2 年生に向けた Step Up

1 年_____組　氏名____

2 年_____組　氏名____

実施記録

題問	実施日	コメント等	題問	実施日	コメント等
1	/		26	/	
2	/		27	/	
3	/		28	/	
4	/		29	/	
5	/		30	/	
6	/		31	/	
7	/		32	/	
8	/		33	/	
9	/		34	/	
10	/		35	/	
11	/		36	/	
12	/		37	/	
13	/		38	/	
14	/		39	/	
15	/		40	/	
16	/		41	/	
17	/		42	/	
18	/		43	/	
19	/		44	/	
20	/		45	/	
21	/		46	/	
22	/		47	/	
23	/		48	/	
24	/		49	/	
25	/		50	/	

数学力をつけるには「とにかく考えること」が重要である．今までに学んだ知識を使って試行錯誤を繰り返し，失敗と成功を繰り返すことが数学の学びでは大切である．答えは，QR コードを読み取れば確認できるが，安易に解答を見るのではなく，いろいろな試行錯誤をおこなった上で解答を確認してほしい．

1 以下の問いに答えよ．【⋆】

（1） $A=a^2-a+1, B=2a^2+a, C=2a-1$ のとき，$(2B-3C)-3(A-C)$ を計算せよ．

（2） $(x-y)^2(x+y)^2$ を展開せよ．

（3） $12x^2-xy-6y^2$ を因数分解せよ．

（4） $|-5|+\big||3|-|-6|\big|$ の値を求めよ．

（5） $\dfrac{1}{3+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{3-\sqrt{3}}$ を計算せよ．

（6） 不等式 $\dfrac{2-5x}{2}+3 \geqq \dfrac{7x-4}{3}$ を解け．

（7） 方程式 $|2x+1|=3$ を解け．

（8） $\sqrt{5}$ の整数部分を a, 小数部分を b とする．$\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a+b}$ の値を求めよ．

$\boxed{\mathbf{2}}$ 以下の問いに答えよ．【⋆⋆】

（1）$x=\sqrt{3}-1$ のとき，$y=|x-1|+|x+1|$ の値を求めよ．

（2）$x=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ のとき，x^2-x+1 の値を求めよ．

（3）$x=\sqrt{2}+1$ のとき，$\dfrac{1}{x^3}+x^3$ の値を求めよ．

（4）不等式 $1 \leqq |x+1| \leqq 4$ を解け．

（5）連立不等式 $\begin{cases} \dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}x & \geqq & \dfrac{5}{6}+\dfrac{1}{2}x \\ 1.4x-0.8 & < & 2.6-\left(\dfrac{1}{5}-0.6x\right) \end{cases}$

3 以下の問いに実数範囲で答えよ．【$\star\star$】

（1）x^2-3x-y^2-y+2 を因数分解せよ．

（2）$x^2+xy-2y^2-4x+y+3$ を因数分解せよ．

（3）$bc(b-c)+ca(c-a)+ab(a-b)$ を因数分解せよ．

（4）x^4-x^2-12 を因数分解せよ．

（5）$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-48$ を因数分解せよ．

（6）$a^4-b^4-a^2+b^2$ を因数分解せよ．

$\boxed{\mathbf{4}}$ 以下の問いに答えよ.【⋆⋆】

(1) $f(x) = ax^2 + bx + 2$ が, $f(2) = 4, f(3) = 17$ を満たすとき, 定数 a, b の値を求めよ.

(2) $y = x^2 - 6x$ について, 頂点の座標を求めて, グラフを描け.

(3) $y = \dfrac{1}{2}x^2 + x + \dfrac{3}{2}$ について, 頂点の座標を求めて, グラフを描け.

(4) 放物線 $y = -3x^2 + 4x + 7$ を平行移動したもので, 2 点 $(1, 1), (2, -8)$ を通る放物線の方程式を求めよ.

(5) 3 点 $(-1, 1), (1, 7), (2, -5)$ を通る放物線の方程式を求めよ.

5 以下の方程式, 不等式を解け. ただし, 2 次方程式は実数範囲で解くこと. 【⋆⋆】

(1) $x^2+9x+20=0$

(2) $4x^2-4x-3=0$

(3) $3x^2-3x-4=0$

(4) $3(x-2)(x+5)=x^2+4x-25$

(5) $x^4-1=0$

(6) $x^3+1=0$

(7) $x^2+4x-12<0$

(8) $x^2-x-12 \geqq 0$

(9) $2x^2-3x+2<0$

(10) $25x^2-40x+16>0$

6 2 次方程式が ( ) 内の条件を満たすように, 定数 k の値, またはその範囲を求めよ. 【⋆⋆】

（1）$x^2 - 4x + k = 0$ (異なる 2 つの実数解を持つ)

（2）$-2x^2 + 3x - k = 0$ (実数解を持たない)

（3）$3x^2 - kx - k = 0$ (重解解を持つ)

（4）$x^2 - kx + 1 = 0$ (異なる 2 つの虚数解を持つ)

$\boxed{\mathbf{7}}$ 以下の問いに答えよ．【$\star\star\star$】

（1）$y = x^2 - px + 8 - p$ と x 軸の共有点の個数は, p の値によってどのように変わるか調べよ.

（2）2 次不等式 $x^2 - 2(m-1)x + 4m + 9 > 0$ の解が全ての実数になるように, 定数 m の値の範囲を求めよ.

8 以下の問いに答えよ．【⋆⋆】

(1) 放物線 $y = x^2 - 5x + 7$ と直線 $y = -x + k$ が異なる 2 つの共有点をもつとき, 定数 k の値の範囲を求めよ.

(2) 放物線 $y = x^2 - 5x + 7$ と直線 $y = -x + k$ が接するとき, 定数 k の値を求めよ.

(3) 放物線 $y = x^2 - x$ と直線 $y = mx - 1$ が共有点をもつように, 定数 m の値の範囲を求めよ.

(4) 放物線 $y = x^2 - 2x + 2$ と, 直線 $y = m(x - 1)$ の共有点の個数は, m の値によってどのように変わるか調べよ.

$\boxed{\mathbf{9}}$ 以下の問いに答えよ．【⋆⋆】

(1) 2 次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ が以下の条件を満たすように, 定数 a, b, c の値を定めよ．

$$f(1) = f(-1), \quad f(2) = 2f(1), \quad f(0) = 2$$

(2) 2 次関数 $y = -x^2 - 6x + 7$ のグラフは, 2 次関数 $y = -x^2 + 4x - 5$ のグラフをどのように平行移動したものか.

(3) $y = 2x^2$ を平行移動して, 頂点が $y = 2x - 3$ 上にくるようにすると, この放物線は点 $(2, 1)$ を通った. この放物線の方程式を求めよ.

$\boxed{\textbf{10}}$ 以下の問いに答えよ. 【$\star\star\star$】

(1) $2 \leqq x \leqq 4, -3 < y \leqq 1$ のとき, $2x-3y$ のとりうる値の範囲にある整数値の個数を求めよ.

(2) 2 次不等式 $x^2-(1+a)x+a<0$ を満たす整数 x の値が 2 だけとなるように, 定数 a の値の範囲を定めよ.

(3) 2 次方程式 $x^2+ax+a^2-4=0$ が異符号の解をもつように, a の値の範囲を定めよ.

(4) 2 つの 2 次方程式

$$x^2-4ax-4a+3=0, x^2+(a-1)x+a^2=0$$

のうち, 少なくとも一方が実数の解をもつように, 定数 a の値の範囲を定めよ.

$\boxed{\mathbf{11}}$ 以下の問いに答えよ. 【$\star\star$】

(1) $x=-1$ のとき最大値 5 をとり, グラフが点 $(-2,4)$ を通るような 2 次関数を求めよ.

(2) 2 次関数 $y=-x^2+ax+a$ の最大値が 3 となるように, 定数 a の値を定めよ.

(3) 2 次関数 $y=x^2-3x+c \ \ (1 \leqq x \leqq 4)$ の最大値が 5 であるように, 定数 c の値を定めよ. また, そのときの最小値を求めよ.

(4) 2 次関数 $f(x)=ax^2-ax+b \quad (a<0)$ の $-1 \leqq x \leqq 2$ における最大値が 3, 最小値が -22 であるとき, 定数 a, b の値を求めよ.

$\boxed{\textbf{12}}$ 以下の問いに答えよ．【$\star\star\star$】

（1）a を正の定数とする．2 次関数 $y = x^2 - 4x + 2$ の $0 \leqq x \leqq a$ における最大値, 最小値と, それらを与える x の値を求めよ．

（2）a を定数とする．2 次関数 $y = x^2 - 2ax + 2$ の $0 \leqq x \leqq 3$ における最大値, 最小値と, それらを与える x の値を求めよ．

$\boxed{\mathbf{13}}$ 以下の問い に答えよ. 【⋆⋆⋆⋆】

（1） $y = -(x^2 - 2x)^2 + 2(x^2 - 2x)$ の最大値とそのときの x の値を求めよ.

（2） $y = -x^2 + 2ax - 3a^2 + 2a + 4$ について, 最大値 M を a で表せ. また, M の最大値とそのときの a の値を求めよ.

$\boxed{\mathbf{14}}$ 以下の問いに答えよ．【⋆⋆⋆⋆】

（1）x, y が $x \geqq 0, y \geqq 0, x + 2y = 4$ を満たすとき，$x^2 + 4y^2$ の最大値と最小値を求めよ．

（2）放物線 $y = -x^2 + 16$ と x 軸で囲まれる図形に内接する長方形 ABCD について，周の長さの最大値を求めよ．

$\boxed{\textbf{15}}$ 以下の問いに答えよ．【$\star\star\star\star$】

（1）関数 $f(x) = |x(x+2)|$ について，$f(x) = 1$ を満たす x の値を全て求めよ．

（2）$|x-1| + |x+3| \leqq 5$ を解け．

$\boxed{\mathbf{16}}$ $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする．以下の問いに答えよ．【⋆⋆】

（1）$\sin\theta = \dfrac{3}{5}$ のとき, $\cos\theta, \tan\theta$ の値を求めよ.

（2）$\cos\theta = \dfrac{1}{4}$ のとき, $\sin\theta, \tan\theta$ の値を求めよ.

（3）$\tan\theta = 3$ のとき, $\sin\theta, \cos\theta$ の値を求めよ.

（4）直線 $y = x$ と直線 $y = -\sqrt{3}x$ のなす鋭角 θ を求めよ.

$\boxed{\mathbf{17}}$ $0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする．以下の問いに答えよ．【⋆⋆】

（1）$\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ の値を求めよ．

（2）$\cos\theta = \dfrac{1}{2}$ を満たす θ の値を求めよ．

（3）$\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ の値を求めよ．

（4）$\tan\theta = \sqrt{3}$ を満たす θ の値を求めよ．

（5）$\sin\theta < \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ の値の範囲を求めよ．

（6）$\sin\theta \geqq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ の値の範囲を求めよ．

（7）$\cos\theta \leqq -\dfrac{1}{2}$ を満たす θ の値の範囲を求めよ．

（8）$\tan\theta < 1$ を満たす θ の値の範囲を求めよ．

$\boxed{\textbf{18}}$ $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする．以下の等式を満たす θ の値を求めよ．【$\star\star$】

（1）$2\cos^2\theta + \cos\theta = 0$

（2）$2\sin^2\theta + \sin\theta - 1 = 0$

（3）$2 - 2\sin\theta - 2\cos^2\theta = 0$

$\boxed{\textbf{19}}$ $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする．以下の問いに答えよ．【⋆⋆⋆】

（1）$\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{2}$ のとき，$\sin\theta\cos\theta$ の値を求めよ．

（2）$\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{2}$ のとき，$(\sin\theta - \cos\theta)^2$ の値を求めよ．

（3）$\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{2}$ のとき，$\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta}$ の値を求めよ．

$\boxed{\mathbf{20}}$ $y=\cos^2\theta-\sin\theta+1$ $(0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ)$ について, 以下の問いに答えよ. 【$\star\star\star\star$】

（1）$x=\sin\theta$ とおいて, y を x の関数で表せ.

（2）y の最大値, 最小値と, そのときの θ の値を求めよ.

$\boxed{\textbf{21}}$ △ABC において, 次のものを求めよ. 【⋆】

（1）$a = 5, A = 30^\circ, B = 45^\circ$ のとき, b および外接円の半径 R.

（2）$a = 10\sqrt{3}$, 外接円の半径 $R = 10$ のとき, A.

（3）$a = 5, b = 8, C = 60^\circ$ のとき, $\cos B$

（4）$a = \sqrt{2}, c = 1 + \sqrt{3}, B = 45^\circ$ のとき, b, A

（5）$a = \sqrt{3} - 1, b = \sqrt{6}, c = 2$ のとき, A, B

（6）$a : b : c = 7 : 5 : 8$ のとき, A

$\boxed{\mathbf{22}}$ 次のような △ABC の面積を求めよ．【⋆】

（1）$b = 3, a = 4, C = 30^\circ$

（2）$a = \sqrt{2}, c = 3, B = 135^\circ$

（3）$c = 8, b = 6, A = 120^\circ$

（4）$a = b = 3, c = 4$

（5）$a = 2\sqrt{2}, b = \sqrt{3} + 1, c = \sqrt{3} - 1$

$\boxed{\textbf{23}}$ 以下の問いに答えよ．【$\star\star\star$】

(1) 円に内接する四角形 ABCD において，AB$=3$，BC$=8$，CD$=5$，$\angle$BCD$=60^\circ$ のとき，四角形 ABCD の面積を求めよ．

(2) $\triangle$ABC において，AB$=4$，BC$=8$，CA$=6$ のとき，内接円の半径 r を求めよ．

$\boxed{\textbf{24}}$ △ABC において, $\dfrac{\sin A}{7}=\dfrac{\sin B}{5}=\dfrac{\sin C}{3}$ のとき, 以下の問いに答えよ. 【⋆⋆】

(1) A を求めよ.

(2) △ABC が半径 6 の円に内接するとき, この三角形の面積を求めよ.

$\boxed{\textbf{25}}$ 2 個のサイコロを同時に投げるとき, 以下の問いに答えよ. 【⋆⋆】

(1) 目の和が 3 の倍数になる確率を求めよ.

(2) 目の積が 3 の倍数になる確率を求めよ.

(3) 目の差が 3 になる確率を求めよ.

(4) 目の最大値が 5 になる確率を求めよ.

(5) 目の最小値が 2 になる確率を求めよ.

(6) 目の積も目の和も 3 の倍数になる確率を求めよ.

26 あたりが 3 本入った計 10 本のくじがある．以下の問いに答えよ．【⋆⋆】

(1) A, B, C の 3 人が順にくじを引く．A のみが当たる確率を求めよ．ただし, 引いたくじは戻さないとする．

(2) A, B, C の 3 人が順にくじを引く．全員が当たる確率を求めよ．ただし, 引いたくじは戻さないとする．

(3) A, B, C の 3 人が順にくじを引く．C が当たる確率を求めよ．ただし, 引いたくじは戻さないとする．

(4) A, B, C の 3 人が順にくじを引く．C が当たる確率を求めよ．ただし, 引いたくじは戻すものとする．

(5) 3 人が順にくじを引く．引いたくじをもとに戻す場合, 何番目に引けば一番当たりやすいか．

(6) 3 人が順にくじを引く．引いたくじをもとに戻さない場合, 何番目に引けば一番当たりやすいか．

27 白 5 個, 赤 3 個, 青 2 個の計 10 個の玉が入った袋から, 同時に 3 個の球を取り出す. 以下の問いに答えよ. 【⋆⋆】

(1) 全て白である確率を求めよ.

(2) 全て赤である確率を求めよ.

(3) 全て異なる色である確率を求めよ.

(4) 少なくとも 1 つ白が含まれる確率を求めよ.

(5) 白と赤が少なくとも 1 つずつ含まれる確率を求めよ.

28 サイコロを 4 回投げる．以下の問いに答えよ．【⋆⋆】

（1）4 回とも 1 である確率を求めよ．

（2）3 回だけ 1 が出る確率を求めよ．

（3）少なくとも 1 回 1 が出る確率を求めよ．

（4）4 回とも同じ目が出る確率を求めよ．

（5）出た目の和が奇数になる確率．

$\boxed{\textbf{29}}$ 原点を出発し, 数直線上を動く点 P について, コインを投げて表のときは $+2$, 裏のときは -1 動く. 【$\star\star\star$】

(1) 3 回投げて原点に戻ってくる確率を求めよ.

(2) 3 回投げて P の座標が 3 である確率を求めよ.

(3) 5 回投げて P の座標が 3 である確率を求めよ.

(4) 5 回投げたときの P の座標の期待値を求めよ.

30 AとBとCがジャンケンを行う. あいこの場合は, 勝者なしと判定する. 以下の問いに答えよ. 【⋆⋆⋆⋆】

(1) 1回ジャンケンを行い, 決着がつかない確率を求めよ.

(2) 1回ジャンケンを行い, Aのみが勝つ確率を求めよ.

(3) 1回ジャンケンを行い, Aが勝つ確率を求めよ.

(4) 3回ジャンケンを行い, Aが3勝する確率を求めよ.

(5) 先に2勝すればこのゲームを終了する. 3回目にAのみが勝利し, ゲームが終了する確率を求めよ.

$\boxed{\textbf{31}}$ 以下の問いに答えよ．【⋆⋆】

（1）3 次方程式 $x^3-5x^2+ax+b=0$ の 1 つの解が $1+i$ であるとき, 定数 a,b の値と, 他の解を全て求めよ.

（2）3 次方程式 $x^3+1=0$ の虚数解の 1 つを ω とする. $\omega^2-\omega+1$ の値を求めよ.

（3）3 次方程式 $x^3+1=0$ の虚数解の 1 つを ω とする. $\omega^{30}+\omega^{20}+\omega^{10}+1$ の値を求めよ.

$\boxed{\textbf{32}}$ 3 点 $\mathrm{A}(2,5)$, $\mathrm{B}(-3,-5)$, $\mathrm{C}(-5,a)$ について, 以下の問いに答えよ. 【⋆⋆】

（1）2 点 A, B を通る直線 l の方程式を求めよ.

（2）3 点 A, B, C が同一直線上にあるように, a の値を定めよ.

（3）直線 l と点 $\mathrm{D}(1,\ 0)$ の距離を求めよ.

（4）三角形 ABD の面積を求めよ.

（5）放物線 $y=x^2$ と直線 l の共有点の座標を求めよ.

（6）放物線 $y=x^2$ が直線 l から切り取る線分の長さを求めよ.

$\boxed{\textbf{33}}$ 次の円の方程式を求めよ．【⋆⋆】

（1）中心 $(1,2)$, 半径 3 である円

（2）中心 $(5,-1)$ で, 点 $(-7,4)$ を通る円

（3）1 つの直径の両端が $(-4,1),(3,-3)$ である．

（4）3 点 $(0,3),(-1,0),(2,-1)$ を通る円

（5）中心が $(4,6)$ で直線 $x-y-1=0$ に接する円

（6）中心が $(3,4)$ で, 円 $x^2+y^2=1$ に外接する円

$\boxed{\textbf{34}}$ 以下の問いに答えよ．【⋆⋆】

(1) $x^2+y^2=25$ 上の点 $(4,-3)$ における接線の方程式を求めよ．

(2) $x^2+y^2=4$ 上の点 $(-1,\sqrt{3})$ における接線の方程式を求めよ．

(3) $x^2+y^2=9$ 上の点 $(3,0)$ における接線の方程式を求めよ．

(4) $(x-1)^2+(y-2)^2=25$ 上の点 $(5,-1)$ における接線の方程式を求めよ．

(5) 点 $(5,15)$ を通り，円 $x^2+y^2=25$ に接する直線の方程式と，その接点を求めよ．

$\boxed{\mathbf{35}}$ 円 $C_1 : x^2+y^2=9, C_2 : x^2+y^2-4x-2y+3=0$ について, 以下の問いに答えよ. 【⋆⋆⋆⋆】

(1) 円 C_1 と, 直線 $y=kx+6$ の共有点の個数を調べよ.

(2) 2 つの円 C_1, C_2 の位置関係を調べよ.

(3) 2 つの円 C_1, C_2 の交点を通る直線の方程式を求めよ.

(4) 2 つの円 C_1, C_2 の交点と原点を通る図形の方程式を求めよ.

$\boxed{\textbf{36}}$ 2 直線 $l_1 : x + y + 2 = 0, l_2 : 3x + 2y - 4 = 0$ について, 以下の問いに答えよ. 【⋆⋆⋆】

(1) l_1, l_2 の交点と点 $(-2, 1)$ を通る直線の方程式を求めよ.

(2) l_1, l_2 の交点を通り, 直線 $5x + 3y + 2 = 0$ に垂直な直線の方程式を求めよ.

(3) l_1, l_2 の交点を通り, 直線 $5x + 3y + 2 = 0$ に平行な直線の方程式を求めよ.

(4) 直線 l_1, l_2 と, $l_3 : x + 2y + a = 0$ が 1 点で交わるように定数 a の値を定めよ.

(5) a は, (4) で求めた値とする. l_1, l_2, l_3 のうち, 原点との距離が最も離れている直線はどれか.

$\boxed{\textbf{37}}$ xy 平面において, 曲線 $y=x^2+1$ 上の点 $\mathrm{P}(t, t^2+1)$ から直線 $y=x$ に下ろした垂線 PH の長さを $f(t)$ とする. 以下の問いに答えよ.

(1) t の関数 $f(t)$ を求めよ.

(2) $f(t)$ の最小値と, そのときの t を求めよ.

(3) $f(t)$ を最小とするような P, H の座標を求めよ.

$\boxed{\textbf{38}}$ a, b, c, d は実数とする．以下の不等式を示せ．

（1）$\dfrac{a^2+b^2}{2} \geqq \left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2$

（2）$a^2+b^2+c^2 \geqq ab+bc+ca$

（3）$\dfrac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4} \geqq \left(\dfrac{a+b+c+d}{4}\right)^2$

$\boxed{\mathbf{39}}$ xy 平面上の 3 点 $\mathrm{A}(4,4)$, $\mathrm{B}(-1,1)$, $\mathrm{C}(2,-2)$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) 点 A と点 C を通る直線に関して, 点 B と対称な点の座標を答えよ.

(2) 3 点 A, B, C を通る円の方程式を x と y を用いて表せ.

(3) 点 B と点 C を通る直線上に点 D がある. $\triangle\mathrm{ABD}$ の面積が $\triangle\mathrm{ABC}$ の面積の $\dfrac{1}{2}$ となる点 D の座標を全て求めよ.

(4) 点 $(1,-1)$ を通り, $\triangle\mathrm{ABC}$ の面積を 2 等分する直線の方程式を x と y を用いて表せ.

$\boxed{\textbf{40}}$ xy 平面において, $kx^2+ky^2+x-y-4k+1=0\ \ (k>0)$ で表される円 C がある. 以下の問いに答えよ.

(1) k の値によらず円 C はある 2 点 A, B を通る. その 2 点を求めよ.

(2) 円 C の中心 D と点 E$(1,5)$ を結ぶ線分 DE の長さが最小になるときの k の値と, そのときの円 C の半径 r を求めよ.

$\boxed{\mathbf{41}}$ 実数 x について, $A = x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 5, B = x^2 + 2x + 2$ とおく. 以下の問いに答えよ.

(1) 整式 A を整式 B で割った商と余りを求めよ.

(2) A を B の 2 次式で表せ.

(3) 設問 (2) で求めた式を用いて, $\dfrac{A}{B}$ の最小値と, そのときの x の値を求めよ.

$\boxed{\textbf{42}}$ A 君と B 君はそれぞれ, 0 から 5 までの数字が 1 つずつ書かれた 6 枚のカードが入った箱を 1 つもっている. 2 人は, 自分の箱の中から無作為に 3 枚のカードを取り出して得点を競うゲームをする. 取り出された 3 枚のカードに 0 が含まれていない場合の得点は 3 枚のカードに書かれた数の平均点とし, 0 が含まれている場合は残り 2 枚のカードに書かれた数の合計とする. 以下の問いに答えよ.

(1) A 君, B 君の少なくとも一方が 0 を取り出して, しかも双方とも得点が 3 点となる確率を求めよ.

(2) A 君の得点が, B 君よりも多いときの, A 君の得点が整数ではない確率を求めよ.

43 1 個のサイコロを 3 回投げて, 以下のルールで各回の得点を決める.

- 1 回目は, 出た目が得点となる.
- 2 回目は, 出た目が 1 回目と同じならば得点は 0, 異なれば出た目が得点となる.
- 3 回目は, 出た目が 1 回目または 2 回目と同じならば得点は 0, どちらとも異なれば出た目が得点になる.

3 回の得点の和を総得点とし, 総得点が n となる確率を p_n とする.

(1) 総得点 n の最大値, 最小値と, それらの n に対する確率 p_n を求めよ.

(2) p_6 を求めよ.

$\boxed{\textbf{44}}$ 座標平面上で, x 座標と y 座標が共に整数である点を格子点という. 格子点上を次の規則に従って動く点 P を考える.

- 最初に, 点 P は原点 O にある.
- 点 P は 1 秒ごとに隣接する格子点に 1 マス移動する. ここで隣接するとは, 例えば $(2,3)$ に対して $(1,3),(3,3),(2,2),(2,4)$ の 4 点のことである.
- 4 点それぞれ, 移動する確率は $\dfrac{1}{4}$ である.

(1) 点 P が最初から 6 秒後に直線 $y=x$ 上にある確率を求めよ.

(2) 点 P が最初から 6 秒後に原点 O にある確率を求めよ.

$\boxed{\mathbf{45}}$ 連立方程式 $\begin{cases} x^2 = yz + 7 \\ y^2 = zx + 7 \\ z^2 = xy + 7 \end{cases}$ を満たす整数の組 (x, y, z) で, $x \leqq y \leqq z$ を満たすものを全て求めよ.

$\boxed{\textbf{46}}$ A と B の 2 人が次のゲームを行う.

「1 から 18 までの数字が 1 つずつ書かれた 18 個の玉が入った袋がある. 袋から玉を 1 個取り出し, 玉の数字が 3 の倍数ならば A に 2 点を加え, それ以外ならば B に 1 点を与える. 取り出した玉は袋に戻さずに, この試行を繰り返す. 」

(1) 2 点先取した方が勝ちというルールのとき, A が勝つ確率を求めよ.

(2) 12 点先取した方が勝ちというルールのとき, A が勝つ確率を求めよ.

$\boxed{\textbf{47}}$ $\triangle$ABC において, $\angle$A は直角で, $\angle$B$<\angle$C とし, BC$=2$ とする. $\angle$B$=\theta$ とおくとき, 以下の問いに答えよ.

(1) 辺 AB, AC の長さ, および $\triangle$ABC の面積 S を, θ を用いて表せ.

(2) $\triangle$ABC の内接円の半径 r を, θ を用いて表せ.

(3) 辺 BC の垂直二等分線が, 内接円 O と接するとき, θ と r の値を求めよ.

$\boxed{\textbf{48}}$ 座標平面上で, 不等式

$$2|x-4|+|y-5| \leqq 3, \quad 2\Big||x|-4\Big|+\Big||y|-5\Big| \leqq 3$$

が表す領域をそれぞれ A, B とする.

(1) 領域 A を図示せよ.

(2) 領域 B を図示せよ.

(3) 領域 B の点 (x, y) で, x が正の整数, y は整数であって, 自然数 p, q を用いて $x^p = y^q$ と表せるものを全て求めよ.

$\boxed{\textbf{49}}$ 次のような競技を考える．競技者がサイコロを振る．もし, 出た目が気に入ればその目を得点とする．そうでなければ, もう 1 回サイコロを振って, 2 つの目の合計を得点とすることができる．ただし, 合計が 7 以上となった場合は得点は 0 点とする．この取り決めによって, 2 回目を振ると得点が下がることもあることに注意しよう．

(1) 競技者が常にサイコロを 2 回振るとすると, 得点の期待値はいくらか.

(2) 競技者が最初の目が 6 のときだけ 2 回目を振らないとすると, 得点の期待値はいくらか.

(3) 得点の期待値を最大にするためには, 競技者は最初の目がどの範囲にあるときに 2 回目を振るとよいか.

$\boxed{\mathbf{50}}$ サイコロを 3 回投げて出た目を順に a, b, c とする．これらの数に対して 2 次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0$$

を考える．以下の問いに答えよ．

(1) 2 次方程式が異なる 2 つの実数解を持つとき, 積 ac の取りうる値の範囲を求め, 積 ac の各値ごとに可能な a と c の組 (a, c) がそれぞれ何通りあるかを求めよ．

(2) 2 次方程式が異なる 2 つの有理数解をもつ確率を求めよ．ただし, 一般に自然数 n が自然数の 2 乗でなければ $\sqrt{n}$ は無理数であることを用いてよい．