

## 7 場合の数・確率演習

### 7.1 問題

4組の親子, 計8人がある. この8人が, 以下のような会場の座席に座ることを考える.

	ステージ			
A 列				
B 列				
	1 番	2 番	3 番	4 番

このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 8人の座席の座り方は何通りあるか.
- (2) A 列に子供が座り, 親は自身の子供の後ろに座る. このような並び方は何通りあるか.
- (3) 親子が隣同士に座るような並び方は何通りあるか. ただし, ここでいう隣同士とは, 同じ列で隣接番号に座ることである.
- (4) どの親子も隣同士にならないような座り方は何通りあるか.

## 7.2 問題

1 のカードが 1 枚, 2 のカードが 2 枚, 3 のカードが 3 枚, 4 のカードが 4 枚の計 10 枚の中から, 同時に 3 枚引く. このとき, 引いたカードの最大値を  $M$ , 最小値を  $m$  とし,  $X = M - m$  とする.

- (1) 3 枚全てが 4 のカードである確率を求めよ.
- (2)  $X = 0$  となる確率を求めよ.
- (3)  $X$  についての確率分布表を作れ.
- (4) 同時に 3 枚引く操作に対し,  $X$  の値が気に入らなかった場合もう一度だけやり直すことができる. このとき,  $X$  の期待値を最大にするには,  $X$  の値がどのようなときにやり直せば良いか.

### 7.3 問題

1 のカードが 4 枚, 2 のカードが 3 枚, 3 のカードが 2 枚, 4 のカードが 1 枚の計 10 枚の中から, 同時に 3 枚引く. このとき, 引いたカードの最大値を  $M$ , 最小値を  $m$  とし,  $X = M + m$  とする.

- (1) 3 枚全てが 1 のカードである確率を求めよ.
- (2)  $X = 5$  となる確率を求めよ.
- (3)  $X$  についての確率分布表を作れ.
- (4) 同時に 3 枚引く操作に対し,  $X$  の値が気に入らなかった場合もう一度だけやり直すことができる. このとき,  $X$  の期待値を最大にするには,  $X$  の値がどのようなときにやり直せば良いか.

#### 7.4 問題

3 個のサイコロを同時投げ、出た目によって以下のような役と点数を設定する.

役	説明	点数
ゾロ目	3 つとも同じ目	10 点
階段	3 つの数が連続	6 点
奇数	3 つの目が全て奇数	3 点
偶数	3 つの目が全て偶数	2 点

もし出た目が気に入らなければ、気に入らないサイコロのみ選んで振り直すこともできるとする.

- (1) 振り直しの操作を禁じた場合、各々の役の確率を求めよ.
- (2) 振り直しの操作を禁じた場合の、点数の期待値を求めよ.
- (3) 振り直しを行うことができる場合、ゾロ目が起きる確率を求めよ. ただし、振り直しを行う際は、確率が最も大きくなるように振り直すサイコロを選ぶものとする.
- (4) このゲームの得点の期待値を求めよ.

## 7.5 問題

1 から 12 のカード計 12 枚を準備し, 2 人で以下のようなゲームを行う.

- 各々 1 枚ずつ無作為に選び, その数値を得点とする.
- 気に入らない場合, 手札を元に戻し再度引き直すこともできる.

以下の問いに答えよ.

- (1) 得点の期待値を求めよ.
- (2) お互いに引き直しをしないとする. 自身の得点が 8 点の場合, このゲームに敗北する確率を求めよ.
- (3) 相手が「私の得点は 6 点です」と宣言してくれた. 自身の得点は 3 点であったため引き直すことにした. 引き直して勝つことができる確率を求めよ. ただし, 相手は嘘をついておらず, 引き直しもしないものとする.
- (4) 相手は期待値以上の得点のため, 引き直しをしなかった. 自身の点数がどのような時に引き直しを選択すれば, この勝負に勝利する確率が最も高くなるか.

## 7.6 問題

原点を始点として数直線上を動く点  $P$  がある. サイコロを 1 回投げ, 動き方を以下の通り決める.

- 3 の倍数が出た場合,  $+2$
- それ以外の場合,  $-1$

(1) 3 回繰り返す場合, 点  $P$  が原点にいる確率を求めよ.

(2) 3 回繰り返した後の点  $P$  の座標の期待値を求めよ.

(3) 6 回繰り返した後の点  $P$  の座標の期待値を求めよ.

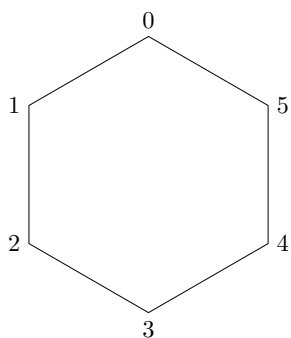
(4) 動き方を以下の通りに変更する.

- 1 が出た場合,  $+3$
- 3 の倍数が出た場合,  $\pm 0$
- それ以外の場合,  $-1$

このとき, 6 回繰り返した後の期待値を求めよ.

### 7.7 問題

0 を始点として, 下のような正六角形の周上を動く点  $P$  がある.



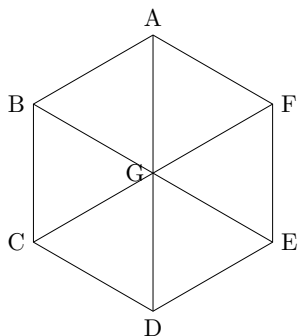
サイコロを投げて動き方を以下の通り決め, 操作終了後の点  $P$  の位置を得点とする.

- 3 の倍数が出た場合, 反時計まわりに  $+2$
- それ以外の場合, 反時計まわりに  $+1$

- (1) 3 回の操作後に, 得点が 0 である確率を求めよ.
- (2) 3 回の操作後に, 得点が 4 以上である確率を求めよ.
- (3) 3 回の操作後の得点の期待値を求めよ.
- (4) 3 回の操作を行う. 1 回の操作ごとに得点を記録し, それを  $X_1, X_2, X_3$  とする.  $S = X_1 + X_2 + X_3$  とするとき,  $S$  の期待値を求めよ.

### 7.8 問題

図のような正六角形  $ABCDEF$  において, 点  $G$  を向かい合う対角線の交点とする. この 7 点のうち, 3 点を無作為に選んでできる図形について考える.



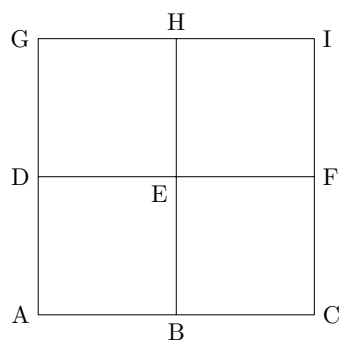
以下の問いに答えよ.

- (1) 三角形ができない確率を求めよ.
- (2) 1 辺が 1 の正三角形ができる確率を求めよ.
- (3) 直角三角形ができる確率を求めよ.
- (4) できる図形の面積の期待値を求めよ. ただし, 三角形ができなかった場合の面積は 0 とする.



## 7.9 問題

以下のような図形において, 3 点を無作為に選んでできる図形について考える.



以下の問いに答えよ.

- (1) 三角形ができない確率を求めよ.
- (2) 面積が 1 の三角形ができる確率を求めよ.
- (3) 面積が 2 の三角形ができる確率を求めよ.
- (4) できる図形の面積の期待値を求めよ. ただし, 三角形ができなかった場合の面積は 0 とする.

#### 7.10 問題

「1 段ずつ」「1 段飛ばし」のいずれかで階段を登る。以下の問いに答えよ。

- (1) 2 段, 3 段, 4 段の登り方はそれぞれ何通りか。
- (2) 15 段を登る方法は何通りあるか。
- (3) 連続して「1 段飛ばし」は選択できないとする。このとき 15 段を登る方法は何通りあるか。
- (4) 登り方として「2 段飛ばし」を追加する。このとき 15 段を登る方法は何通りあるか。