

6 三角比の相互関係を証明せよ。

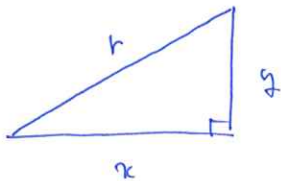
相互関係

$$(1) \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$(2) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$(3) 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

<証明>



上の直角三角形にみる。

三角比の定義より

$$\sin \theta = \frac{y}{r} \rightarrow y = r \sin \theta$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} \rightarrow x = r \cos \theta$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\begin{aligned} \therefore \tan \theta &= \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} \\ &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \text{--- (1)} \end{aligned}$$

直角三角形で「三平方の定理より」。

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$\begin{aligned} r^2 &= (r \cos \theta)^2 + (r \sin \theta)^2 \\ &= r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta \end{aligned}$$

$$\text{II} \leq r^2 \text{ を消す?}$$

$$1 = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \quad \text{--- (2)}$$

(2) 証明

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\text{II} \leq \cos^2 \theta \text{ を消す?}$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$= \sec^2 \theta \quad \text{--- (1)}$$

$$\tan^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \quad \text{--- (1)}$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad \text{--- (2)}$$

□

(1), (2) は覚えておくべし。

(2) は、数IIでよく使うので、覚えてほしいが、
忘れたときも簡単に作れるように。