

5 演習問題

5.1 集合記法

(1) \mathbb{N}, \mathbb{R} はそれぞれ自然数全体の集合, 実数全体の集合とする.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{x | 0 < x < 6, x \in \mathbb{N}\}$$

$$C = \{x | 1 \leq x \leq 6, x \in \mathbb{R}\}$$

のとき, 以下の に当てはまる記号を書け.

(a) A B

(b) A C

(c) 3 A

(d) 1.3 B

(e) C $\sqrt{2}$

(2) 以下の集合を, 別の記法で書き表せ. ただし, \mathbb{Z} は整数全体の集合とする.

(a) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

(b) $B = \{x | -3 < x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$

(c) $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

(d) $D = \{x | x \text{ は } 24 \text{ の正の約数} \}$

(3) 以下の集合の部分集合を全て求めよ.

(a) $A = \{a, b\}$

(b) $B = \{a, b, c\}$

(c) $C = \{1, 2, 3, 4\}$

5.2 共通部分・和集合・補集合

$U = \{x | 1 \leq x \leq 15, x \in \mathbb{N}\}$ を全体集合とし, その部分集合を

$$A = \{x | x \text{ は奇数} \}$$

$$B = \{x | x \text{ は } 3 \text{ の倍数} \}$$

$$C = \{x | x \text{ は } 5 \text{ の倍数} \}$$

とする. 以下の部分集合を求めよ.

(1) $A \cap B$

(2) $A \cup B$

(3) $C \cap B$

(4) \overline{A}

(5) $\overline{\overline{B}}$

(6) $\overline{A} \cap C$

(7) $\overline{A} \cup \overline{B}$

(8) $\overline{A} \cap \overline{B}$

(9) $\overline{A \cap C}$

(10) $\overline{A \cup C}$

(11) $A \cap B \cap C$

(12) $\overline{\overline{A} \cup (B \cap C)}$

5.3 命題

以下の文が命題であるか否かを判断せよ. また, 命題である場合は真偽を判定し, 偽の場合はその理由を説明せよ.

(1) 福井県は石川県よりも面積が広い.

(2) 日本の人口は多い.

(3) 4 は素数である.

(4) 100 は大きい数である.

(5) $x \in \mathbb{R}$ (実数全体の集合) とする.

$$x < 10 \implies x < 2$$

(6) $x \in \mathbb{R}$ (実数全体の集合) とする.

$$x \geq 10 \implies x \geq 2$$

(7) $x \in \mathbb{R}$ (実数全体の集合) とする.

$$|x| < 5 \implies x < 6$$

(8) $x \in \mathbb{Z}$ (整数全体の集合) とする.

$$x \text{ が偶数} \implies x^2 \text{ が奇数}$$

(9) $x \in \mathbb{Z}$ (整数全体の集合) とする.

$$x \text{ が } 3 \text{ の倍数} \implies x^2 \text{ が奇数}$$

(10) $x \in \mathbb{R}$ (実数全体の集合) とする.

$$x^2 \text{ が } 3 \text{ の倍数} \implies x \text{ が奇数}$$

5.4 必要条件・十分条件

☐に当てはまるものを以下から選べ.

- (a) 必要条件であるが十分条件ではない
- (b) 十分条件であるが必要条件ではない
- (c) 必要条件でも十分条件でもない
- (d) 必要十分条件である

(1) 「 x が整数」であることは「 x が自然数」であるための ☐

(2) 「 x が 6 の倍数」であることは「 x が 3 の倍数」であるための ☐

(3) $x \in \mathbb{R}$ (実数全体の集合) とする.

「 $x < 10$ 」であることは「 $|x| < 10$ 」であるための ☐

(4) $x \in \mathbb{N}$ (自然数全体の集合) とする.

「 $x < 10$ 」であることは「 $|x| < 10$ 」であるための ☐

5.5 同値

x, y, z は実数とする. 以下の中で, $x = y$ と同値な条件を全て選べ.

- (a) $x + z = y + z$
- (b) $3x = 3y$
- (c) $xz = yz$
- (d) $x^2 = y^2$
- (e) $x - y = 0$
- (f) $(x - y)^2 = 0$

5.6 否定

以下の条件を否定した条件をかけ. ただし, $x \in \mathbb{R}, n, y \in \mathbb{N}$ とする.

(1) n は 3 の倍数である.

(2) n は 3 の倍数かつ偶数である.

(3) x, y はともに有理数である.

(4) $x > 0$

(5) $|x| \geq 3$

(6) $x > 0$ かつ $y \leq 3$

5.7 逆・裏・対偶

$x \in \mathbb{R}$ (実数全体) とする.

以下の命題の逆・裏・対偶を述べ, それらの真偽を求めよ.

(1) $x > 0 \implies x > 5$

(2) $x < 4 \implies x^2 < 4$

(3) $x^2 - x - 6 < 0 \implies |x| \leq 4$