

36 2直線 $l_1: x+y+2=0, l_2: 3x+2y-4=0$ について、以下の問いに答えよ。【***】

(1) l_1, l_2 の交点と点 $(-2, 1)$ を通る直線の方程式を求めよ。

2直線の交点を通る直線は

$$(x+y+2) + k(3x+2y-4) = 0$$

と仮定。

$(-2, 1)$ を通るため、

$$(-2+1+2) + k(-6+2-4) = 0$$

$$k = \frac{1}{8}$$

∴ 求める直線は

$$(x+y+2) + \frac{1}{8}(3x+2y-4) = 0$$

$$11x+10y+12=0$$

(2) l_1, l_2 の交点を通り、直線 $5x+3y+2=0$ に垂直な直線の方程式を求めよ。

交点は

$$\begin{cases} x+y+2=0 \\ 3x+2y-4=0 \end{cases} \text{ を解くと } (2, -10)$$

$5x+3y+2=0$ に垂直な直線は $(2, -10)$ を通るため

$$3(x-2) - 5(y+10) = 0$$

$$3x-5y-74=0$$

(3) l_1, l_2 の交点を通り、直線 $5x+3y+2=0$ に平行な直線の方程式を求めよ。

(2) と同様にして、

$5x+3y+2=0$ に平行な直線は $(2, -10)$ を通るため

$$5(x-2) + 3(y+10) = 0$$

$$5x+3y+6=0$$

(4) 直線 l_1, l_2 と、 $l_3: x+2y+a=0$ が1点で交わるように定数 a の値を定めよ。

l_1, l_2 の交点 $(2, -10)$ を通るため、

$$2 + 2(-10) + a = 0$$

$$a = 12$$

(5) a は、(4) で求めた値とする。 l_1, l_2, l_3 のうち、原点との距離が最も離れている直線はどれか。

原点からの距離を d_1, d_2, d_3 とおく。

$$d_1 = \frac{|0+0+2|}{\sqrt{1+1}} = \sqrt{2}$$

$$d_2 = \frac{|0+0-4|}{\sqrt{4+4}} = \frac{4}{\sqrt{13}}$$

$$d_3 = \frac{|0+0+12|}{\sqrt{1+4}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$d_1 < d_2 < d_3 \text{ である。}$$

原点からの距離が最も離れている直線は l_3 である。