$\boxed{72}$ 以下の問いに答えよ．

(1) m を定数とする．以下の方程式の実数解の個数を求めよ．

(a) $x^2+mx+4=0$

(b) $2x^2-4x+3+m=0$

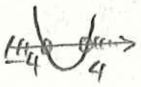
(a)

$x^2+mx+4=0$ の判別式をDとする。

$D=m^2-4\cdot4$

$=(m-4)(m+4)$.

(i) $D>0$ のとき $m<-4,\ 4<m$ で 実数解 2コ



(ii) $D=0$ のとき $m=\pm4$ で 実数解 1コ

(iii) $D<0$ のとき $-4<m<4$ で 実数解 0コ

まとめると 実数解の個数は

$$\begin{cases} m<-4,\ 4<m \text{ で } 2コ \\ m=\pm4 \text{ で } 1コ \\ -4<m<4 \text{ で } 0コ \end{cases}$$

(b) $2x^2-4x+3+m=0$

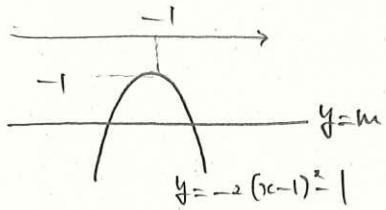
$-2x^2+4x-3=m$

実数解の個数は $y=-2x^2+4x-3$ と $y=m$ の共有点の個数．

ここで，

$y=-2x^2+4x-3$

$=-2(x-1)^2-1$.



上図より 実数解の個数は

$$\begin{cases} m<-1 \text{ で } 2コ \\ m=-1 \text{ で } 1コ \\ m>-1 \text{ で } 0コ \end{cases}$$

(2) 以下の問いに答えよ．

(a) 放物線 $y=x^2+2x-3$ のグラフが x 軸から切り取る線分の長さを求めよ．

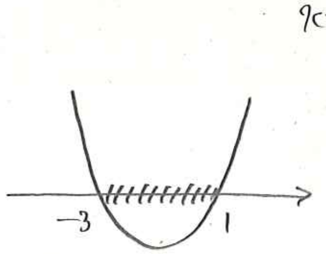
(b) 放物線 $y=x^2+2x+a$ のグラフが x 軸から切り取る線分の長さが $4\sqrt{3}$ のとき，定数 a の値を求めよ．

(a) $y=x^2+2x-3$ と x軸の共有点の x座標は

$x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0$

$x=-3,\ 1$.



求める線分は，上図の斜線部．

∴ 長さは 4

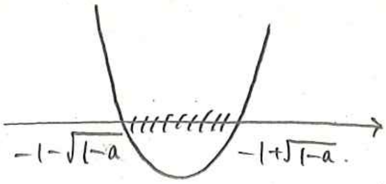
(b) $y=x^2+2x+a$ と x軸の共有点の x座標は．

$x^2+2x+a=0$

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4-4a}}{2\cdot1}$

$=\dfrac{-\cancel{2}\pm\cancel{2}\sqrt{1-a}}{\cancel{2}}$

$=-1\pm\sqrt{1-a}$



斜線部の長さが $4\sqrt{3}$ となればよい．

∴ $(-1+\sqrt{1-a})-(-1-\sqrt{1-a})$

$=2\sqrt{1-a}=4\sqrt{3}$

$\sqrt{1-a}=2\sqrt{3}$

$1-a=12$ ∴ $a=-11$