

7 以下の問いに答えよ。【\*\*\*】

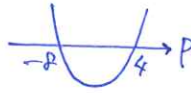
(1)  $y = x^2 - px + 8 - p$  と  $x$  軸の共有点の個数は、 $p$  の値によってどのように変わるか調べよ。

$y = x^2 - px + 8 - p$  と  $x$  軸の共有点の  $x$  座標は

$$x^2 - px + 8 - p = 0 \quad \text{を解く}$$

判別式  $D$  を求める。

$$\begin{aligned} D &= p^2 - 4 \cdot (8 - p) \\ &= p^2 + 4p - 32 \\ &= (p + 8)(p - 4) \end{aligned}$$

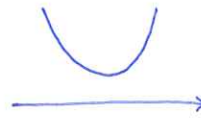


$D > 0$  とき、  
 $\therefore p < -8, 4 < p$  とき共有点2点。  
 $D = 0$  とき  
 $\therefore p = -8, 4$  とき共有点1点  
 $D < 0$  とき  
 $\therefore -8 < p < 4$  とき共有点0点

~~~~~

(2) 2次不等式  $x^2 - 2(m-1)x + 4m + 9 > 0$  の解が全ての実数になるように、定数  $m$  の値の範囲を求めよ。

$$y = x^2 - 2(m-1)x + 4m + 9 \quad \text{のグラフ}$$



左図のように、 $x$  軸と共有点をもたないグラフである。

$$x^2 - 2(m-1)x + 4m + 9 = 0 \quad \text{を解く}$$

判別式  $D$  を求める。

$$\begin{aligned} D &= 4(m-1)^2 - 4 \cdot (4m + 9) \\ &= 4(m^2 - 2m + 1) - 16m - 36 \\ &= 4m^2 - 24m - 32 \\ &= 4(m^2 - 6m - 8) \end{aligned}$$

$D < 0$  とき共有点0点である。

$$m^2 - 6m - 8 < 0$$

これを、 $m^2 - 6m - 8 = 0$  を解く。

$$\begin{aligned} m &= \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot (-8)}}{2} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{68}}{2} \end{aligned}$$

$$= 3 \pm \sqrt{17} \quad \text{である}$$



$$3 - \sqrt{17} < m < 3 + \sqrt{17}$$