

66 a を定数とする. 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + 3$ ($-1 \leq x \leq 3$) について, 以下の問いに答えよ.

(1) $a = 1$ のとき, $f(x)$ の最大値を求めよ.

(2) $f(x)$ の最大値 $M(a)$ を求めよ.

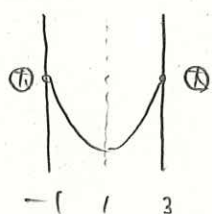
(3) $f(x)$ の最小値 $m(a)$ を求めよ.

(4) $y = m(a)$ のグラフを描け.

(1) $a = 1$ のとき

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$

$$= (x-1)^2 + 2$$



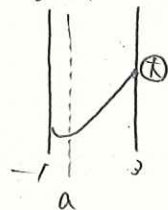
左図より $x = -1, 3$ 時
Max 4

(2) $f(x) = x^2 - 2ax + 3$

$$= (x-a)^2 + 3 - a^2$$

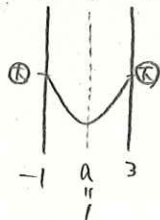
軸 $x = a$.

i) $a < -1$ のとき



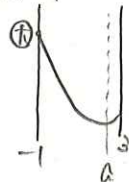
左図より $x = 3$ 時
Max $12 - 6a$

ii) $a = -1$ のとき



左図より $x = -1, 3$ 時
Max 4

iii) $-1 < a < 3$ のとき



左図より $x = -1, 3$ 時
Max $4 + 2a$

iv) $a \geq 3$ のとき

$$M(a) = \begin{cases} 12 - 6a & (a < -1) \\ 4 & (a = -1) \\ 4 + 2a & (-1 < a < 3) \end{cases}$$

(3) i) $a < -1$ のとき



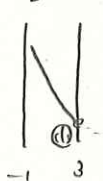
左図より $x = -1$ 時
Min $4 + 2a$

ii) $-1 \leq a \leq 3$ のとき



左図より $x = a$ 時
Min $3 - a^2$

iii) $a > 3$ のとき

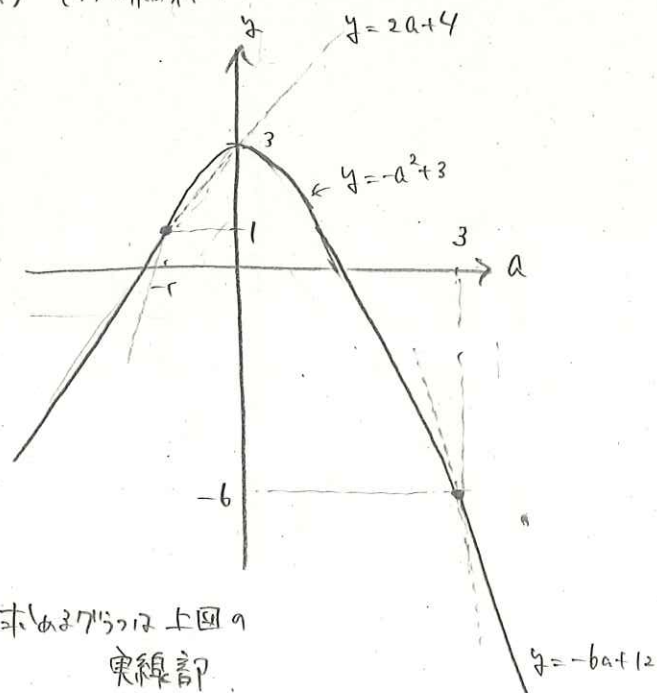


左図より $x = 3$ 時
Min $12 - 6a$

iv) $a \geq 3$ のとき

$$m(a) = \begin{cases} 4 + 2a & (a < -1) \\ 3 - a^2 & (-1 \leq a \leq 3) \\ 12 - 6a & (a > 3) \end{cases}$$

(4) (3) の結果より



求めるグラフは上図の
実線部