

1 答案は下の枠の中に記入. 余白は計算用スペース.

【回答枠. この枠外は採点対象外.】

(1) $x^3 - 27$ 3	(2) $x^6 - 12x^4 + 48x^2 - 64$ 2	(3) 40 3	(4) 420 2
(5) -30 3	(6) $\frac{3x^2 + 4x - 1}{(x+1)(x+2)}$ 2	(7) $\frac{2x-1}{x+2}$ 3	(8) 7 2
(9) $a = 3$ 1	$b = 3$ 1	$c = 1$ 1	(10) 611 2

	1(X)	2(Y)	3(X)	4(Y)	計	5(Z)
得点	/25	/20	/25	/30	/100	/50

1 年 4 組 _____ 番 氏名 _____

2 解答はこの面に収めてください。

(1)

<証明>

$$\begin{aligned}
 (\text{左辺}) &= ah^2 - ac^2 + hc^2 - a^2h \\
 &\quad + ca^2 - ch^2 \\
 &= (c-h)a^2 + (h^2-c^2)a + hc(c-h) \\
 &= (c-h)a^2 - (c-h)(c+h)a + hc(c-h) \\
 &= (c-h)(a^2 - (a+h)a + hc) \\
 &= (c-h)(a-h)(a-c) \\
 &= (a-h)(h-c)(c-a) = (\text{右辺}) \quad \text{---} 8.
 \end{aligned}$$

∴

$$\begin{aligned}
 a(h^2-c^2) + h(c^2-a^2) + c(a^2-h^2) \\
 = (a-h)(h-c)(c-a) \quad \text{---} 2 \\
 \text{成立} \quad \square
 \end{aligned}$$

(左辺展開 4
右辺 " 4)

(2)

$$4x + \frac{2}{x} = 4\left(x + \frac{2}{x}\right).$$

$$\text{∵ } x > 0 \quad \frac{2}{x} > 0. \quad \text{---} 2$$

相加相乗の関係より.

$$\frac{x + \frac{2}{x}}{2} \geq \sqrt{x \cdot \frac{2}{x}} = \sqrt{2}. \quad \text{---} 2$$

$$\therefore x + \frac{2}{x} \geq 2\sqrt{2} \quad \text{---} 2$$

等号成立は.

$$x = \frac{2}{x}$$

$$x^2 = 2$$

$$x > 0 \quad x = \sqrt{2}. \quad \text{---} 2$$

$$\text{∴ } x + \frac{2}{x} \text{ の最小値は } 2\sqrt{2}$$

$$\text{i.e. } 4x + \frac{2}{x} \text{ の最小値は } 8\sqrt{2}. \quad \text{---} 4$$

3 答案は下の枠の中に記入. 余白は計算用スペース.

【回答枠. この枠外は採点対象外.】

(1) $-1 + 2i$ 2	(2) $2 - i$ 3	(3) $\frac{4 + 7i}{5}$ 2	(4) $-6\sqrt{2}$ 3
(5) $-\sqrt{3}i$ 2	(6) $\frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 3	(7) $1, \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 1, 1	(8) $(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$ $(x - i)(x + i)$ 3
(9) $1 \pm 2i$ 2	(10) $m = 2$ 1	2 解: $x = 1, 2$ 1, 1	-

4 解答はこの面に収めてください。

(1) 2次多項式 $P(x)$ は $(x-1)(x-4)$ を割り切る。
 $ax+b$ を求める。

よって

$$P(x) = Q(x) \times (x-1)(x-4) + ax+b \quad \text{--- ①}$$

与えられた条件より

$$P(x) = R(x) \times (x-1) + 3 \quad \text{--- ②}$$

$$P(x) = S(x) \times (x-4) + 6 \quad \text{--- ③}$$

②と③より

$$\text{②より } x=1 \text{ のとき}$$

$$a+b=3 \quad \text{--- ④}$$

$$\text{③より } x=4 \text{ のとき}$$

$$4a+b=6 \quad \text{--- ⑤}$$

④と⑤を連立して解く

$$a=1, b=2$$

$$\therefore P(x) \text{ は } x+2 \text{ を割り切る}$$

(2) $2x^3+4x^2-3x+6 = 2(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$
 $= 2x^3 - 2(\alpha+\beta+\gamma)x^2 + 2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x - 2\alpha\beta\gamma$

係数比較より

$$\alpha+\beta+\gamma = -2$$

$$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha = -\frac{3}{2}$$

$$\alpha\beta\gamma = 3$$

よって $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2 = (\alpha+\beta+\gamma)^2 - 2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$
 $= (-2)^2 - 2(-\frac{3}{2})$
 $= 4+3 = 7$

$(\alpha-1)(\beta-1)(\gamma-1) = \alpha\beta\gamma + (\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha) - (\alpha+\beta+\gamma) - 1$
 $= 3 + (-\frac{3}{2}) - (-2) - 1$
 $= \frac{3}{2}$

(3) $2-\lambda$ は x^3-3x^2+ax+b の解

また $2+\lambda$ も解

よって α と β は

$$x^3-3x^2+ax+b = (x-(2-\lambda))(x-(2+\lambda))(x-\alpha)$$

$$= (x^2-4x+5)(x-\alpha)$$

$$= x^3 - (4+\alpha)x^2 + (5+4\alpha)x - 5\alpha$$

係数比較より

$$4+\alpha = 3$$

$$\therefore \alpha = -1$$

$$a = 5+4\alpha \quad \therefore a = 1$$

$$b = -5\alpha \quad \therefore b = 5$$

よって $a=1, b=5$

2解は $-1, 2+\lambda$

--- 4