$\boxed{78}$ 小問集合．$\triangle ABC$ について，以下の問いに答えよ．

(1) $a=2\sqrt{3}, b=7, C=30^\circ$ のとき，c の値を求めよ．

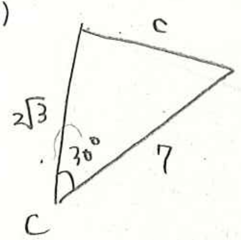
(2) $a=2, b=\sqrt{5}-1, c=2\sqrt{2}$ のとき，C 及び外接円の半径 R を求めよ．

(3) $a=b=c=3$ のとき，$\triangle ABC$ の面積 S を求めよ．

(4) $a=9, b=8, c=7$ のとき，$\triangle ABC$ の面積 S を求めよ．

(5) $a=2, b=3, c=4$ のとき，$\triangle ABC$ の内接円の半径 r を求めよ．

(1)



余弦定理より

$c^2 = 7^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2\cdot 7\cdot 2\sqrt{3}\cdot \cos 30^\circ$

$= 49 + 12 - 2\cdot 7\cdot \cancel{2}\sqrt{3}\cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$

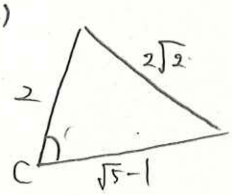
$= 61 - 42$

$= 19$

$c>0$ より

$c = \sqrt{19}$ //

(2)



余弦定理より

$(2\sqrt{2})^2 = 2^2 + (\sqrt{5}-1)^2 - 2\cdot 2\cdot(\sqrt{5}-1)\cos C$

$8 = 4 + 6 - 2\sqrt{5} - 4(\sqrt{5}-1)\cos C$

$-2+2\sqrt{5} = -4(\sqrt{5}-1)\cos C$

$2(\sqrt{5}-1) = -4(\sqrt{5}-1)\cos C$

$\cos C = -\frac{1}{2}$

$\therefore\ C = 120^\circ$

正弦定理より

$2R = \frac{2\sqrt{2}}{\sin C}$

$2R = \frac{2\sqrt{2}}{\sin 120^\circ}$

$\cancel{2}R = \frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

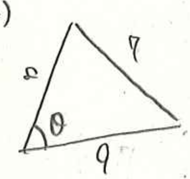
$R = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ //

(3) 内角は 60° である．

$\therefore\ S = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3\cdot \sin 30^\circ$

$= \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3\cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{4}\sqrt{3}$ //

(4)



左図のように θ をおくと．

余弦定理より

$49 = 64 + 81 - 2\cdot 8\cdot 9\cdot \cos\theta$

$-\cancel{96} = -\cancel{2}\cdot\cancel{8}\cdot 9\cos\theta$

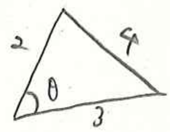
$\cos\theta = \frac{2}{3}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より

$\sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$S = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 9\cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = 12\sqrt{5}$ //

(5)



左図のように θ をおくと．

余弦定理より

$16 = 9 + 4 - 2\cdot 2\cdot 3\cdot \cos\theta$

$\cos\theta = -\frac{1}{4}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より　$\sin\theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$

$S = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3\cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{3}{4}\sqrt{15}$

また，S は内接円の半径 r を用いて

$S = \frac{1}{2}r(2+3+4)$ と書けるので

$\frac{3}{\cancel{4}_2}\sqrt{15} = \frac{1}{\cancel{2}}r\cdot 9$

$r = \frac{\sqrt{15}}{6}$ //