

111 【二次関数】

曲線 $C: y = |x^2 - x - 2| + bx + c$ が点 $(-2, 1)$ と点 $(1, 2)$ を通るとき、次の問いに答えよ。

(1) b, c の値を求めよ。

(2) 曲線 C の概形を描け。

(3) 曲線 C と直線 $y = x + k$ が共有点を 2 つもつとき、 k の値の範囲を求めよ。

(1) $y = |x^2 - x - 2| + bx + c$

i) $(-2, 1)$ を通るから

$$1 = |4 + 2 - 2| + b(-2) + c$$

$$1 = 4 - 2b + c$$

$$2b - c - 3 = 0 \quad \text{--- ①}$$

ii) $(1, 2)$ を通るから

$$2 = |1 - 1 - 2| + b + c$$

$$b + c = 0 \quad \text{--- ②}$$

①, ② を連立して

$$b = 1, c = -1$$

(2) (1) の結果から

$$y = |x^2 - x - 2| + x - 1$$

$$\text{すなわち } |x^2 - x - 2| = x + 1$$

$$|x^2 - x - 2| = |(x-2)(x+1)|$$

$$= \begin{cases} (x-2)(x+1) & (x < -1, 2 < x) \\ -(x-2)(x+1) & (-1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

よって

i) $x < -1, 2 < x$ のとき

$$y = (x^2 - x - 2) + x - 1$$

$$= x^2 - 3$$

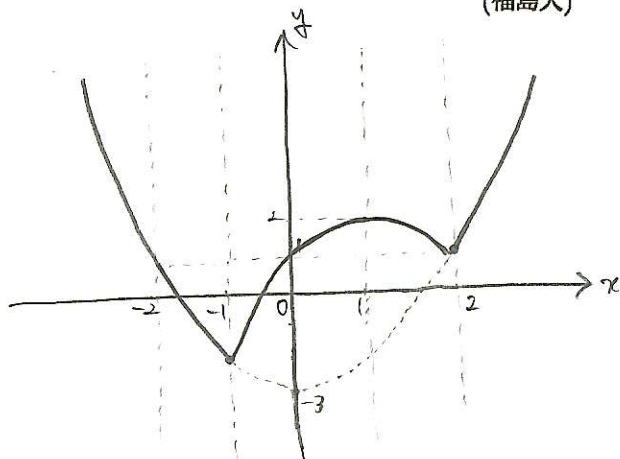
ii) $-1 \leq x \leq 2$ のとき

$$y = -(x^2 - x - 2) + x - 1$$

$$= -x^2 + 2x + 1$$

$$= -(x-1)^2 + 2$$

(福島大)



上図が本問の図である。

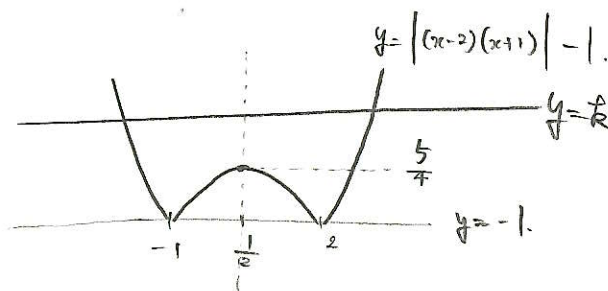
(3) 曲線 C と $y = x + k$ の共有点の座標は

$$|x^2 - x - 2| + x - 1 = x + k$$

$$|x^2 - x - 2| - 1 = \frac{1}{2}$$

すなわち $y = |x^2 - x - 2| - 1$ と $y = \frac{1}{2}$ の共有点の座標を求めよ。

$$y = |x^2 - x - 2| - 1 = |(x-2)(x+1)| - 1$$



上図より、共有点の座標は

$$k = -1, \quad \frac{5}{4} < k$$