

正の

69 a を定数とする. 2 次関数 $f(x) = x^2 - 4x + 1$ ($-a \leq x \leq 3a$) について, 以下の問いに答えよ.

(1) $f(-a) = f(3a)$ となるような a の値を求めよ.

(2) $f(x)$ の最大値 $M(a)$ を求めよ.

(3) $f(x)$ の最小値 $m(a)$ を求めよ.

$$(1) f(-a) = a^2 + 4a + 1.$$

$$f(3a) = 9a^2 - (12a + 1).$$

$$f(-a) = f(3a) \quad \text{より } a^2 + 4a + 1 = 9a^2 - (12a + 1)$$

$$a^2 + 4a + 1 = 9a^2 - (12a + 1)$$

$$8a^2 - 16a = 0$$

$$a^2 - 2a = 0$$

$$a = 0, 2$$

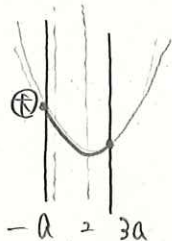
$$a > 0 \text{ より } \underline{a = 2}$$

(2)

$$f(x) = x^2 - 4x + 1$$

$$= (x-2)^2 - 3 \quad \text{軸 } x=2$$

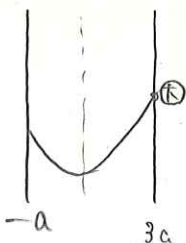
$$(i) a < 2$$



$$\text{左図より } x = -a \text{ 時}$$

$$\text{Max. } a^2 + 4a + 1.$$

$$(ii) 2 \leq a$$



$$\text{左図より } x = 3a \text{ 時}$$

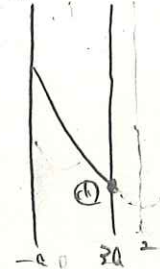
$$\text{Max. } 9a^2 - (12a + 1).$$

(iii) 総括

$$M(a) = \begin{cases} a^2 + 4a + 1 & (0 < a < 2) \\ 9a^2 - (12a + 1) & (2 \leq a) \end{cases}$$

(3)

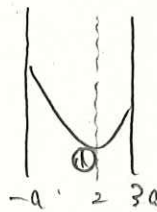
$$(i) 3a < 2 \quad \text{i.e. } a < \frac{2}{3} \text{ 時}$$



$$\text{左図より } x = 3a \text{ 時}$$

$$\text{Min } 9a^2 - (12a + 1).$$

$$(ii) 2 \leq 3a \quad \text{i.e. } \frac{2}{3} \leq a \text{ 時}$$



$$\text{左図より } x = 2 \text{ 時}$$

$$\text{Min } -3.$$

(iii) 総括

$$m(a) = \begin{cases} 9a^2 - (12a + 1) & (0 < a < \frac{2}{3}) \\ -3 & (\frac{2}{3} \leq a) \end{cases}$$