

$$\angle ABC = 60^\circ$$

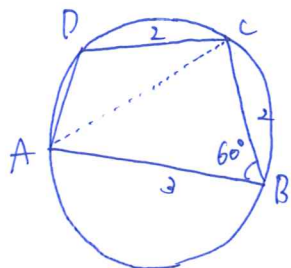
27 円に内接する四角形 ABCD について、 $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 3$, $BC = CD = 2$ である。以下の問いに答えよ。

(1) AC の長さを求めよ。

(2) AD の長さを求めよ。

(3) 四角形 ABCD の面積 S_1 を求めよ。

(4) 外接円の面積 S_2 を求めよ。



(1) $\triangle ABC$ について「余弦定理」

$$\begin{aligned} AC^2 &= 9 + 4 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ \\ &= 9 + 4 - 6 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$AC > 0 \therefore AC = \sqrt{7}$$

(2) 円に内接する四角形の向かい角の和は 180° である。

$$\angle D = 120^\circ$$

$\triangle ACD$ について「余弦定理」

$$7 = 4 + AD^2 - 2 \cdot 2 \cdot AD \cdot \cos 120^\circ$$

$$AD^2 + 2AD - 3 = 0$$

$$(AD + 3)(AD - 1) = 0$$

$$AD > 0 \therefore AD = 1$$

$$\begin{aligned} (3) \quad S_1 &= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin 120^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} (6 + 2) = 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

(4) $\triangle ABC$ について「正弦定理」

$$2R = \frac{\sqrt{7}}{\sin 60^\circ}$$

$$2R = \frac{\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$R = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore S_2 = \pi R^2$$

$$= \frac{7}{3} \pi$$