

10 以下の問いに答えよ。【***】

- (1) $2 \leq x \leq 4, -3 < y \leq 1$ のとき, $2x - 3y$ のとりうる値の範囲にある整数値の個数を求めよ。

$$2 \leq x \leq 4 \quad -3 < y \leq 1$$

$$4 \leq 2x \leq 8 \quad -3 \leq -3y < 9$$

$$\text{よって } 1 \leq 2x - 3y < 17$$

とりうる値の整数値は

$$1, 2, \dots, 16$$

$$\therefore 16 \text{ 個}$$

- (2) 2次不等式 $x^2 - (1+a)x + a < 0$ を満たす整数 x の値が2だけとなるように, 定数 a の値の範囲を定めよ。

$$x^2 - (1+a)x + a < 0$$

$$(x-1)(x-a) < 0$$

$$\text{a) } a < 1 \text{ のとき}$$



$$\text{a) } 1 < a \text{ のとき}$$



$$a < x < 1 \text{ の範囲内に2個の整数値がある。}$$

$$1 < x < a$$

$$2 \text{ 個の範囲内の整数値}$$

$$\text{不足している。}$$

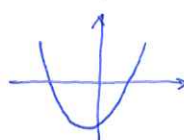
$$2 < a \leq 3$$

- (3) 2次方程式 $x^2 + ax + a^2 - 4 = 0$ が異符号の解をもつように, a の値の範囲を定めよ。

$$x^2 + ax + a^2 - 4 = 0 \text{ の解は}$$

$$y = x^2 + ax + a^2 - 4 \text{ の } x \text{ 軸との交点の } x \text{ 座標。}$$

2つの解が異符号になるには



左図の如く, $x=0$ のときの y の値が

負になる必要がある。

$$\text{i.e. } a^2 - 4 < 0$$

$$(a-2)(a+2) < 0$$

$$-2 < a < 2$$

- (4) 2つの2次方程式 $x^2 - 4ax - 4a + 3 = 0, x^2 + (a-1)x + a^2 = 0$ のうち, 少なくとも一方が実数の解をもつように, 定数 a の値の範囲を定めよ。

2つの判別式を D_1, D_2 とおく。

$$D_1 = 16a^2 - 4(-4a+3)$$

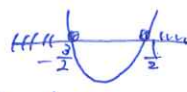
$$= 16a^2 + 16a - 12$$

$$= 4(4a^2 + 4a - 3)$$

$$= 4(2a+3)(2a-1)$$

$$\text{実数解をもつには } D_1 \geq 0$$

$$a \leq -\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \leq a$$



$$D_2 = (a-1)^2 - 4 \cdot a^2$$

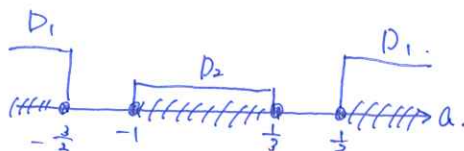
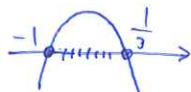
$$= -3a^2 - 2a + 1$$

$$= -(3a^2 + 2a - 1)$$

$$= -(3a-1)(a+1)$$

$$\text{実数解をもつには } D_2 \geq 0$$

$$-1 \leq a \leq \frac{1}{3}$$



少なくとも一方が実数解をもつには

$$a \leq -\frac{3}{2}, -1 \leq a \leq \frac{1}{3}, \frac{1}{2} \leq a$$