

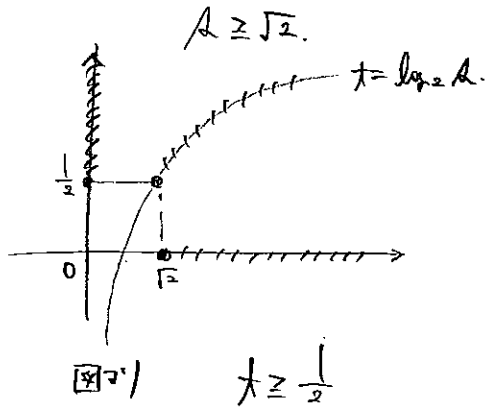
108 【対数関数】

(\*)

$x$  の方程式  $\{\log_2(x^2 + \sqrt{2})\}^2 - 2\log_2(x^2 + \sqrt{2}) + a = 0$  の実数解の個数を求めよ。

$$t = \log_2(x^2 + \sqrt{2}) \text{ とおく.}$$

$$A = x^2 + \sqrt{2} \text{ とおく}$$

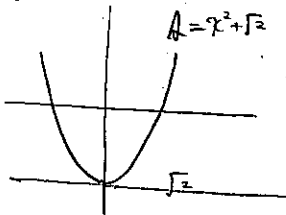


∴ (\*) は

$$-t^2 + 2t = a \quad (**) \quad (t \geq \frac{1}{2})$$

とみる。

また、



$A \geq \sqrt{2}$  とき、  
対応する  $x$  の値は 2つ。

$A = \sqrt{2}$  とき  
対応する  $x$  の値は 1つ。

∴  $t > \frac{1}{2}$  とき、 $t$  の値1つにつき  
 $x$  は 2つ。

$t = \frac{1}{2}$  とき、 $t$  の値1つにつき  
 $x$  は 1つ。

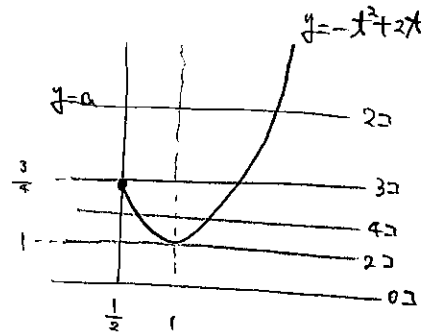
(\*\*)より 実数解の個数は、

$$y = -t^2 + 2t \text{ と } y = a \text{ の}$$

共有点の個数を見ればよい。

$$y = -t^2 + 2t$$

$$= -(t-1)^2 + 1. \quad (t \geq \frac{1}{2})$$



上図より、実数解の個数は

$$\begin{cases} a < 1 & \text{2つ} \\ a = 1, \frac{3}{4} < a < 2 & \text{2つ} \\ a = \frac{3}{4} & \text{3つ} \\ 1 < a < \frac{3}{4} & \text{4つ} \end{cases}$$