

34 以下の条件を満たす2次関数を求めよ。

(1) 頂点が(1,2)で、点(3,6)を通る。

頂点が(1,2)なので、求める2次関数は

$$y = a(x-1)^2 + 2 \quad \text{と書く。}$$

また点(3,6)を通るので

$$6 = a(3-1)^2 + 2$$

$$4 = 4a \quad a = 1.$$

∴求める2次関数は

$$y = (x-1)^2 + 2 \\ = x^2 - 2x + 3$$

(2) 軸が直線 $x = -2$ で、2点(0,0), (-5, -25)を通る。

軸が $x = -2$ なので、求める2次関数は

$$y = a(x+2)^2 + q \quad \text{と書く。}$$

(i) 点(0,0)を通るので

$$0 = a(0+2)^2 + q \\ 4a + q = 0 \quad \text{--- ①}$$

(ii) (-5, -25)を通るので

$$-25 = a(-5+2)^2 + q \\ 9a + q + 25 = 0 \quad \text{--- ②}$$

①, ②を連立して解く。

$$a = -5, \quad q = 20$$

∴求める2次関数は

$$y = -5(x+2)^2 + 20 \\ = -5x^2 - 20x$$

(3) 3点(3,7), (-1,0), (-3,1)を通る。

求める2次関数は

$$y = ax^2 + bx + c \quad \text{と書く。}$$

(i) 点(3,7)を通るので

$$7 = 9a + 3b + c \quad \text{--- ①}$$

(ii) 点(-1,0)を通るので

$$0 = a - b + c \quad \text{--- ②}$$

(iii) 点(-3,1)を通るので

$$1 = 9a - 3b + c \quad \text{--- ③}$$

① - ③より

$$6 = 6b \quad \therefore b = 1.$$

$$\text{②} \times 3 \Rightarrow 3a - 3b + 3c = 0 \quad \text{--- ④}$$

① + ④より

$$4 = 9a + c \quad \text{--- ⑤}$$

④と⑤を連立して解く

$$a = \frac{3}{8}, \quad c = \frac{5}{8}$$

∴求める2次関数は

$$y = \frac{3}{8}x^2 + x + \frac{5}{8}$$