1

(1). $t=2^x$ とおく.

$-2 \le x \le 1$ より.

$\frac{1}{4} \le 2^x \le 2$

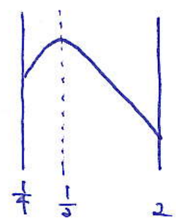
$\therefore \frac{1}{4} \le t \le 2$ tの範囲 ②

$y = 2^{x+2} - 4^{x+1} + 2$

$= 4\cdot 2^x - 4\cdot(2^x)^2 + 2.$

$= -4t^2 + 4t + 2$

$= -4\left(t-\frac{1}{2}\right)^2 + 3$ 2次関数の変形 ②



左図より

$t=\frac{1}{2}$ で Max 3 (大) ②

$t=2$ で Min. -6. (小) ②

よって. $t=\frac{1}{2}$ のとき $x=-1$. x(大) ①

$t=2$ のとき $x=1$ x(小) ①

以上より

$x=-1$ で Max 3.

$x=1$ で Min -6

(2) $\begin{cases} 2^{3x-1} = 8^{-y} & \cdots ① \\ 27^{2x} = 3^{3y+5} & \cdots ② \end{cases}$

① $2^{3x-1} = 2^{3\cdot(-y)}$

指数部分の比較.

$3x-1 = 3\cdot(-y)$

$3x-1 = -3y$ ②

② $27^{2x} = 3^{3y+5}$

$3^{3\cdot 2x} = 3^{3y+5}$

指数部分の比較.

$6x = 3y+5$ ②

連立して

$9x = 6$ $\quad x = \frac{2}{3}$ ③

$y = -\frac{1}{3}$ ③

(3) $y = 9^x + 9^{-x} + 2(3^x + 3^{-x}) + 4.$

$t = 3^x + 3^{-x}$ とおく.

$3^x > 0.\ 3^{-x} > 0$ より 相加相乗. (ついた場合 −1)

$\frac{3^x + 3^{-x}}{2} \ge \sqrt{3^x \cdot 3^{-x}} = 1.$

$\therefore 3^x + 3^{-x} \ge 2$ ②

($x=0$ で等号成立).

$\therefore t \ge 2$.

また.

$(3^x + 3^{-x})^2 = 9^x + 9^{-x} + 2.$

$\therefore 9^x + 9^{-x} = t^2 - 2$ ②

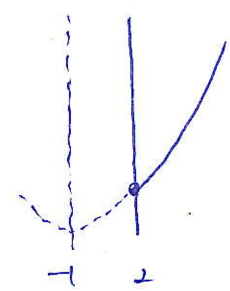
よって

$y = t^2 - 2 + 2t + 4$

$= t^2 + 2t + 2$ ①

$= (t+1)^2 + 1.$ $\quad (t \ge 2)$

軸 $t=-1$ ① 図中でも可.



左図より. $t=2$ で

Min. 10 ②

このときの x は

$x = 0$ ②

	1	2	3	4	計
得点	/30	/20	/30	/20	/100

1年4組____番 氏名________________

2

(1) $f(x) = 4^x - a\cdot 2^{x+1} + a^2 + a - 6$

$= 4^x - 2a\cdot 2^x + a^2 + a - 6$.

$t = 2^x$ とおく. $t > 0$.

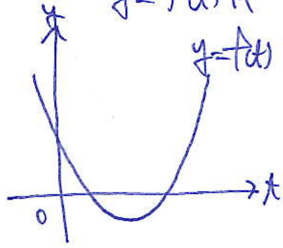
また, t の値1つにつき x の値は1つである (*)

$f(t) = t^2 - 2at + a^2 + a - 6$ 帰着 ②

$= (t-a)^2 + a - 6$.

(*)より,

$y = f(t)$ が $t > 0$ で2点で交わればよい.



i) $D > 0$
ii) $0 <$ 軸
iii) $t = 0$ で $y > 0$ 条件 ③

i) $f(t) = 0$ の判別式を D とおくと

$D = -a + 6 > 0$

$\therefore\ a < 6$ ①

ii) 軸 $t = a > 0$

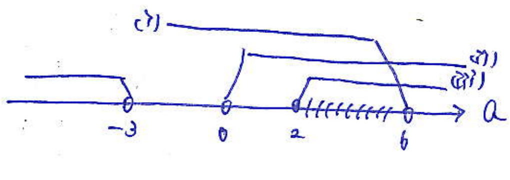
$\therefore\ a > 0$ ①

iii) $t = 0$ で $y > 0$.

$t = 0$ のとき

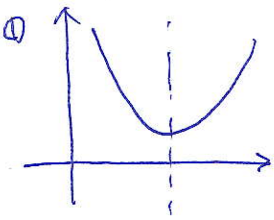
$a^2 + a - 6 = (a+3)(a-2) > 0$

$a < -3,\ 2 < a$ ①

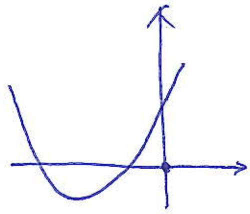


$2 < a < 6$ ②

(2) $f(x) = 0$ をみたす x が1つもないとき.



or



①
i) $D < 0$
ii) $0 <$ 軸

②
i) D は自由
ii) 軸 < 0
iii) $t = 0$ で $y \geqq 0$.

① について.

$D < 0$ より

$a > 6$.

軸 $t = a$ より

$0 < a$.

$\Rightarrow\ \therefore\ 6 < a$

② について.

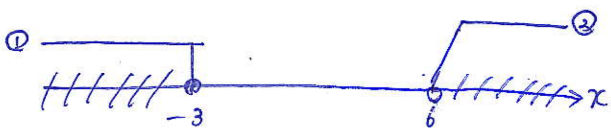
軸 $t = a < 0$.

$t = 0$ で $y = (a-2)(a+3) \geqq 0$.

$a \leqq -3,\ 2 \leqq a$.

$\rightarrow\ \therefore\ a \leqq -3$.

①, ② より



① or ② であればよいので

$a \leqq -3,\ 6 < a$

3

(1). $10^N = 8^{34}$ とおく.

$10^N = 2^{3\cdot 34}$

$= 2^{102}$ 変形 ①

対数をとると (底10)

$\log_{10} 10^N = \log_{10} 2^{102}$

$N = 102 \cdot \log_{10} 2$

$= 102 \cdot 0.3010$

$= (100+2)\, 0.3010$

$= 30.1 + 0.602$

$= 30.702$ ①

$\therefore\ 8^{34} = \underbrace{10^{0.702}}_{\text{最高位}} \times 10^{30}$ ③

よって. $\log_{10} 6 = \log_{10} 2 + \log_{10} 3$

$= 0.3010 + 0.4771$

$= 0.7781$ ①

また. $\log_{10} 5 = \log_{10} 10 - \log_{10} 2$

$= 1 - 0.3010$

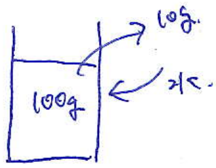
$= 0.6990$ ①

$\therefore\ \log_{10} 5 < 0.702 < \log_{10} 6$

$5 < 10^{0.702} < 6$ ①

$\therefore$ 最高位は 5 ② 4

(2)



1回ごとに濃度は $\frac{9}{10}$ になる.

条件から.

$\left(\frac{9}{10}\right)^n \leq \frac{1}{3}$ 立式 ④

底10の対数をとると.

$\log_{10}\left(\frac{9}{10}\right)^n \leq \log_{10}\frac{1}{3}$

$\log_{10} 3^{2n} - \log_{10} 10^n \leq -\log_{10} 3$.

$2n \cdot 0.4771 - n \leq -0.4771$.

$0.9542n - n \leq -0.4771$.

$-0.0458n \leq -0.4771$.

$458n \geq 4771$ ③

$n \geq 10.\cdots$

$\therefore\ n = 11$ 回 ② 4

(3) $t = \log_2 x$ とおく.

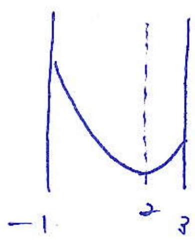
$\log_{\frac{1}{2}} x^4 = 4 \cdot \frac{\log_2 x}{\log_2 \frac{1}{2}} = -4 \cdot \log_2 x$ ②

$\therefore\ y = t^2 - 4t$ ②

$= (t-2)^2 - 4$.

また. $\frac{1}{2} \leq x \leq 8$ より.

$-1 \leq \log_2 x \leq 3$ ②



左図より

$t = 2$ で Min -4 ①

$t = -1$ で Max 5 ①

$t = 2$ のとき. $\log_2 x = 2$

$\therefore\ x = 4$ ①

$t = -1$ のとき $\log_2 x = -1$

$x = \frac{1}{2}$ ①

$\therefore\ x = \frac{1}{2}$ で Max 5

$x = 4$ で Min -4 4

1年4組_____番 氏名____________________

4

$f(x) = (\log_2 x)(\log_2 x - 4)$

(1) $x = 8$ を代入.

$f(8) = \log_2 8 \cdot (\log_2 8 - 4)$

$= 3 \cdot (3-4) = -3$ // ④ 完答

(2) $x = 4$ を代入.

$f(4) = \log_2 4 \cdot (\log_2 4 - 4)$

$= 2 \cdot (2-4) = -4$ // ④ 完答

(3) $f(x) = 5$ より

$(\log_2 x)(\log_2 x - 4) = 5$ ②

$(\log_2 x)^2 - 4 \cdot \log_2 x - 5 = 0$

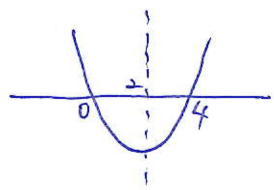
$(\log_2 x - 5)(\log_2 x + 1) = 0$

$\therefore \log_2 x = 5$ ①, -1 ①

i.e. $x = 32$ ①, $\frac{1}{2}$ ① //

(4) $t = \log_2 x$ とおく.

$f(x) = t(t-4)$



図より.

$t = 2$ で Min ②

$2 \cdot (2-4) = -4$.

また,

$\log_2 x = 2$

$x = 4$ ②

$\therefore x = 4$ で Min -4 ② //