 次関数  $y = -x^2 + 4x - 5$  のグラフをどのように平行移動したものか.

- (3)  $y = 2x^2$  を平行移動して, 頂点が  $y = 2x - 3$  上にくるようにすると, この放物線は点  $(2, 1)$  を通った. この放物線の方程式を求めよ.

**10** 以下の問いに答えよ. 【★★★】

(1)  $2 \leq x \leq 4, -3 < y \leq 1$  のとき,  $2x - 3y$  のとりうる値の範囲にある整数値の個数を求めよ.

(2) 2 次不等式  $x^2 - (1 + a)x + a < 0$  を満たす整数  $x$  の値が 2 だけとなるように, 定数  $a$  の値の範囲を定めよ.

(3) 2 次方程式  $x^2 + ax + a^2 - 4 = 0$  が異符号の解をもつように,  $a$  の値の範囲を定めよ.

(4) 2 つの 2 次方程式  $x^2 - 4ax - 4a + 3 = 0, x^2 + (a - 1)x + a^2 = 0$  のうち, 少なくとも一方が実数の解をもつように, 定数  $a$  の値の範囲を定めよ.

**11** 以下の問いに答えよ. 【★★】

(1)  $x = -1$  のとき最大値 5 をとり, グラフが点  $(-2, 4)$  を通るような 2 次関数を求めよ.

(2) 2 次関数  $y = -x^2 + ax + a$  の最大値が 3 となるように, 定数  $a$  の値を定めよ.

(3) 2 次関数  $y = x^2 - 3x + c$  ( $1 \leq x \leq 4$ ) の最大値が 5 であるように, 定数  $c$  の値を定めよ. また, そのときの最小値を求めよ.

(4) 2 次関数  $f(x) = ax^2 - ax + b$  ( $a < 0$ ) の  $-1 \leq x \leq 2$  における最大値が 3, 最小値が  $-22$  であるとき, 定数  $a, b$  の値を求めよ.

**12** 以下の問いに答えよ. 【★★★】

- (1)  $a$  を定数とする. 2 次関数  $y = x^2 - 4x + 2$  の  $0 \leq x \leq a$  における最大値, 最小値と, それらを与える  $x$  の値を求めよ.

- (2)  $a$  を定数とする. 2 次関数  $y = x^2 - 2ax + 2$  の  $0 \leq x \leq 3$  における最大値, 最小値と, それらを与える  $x$  の値を求めよ.

**13** 以下の問いに答えよ. 【★★★】

(1)  $y = -(x^2 - 2x)^2 + 2(x^2 - 2x)$  の最大値とそのときの  $x$  の値を求めよ.

(2)  $y = -x^2 + 2ax - 3a^2 + 2a + 4$  について, 最大値  $M$  を  $a$  で表せ. また,  $M$  の最大値とそのときの  $a$  の値を求めよ.

**14** 以下の問いに答えよ. 【★★★】

(1)  $x, y$  が  $x \geq 0, y \geq 0, x + 2y = 4$  を満たすとき,  
 $x^2 + 4y^2$  の最大値と最小値を求めよ.

(2) 放物線  $y = -x^2 + 16$  と  $x$  軸で囲まれる図形に内接する長方形 ABCD について, 周の長さの最大値を求めよ.



**15** 以下の問いに答えよ. 【★★★】

(1) 関数  $f(x) = |x(x+2)|$  について,  $f(x) = 1$  を満たす  $x$  の値を全て求めよ.

(2)  $|x-1| + |x+3| \leq 5$  を解け.

**16**  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする. 以下の問いに答えよ. 【★★】

(1)  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  のとき,  $\cos \theta, \tan \theta$  の値を求めよ.

(3)  $\tan \theta = 3$  のとき,  $\sin \theta, \cos \theta$  の値を求めよ.

(2)  $\cos \theta = \frac{1}{4}$  のとき,  $\sin \theta, \tan \theta$  の値を求めよ.

(4) 直線  $y = x$  と直線  $y = -\sqrt{3}x$  のなす鋭角  $\theta$  を求めよ.

**17**  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする. 以下の問いに答えよ. 【★★】

(1)  $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ.

(2)  $\cos \theta = \frac{1}{2}$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ.

(3)  $\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ.

(4)  $\tan \theta = \sqrt{3}$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ.

(5)  $\sin \theta < \frac{1}{\sqrt{2}}$  を満たす  $\theta$  の値の範囲を求めよ.

(6)  $\sin \theta \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$  を満たす  $\theta$  の値の範囲を求めよ.

(7)  $\cos \theta \leq -\frac{1}{2}$  を満たす  $\theta$  の値の範囲を求めよ.

(8)  $\tan \theta < 1$  を満たす  $\theta$  の値の範囲を求めよ.

**18**  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする. 以下の等式を満たす  $\theta$  の値を求めよ. 【★★】

(1)  $2 \cos^2 \theta + \cos \theta = 0$

(3)  $2 - 2 \sin \theta - 2 \cos^2 \theta = 0$

(2)  $2 \sin^2 \theta + \sin \theta - 1 = 0$

**19**  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする. 以下の問いに答えよ. 【★★★】

(1)  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$  のとき,  $\sin \theta \cos \theta$  の値を求めよ.

(3)  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$  のとき,  $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$  の値を求めよ.

(2)  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$  のとき,  $(\sin \theta - \cos \theta)^2$  の値を求めよ.

**20**  $y = \cos^2 \theta - \sin \theta + 1$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ ) について, 以下の問いに答えよ. 【\*\*\*】

(1)  $x = \sin \theta$  において,  $y$  を  $x$  の関数で表せ.

(2)  $y$  の最大値, 最小値と, そのときの  $\theta$  の値を求めよ.

**21**  $\triangle ABC$  において、次のものを求めよ. 【★】

(1)  $a = 5, A = 30^\circ, B = 45^\circ$  のとき,  $b$  および外接円の半径  $R$ .

(2)  $a = 10\sqrt{3}$ , 外接円の半径  $R = 10$  のとき,  $A$ .

(3)  $a = 5, b = 8, C = 60^\circ$  のとき,  $\cos B$

(4)  $a = \sqrt{2}, c = 1 + \sqrt{3}, B = 45^\circ$  のとき,  $b, A$

(5)  $a = \sqrt{3} - 1, b = \sqrt{6}, c = 2$  のとき,  $A, B$

(6)  $a : b : c = 7 : 5 : 8$  のとき,  $A$

**22** 次のような  $\triangle ABC$  の面積を求めよ. 【★】

(1)  $b = 3, a = 4, C = 30^\circ$

(2)  $a = \sqrt{2}, c = 3, B = 135^\circ$

(3)  $c = 8, b = 6, A = 120^\circ$

(4)  $a = b = 3, c = 4$

(5)  $a = 2\sqrt{2}, b = \sqrt{3} + 1, c = \sqrt{3} - 1$



**23** 以下の問いに答えよ. 【★★★】

(1) 円に内接する四角形  $ABCD$  において,  $AB=3$ ,  $BC=8$ ,  $CD=5$ ,  $\angle BCD=60^\circ$  のとき, 四角形  $ABCD$  の面積を求めよ.

(2)  $\triangle ABC$  において,  $AB=4$ ,  $BC=8$ ,  $CA=6$  のとき, 内接円の半径  $r$  を求めよ.

- 24**  $\triangle ABC$  において、 $\frac{\sin A}{7} = \frac{\sin B}{5} = \frac{\sin C}{3}$  のとき、以下の問いに答えよ。【★★】
- (1)  $A$  を求めよ。

- (2)  $\triangle ABC$  が半径 6 の円に内接するとき、この三角形の面積を求めよ。

**25** 2 個のサイコロを同時に投げるとき, 以下の問いに答えよ. 【★★】

(1) 目の和が 3 の倍数になる確率を求めよ.

(2) 目の積が 3 の倍数になる確率を求めよ.

(3) 目の差が 3 になる確率を求めよ.

(4) 目の最大値が 5 になる確率を求めよ.

(5) 目の最小値が 2 になる確率を求めよ.

(6) 目の積も目の和も 3 の倍数になる確率を求めよ.

**26** あたりが 3 本入った計 10 本のくじがある。以下の問いに答えよ。【★★】

(1) A, B, C の 3 人が順にくじを引く。A のみが当たる確率を求めよ。ただし、引いたくじは戻さないとする。

(2) A, B, C の 3 人が順にくじを引く。全員が当たる確率を求めよ。ただし、引いたくじは戻さないとする。

(3) A, B, C の 3 人が順にくじを引く。C が当たる確率を求めよ。ただし、引いたくじは戻さないとする。

(4) A, B, C の 3 人が順にくじを引く。C が当たる確率を求めよ。ただし、引いたくじは戻すものとする。

(5) 3 人が順にくじを引く。引いたくじをもとに戻す場合、何番目に引けば一番当たりやすいか。

(6) 3 人が順にくじを引く。引いたくじをもとに戻さない場合、何番目に引けば一番当たりやすいか。

**27** 白 5 個, 赤 3 個, 青 2 個の計 10 個の玉が入った袋から,  
同時に 3 個の球を取り出す. 以下の問いに答えよ. 【★★】

(1) 全て白である確率を求めよ.

(2) 全て赤である確率を求めよ.

(3) 全て異なる色である確率を求めよ.

(4) 少なくとも 1 つ白が含まれる確率を求めよ.

(5) 白と赤が少なくとも 1 つずつ含まれる確率を求めよ.

**28** サイコロを 4 回投げる. 以下の問いに答えよ. 【★★】

(1) 4 回とも 1 である確率を求めよ.

(2) 3 回だけ 1 が出る確率を求めよ.

(3) 少なくとも 1 回 1 が出る確率を求めよ.

(4) 4 回とも同じ目が出る確率を求めよ.

(5) 出た目の和が奇数になる確率.

**29** 原点を出発し、数直線上を動く点  $P$  について、コインを  
投げて表のときは  $+2$ 、裏のときは  $-1$  動く。【★★★】

(1) 3 回投げて原点に戻ってくる確率を求めよ。

(2) 3 回投げて  $P$  の座標が 3 である確率を求めよ。

(3) 5 回投げて  $P$  の座標が 3 である確率を求めよ。

(4) 5 回投げたときの  $P$  の座標の期待値を求めよ。

**30** A と B と C がジャンケンを行う。あいこの場合は、勝者なしと判定する。以下の問いに答えよ。【★★★】

(1) 1 回ジャンケンを行い、決着がつかない確率を求めよ。

(2) 1 回ジャンケンを行い、A のみが勝つ確率を求めよ。

(3) 1 回ジャンケンを行い、A が勝つ確率を求めよ。

(4) 3 回ジャンケンを行い、A が 3 勝する確率を求めよ。

(5) 先に 2 勝すればこのゲームを終了する。3 回目に A のみが勝利し、ゲームが終了する確率を求めよ。



**31** 以下の問いに答えよ. 【★★】

(1) 3 次方程式  $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$  の 1 つの解が  $1+i$  であるとき, 定数  $a, b$  の値と, 他の解を全て求めよ.

(2) 3 次方程式  $x^3 + 1 = 0$  の虚数解の 1 つを  $\omega$  とする.  
 $\omega^2 - \omega + 1$  の値を求めよ.

(3) 3 次方程式  $x^3 + 1 = 0$  の虚数解の 1 つを  $\omega$  とする.  
 $\omega^{30} + \omega^{20} - \omega^{10} + 1$  の値を求めよ.

**32** 3点  $A(2, 5)$ ,  $B(-3, -5)$ ,  $C(-5, a)$  について, 以下の問いに答えよ. 【★★】

(1) 2点  $A, B$  を通る直線  $l$  の方程式を求めよ.

(2) 3点  $A, B, C$  が同一直線上にあるように,  $a$  の値を定めよ.

(3) 直線  $l$  と点  $D(1, 0)$  の距離を求めよ.

(4) 三角形  $ABD$  の面積を求めよ.

(5) 放物線  $y = x^2$  と直線  $l$  の共有点の座標を求めよ.

(6) 放物線  $y = x^2$  が直線  $l$  から切り取る線分の長さを求めよ.

**33** 次の円の方程式を求めよ. 【★★】

(1) 中心  $(1, 2)$ , 半径 3 である円

(2) 中心  $(5, -1)$  で, 点  $(-7, 4)$  を通る円

(3) 1 つの直径の両端が  $(-4, 1)$ ,  $(3, -3)$  である.

(4) 3 点  $(0, 3)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(2, -1)$  を通る円

(5) 中心が  $(4, 6)$  で直線  $x - y - 1 = 0$  に接する円

(6) 中心が  $(3, 4)$  で, 円  $x^2 + y^2 = 1$  に外接する円

**34** 以下の問いに答えよ. 【★★】

(1)  $x^2 + y^2 = 25$  上の点  $(4, -3)$  における接線の方程式を求めよ.

(2)  $x^2 + y^2 = 4$  上の点  $(-1, \sqrt{3})$  における接線の方程式を求めよ.

(3)  $x^2 + y^2 = 9$  上の点  $(3, 0)$  における接線の方程式を求めよ.

(4)  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$  上の点  $(5, -1)$  における接線の方程式を求めよ.

(5) 点  $(5, 15)$  を通り, 円  $x^2 + y^2 = 25$  に接する直線の方程式と, その接点を求めよ.

- 35** 円  $C_1 : x^2 + y^2 = 9$ ,  $C_2 : x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$  について, 以下の問いに答えよ. 【\*\*\*】
- (1) 円  $C_1$  と, 直線  $y = kx + 6$  の共有点の個数を調べよ.

(2) 2 つの円  $C_1, C_2$  の位置関係を調べよ.

(3) 2 つの円  $C_1, C_2$  の交点を通る直線の方程式を求めよ.

(4) 2 つの円  $C_1, C_2$  の交点と原点を通る図形の方程式を求めよ.

**36** 2 直線  $l_1 : x + y + 2 = 0, l_2 : 3x + 2y - 4 = 0$  について、以下の問いに答えよ. 【★★★】

(1)  $l_1, l_2$  の交点と点  $(-2, 1)$  を通る直線の方程式を求めよ.

(2)  $l_1, l_2$  の交点を通り、直線  $5x + 3y + 2 = 0$  に垂直な直線の方程式を求めよ.

(3)  $l_1, l_2$  の交点を通り、直線  $5x + 3y + 2 = 0$  に平行な直線の方程式を求めよ.

(4) 直線  $l_1, l_2$  と、 $l_3 : x + 2y + a = 0$  が 1 点で交わるように定数  $a$  の値を定めよ.

(5)  $a$  は、(4) で求めた値とする.  $l_1, l_2, l_3$  のうち、原点との距離が最も離れている直線はどれか.

**37**  $xy$  平面において、曲線  $y = x^2 + 1$  上の点  $P(t, t^2 + 1)$  から直線  $y = x$  に下ろした垂線  $PH$  の長さを  $f(t)$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $t$  の関数  $f(t)$  を求めよ。
- (2)  $f(t)$  の最小値と、そのときの  $t$  を求めよ。
- (3)  $f(t)$  を最小とするような  $P, H$  の座標を求めよ。

**38**  $a, b, c, d$  は実数とする. 以下の不等式を示せ.

$$(1) \frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left( \frac{a + b}{2} \right)^2$$

$$(2) a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$$

$$(3) \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{4} \geq \left( \frac{a + b + c + d}{4} \right)^2$$



**39**  $xy$  平面上の 3 点  $A(4, 4)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(2, -2)$  について, 以下の問いに答えよ.

- (1) 点  $A$  と点  $C$  を通る直線に関して, 点  $B$  と対称な点の座標を答えよ.
- (2) 3 点  $A$ ,  $B$ ,  $C$  を通る円の方程式を  $x$  と  $y$  を用いて表せ.
- (3) 点  $B$  と点  $C$  を通る直線上に点  $D$  がある.  $\triangle ABD$  の面積が  $\triangle ABC$  の面積の  $\frac{1}{2}$  となる点  $D$  の座標を全て求めよ.
- (4) 点  $(1, -1)$  を通り,  $\triangle ABC$  の面積を 2 等分する直線の方程式を  $x$  と  $y$  を用いて表せ.

**40**  $xy$  平面において,  $kx^2 + ky^2 + x - y - 4k + 1 = 0$  ( $k > 0$ ) で表される円  $C$  がある. 以下の問いに答えよ.

(1)  $k$  の値によらず円  $C$  はある 2 点 A, B を通る. その 2 点を求めよ.

(2) 円  $C$  の中心 D と点 E(1, 5) を結ぶ線分 DE の長さが最小になるときの  $k$  の値と, そのときの円  $C$  の半径  $r$  を求めよ.

**41** 実数  $x$  について,  $A = x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 5, B = x^2 + 2x + 2$  とおく. 以下の問いに答えよ.

(1) 整式  $A$  を整式  $B$  で割った商と余りを求めよ.

(2)  $A$  を  $B$  の 2 次式で表せ.

(3) 設問 (2) で求めた式を用いて,  $\frac{A}{B}$  の最小値と, そのときの  $x$  の値を求めよ.

**42** A 君と B 君はそれぞれ、0 から 5 までの数字が 1 つずつ書かれた 6 枚のカードが入った箱を 1 つもっている。2 人は、自分の箱の中から無作為に 3 枚のカードを取り出して得点を競うゲームをする。取り出された 3 枚のカードに 0 が含まれていない場合の得点は 3 枚のカードに書かれた数の平均点とし、0 が含まれている場合は残り 2 枚のカードに書かれた数の合計とする。以下の問いに答えよ。

(1) A 君、B 君の少なくとも一方が 0 を取り出して、しかも双方とも得点が 3 点となる確率を求めよ。

(2) A 君の得点が、B 君よりも多いときの、A 君の得点が整数ではない確率を求めよ。

**43** 1 個のサイコロを 3 回投げて, 以下のルールで各回の得点を決める.

- 1 回目は, 出た目が得点となる.
- 2 回目は, 出た目が 1 回目と同じならば得点は 0, 異なれば出た目が得点となる.
- 3 回目は, 出た目が 1 回目または 2 回目と同じならば得点は 0, どちらも異なれば出た目が得点になる.

3 回の得点の和を総得点とし, 総得点が  $n$  となる確率を  $p_n$  とする.

(1) 総得点  $n$  の最大値, 最小値と, それらの  $n$  に対する確率  $p_n$  を求めよ.

(2)  $p_6$  を求めよ.

44 座標平面上で、 $x$  座標と  $y$  座標が共に整数である点を格子点という。格子点上を次の規則に従って動く点  $P$  を考える。

- 最初に、点  $P$  は原点  $O$  にある。
- 点  $P$  は 1 秒ごとに隣接する格子点に 1 マス移動する。ここで隣接するとは、例えば  $(2, 3)$  に対して  $(1, 3), (3, 3), (2, 2), (2, 4)$  の 4 点のことである。
- 4 点それぞれ、移動する確率は  $\frac{1}{4}$  である。

(1) 点  $P$  が最初から 6 秒後に直線  $y = x$  上にある確率を求めよ。

(2) 点  $P$  が最初から 6 秒後に原点  $O$  にある確率を求めよ。

45 連立方程式 
$$\begin{cases} x^2 = yz + 7 \\ y^2 = zx + 7 \\ z^2 = xy + 7 \end{cases}$$
 を満たす整数の組  $(x, y, z)$  で,  $x \leq y \leq z$  を満たすものを全て求めよ.

**46** A と B の 2 人が次のゲームを行う.

「1 から 18 までの数字が 1 つずつ書かれた 18 個の玉が入った袋がある. 袋から玉を 1 個取り出し, 玉の数字が 3 の倍数ならば A に 2 点を加え, それ以外ならば B に 1 点を与える. 取り出した玉は袋に戻さずに, この試行を繰り返す.」

- (1) 2 点先取した方が勝ちというルールするとき, A が勝つ確率を求めよ.
- (2) 12 点先取した方が勝ちというルールするとき, A が勝つ確率を求めよ.



**47**  $\triangle ABC$  において、 $\angle A$  は直角で、 $\angle B < \angle C$  とし、 $BC = 2$  とする。  $\angle B = \theta$  とおくとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 辺  $AB$ ,  $AC$  の長さ、および  $\triangle ABC$  の面積  $S$  を、 $\theta$  を用いて表せ。
- (2)  $\triangle ABC$  の内接円の半径  $r$  を、 $\theta$  を用いて表せ。
- (3) 辺  $BC$  の垂直二等分線が、内接円  $O$  と接するとき、 $\theta$  と  $r$  の値を求めよ。

48 座標平面上で, 不等式

$$2|x-4|+|y-5|\leq 3, \quad 2\left||x|-4\right|+\left||y|-5\right|\leq 3$$

が表す領域をそれぞれ A, B とする.

- (1) 領域 A を図示せよ.
- (2) 領域 B を図示せよ.
- (3) 領域 B の点  $(x, y)$  で,  $x$  が正の整数,  $y$  は整数であって, 自然数  $p, q$  を用いて  $x^p = y^q$  と表せるものを全て求めよ.

**49** 次のような競技を考える。競技者がサイコロを振る。もし、出た目が気に入ればその目を得点とする。そうでなければ、もう1回サイコロを振って、2つの目の合計を得点とすることができる。ただし、合計が7以上となった場合は得点は0点とする。この取り決めによって、2回目を振ると得点が下がることもあることに注意しよう。

- (1) 競技者が常にサイコロを2回振るとすると、得点の期待値はいくらか。
- (2) 競技者が最初の目が6のときだけ2回目を振らないとすると、得点の期待値はいくらか。
- (3) 得点の期待値を最大にするためには、競技者は最初の目がどの範囲にあるときに2回目を振るとよいか。

**50** サイコロを 3 回投げて出た目を順に  $a, b, c$  とする. これらの数に対して 2 次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0$$

を考える. 以下の問いに答えよ.

- (1) 2 次方程式が異なる 2 つの実数解を持つとき, 積  $ac$  の取りうる値の範囲を求め, 積  $ac$  の各値ごとに可能な  $a$  と  $c$  の組  $(a, c)$  がそれぞれ何通りあるかを求めよ.
- (2) 2 次方程式が異なる 2 つの有理数解をもつ確率を求めよ. ただし, 一般に自然数  $n$  が自然数の 2 乗でなければ  $\sqrt{n}$  は無理数であることを用いてよい.