

## 1 集合と場合の数

定義

集合  $A$  の要素が有限のとき, その個数を \_\_\_\_\_ で表す.

例

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  のとき, 要素の個数は 5 個なので,

問題 1

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{3, 6, 9\}$$

のとき, 以下の問いに答えよ.

(1) ベン図を描け.

(2)  $n(A)$  を求めよ.

(3)  $n(B)$  を求めよ.

(4)  $n(A \cap B)$  を求めよ.

(5)  $n(A \cup B)$  を求めよ.

(6)  $n(\overline{A} \cap B)$  を求めよ.

問題 2

全体集合  $U$  と, その部分集合  $A, B$  に対し,

$$n(U) = 60, \quad n(A) = 30, \quad n(B) = 20, \quad n(A \cap B) = 10$$

を満たすとき, 以下の値を求めよ.

(1)  $n(\overline{A})$

(2)  $n(A \cup B)$

(3)  $n(\overline{A \cap B})$

(4)  $n(\overline{A} \cap \overline{B})$

問題 3

25 人クラスで, 英語と数学の小テストを実施したところ, 英語で 80 点以上の生徒は 15 人, 数学で 80 点以上の生徒は 17 人, 英語と数学ともに 80 点以上の生徒は 10 人であった. このとき, 以下の人数を求めよ.

(1) 少なくとも一方は 80 点以上であった人.

(2) ともに 80 点未満であった人.

問題 4

100 以下の正の整数において, 以下の条件を満たすものの個数を求めよ.

(1) 2 の倍数

(2) 3 の倍数

(3) 2 の倍数かつ 3 の倍数

(4) 2 の倍数または 3 の倍数

問題 5

100 以上 200 以下の整数において, 以下の条件を満たすものの個数を求めよ.

(1) 3 の倍数

(2) 5 の倍数

(3) 3 の倍数かつ 5 の倍数

(4) 3 の倍数または 5 の倍数

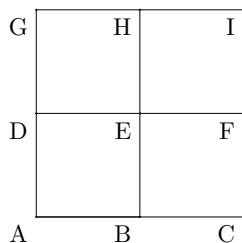
## 2 場合の数

Point

もれなく、重複なく.

そのために、規則的に数えあげる.

### 問題 1



A をスタートとし, I まで行く最短路は何通りあるか.

### 問題 2

サイコロを 2 個投げたとき, 以下の場合の数を求めよ.

(1) 和が 6 となる.

(2) 積が 6 となる.

### 問題 3

大中小 3 個のサイコロを同時に投げる. 以下の場合の数を求めよ.

(1) 和が 6 となる.

(2) 積が 6 となる.

(3) 全て奇数となる.

### 問題 4

$(a + b + c + d + e)(x + y + z)$  を展開したときの項数を求めよ.

### 問題 5

A 組 3 人, B 組 5 人, C 組 7 人のうちから 1 人ずつ選ぶ. 選び方は何通りあるか.

問題 6

以下の数の正の約数の個数を求めよ.

(1) 6

(4) 122

(2) 12

(5) 3600

(3) 24

### 3 順列

#### 例題

5 個の数 1, 2, 3, 4, 5 から異なる数字を使ってできる以下のよう  
な数は何個あるか.

(1) 4 桁の整数

(2) 3 桁の偶数

(3) 3 桁の 5 の倍数

#### 問題 1

以下の順列の総数を求めよ.

(1) 7 人から 4 人選んで並べる.

(2) 1, 2, 3, 4 のうち異なる 3 つを使い 3 桁の整数を作る.

(3) 8 人から 3 人のリレー選手と走順を決める.

(4) 1~8 と書かれた席に 3 人が座る.

(5) 6 人の異なる景品を 6 人に配る.

(6) 5 人を一列に並べる.

### 問題 2

大人 4 人, 子供 3 人が一列に並ぶ. 以下の条件を満たすように並ぶときの並び方の総数を求めよ.

(1) 大人が両端に並ぶ.

(2) 大人と子供が交互に並ぶ.

(3) 子供が 3 人連続して並ぶ.

### 問題 3

6 個の数 0, 1, 2, 3, 4, 5 から異なる数字を使ってできる以下のような数は何個あるか.

(1) 4 桁の整数

(2) 4 桁の奇数

(3) 4 桁の偶数

## 4 色々な順列

### 4.1 円順列

#### 検討

A, B, C, D の 4 人を円形に並べる. どんな並べ方があるか全列挙しよう.

#### 円順列

異なる  $n$  個のものを円形に並べるときの並べ方は,

#### 問題

以下の順列の総数を求めよ

(1) 異なる 5 個の石を円形に並べる.

(2) 3 人の人間を円形に並べる.

(3) 8 人の人間を円形に並べる.

何通りあるか.  $\rightarrow$

どうすれば計算できるか検討しよう.

## 4.2 数珠順列

### 検討

異なる 4 つの石を用いてブレスレットを作る. どんな並べ方があるか全列挙しよう.

### 数珠順列

異なる  $n$  個のものの数珠順列は,

### 問題

以下の順列の総数を求めよ

(1) 異なる 5 個の石でブレスレットを作る.

(2) 異なる 10 個の石で首飾りを作る.

何通りあるか.  $\rightarrow$

どうすれば計算できるか検討しよう.

(3) 異なる 7 個の石で首飾りを作る.



### 4.3 重複順列

#### 検討

○と×を重複を許して3個並べる。どんな並べ方があるか全列挙しよう。

#### 重複順列

異なる  $n$  個のものの重複順列は、

#### 問題

(1) 1, 2, 3, 4 から重複を許して4個の数字を選んでできる4桁の整数は何個か。

(2) 10人をAまたはBの2部屋に分ける方法。ただし、1人も入らない部屋があっても良い。

(3) 0, 1, 2, 3 から重複を許して4個の数字を選んでできる4桁の整数は何個か。

(4) 0, 1, 2, 3 から重複を許して4個の数字を選んでできる4桁の偶数は何個か。

何通りあるか。→

どうすれば計算できるか検討しよう。

## 5 組み合わせ

### 5.1 並べる

5 人から  人並べる。総数は何通りか。

(1) 1 人

(2) 2 人

(3) 3 人

(4) 4 人

(5) 5 人

### 5.2 選ぶ

5 人から  人選ぶ。総数は何通りか。

(1) 1 人

(2) 2 人

(3) 3 人

(4) 4 人

(5) 5 人

### 5.3 どうやって考えるか

### 5.4 組み合わせ

定義

異なる  $n$  個から  $r$  個選ぶときの組み合わせの総数は

で計算することができる.

この総数のことを

と書く.

i. e.

例

4 種類の果物から 2 種類選ぶ.

練習

(1) 8 人から 2 人えらぶ.

(2) 5 人から 3 人えらぶ.

(3) 8 人から 6 人えらぶ.

性質

## 5.5 さまざまな問題

### 問題 1

正六角形 ABCDEF について, 以下の問いに答えよ.

(1) 3 頂点を結んでできる三角形は何個できるか.

(2) 2 頂点を結んでできる線分は何個できるか.

(3) 対角線は何本引くことができるか.

(ただし対角線とは, 2 点を結んでできる線分のうち, 六角形の辺ではないもののことである.)

### 問題 2

大人 3 人, 子供 5 人から以下のような選び方は何通りあるか.

(1) 大人子供関係なく, 8 人から 3 人選ぶ.

(2) 大人 3 人を選ぶ.

(3) 子供 3 人を選ぶ.

(4) 大人 2 人, 子供 3 人を選ぶ.

(5) 子供が少なくとも 1 人は含まれるように 3 人選ぶ.

問題 3

9 人を以下のように分けるときの分け方は何通りあるか.

(1) A, B, C の 3 部屋に, 3 人ずつ分ける.

(2) A の 3 部屋に 2 人, B の部屋に 3 人, C の部屋に 4 人分ける.

(3) 3 人ずつの班に分ける.

(4) 4 人, 4 人, 1 人の 3 つに分ける.

## 6 同じものを含む順列

### 6.1 例題

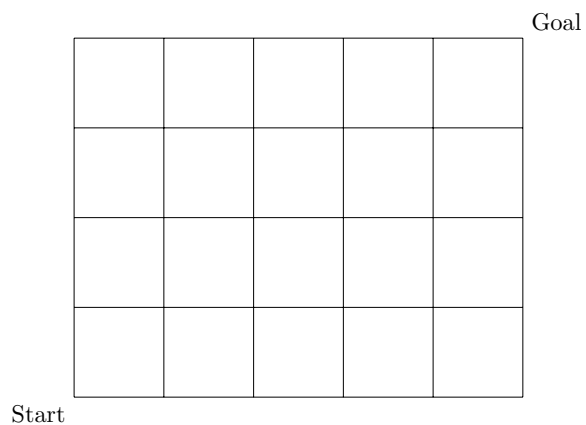
F, U, K, U, I の 5 文字を全て使ってできる文字列は, 何通りあるか.

### 6.2 練習

(1) BANANA の 6 文字を全て使ってできる文字列は, 何通りあるか.

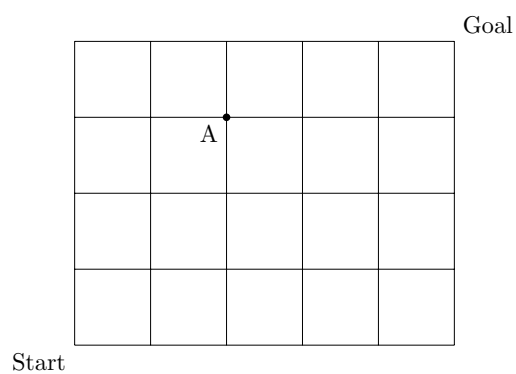
(2) KOUKOUSEI の 9 文字を全て使ってできる文字列は, 何通りあるか.

### 6.3 最短経路問題



上の図において, Start から Goal までの経路の最短路は, 何通りあるか.

#### 練習



(1) Start から A までの経路の最短路は, 何通りあるか.

(2) A から Goal までの経路の最短路は, 何通りあるか.

(3) Start から Goal までの経路の最短路のうち, A を通るものは, 何通りあるか.

(4) Start から Goal までの経路の最短路のうち, A を通らないものは, 何通りあるか.

## 7 重複組み合わせ

### 7.1 例題

りんご, なし, かきの 3 種類の果物売り場において, 組み合わせ自由で 4 個 1000 円で販売されている. 果物の選び方は何通りあるか.

(1) 個数列挙してみる...

(2) New 思考

### 7.2 問題

(1) りんご, なし, かきの 3 種類の果物売り場において, 組み合わせ自由で 7 個 2000 円で販売されている. 果物の選び方は何通りあるか.

(2)  $x + y + z = 7$  を満たす負でない整数  $x, y, z$  の組の個数は, 全部で何通りか.