

## 2 二次関数の最大・最小

### 2.1 基本

#### 復習

二次関数  $y = x^2 - 2x + 2$  について,

(1) 軸と頂点を求めよ.

(2) 最大値・最小値を求めよ.

(3)  $(0 \leq x \leq 4)$  での最大値・最小値を求めよ.

#### 練習

以下の二次関数の最大値・最小値を求めよ.

(1)  $y = x^2 - 4x + 2 \quad (0 \leq x \leq 4)$

(2)  $y = 2x^2 + 12x - 5 \quad (-4 \leq x \leq 2)$

(3)  $y = -x^2 - 4x + 1 \quad (0 \leq x \leq 3)$

## 2.2 縦に動く

例

2 次関数  $y = x^2 + 2x + c$  ( $-2 \leq x \leq 2$ ) について,

(1) 最大値が 3 になるように定数  $c$  の値を定めよ.

(2)  $c$  の値が (1) で求めた値であるとき, 与えられた 2 次関数の最小値を求めよ.

練習

以下の条件を満たすように定数  $c$  の値を求めよ. また, そのときの最大値・最小値のもう一方を求めよ.

(1)  $y = x^2 - 2x + c$  ( $-2 \leq x \leq 2$ ) について, 最大値が 5

(2)  $y = 2x^2 + 4x + c$  ( $-2 \leq x \leq 0$ ) について, 最小値が 1

## 2.3 定義域が動く

例

$a$  を正の定数とする. 以下の関数について, 各問いに答えよ.

$$y = x^2 - 4x + 2 \quad (0 \leq x \leq a)$$

(1) 最大値を求めよ.

(2) 最小値を求めよ.

練習 1

$a$  を正の定数とする. 以下の関数について, 各問いに答えよ.

$$y = x^2 - 2x \quad (0 \leq x \leq a)$$

(1) 最大値を求めよ.

(2) 最小値を求めよ.

練習 2

$a$  を正の定数とする. 以下の関数について, 各問いに答えよ.

$$y = 2x^2 + 8x - 5 \quad (0 \leq x \leq a)$$

(1) 最大値を求めよ.

(2) 最小値を求めよ.

## 2.4 定義域が動く (ver. 2)

例

$a$  を正の定数とする. 以下の関数について, 各問いに答えよ.

$$y = x^2 - 4x + 2 \quad (a \leq x \leq a + 2)$$

(1) 最大値を求めよ.

(2) 最小値を求めよ.

練習

$a$  を正の定数とする. 以下の関数について, 各問いに答えよ.

$$y = x^2 - 6x + 5 \quad (a \leq x \leq a + 2)$$

(1) 最大値を求めよ.

(2) 最小値を求めよ.

## 2.5 軸が動く

例

$a$  を正の定数とする. 以下の関数について, 各問いに答えよ.

$$y = x^2 - 2ax + a^2 + 1 \quad (0 \leq x \leq 2)$$

(1) 最大値を求めよ.

(2) 最小値を求めよ.



練習

$a$  を正の定数とする. 以下の関数について, 各問いに答えよ.

$$y = x^2 - 4ax + 4a^2 + 3 \quad (1 \leq x \leq 3)$$

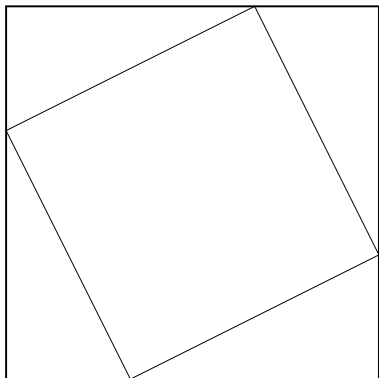
(1) 最大値を求めよ.

(2) 最小値を求めよ.

## 2.6 活用

### 例題

1 辺が 4(cm) である正方形に内接する正方形について考える.



(1) 最小値を予想しよう.

(2) 内接正方形の面積を  $y(\text{cm}^2)$ , AP の長さを  $x(\text{cm})$  とする.  $y$  を  $x$  の式で表せ.

(3) 最小値を求めよ.

### 練習問題

対角線の長さの和が 8 である菱形について, 以下の問いに答えよ.

(「予想 → 解く」の癖をつける.)

(1) 面積の最大値を求めよ.

(2) 周の長さの最小値を求めよ.