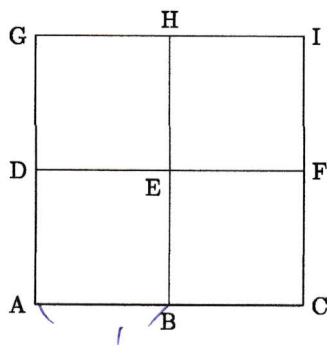


7.9 問題

以下のような図形において、3点を無作為に選んでできる図形について考える。

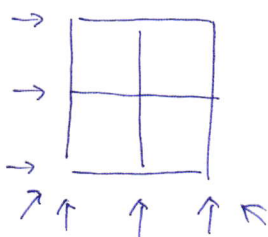


以下の問いに答えよ。

- (1) 三角形ができない確率を求めよ。
- (2) 面積が1の三角形ができる確率を求めよ。
- (3) 面積が2の三角形ができる確率を求めよ。
- (4) できる図形の面積の期待値を求めよ。ただし、三角形ができなかった場合の面積は0とする。

計9点のうち、3点を選び方は $C_3 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1}$

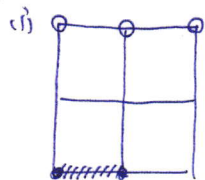
(1) 三角形ができない3点の選び方は、



左図の8通り。

$$\therefore P = \frac{8}{3 \cdot 4 \cdot 7} = \frac{2}{21}$$

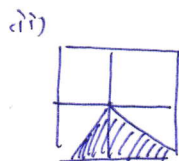
(2) 面積1になるのは、



黒2点+白1点. \rightarrow 3通り.

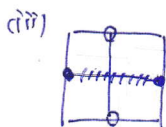
24通り, 8コ分

$$3 \times 8 = 24$$



左図の如に、中心点Eを使うもの

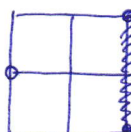
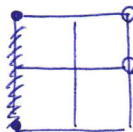
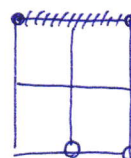
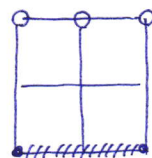
4通り.



左図の如に、大きい正方形の上に辺をもたないもの 4通り.

$$\therefore P = \frac{32}{3 \cdot 4 \cdot 7} = \frac{8}{21}$$

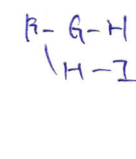
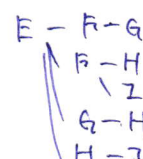
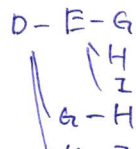
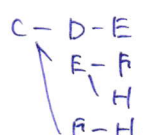
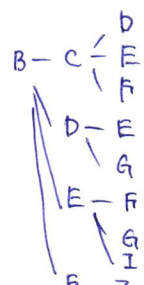
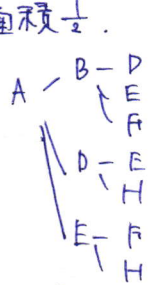
(3)



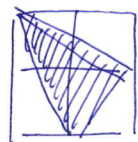
計8通り.

$$\therefore P = \frac{8}{3 \cdot 4 \cdot 7} = \frac{2}{21}$$

(4) 面積 $\frac{1}{2}$.



面積 $\frac{3}{2}$



4通り

$$P = \frac{4}{3 \cdot 4 \cdot 7} = \frac{1}{21}$$

表3つと3つ

面積	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	合計
確率	$\frac{2}{21}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	1

$$E = \frac{1}{21} \left(\frac{1}{2} \cdot 8 + 1 \cdot 8 + \frac{3}{2} \cdot 4 + 2 \cdot 2 \right)$$

$$= \frac{1}{21} (4 + 8 + \frac{3}{2} \cdot 4 + 4)$$

$$= \frac{1}{21} \cdot \frac{38}{2} = \frac{5}{6}$$