

24 $\triangle ABC$ において, $\frac{\sin A}{7} = \frac{\sin B}{5} = \frac{\sin C}{3}$ のとき, 以下の問いに答えよ. 【**】

(1) A を求めよ.

$$a : b : c = 7 : 5 : 3 \text{ とおく.}$$

$$\therefore a : b : c = 7 : 5 : 3 \text{ とおく}$$

$$\text{実数 } k > 0 \text{ を, } a = 7k, b = 5k, c = 3k \text{ とおける.}$$

余弦定理より

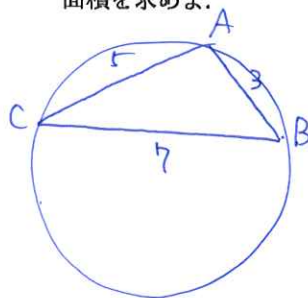
$$(7k)^2 = (5k)^2 + (3k)^2 - 2 \cdot 5k \cdot 3k \cdot \cos A$$

$$49 = 25 + 9 - 30 \cos A$$

$$\cos A = -\frac{1}{2}$$

$$\underline{A = 120^\circ}$$

(2) $\triangle ABC$ が半径 6 の円に内接するとき, この三角形の面積を求めよ.



外接円の半径は 6.

正弦定理より

$$\frac{a}{\sin 120^\circ} = 2 \cdot 6$$

$$\frac{7k}{\sin 120^\circ} = 2 \cdot 6$$

$$7k = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \cdot 6$$

$$k = \frac{6\sqrt{3}}{7}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3k \cdot 5k \cdot \sin 120^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{7}$$

$$= \underline{\underline{\frac{135}{14}}}$$