

70 小問集合

(1) 方程式 $2x^2 + 5x - 3 = 0$ を解け.

(2) 方程式 $2x^2 - \sqrt{2}x - 1 = 0$ を解け.

(3) 不等式 $x^2 + 3x + 5 > 0$ を解け.

(4) 不等式 $-x^2 + 2x + 2 \leq 0$ を解け.

(5) 方程式 $x^2 + mx + 1 = 0$ が実数解をもつように定数 m の値の範囲を定めよ.

(6) 不等式 $ax^2 - 1 < 0$ の解が全ての実数となるように定数 a の値の範囲を定めよ. ただし, $a \neq 0$ とする.

(1) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

$$(2x - 1)(x + 3) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, -3$$

(2) $2x^2 - \sqrt{2}x - 1 = 0$

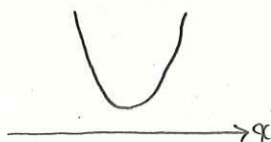
$$x = \frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{10}}{4}$$

(3) $y = x^2 + 3x + 5$

$$= (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} + 5$$

$$= (x + \frac{3}{2})^2 + \frac{11}{4}$$



頂点は図にあり.

$$\therefore x^2 + 3x + 5 > 0$$

すべての x に対して

$\forall x \in \mathbb{R}$ 実数

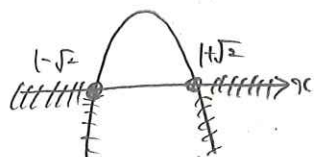
(4) $-x^2 + 2x + 2 = 0$ を解く

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot (-1) \cdot 2}}{2 \cdot (-1)}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{-2}$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{-2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

左図より



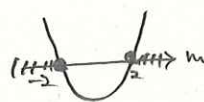
$$x \leq 1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3} \leq x$$

(5) $x^2 + mx + 1 = 0$ が実数解をもつ

$$\Leftrightarrow y = x^2 + mx + 1 \text{ の } \Delta \geq 0$$

$$\Delta = m^2 - 4 \geq 0$$

$$(m - 2)(m + 2) \geq 0$$



左図より

$$m \leq -2, 2 \leq m$$

(6) $y = ax^2 - 1$ の頂点は $(0, -1)$

$$\therefore ax^2 - 1 < 0 \text{ が全ての } x \text{ に対して成立する}$$

左図より $a < 0$ とする.



よって $a < 0$

$$\therefore a < 0$$