

4 EQUACIONAMENTO

4.1.1 Adimensionalização das equações

Seja a definição de cada variável como um adimensional:

$$N = N_A * N_S \quad (5)$$

Onde N é a representação de cada variável, N_A é a variável adimensional e N_S é a constante de adimensionalização. Seguindo esse padrão, podemos fazer a substituição de cada uma das variáveis de interesse nas respectivas equações (X, P, S, V e t).

4.1.1.1 Reações

- Células

$$r_X = \frac{dX}{dt} = \frac{\mu_{max} S}{K_S + S} X \left(1 - \frac{X}{X_M}\right)^f \left(1 - \frac{P}{P_M}\right)^h \quad (6)$$

$$\frac{X_S}{t_S} r_{X_A} = \frac{X_S}{t_S} \frac{dX_A}{dt_A} = \frac{\mu_{max} S_A S_S}{K_S + S_A S_S} X \left(1 - \frac{X_A X_S}{X_M}\right)^f \left(1 - \frac{P_A P_S}{P_M}\right)^h \quad (7)$$

- Produto

$$r_P = \frac{dP}{dt} = \alpha \frac{dX}{dt} + \beta X \quad (8)$$

$$\frac{P_S}{t_S} r_{P_A} = \frac{P_S}{t_S} \frac{dP_A}{dt_A} = \alpha \frac{X_S}{t_S} \frac{dX_A}{dt_A} + \beta X_A X_S \quad (9)$$

- Substrato

$$r_s = \frac{dS}{dt} = \frac{-1}{Y_{PS}} \frac{dP}{dt} - m_s X \quad (10)$$

$$\frac{S_s}{t_s} r_{s_A} = \frac{S_s}{t_s} \frac{dS_A}{dt_A} = \frac{-1}{Y_{PS}} \frac{P_s}{t_s} \frac{dP_A}{dt_A} - m_s X_A X_s \quad (11)$$

4.1.1.2 Balanço de massa e de volume

Para a concentração de cada substância ou célula N, podemos realizar o balanço de entrada e de saída:

$$V_A V_s \frac{N_s}{t_s} \frac{dN_A}{dt_A} = V_A V_s \frac{N_s}{t_s} r_{N_A} + f_{in} N_{in} - f_{out} N_A N_s \quad (12)$$

Onde f_{in} é a vazão volumétrica de entrada, N_{in} é a concentração de N na corrente de entrada do reator, f_{out} é a vazão volumétrica na saída do reator e N_A e N_s são respectivamente a concentração adimensional no interior do reator e a constante de adimensionalidade.

O balanço de volume é dado por:

$$\frac{dV}{dt} = f_{in} - f_{out} \quad (13)$$

E pode ser adimensionalizado seguindo o mesmo padrão anterior:

$$\frac{V_s}{t_s} \frac{dV_A}{dt_A} = f_{in} - f_{out} \quad (14)$$

4.1.2 Definição das constantes

As constantes foram definidas conforme a tabela:

Tabela 1 - Valores de referência para constantes de adimensionalidade

Constante	Valor Referência
X_A	X_m
P_A	P_m
S_A	S_o
V_A	V_{reator}
t_A	Tempo do experimento

Fonte: Autor (2023)

a