7.10 問題

「1 段ずつ」「1 段飛ばし」のいずれかで階段を登る．以下の問いに答えよ．

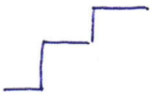
(1) 2 段, 3 段, 4 段の登り方はそれぞれ何通りか.

(2) 15 段を登る方法は何通りあるか.

(3) 連続して「1 段飛ばし」は選択できないとする．このとき 15 段を登る方法は何通りあるか.

(4) 登り方として「2 段飛ばし」を追加する．このとき 15 段を登る方法は何通りあるか.

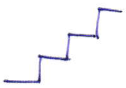
(1) 2段



1 + 1
2

2通り

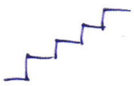
3段



1 + 1 + 1
1 + 2
2 + 1

3通り

4段



1 + 1 + 1 + 1
1 + 1 + 2
1 + 2 + 1
2 + 1 + 1
2 + 2

5通り

(2) 15段登る方法は

1段 +1	1段とばし +2	通り
15	0	1
13	1	$_{14}C_1 = 14$
11	2	$_{13}C_2 = \frac{13 \cdot 12}{2 \cdot 1} = 78$
9	3	$_{12}C_3 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 220$
7	4	$_{11}C_4 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 330$
5	5	$_{10}C_5 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 252$
3	6	$_9C_3 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 84$
1	7	$_8C_1 = 8$

∴ 987通り

(3)
(2)のうち，(15, 0)，(13, 1) の組みあわせは
すべてok． → 15通り．
また，(3, 6)，(1, 7) の組みあわせは どちらも
1段飛ばしが続くのでNG．

・(11, 2) の組．

12コの∧のうち2ヶ所に1段飛ばし．

$$_{12}C_2 = \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1} = 66.$$

・(9, 3) の組．

10コのうち，3ヶ所に1段飛ばし．

$$_{10}C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120.$$

・(7, 4) の組．

8コのうち，4ヶ所に1段飛ばし．

$$_8C_4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70$$

・(5, 5) の組．

6コのうち，5ヶ所に1段飛ばし

6通り．

∴ 15 + 66 + 120 + 70 + 6 = 277通り

(4) 2段飛ばし 0のパターンは (2) の場合．
1コ以上のパターンは．

2段 +3	1段とばし +2	1段 +1		
1	0	12	→ 13	2285
	1	10	→ 12・11 = 132	
	2	8	→ $11 \cdot {}_{10}C_2 = 495$	
	3	6	→ $10 \cdot {}_9C_3 = 840$	
	4	4	→ $9 \cdot {}_8C_4 = 630$	
	5	2	→ $8 \cdot {}_7C_2 = 168$	
	6	0	→ 7	
2	0	9	→ $_{11}C_2 = 55$	3325
	1	7	→ $_{11}C_2 \cdot 8 = 440$	
	2	5	→ $_{11}C_2 \cdot {}_7C_2 = 1155$	
	3	3	→ $_{11}C_2 \cdot {}_6C_3 = 1100$	
	4	1	→ $_{11}C_2 \cdot {}_5C_1 = 575$	
3	0	6	→ $_9C_3 = 84$	1092
	1	4	→ $_9C_3 \cdot {}_5C_1 = 420$	
	2	2	→ $_9C_3 \cdot {}_4C_2 = 504$	
	3	0	→ $_9C_3 = 84$	
4	0	3	→ $_7C_3 = 35$	105
	1	1	→ $_7C_3 \cdot 2 = 70$	
5	0	0	→ 1	1

∴ 6808通り