

43 1個のサイコロを3回投げて、以下のルールで各回の得点を決める.

- 1回目は、出た目が得点となる.
- 2回目は、出た目が1回目と同じならば得点は0, 異なれば出た目が得点となる.
- 3回目は、出た目が1回目または2回目と同じならば得点は0, どちらも異なれば出た目が得点になる.

3回の得点の和を総得点とし、総得点が n となる確率を p_n とする.

(千葉大)

(1) 総得点 n の最大値, 最小値と, それらの n に対する確率 p_n を求めよ.

(2) p_6 を求めよ.

(1) 総得点の最大値は,

1, 2, 3回目の目が $\{6, 5, 4\}$ のときである.

このとき点数は15点で, 確率は,

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times 3! = \frac{1}{36}$$

$$\therefore P_{15} = \frac{1}{36}$$

最小値は, $\{1, 1, 1\}$ のときである.

このとき点数は1点で, 確率は,

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

$$\therefore P_1 = \frac{1}{216}$$

(2) 得点が6になるのは,

$\{1, 1, 5\}$ — (i)

$\{1, 2, 3\}$ — (ii)

$\{1, 5, 5\}$ — (iii)

$\{2, 2, 4\}$ — (iv)

$\{2, 4, 4\}$ — (v)

$\{6, 6, 6\}$ — (vi) 重複あり.

(i) 異なる2回目が $\{5, 7+3\}$ のとき,

$$\text{確率は } \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times 3! = \frac{6}{216}$$

(ii) 出た目が2種類あるとき

$$\text{確率は } \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times 3! = \frac{3}{216}$$

(iii) 出た目がすべて同じとき

$$\text{確率は } \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$$

$$\therefore p = \frac{1}{216} + \frac{3}{216} \times 4 + \frac{1}{216}$$

$$= \frac{19}{216}$$