

100 【データの分析・集合と命題】

(1) 以下のデータについて

x	1	2	4	5	8
y	7	3	10	6	9

(a) x の平均, 分散を求めよ.

$$\bar{x} = \frac{1}{5} (1+2+4+5+8)$$

$$= 4$$

$$(\text{分散}) = \frac{1}{5} \{ (1-4)^2 + (2-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (8-4)^2 \}$$

$$= \frac{1}{5} (9+4+0+1+16)$$

$$= 6$$

(b) y の平均, 分散を求めよ.

$$\bar{y} = \frac{1}{5} (7+3+10+6+9)$$

$$= 7$$

$$(\text{分散}) = \frac{1}{5} \{ (7-7)^2 + (3-7)^2 + (10-7)^2 + (6-7)^2 + (9-7)^2 \}$$

$$= \frac{1}{5} (0+16+9+1+4)$$

$$= 6$$

(c) x, y の共分散, 相関係数を求めよ.

	$(x-\bar{x})$	$(y-\bar{y})$	積
①	-3	1	-3
②	-2	-3	6
③	0	4	0
④	1	0	0
⑤	4	3	12
計	15		

$$\therefore \text{共分散} = \frac{1}{5} \cdot 15 = 3$$

$$\text{相関係数} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

(2) 命題「 $|x-1| < 1 \Rightarrow 0 < x < 1$ 」について、真偽を述べよ。また、逆・裏・対偶について述べ、真偽を述べよ。

$$\begin{array}{l} |x-1| < 1 \\ -1 < x-1 < 1 \\ 0 < x < 2 \end{array} \quad \int \quad \text{よって } |x-1| < 1 \Rightarrow 0 < x < 1 \text{ は 偽.} \\ \text{(反例) } x=1.5$$

④ $0 < x < 1 \Rightarrow |x-1| < 1$ 真

⑤ $|x-1| \geq 1 \Rightarrow x < 0, 1 < x$ 真.

⑥ $x < 0, 1 < x \Rightarrow |x-1| \geq 1$ 偽

(3) 「 n^2+1 は奇数 $\Rightarrow n$ は偶数」を示せ.

対偶「 n は奇数 $\Rightarrow n^2+1$ は偶数」を示せばよい.

$$n = 2m+1 \quad (m \in \mathbb{N}) \text{ とおける.}$$

$$n^2+1 = (2m+1)^2+1$$

$$= 4m^2 + 4m + 1 + 1$$

$$= 2(2m^2 + 2m + 1)$$

$\therefore n^2+1$ は偶数.

よって対偶が真なら、元の命題も真 四

(4) $\sqrt{2}$ が無理数であることを用いて、 $3\sqrt{2}$ が無理数であることを示せ.

背理法で示す.

$3\sqrt{2}$ が有理数と仮定.

$$\text{i.e. } 3\sqrt{2} = \frac{m}{n} \quad (m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0) \text{ とおける.}$$

$$\text{式変形して, } \sqrt{2} = \frac{m}{3n} \quad 3n, m \text{ は整数だから, 右辺は有理数.}$$

よって $\sqrt{2}$ が無理数であることに矛盾.

\therefore 仮定が誤り. $3\sqrt{2}$ は無理数. 四