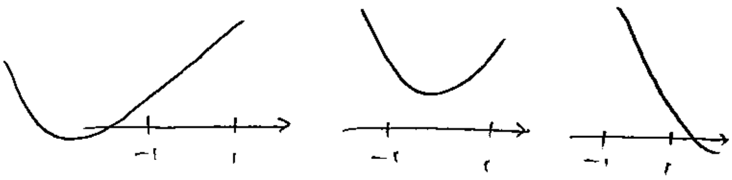
103 【二次関数】

$f(x)=x^2-2ax-a+6$ について，$-1\leqq x\leqq 1$ で常に $f(x)\geqq 0$ となる定数 a の値の範囲を求めよ．

~状況~



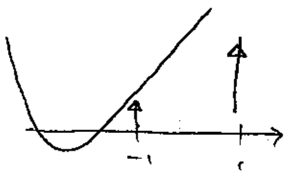
$f(x)=(x-a)^2-a^2-a+6$.

軸 $x=a$.

頂点 $(a,\ -a^2-a+6)$

(i) 軸 <-1 のとき

i.e. $a<-1$ のとき



$x=1$ のとき $y>0$

$x=-1$ のとき $y\geqq 0$

であればok.

$f(1)=7-3a\ >0$

$f(-1)=7+a\ \geqq 0$

$\therefore\ -7\leqq a<\frac{7}{3}$

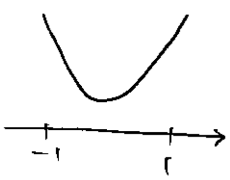
よって．$a<-1$ より

$-7\leqq a<-1$.

(ii) $-1\leqq$ 軸 $\leqq 1$ のとき．

i.e. $-1\leqq a\leqq 1$ のとき．

頂点の y 座標 $\geqq 0$ であればok



$-a^2-a+6\geqq 0$

$a^2+a-6\leqq 0$

$(a-2)(a+3)\leqq 0$

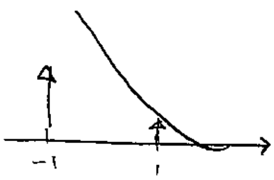
$-3\leqq a\leqq 2$.

よって $-1\leqq a\leqq 1$ より

$-1\leqq a\leqq 1$.

(iii) $1<$ 軸 のとき

i.e. $1<a$ のとき．



$x=-1$ のとき $y>0$

$x=1$ のとき $y\geqq 0$.

であればok.

$f(1)=7-3a\geqq 0$

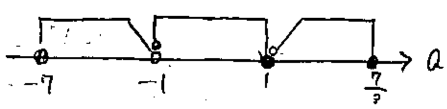
$f(-1)=7+a>0$.

$-7<a\leqq\frac{7}{3}$

$1<a$ より

$1<a\leqq\frac{7}{3}$

(i), (ii), (iii) のいずれかであればok.



よって

$-7\leqq a\leqq\frac{7}{3}$