8 以下の問いに答えよ．【★★】

(1) 放物線 $y = x^2 - 5x + 7$ と直線 $y = -x + k$ が異なる 2 つの共有点をもつとき, 定数 k の値の範囲を求めよ．

2曲線の共有点のx座標は,

$$x^2 - 5x + 7 = -x + k.$$

$$x^2 - 4x + 7 - k = 0$$

の解であり，判別式をDとおくと．

$$D = 16 - 4\cdot(7-k).$$

$$= 4(4 - 7 + k)$$

$$= 4(k-3).$$

2つの共有点をもつので $D>0$.

$$k - 3 > 0$$

$$\therefore\ k > 3$$

(2) 放物線 $y = x^2 - 5x + 7$ と直線 $y = -x + k$ が接するとき, 定数 k の値を求めよ．

(1)と同様に．

$$D = 4(k-3).$$

接するので $D=0$

$$k - 3 = 0$$

$$\therefore\ k = 3$$

(3) 放物線 $y = x^2 - x$ と直線 $y = mx - 1$ が共有点をもつように, 定数 m の値の範囲を求めよ．

2曲線の共有点のx座標は．

$$x^2 - x = mx - 1.$$

$$x^2 - (m+1)x + 1 = 0$$

の解であり．判別式をDとおくと

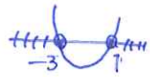
$$D = (m+1)^2 - 4\cdot 1$$

$$= m^2 + 2m - 3$$

$$= (m+3)(m-1).$$

共有点をもつので $D \geqq 0$.

$$(m+3)(m-1) \geqq 0$$



右図より

$$m \leqq -3,\ 1 \leqq m$$

(4) 放物線 $y = x^2 - 2x + 2$ と, 直線 $y = m(x-1)$ の共有点の個数は, m の値によってどのように変わるか調べよ．

2曲線の共有点のx座標は,

$$x^2 - 2x + 2 = m(x-1).$$

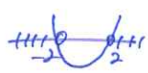
$$x^2 - (2+m)x + 2 + m = 0$$

の解であり．判別式をDとおくと．

$$D = (2+m)^2 - 4\cdot(2+m).$$

$$= (m+2)(2+m-4)$$

$$= (m+2)(m-2).$$



$D>0$ のとき．

$m<-2,\ 2<m$ で共有点2コ

$D=0$ のとき

$m=\pm 2$ で 共有点1コ

$D<0$ のとき

$-2<m<2$ で共有点なし