

67 a を正の定数とする。2 次関数 $f(x) = x^2 - 4x - 2$ ($0 \leq x \leq a$) について、以下の問いに答えよ。

(1) $a = 4$ のとき、 $f(x)$ の最大値を求めよ。

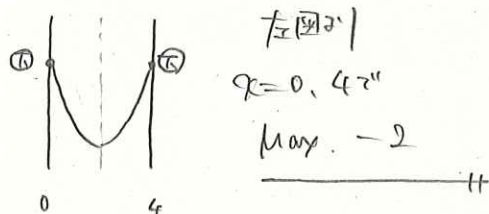
(2) $f(x)$ の最大値 $M(a)$ を求めよ。

(3) $f(x)$ の最小値 $m(a)$ を求めよ。

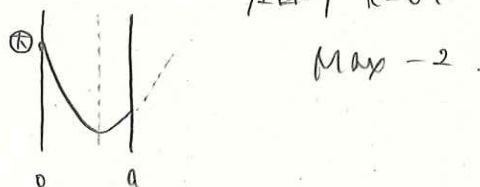
(4) $g(a) = M(a) - m(a)$ とする。 $g(a) = 5$ となる a の値を求めよ。

(1) $f(x) = x^2 - 4x - 2$
 $= (x-2)^2 - 6$
 軸 $x=2$.

$a=2$ のとき ($0 \leq x \leq 4$)



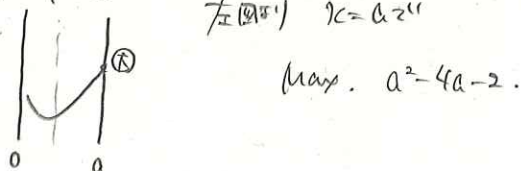
(2) $a < 4$ のとき



$a=4$ のとき

(1) 時 $x=0, 4$ 時
 $\text{Max. } -2$

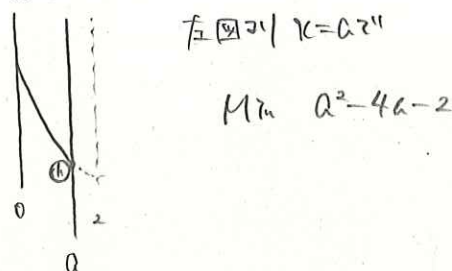
$4 < a$



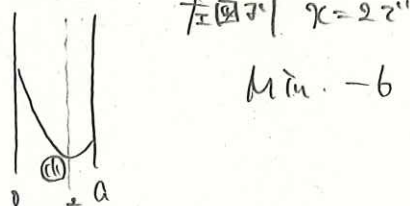
右図より

$$M(a) = \begin{cases} -2 & (a \leq 4) \\ a^2 - 4a - 2 & (4 < a) \end{cases}$$

(3) $a < 2$ のとき



$2 \leq a$ のとき



右図より

$$m(a) = \begin{cases} a^2 - 4a - 2 & (a < 2) \\ -6 & (2 \leq a) \end{cases}$$

(4)

a	0	2	4
M		-2	$(a-2)^2 - 6$
m	$(a-2)^2 - 6$	-6	
$M-m$	$4 - (a-2)^2$	4	$(a-2)^2$

(i) $0 < a < 2$ のとき

$4 - (a-2)^2 = 5$

$-(a-2)^2 = 1$ 不適.

(ii) $4 < a$ のとき

$(a-2)^2 = 5$

$a-2 = \pm\sqrt{5}$

$a = 2 \pm \sqrt{5}$

$a > 4$ 時

$a = 2 + \sqrt{5}$