

令和5年度第1学年4組 夏の課題1

取り組みチェック表 (15 までは必須)

提出締め切り日 →

問題	取り組み日	○・△・×	コメント
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

1 年 4 組 _____ 番 氏名 _____



1 小問集合. 以下の式を展開し, 整理せよ.

(1) $(x+2)(x+4)$

(2) $(2x+y)^2(2x-y)^2$

(3) $(x^2+1)(x+1)(x-1)$

(4) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$

(5) $(a^2+b^2)^2(a-b)^2(a+b)^2$

2 小問集合. 以下の式を因数分解せよ.

(1) $x^2 + 5x + 6$

(2) $3x^2 + 11x + 6$

(3) $6x^2 - 13x + 6$

(4) $x^2 - 2y^2 - 2 - xy - x + 5y$

(5) $x^3 - y^3$

3 小問集合. 以下の不等式を解け.

(1) $4x - 1 < 3x + 5$

(2) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} < \frac{1}{4} - \frac{1}{5}x$

(3)
$$\begin{cases} 3x + 2 < x + 4 \\ 5x - 1 \leq 7x - 5 \end{cases}$$

(4) $\frac{2x + 5}{4} \leq x + 2 < 17 - 2x$

(5) $|x - 2| < 4$

(6) $|2x - 3| > 3$

4 $\sqrt{5} + 3$ の整数部分を a , 小数部分を b とする.

(1) a, b の値をそれぞれ求めよ.

(2) $a^2 + b^2$ の値を求めよ.

(3) $a^3 + b^3$ の値を求めよ.

5 $x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}, y = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ のとき, 以下の式の値を求めよ.

(1) $x + y$

(2) $x^2 + y^2$

(3) $x^3 - y^3$

6 三角比の相互関係を証明せよ.

相互関係

$$(1) \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$(2) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$(3) 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

7 加法定理を述べ, 全て証明せよ.

加法定理

(1)

(2)

(3)

8 小問集合. $0 \leq \theta < 2\pi$ とする. 以下の方程式・不等式を解け.

(1) $\sin \theta = \frac{1}{2}$

(2) $2 \cos \theta + \sqrt{3} = 0$

(3) $\tan \theta - 1 < 0$

(4) $2 \sin \left(\theta - \frac{1}{3} \pi \right) + \sqrt{2} = 0$

(5) $2 \cos \left(\theta + \frac{1}{4} \pi \right) + \sqrt{3} \leq 0$

(6) $\tan \left(\theta - \frac{1}{6} \pi \right) - \sqrt{3} > 0$

9 小問集合. $0 \leq \theta < 2\pi$ とする. 以下の問いに答えよ.

(1) $\sin \theta = \frac{1}{3}$ のとき, $\cos \theta, \tan \theta$ の値を求めよ.

(2) $\cos \theta = -\frac{1}{4}$ のとき, $\sin \theta, \tan \theta$ の値を求めよ.

(3) $\tan \theta = 2$ のとき, $\sin \theta, \cos \theta$ の値を求めよ.

10 小問集合.

(1) $y = \sqrt{3}x$ と $y = x$ のなす鋭角を求めよ.

(2) $y = x + 1$ とのなす角が $\frac{1}{6}\pi$ であり, 原点を通る直線の方程式を求めよ.

11 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{2}{3}$ のとき, 以下の式の値を求めよ.

(1) $\sin \theta \cos \theta$

(2) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$

12 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 3$ のとき, 以下の式の値を求めよ. ただし, $0 \leq \theta \leq \frac{1}{2}\pi$ とする.

(1) $\sin \theta \cos \theta$

(2) $\sin \theta + \cos \theta$

(3) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$

(4) $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$

(5) $\frac{1}{\sin^4 \theta} + \frac{1}{\cos^4 \theta}$

13 New Theorem.

- (1) 中線定理を示せ.

中線定理

$\triangle ABC$ の辺 BC の中点を M とする. 以下が成立.

$$AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$$

- (2) $AB=6$, $BC=a$, $CA=4$ である三角形 ABC において, 辺 BC , CA の中点をそれぞれ M , N とする. $AM=\sqrt{10}$ のとき, a の値と, 線分 BN の長さを求めよ.

14 1 辺が 4 である立方体の各面の重心を頂点とする正八面体の体積を求めよ.

- 15 $AB=4$, $BC=8$ である長方形 $ABCD$ について, 辺 CD の中点を M とする. 辺 BC 上を点 P が動くとき, $AP+PM$ の最小値を求めよ.

16 円に内接する四角形 ABCD において,

$$AB = 5, BC = 4, CD = 4, DA = 2$$

とする. また, 対角線 AC と BD の交点を P とおく.

(1) 三角形 APB の外接円の半径を R_1 , 三角形 APD の外接円の半径を R_2 とするとき, $\frac{R_1}{R_2}$ の値を求めよ.

(2) AC の長さを求めよ.

17 以下の問いに答えよ.

(1) $\cos 5\theta$ を $\cos \theta$ で表せ.

(2) $\cos^2 \frac{1}{10}\pi$ の値を求めよ.

18 四角形 ABCD において, $AB \parallel DC$, $AB = 4$, $BC = 2$, $CD = 6$, $DA = 3$ であるとする.

(1) 対角線 AC の長さを求めよ.

(2) 四角形 ABCD の面積を求めよ.

19 m, n を $0 < m < n$ を満たす整数とする. α, β を $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi, 0 < \beta < \frac{1}{2}\pi, m = \tan \alpha, n = \tan \beta$ を満たす実数とする.

(1) $\tan \frac{7}{12}\pi$ の値を求めよ.

(2) $\alpha + \beta > \frac{7}{12}\pi$ であることを示せ.

(3) $\tan(\alpha + \beta)$ が整数となるような組 (m, n) を全て求めよ.

20 平面上に、2 点 A と B で交わる 2 つの円 C_1, C_2 がある。 C_1, C_2 の半径はともに 1 であり、 C_1 の中心 O_1 は C_2 上、 C_2 の中心 O_2 は C_1 上にあるとする。 C_2 の O_1 を含む方の弧 AB 上を点 P、 C_1 の O_2 を含む方の弧 AB 上を点 Q が、 $\angle PAQ = 30^\circ$ を満たしながら動くとする。 ただし、点 P が点 B に一致する場合は考えないものとする。 $\theta = \angle ABP$ とおくと、以下の問いに答えよ。

(1) $\angle APB = \angle AQB = 120^\circ$ を示せ。

(2) $\angle ABQ$ を θ を用いて表せ。

(3) 線分 AB の長さを求めよ。

(4) 線分 AP、AQ の長さをそれぞれ θ を用いて表せ。

(5) 点 P が O_1 から B まで動くとき、 $\triangle APQ$ の面積の最大値を求めよ。