

20 $y = \cos^2 \theta - \sin \theta + 1$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) について, 以下の問いに答えよ. 【***】

(1) $x = \sin \theta$ において, y を x の関数で表せ.

$$y = \cos^2 \theta - \sin \theta + 1.$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$= 1 - x^2$$

$$\therefore y = (1 - x^2) - x + 1$$

$$= -x^2 - x + 2.$$

(2) y の最大値, 最小値と, そのときの θ の値を求めよ.

$$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$$

$$0 \leq \sin \theta \leq 1.$$

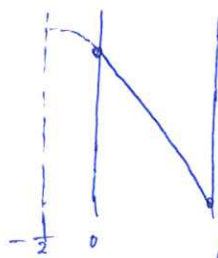
$$\text{i.e. } 0 \leq x \leq 1.$$

$$y = -x^2 - x + 2$$

$$= -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} + 2$$

$$= -\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{9}{4}$$

$$\text{頂点 } \left(-\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right).$$



左図より

$$x = 1 \text{ 時 } \text{Min } 0$$

$$x = 0 \text{ 時 } \text{Max } 2$$

$$\therefore x = 1 \text{ 時}$$

$$\sin \theta = 1 \text{ i.e. } \theta = 90^\circ$$

$$x = 0 \text{ 時}$$

$$\sin \theta = 0 \text{ i.e. } \theta = 0^\circ, 180^\circ$$

まとめ.

$$\theta = 90^\circ \text{ 時 } \text{Min } 0.$$

$$\theta = 0^\circ, 180^\circ \text{ 時 } \text{Max } 2$$