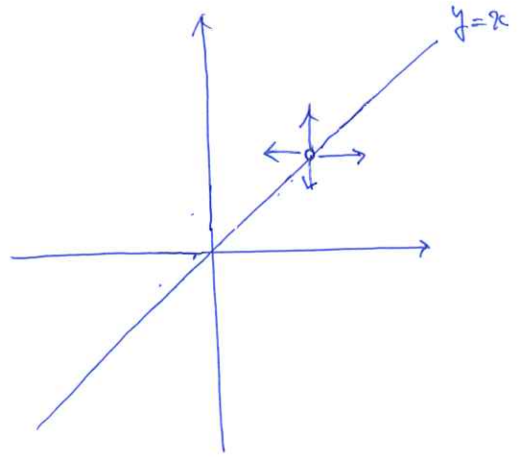
$\boxed{44}$ 座標平面上で, x 座標と y 座標が共に整数である点を格子点という. 格子点上を次の規則に従って動く点 P を考える.

- 最初に, 点 P は原点 O にある.
- 点 P は 1 秒ごとに隣接する格子点に 1 マス移動する. ここで隣接するとは, 例えば $(2,3)$ に対して $(1,3),(3,3),(2,2),(2,4)$ の 4 点のことである.
- 4 点それぞれ, 移動する確率は $\frac{1}{4}$ である.

(東大).

(1) 点 P が最初から 6 秒後に直線 $y=x$ 上にある確率を求めよ.

(2) 点 P が最初から 6 秒後に原点 O にある確率を求めよ.



(1) $y=x$ 上に点 P があるには.

$y-x=0$ となればよい.

隣接する点に移動するので.

x が $+1$	: $\frac{1}{4}$ の確率
x が -1	: 〃
y が $+1$	: 〃
y が -1	: 〃

よって $y-x$ の値が $+1$: $\frac{1}{2}$ の確率.

〃 -1 : 〃

∴ 6 秒の間に, $y-x$ の値が $+1, -1$ が同回数 (3回ずつ) 発生すればよい.

$$\therefore P = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times {}_6C_3$$

$$= \frac{5}{16}$$

(2) 6 秒後に原点にあるには. 以下の表のとおり.

$x+1$	$x-1$	$y+1$	$y-1$	確率
3	3	0	0	$\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot {}_6C_3$
2	2	1	1	$\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) \cdot {}_6C_1 \cdot {}_5C_1 \cdot {}_4C_2$
1	1	2	2	$\left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \, {}_6C_1 \cdot {}_5C_1 \cdot {}_4C_2$
0	0	3	3	$\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot {}_6C_3$

よって

$$P = \left(\frac{1}{4}\right)^6 \left\{ {}_6C_3 \times 2 + {}_6C_1 \cdot {}_5C_1 \cdot {}_4C_2 \times 2 \right\}$$

$$= \frac{1}{4^6}(40 + 360)$$

$$= \frac{25}{4^4} = \frac{25}{256}$$