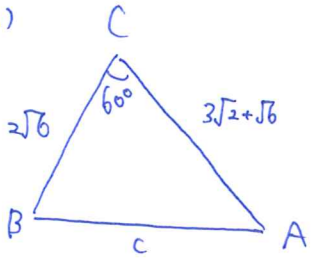
23 △ABC について，以下の問いに答えよ．

(1) $a=2\sqrt{6}, b=3\sqrt{2}+\sqrt{6}, C=60^\circ$ のとき，残りの辺と角を全て求めよ．

(2) $a=4, c=2\sqrt{6}, A=45^\circ$ のとき，残りの辺と角を全て求めよ．

(1)



余弦定理より．

$c^2=(2\sqrt{6})^2+(3\sqrt{2}+\sqrt{6})^2-2\cdot 2\sqrt{6}\cdot(3\sqrt{2}+\sqrt{6})\cdot\cos 60^\circ$

$=24+18+12\sqrt{3}+6-4\sqrt{6}(3\sqrt{2}+\sqrt{6})\cdot\frac{1}{2}$

$=48+12\sqrt{3}-12\sqrt{3}-12$

$=36$

$c>0$ より $\quad c=6$

正弦定理より

$\frac{2\sqrt{6}}{\sin A}=\frac{6}{\sin 60^\circ}$

$\frac{2\sqrt{6}}{\sin A}=\frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

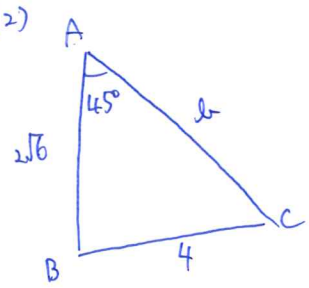
$\sin A=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$C=60^\circ$ より $A<120^\circ$. $\quad\therefore A=45^\circ$

また，$A+B+C=180^\circ$ なので

$B=75^\circ$

(2)



正弦定理より．

$\frac{2\sqrt{6}}{\sin C}=\frac{4}{\sin 45^\circ}$

$2\sqrt{3}=4\sin C$

$\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$C=60^\circ, 120^\circ$

(i) $C=60^\circ$ のとき

$B=75^\circ$ で，$\sin 75^\circ=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ なので

正弦定理より．

$\frac{b}{\sin 75^\circ}=\frac{4}{\sin 45^\circ}$

$b=4\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$=2\sqrt{3}+2$

(ii) $C=120^\circ$ のとき．

$B=15^\circ$ で，$\sin 15^\circ=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ なので．

正弦定理より．

$\frac{b}{\sin 15^\circ}=\frac{4}{\sin 45^\circ}$

$b=4\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

$=2\sqrt{3}-2$.

以上より

$B=75^\circ, C=60^\circ, b=2\sqrt{3}+2$

or

$B=15^\circ, C=120^\circ, b=2\sqrt{3}-2$