73 m は定数とする．直線 $y = mx + 1$ と放物線 $y = x^2 + 4$ について，以下の問いに答えよ．

(1) 2 つの曲線のグラフが接するときの定数 m の値を求めよ．

(2) グラフの共有点の個数を求めよ．

(3) 2 つの共有点の x 座標の間の距離が 4 となるように定数 m の値を定めよ．

(4) m の値を (3) で求めた値とする．放物線と直線で囲まれた部分に含まれる格子点の数を求めよ．ただし，直線と放物線の上にある格子点の数も含めるものとする．

(1) $y=mx+1$ と $y=x^2+4$ の共有点の

x座標は

$mx+1=x^2+4$

$x^2-mx+3=0$ —— (※)

判別式をDとおくと．

2つの曲線が接するので共有点は1コ

i.e. $D=0$

$D=m^2-4\cdot3=0$

$m^2-12=0$

$m=\pm\sqrt{12}$

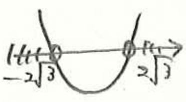
$=\pm2\sqrt{3}$．//

(2) (1)と同様にして．

・$D>0$ i.e. 共有点が2コとなるのは．

$m^2-12>0$

$m<-2\sqrt{3},\ 2\sqrt{3}<m$



・$D=0$となるのは (1)より

$m=\pm2\sqrt{3}$．

・$D<0$ i.e. 共有点0コ となるのは

$m^2-12<0$

$-2\sqrt{3}<m<2\sqrt{3}$

まとめると，共有点の個数は

$$\begin{cases} m<-2\sqrt{3},\ 2\sqrt{3}<m \text{ で } 2\text{コ} \\ m=\pm2\sqrt{3} \text{ で } 1\text{コ} \\ -2\sqrt{3}<m<2\sqrt{3} \text{ で } 0\text{コ} \end{cases}$$
//

(3) 2つの曲線の共有点のx座標は (※)より

$$x=\frac{m\pm\sqrt{m^2-4\cdot3}}{2}$$

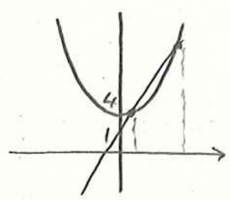
条件から，

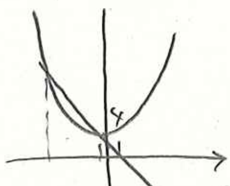
$$\frac{m+\sqrt{m^2-12}}{2}-\frac{m-\sqrt{m^2-12}}{2}=4$$

$\sqrt{m^2-12}=4$

$m=\pm2\sqrt{7}$ //

(4) $m=2\sqrt{7}$のとき　　$m=-2\sqrt{7}$



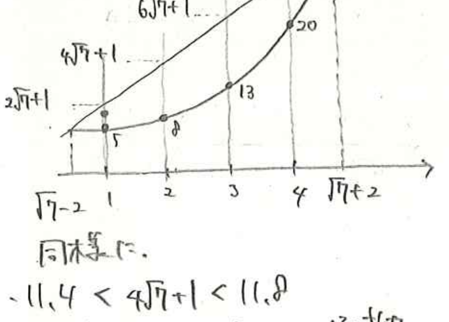


上図から，いずれの場合も格子点の数に変化なし．

∴ $m=2\sqrt{7}$のときについて考える．

このとき，2つの曲線のx座標は，(3)の式から．

$x=\sqrt{7}\pm2$．



$2.6^2=6.76$

$2.7^2=7.29$ より

$2.6<\sqrt{7}<2.7$

$5.2<2\sqrt{7}<5.4$

$6.2<2\sqrt{7}+1<6.4$

∴ 点 (1, 6) はこの領域内．

同様に．

・$11.4<4\sqrt{7}+1<11.8$

∴ (2, 9), (2, 10), (2, 11) は領域内．

・ここで，$2.65^2=7.025$ を用いて．

$16.6<6\sqrt{7}+1<16.9$

∴ (3, 14), (3, 15), (3, 16) は領域内．

・ここで，$2.64^2=6.9696$ より

$22.12<8\sqrt{7}+1<22.2$

∴ (21, 4), (22, 4) は領域内．

よって求める格子点は，

13コ //