令和5年度第2学年3組　夏の課題 $(+\alpha)$

取り組みチェック表

提出締め切り日 →

問題	取り組み日	◯・△・×	コメント
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

2年3組＿＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\mathbf{1}}$ 表に 3, 裏に 8 が書かれた硬貨がある. この硬貨を 10 回投げるとき, 出た数字の 10 個の積が 8 桁になる確率を求めよ. ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$ とする.

$\boxed{\mathbf{2}}$ 以下の問いに答えよ.

(1) 関数 $y = |x^2 - x - 6|$ のグラフを描け.

(2) c を実数とするとき, 方程式 $|x^2 - x - 6| = c$ の実数解の個数を調べよ.

$\boxed{\mathbf{3}}$ 以下の問いに答えよ.

(1) $x^4-2x^2-8x-3=(x^2+a)^2+b(x+c)^2$ が恒等式となるような整数 a,b,c を求めよ.

(2) 方程式 $x^4-2x^2-8x-3=0$ を複素数の範囲で解け.

4 関数 $f(x) = 8^x + 4^x + 4^{-x} + 8^{-x}$ について, 次の問いに答えよ.

(1) $t = 2^x + 2^{-x}$ とおくとき, $4^x + 4^{-x}$ および $8^x + 8^{-x}$ を t を用いて表せ.

(2) t のとりうる値の範囲を求めよ.

(3) $f(x)$ の最小値と, そのときの x の値を求めよ.

$\boxed{\textbf{5}}$ $a_1 = 3, a_2 = 2$ とし，$n \geqq 2$ のとき，

$$a_{n+1} = a_n^2 + a_n - 1$$

として数列 $\{a_n\}$ を定める．

(1) $n \geq 2$ のとき，$a_{n+1} = a_1 a_2 \cdots a_n - 1$ が成り立つことを証明せよ．

(2) $\sum_{i=1}^{n} a_i^2 = a_1 a_2 \cdots a_n + 100$ が成り立つような自然数 n を求めよ．

$\boxed{\mathbf{6}}$ 数列 $\{a_n\}$ に対し, S_n を

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$$

で定める. $n = 1, 2, 3, \cdots$ に対し, $S_n = 2a_n + n$ が成り立つとき, 次の問いに答えよ.

(1) a_1 および a_2 を求めよ.

(2) a_{n+1} を a_n の式で表せ.

(3) a_n を n の式で表せ.

$\boxed{\textbf{7}}$ 以下の 2 条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある.

1. $a_1 > 0,\ a_{n+1} \neq a_n\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$
2. $S_n = a_1 + \cdots a_n$ とするとき, $S_n = a_n^2 + na_n - 4\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$

(1) 初項 a_1 を求めよ.

(2) $b_n = a_{2n-1}, c_n = a_{2n}\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$ とするとき, 数列 $\{b_n\}, \{c_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ.

(3) $a_k = 0$ を満たす k を求めよ.

$\boxed{\mathbf{8}}$ 1, 2, 3, 4, 5 の数字を左から並べて n 桁の数を作る．同じ数字を何回用いてもよいが, 作った n 桁の数の中に次の 6 種類の数字の並び 12, 13, 21, 23, 31, 32 のいずれも現れてはいけない．

このルールのもとで作ることができる n 桁の数全体の集合を A_n とし, A_n の要素の個数を a_n で表す．例えば $a_1 = 5$ である．A_n の中で, 末尾が 4 または 5 であるものの全体の集合を B_n とし, B_n の要素の個数を b_n で表す．

(1) a_2 を求めよ．

(2) b_{n+1} を a_n を用いて表せ．

(3) a_{n+2} を a_{n+1} と a_n を用いて表せ．

(4) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

$\boxed{\mathbf{9}}$ 自然数 $n = 1, 2, 3, \cdots$ に対して, 座標が $(\cos\theta_n, \sin\theta_n)$ である単位円上の点 P_n が, 以下の規則 (i), (ii) で定められている.

(i) $\theta_1 = 0, \theta_2 = \dfrac{1}{3}\pi$ とし, 各 n について,

$$\theta_n < \theta_{n+1} < \theta_{n+2} < \theta + 2\pi$$

が成り立つ.

(ii) 各 n について, P_{n+2} は, P_n, P_{n+1} を両端とする弧のうち, P_{n+2} を含む弧を 2 等分する点である.

このように定めるとき, $\theta_3 = \dfrac{7}{6}\pi$ であることがわかる. 以下の問いに答えよ.

(1) θ_4, θ_5 を求めよ.

(2) $\theta_{n+1} - \theta_n = \beta_n$ とおくとき, $\beta_{n+1} = -\dfrac{1}{2}\beta_n + \pi$ を示し, 数列 $\{\beta_n\}$ の一般項を求めよ.

(3) 数列 $\{\theta_n\}$ の一般項を求めよ.

$\boxed{\textbf{10}}$ 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める.

$$a_1 = 2, a_{n+1} = a_n^3 4^n \ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

このとき, 次の問いに答えよ.

(1) $b_n = \log_2 a_n$ とするとき, b_{n+1} を b_n を用いて表せ.

(2) α, β を定数とし $f(n) = \alpha n + \beta$ とする. このとき, $b_{n+1} - f(n+1) = 3\{b_n - f(n)\}$ が成り立つように α, β を定めよ.

(3) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ.

$\boxed{\textbf{11}}$

(1)

(2)