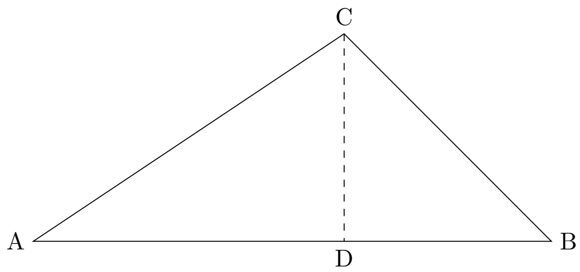
5 多角形への応用

5.1 三角形の面積

$\triangle$ABC の面積 S を求めてみよう.

(1) 鋭角三角形の場合



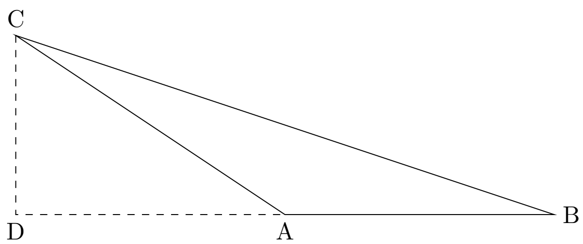
上図において, CD を $\angle$A の三角比と AC を用いて

CD=

と表せるので, $\triangle$ABC の面積 S は,

$$S = \frac{1}{2} \times \underline{\qquad\qquad} \times \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

(2) 鈍角三角形の場合



上図において, CD を $\angle$A の三角比と AC を用いて

CD=

と表せるので, $\triangle$ABC の面積 S は,

$$S = \frac{1}{2} \times \underline{\qquad\qquad} \times \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

以上をまとめると,

三角形の面積

練習

以下のとき, 三角形 ABC の面積を求めよ.

(1) $a = 3, b = 4, C = 60^\circ$

(2) $a = \sqrt{3}, c = 2, B = 150^\circ$

(3) $a = 3, b = 3, c = 3$

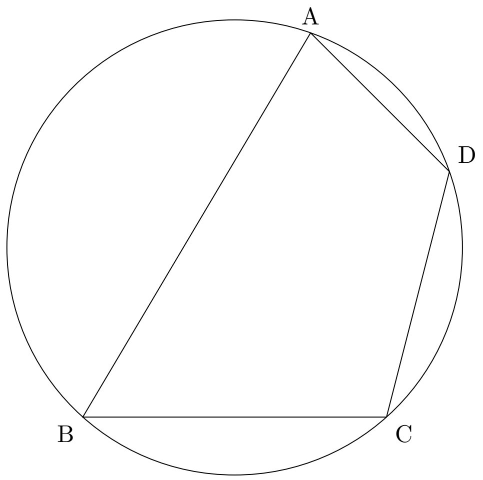
(4) $a = 5, b = 6, c = 7$
(ヒント: $\sin\theta$ が知りたい. でもすぐわかるのは $\cos\theta$...)

5.2　多角形の面積

(1) 円に内接する四角形 ABCD において,

$$\mathrm{AB} = 3, \mathrm{BC} = 2, \mathrm{CD} = 1, \angle \mathrm{B} = 60^\circ$$

のときの四角形 ABCD の面積を求めよ.
(求める流れ：AC $\to$ AD $\to$ 面積)



(2) 円に内接する四角形 ABCD において,

$$\mathrm{AB} = 4, \mathrm{BC} = 4, \mathrm{CD} = 5, \angle \mathrm{C} = 60^\circ$$

のときの四角形 ABCD の面積を求めよ.

5.3 内接円と三角形

△ABC の 3 辺の長さを a, b, c とし, 内接円の半径を r とする. このとき, △ABC の面積 S は,

$$S =$$

と表すことができる.

この式を使った問題を解いてみる.

<u>問題</u>

(1) △ABC において, $a = 2, b = 3, c = 4$ のとき, 内接円の半径 r を求めよ.

(2) △ABC において, $a = 7, b = 6, c = 5$ のとき, 内接円の半径 r を求めよ.

5.4 ヘロンの公式 (紹介)

入試で公式の証明が出る年があったりなかったり.

ヘロンの公式

△ABC の 3 辺の長さを a, b, c とする. 面積 S は以下の式で表すことができる.

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

ただし, $s = \dfrac{a+b+c}{2}$

これを知っていると, 面積が簡単に求められる.

<u>問題</u>

△ABC において, $a = 2, b = 3, c = 4$ のとき, 面積 S を求めよ.

Proof.

□