

79 以下の問いに答えよ。

(1) $y = \sin^2 \theta - 2 \sin \theta + 3$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) の最大値, 最小値とそのときの θ の値を求めよ。

(2) $y = 2 \sin^2 \theta + 4 \cos \theta - 1$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) の最大値, 最小値とそのときの θ の値を求めよ。

(3) $y = \cos 2\theta - 4 \sin \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) の最大値, 最小値とそのときの θ の値を求めよ。

(1) $t = \sin \theta$ とおく。 $0 \leq \theta < 2\pi$ より

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1.$$

$$\therefore -1 \leq t \leq 1.$$

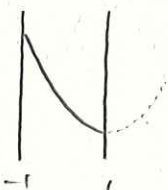
$$y = t^2 - 2t + 3$$

$$= (t-1)^2 + 2.$$

左図より

$$t = -1 \text{ 時 Max } 6$$

$$t = 1 \text{ 時 Min } 2$$



$$t = -1 \text{ とき } \sin \theta = -1 \quad \therefore \theta = \frac{3}{2}\pi$$

$$t = 1 \text{ とき } \sin \theta = 1 \quad \therefore \theta = \frac{\pi}{2}$$

よって

$$\theta = \frac{3}{2}\pi \text{ とき Max } 6$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ とき Min } 2$$

(2) $y = 2 \sin^2 \theta + 4 \cos \theta - 1$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ より}$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta.$$

$$y = 2(1 - \cos^2 \theta) + 4 \cos \theta - 1$$

$$= -2 \cos^2 \theta + 4 \cos \theta + 1.$$

$$t = \cos \theta$$
 とおく。 $0 \leq \theta < 2\pi$ より

$$-1 \leq \cos \theta \leq 1 \quad \therefore -1 \leq t \leq 1.$$

$$y = -2t^2 + 4t + 1$$

$$= -2(t-1)^2 + 3.$$

左図より

$$t = 1 \text{ 時 Max } 3$$

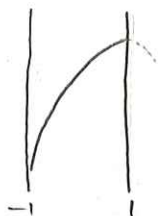
$$\text{よって } \cos \theta = 1$$

$$\therefore \theta = 0$$

$$t = -1 \text{ 時 Min } -5$$

$$\text{よって } \cos \theta = -1$$

$$\therefore \theta = \pi$$



よって $\theta = 0$ 時 Max 3

$\theta = \pi$ 時 Min -5

(3) $\cos 2\theta = \cos(\theta + \theta)$

$$= \cos \theta \cdot \cos \theta - \sin \theta \cdot \sin \theta$$

$$= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= (1 - \sin^2 \theta) - \sin^2 \theta$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\therefore y = 1 - 2 \sin^2 \theta - 4 \sin \theta$$

$$t = \sin \theta$$
 とおく。 $0 \leq \theta < 2\pi$ より

$$-1 \leq t \leq 1.$$

$$y = -2t^2 - 4t + 1$$

$$= -2(t+1)^2 + 3.$$



左図より

$$t = -1 \text{ 時 Max } 3.$$

$$\text{よって } \sin \theta = -1$$

$$\therefore \theta = \frac{3}{2}\pi$$

$$t = 1 \text{ 時 Min } -5$$

$$\text{よって } \sin \theta = 1$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{2}$$

よって

$$\theta = \frac{3}{2}\pi \text{ 時 Max } 3$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ 時 Min } -5$$