

3 多項式の割り算

3.1 割り算って...

1234 を 13 で割ったとき

商 94

余り 12

これを、等式で表すと以下のようになる。

$$1234 = 13 \times 94 + 12$$

多項式でできないか

多項式

$$x^2 + 4x + 7$$

を、 $x+2$ で割る。

$$\begin{array}{r} x+2 \\ x+2 \overline{) x^2 + 4x + 7} \\ \underline{x^2 + 2x} \\ 2x + 7 \\ \underline{2x + 4} \\ 3 \end{array}$$

商 --- $x+2$
余 --- 3

等式で表せ...

$$\rightarrow x^2 + 4x + 7 = (x+2) \cdot (x+2) + 3$$

$$\begin{array}{r} 94 \\ 13 \overline{) 1234} \\ \underline{117} \\ 64 \\ \underline{52} \\ 12 \end{array}$$

3.2 練習問題 1

以下の多項式 A, B について、 A を B で割ったときの商と余りを求めよ。

(1) $A = x^3 + 4x^2 + 5, B = x + 1$

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x - 3 \\ x+1 \overline{) x^3 + 4x^2 + 0x + 5} \\ \underline{x^3 + x^2} \\ 3x^2 + 0x \\ \underline{3x^2 + 3x} \\ -3x + 5 \\ \underline{-3x - 3} \\ 8 \end{array}$$

商 : $x^2 + 3x - 3$
余 : 8

(2) $A = 3x^3 + 9x^2 - 3x + 10, B = x - 2$

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 15x + 27 \\ x-2 \overline{) 3x^3 + 9x^2 - 3x + 10} \\ \underline{3x^3 - 6x^2} \\ 15x^2 - 3x \\ \underline{15x^2 - 30x} \\ 27x + 10 \\ \underline{27x - 54} \\ 64 \end{array}$$

商 : $3x^2 + 15x + 27$
余 : 64

(3) $A = x^3 - 7x + 6, B = x^2 + 2x - 3$

$$\begin{array}{r} x - 2 \\ x^2 + 2x - 3 \overline{) x^3 + 0x^2 - 7x + 6} \\ \underline{x^3 + 2x^2 - 3x} \\ -2x^2 - 4x + 6 \\ \underline{-2x^2 - 4x + 6} \\ 0 \end{array}$$

商 : $x - 2$
余 : 0

3.3 練習問題2

- (1) 多項式 $x^3 + 2x - 1$ を多項式 B で割ると、商が $x + 2$ 、余りが $6x - 1$ であるという。 B を求めよ。

<Ans>.

$$x^3 + 2x - 1 = B \times (x + 2) + (6x - 1).$$

変形して

$$x^3 - 4x = B(x + 2).$$

∴ $x^3 - 4x$ は $x + 2$ で割り切れ、商は B .

$$\begin{array}{r} x^2 - 2x \\ x+2 \overline{) x^3 + 0x^2 - 4x} \\ \underline{x^3 + 2x^2} \\ -2x^2 - 4x \\ \underline{-2x^2 - 4x} \\ 0 \end{array}$$

左から商は $x^2 - 2x$

$$\therefore B = x^2 - 2x$$

- (2) 多項式 $x^3 + 4x^2 + 4x - 2$ を多項式 B で割ると、商が $x + 3$ 、余りが $2x + 1$ であるという。 B を求めよ。

<Ans>.

$$x^3 + 4x^2 + 4x - 2 = B \times (x + 3) + 2x + 1.$$

$$x^3 + 4x^2 + 2x - 3 = B \cdot (x + 3)$$

∴ $x^3 + 4x^2 + 2x - 3$ は $x + 3$ で割り切れ、商は B .

$$\begin{array}{r} x^2 + x - 1 \\ x+3 \overline{) x^3 + 4x^2 + 2x - 3} \\ \underline{x^3 + 3x^2} \\ x^2 + 2x \\ \underline{x^2 + 3x} \\ -x - 3 \\ \underline{-x - 3} \\ 0 \end{array}$$

左から

商は $x^2 + x - 1$

$$\therefore B = x^2 + x - 1$$

- (3) $A = 4x^2 + 11ax + 2a^2$, $B = x + 2a$ を x についての多項式とみなして、 A を B で割ったときの商と余りを求めよ。

<Ans>.

$$\begin{array}{r} 4x + 3a \\ x+2a \overline{) 4x^2 + 11ax + 2a^2} \\ \underline{4x^2 + 8ax} \\ 3ax + 2a^2 \\ \underline{3ax^2 + 6a^2} \\ -4a^2 \end{array}$$

$$\text{商: } 4x + 3a$$

$$\text{余: } -4a^2$$

- (4) x^3 を $(x - a)^2$ で割った余りを求めよ。

<Ans>.

$$(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

$$\begin{array}{r} x + 2a \\ x^2 - 2ax + a^2 \overline{) x^3 + 0x^2 + 0x + 0} \\ \underline{x^3 - 2ax^2 + a^2x} \\ 2ax^2 - a^2x \\ \underline{2ax^2 - 4a^2x + 2a^3} \\ 3a^2x - 2a^3 \end{array}$$

$$\text{商: } x + 2a$$

$$\text{余: } 3a^2x - 2a^3$$