# 令和５年度第１学年４組　夏の課題１

取り組みチェック表 (15 までは必須)

提出締め切り日 →

| 問題 | 取り組み日 | ◯・△・× | コメント |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |
| 11 | | | |
| 12 | | | |
| 13 | | | |
| 14 | | | |
| 15 | | | |
| 16 | | | |
| 17 | | | |
| 18 | | | |
| 19 | | | |
| 20 | | | |

１年４組＿＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\textbf{1}}$ 小問集合. 以下の式を展開し, 整理せよ.

（1） $(x+2)(x+4)$

（2） $(2x+y)^2(2x-y)^2$

（3） $(x^2+1)(x+1)(x-1)$

（4） $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$

（5） $(a^2+b^2)^2(a-b)^2(a+b)^2$

**2** 小問集合. 以下の式を因数分解せよ.

(1) $x^2 + 5x + 6$

(2) $3x^2 + 11x + 6$

(3) $6x^2 - 13x + 6$

(4) $x^2 - 2y^2 - 2 - xy - x + 5y$

(5) $x^3 - y^3$

$\boxed{\mathbf{3}}$ 小問集合．以下の不等式を解け．

(1) $4x-1<3x+5$

(2) $\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{3}<\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{5}x$

(3) $\begin{cases} 3x+2 & <x+4 \\ 5x-1 & \leqq 7x-5 \end{cases}$

(4) $\dfrac{2x+5}{4}\leqq x+2<17-2x$

(5) $|x-2|<4$

(6) $|2x-3|>3$

$\boxed{\textbf{4}}$ $\sqrt{5}+3$ の整数部分を $a$, 小数部分を $b$ とする.

(1) $a, b$ の値をそれぞれ求めよ.

(2) $a^2+b^2$ の値を求めよ.

(3) $a^3+b^3$ の値を求めよ.

$\boxed{\mathbf{5}}$ $x=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}, y=\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ のとき, 以下の式の値を求めよ.

(1) $x+y$

(2) $x^2+y^2$

(3) $x^3-y^3$

$\boxed{\mathbf{6}}$ 三角比の相互関係を証明せよ.

相互関係

(1) $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

(2) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

(3) $1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

**7** 加法定理を述べ, 全て証明せよ.

加法定理

(1)

(2)

(3)

$\boxed{\mathbf{8}}$ 小問集合．$0 \leqq \theta < 2\pi$ とする．以下の方程式・不等式を解け．

(1) $\sin\theta = \dfrac{1}{2}$

(2) $2\cos\theta + \sqrt{3} = 0$

(3) $\tan\theta - 1 < 0$

(4) $2\sin\left(\theta - \dfrac{1}{3}\pi\right) + \sqrt{2} = 0$

(5) $2\cos\left(\theta + \dfrac{1}{4}\pi\right) + \sqrt{3} \leqq 0$

(6) $\tan\left(\theta - \dfrac{1}{6}\pi\right) - \sqrt{3} > 0$

**9** 小問集合. $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする. 以下の問いに答えよ.

(1) $\sin\theta = \dfrac{1}{3}$ のとき, $\cos\theta, \tan\theta$ の値を求めよ.

(2) $\cos\theta = -\dfrac{1}{4}$ のとき, $\sin\theta, \tan\theta$ の値を求めよ.

(3) $\tan\theta = 2$ のとき, $\sin\theta, \cos\theta$ の値を求めよ.

$\boxed{\textbf{10}}$ 小問集合.

(1) $y=\sqrt{3}x$ と $y=x$ のなす鋭角を求めよ.

(2) $y=x+1$ とのなす角が $\dfrac{1}{6}\pi$ であり, 原点を通る直線の方程式を求めよ.

$\boxed{\textbf{11}}$ $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{2}{3}$ のとき, 以下の式の値を求めよ.

(1) $\sin\theta\cos\theta$

(2) $\sin^3\theta + \cos^3\theta$

$\boxed{\textbf{12}}$ $\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta} = 3$ のとき, 以下の式の値を求めよ. ただし, $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{1}{2}\pi$ とする.

(1) $\sin\theta\cos\theta$

(2) $\sin\theta + \cos\theta$

(3) $\sin^3\theta + \cos^3\theta$

(4) $\sin^4\theta + \cos^4\theta$

(5) $\dfrac{1}{\sin^4\theta} + \dfrac{1}{\cos^4\theta}$

$\boxed{\textbf{13}}$ New Theorem.

（1）中線定理を示せ.

**中線定理**

$\triangle$ABC の辺 BC の中点を M とする. 以下が成立.

$$\mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2 = 2(\mathrm{AM}^2 + \mathrm{BM}^2)$$

（2）AB$=6$, BC$=a$, CA$=4$ である三角形 ABC において, 辺 BC, CA の中点をそれぞれ M, N とする. AM$=\sqrt{10}$ のとき, $a$ の値と, 線分 BN の長さを求めよ.

$\boxed{\textbf{14}}$ 1 辺が 4 である立方体の各面の重心を頂点とする正八面体の体積を求めよ.

$\boxed{\textbf{15}}$ AB$=4$, BC$=8$ である長方形 ABCD について, 辺 CD の中点を M とする. 辺 BC 上を点 P が動くとき, AP$+$PM の最小値を求めよ.

$\boxed{\mathbf{16}}$ 円に内接する四角形 ABCD において,

$$\mathrm{AB}=5, \mathrm{BC}=4, \mathrm{CD}=4, \mathrm{DA}=2$$

とする. また, 対角線 AC と BD の交点を P とおく.

(1) 三角形 APB の外接円の半径を $R_1$, 三角形 APD の外接円の半径を $R_2$ とするとき, $\dfrac{R_1}{R_2}$ の値を求めよ.

(2) AC の長さを求めよ.

$\boxed{\mathbf{17}}$ 以下の問いに答えよ.

(1) $\cos 5\theta$ を $\cos\theta$ で表せ.

(2) $\cos^2 \dfrac{1}{10}\pi$ の値を求めよ.

$\boxed{\mathbf{18}}$ 四角形 ABCD において, $AB \parallel DC$, $AB = 4$, $BC = 2$, $CD = 6$, $DA = 3$ であるとする.

(1) 対角線 AC の長さを求めよ.

(2) 四角形 ABCD の面積を求めよ.

$\boxed{\textbf{19}}$ $m, n$ を $0 < m < n$ を満たす整数とする．$\alpha, \beta$ を $0 < \alpha < \dfrac{1}{2}\pi,\ 0 < \beta < \dfrac{1}{2}\pi$ , $m = \tan\alpha, n = \tan\beta$ を満たす実数とする．

(1) $\tan\dfrac{7}{12}\pi$ の値を求めよ.

(2) $\alpha + \beta > \dfrac{7}{12}\pi$ であることを示せ.

(3) $\tan(\alpha + \beta)$ が整数となるような組 $(m, n)$ を全て求めよ.

$\boxed{\mathbf{20}}$ 平面上に, 2 点 A と B で交わる 2 つの円 $C_1, C_2$ がある. $C_1, C_2$ の半径はともに 1 であり, $C_1$ の中心 $\mathrm{O}_1$ は $C_2$ 上, $C_2$ の中心 $\mathrm{O}_2$ は $C_1$ 上にあるとする. $C_2$ の $\mathrm{O}_1$ を含む方の弧 AB 上を点 P が, $C_1$ の $\mathrm{O}_2$ を含む方の弧 AB 上を点 Q が, $\angle\mathrm{PAQ}=30^\circ$ を満たしながら動くとする. ただし, 点 P が点 B に一致する場合は考えないものとする. $\theta=\angle\mathrm{ABP}$ とおくとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $\angle\mathrm{APB}=\angle\mathrm{AQB}=120^\circ$ を示せ.

(2) $\angle\mathrm{ABQ}$ を $\theta$ を用いて表せ.

(3) 線分 AB の長さを求めよ.

(4) 線分 AP, AQ の長さをそれぞれ $\theta$ を用いて表せ.

(5) 点 P が $\mathrm{O}_1$ から B まで動くとき, $\triangle\mathrm{APQ}$ の面積の最大値を求めよ.