

52 $0 \leq x < 2\pi$ とする. 以下の問いに答えよ.

(1) $\cos x + \cos 3x = 2 \cos x \cos 2x$ を示せ.

(2) 方程式 $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$ を解け.

(1) <証明> 加法定理が

$$\cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x$$

$$\cos(2x-x) = \cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x$$

$$\text{①} \pm \text{②} =$$

$$\cos 3x + \cos x = 2 \cos 2x \cdot \cos x$$

(2)

(1) の結果から,

$$\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$$

$$2 \cos x \cos 2x + \cos 2x = 0$$

$$\cos 2x (2 \cos x + 1) = 0$$

$$\cos 2x = 0 \text{ のとき}$$

$$0 \leq x < 2\pi \text{ より}$$

$$x = \frac{1}{4}\pi, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$$

$$2 \cos x + 1 = 0 \text{ のとき}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$$



よって,

$$x = \frac{1}{4}\pi, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi, \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$$

(1) 「和→積の公式」が存在すれば、
加法定理が利用可能。
「変形」では $x < \frac{\pi}{2}$ だと 0
↳ easy!!