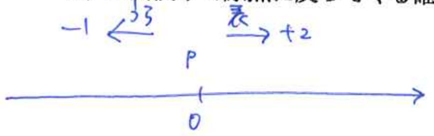
29 原点を出発し，数直線上を動く点 P について，コインを投げて表のときは +2，裏のときは −1 動く．【⋆⋆⋆】

(1) 3 回投げて原点に戻ってくる確率を求めよ．



$\frac{1}{2}$で +2

$\frac{1}{2}$で −1．

3回投げて原点にもどるには．表1回、うら2回．

1　2　3

おもて　うら　うら

$\underbrace{\quad}_{{}_3C_1}$

${}_3C_1$．

$$p = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot {}_3C_1$$

$$= \frac{3}{8}$$

(2) 3 回投げて P の座標が 3 である確率を求めよ．

3回投げて Pの座標が3になるのは．

おもて2回．うら1回．

1　2　3

おもて　うら　おもて

${}_3C_1$．

$$p = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot {}_3C_1$$

$$= \frac{3}{8}$$

(3) 5 回投げて P の座標が 3 である確率を求めよ．

5回のうちおもて r 回とする．うらは $5-r$ 回．

座標が3になるので

$$2 \cdot r + (-1) \cdot (5-r) = 3$$

$$3r = 8$$

r が整数値でないので、5回投げて

Pの座標が3になることはない．

$$\therefore \ p = 0$$

(4) 5 回投げたときの P の座標の期待値を求めよ．

5回後	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	計
確率	$\left(\frac{1}{2}\right)^5$			$\frac{5}{2^5}$			$\frac{5 \cdot 2}{2^5}$			$\frac{5 \cdot 2}{2^5}$			$\frac{5}{2^5}$			$\left(\frac{1}{2}\right)^5$	1

(i) おもて5回．/ うら5回．

i.e. Pが −5 (Pが 10) のとくり

$\left(\frac{1}{2}\right)^5$．

(ii) 片面が4回

i.e. Pが −2 (Pが 7) のとくり

$\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot {}_5C_1$．

(iii) 片面が3回

i.e. Pが 1 (Pが 4) のとくり

$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot {}_5C_2$

(iv) 片面が2回，1回は (i), (ii) と同じ．

0回も (i) と同じ．

上の表より．期待値は

$$E = (-5) \cdot \frac{1}{2^5} + (-2) \cdot \frac{5}{2^5} + 1 \cdot \frac{10}{2^5}$$

$$+ 4 \cdot \frac{5 \cdot 2}{2^5} + 7 \cdot \frac{5}{2^5} + 10 \cdot \frac{1}{2^5}$$

$$= \frac{1}{2^5} \left(-5 - 10 + 10 + 40 + 35 + 10 \right)$$

$$= \frac{1}{2^5} \cdot 80$$

$$= \frac{5}{2}$$