高校で学ぶ数学のイカシカタ
第3日

高大接続プログラム

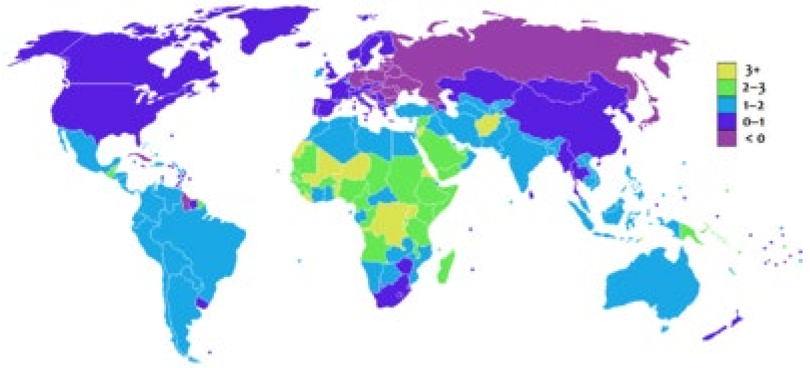
武蔵野大学工学部数理工学科
佐々木多希子、高石武史

世界の人口増加を計算する
(2015年を基準)

国際連合の世界人口推計報告書の2017年版[1]による2010-2015年の中位推計の年増加率

1.19%　⇒　r=0.0119

2015年は 73.8 億人



http://ja.wikipedia.org/wiki/国の人口増加率順リスト

$$x_{n+1} = x_n + 0.0119 \cdot x_n$$

$$\therefore \boxed{x_{n+1} = 1.0119 \cdot x_n}$$

等比数列

2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
73.8	74.7	75.6	76.5	77.4	78.3	79.2	80.2	81.1	82.1	83.1

76 (2017)

78 (2020)

年増加率　1.19%

⇒　59年で　$(1.0119)^{59} = 2.0096\ldots$

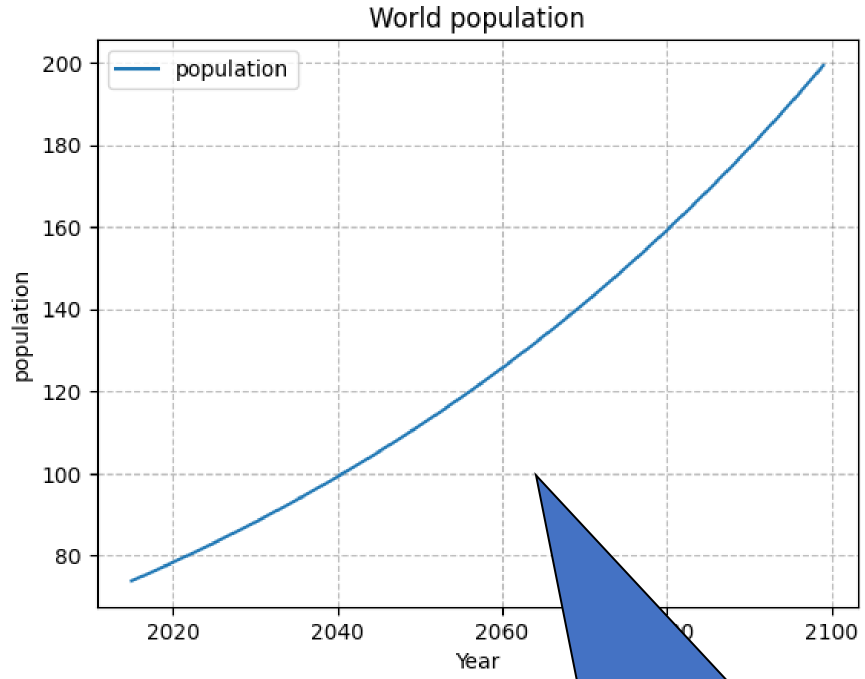
人口増加のシミュレーション

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def calc_population(x0, year_start, year_end, growth_rate): # 人口増加モデル（離散版）
    gyear,gx = [year_start], [x0]
    x = x0
    for year in range(year_start+1, year_end+1):
      x = (1 + growth_rate) * x
      gyear.append(year)
      gx.append(x)
    return gyear,gx

year,x = calc_population(x0=73.8, year_start=2015, year_end=2100, growth_rate=0.0119)

plt.plot(year, x,label="population")
plt.xlabel('Year')
plt.ylabel('population')
plt.title('World population')
plt.grid(which='both', linestyle='--', color='gray', alpha=0.5)
plt.legend()
plt.show()
```



人口は指数関数的に発散

そして微分
(本当のマルサスモデル)

「ある年に人口がどれだけ増えたかは、その年の人口に比例する。」

ある時刻での人口 $x(t)$

人口増加率 $\frac{dx}{dt}$

$$\frac{dx}{dt} = rx$$

瞬間的な変化率（＝グラフの傾き） → 微分

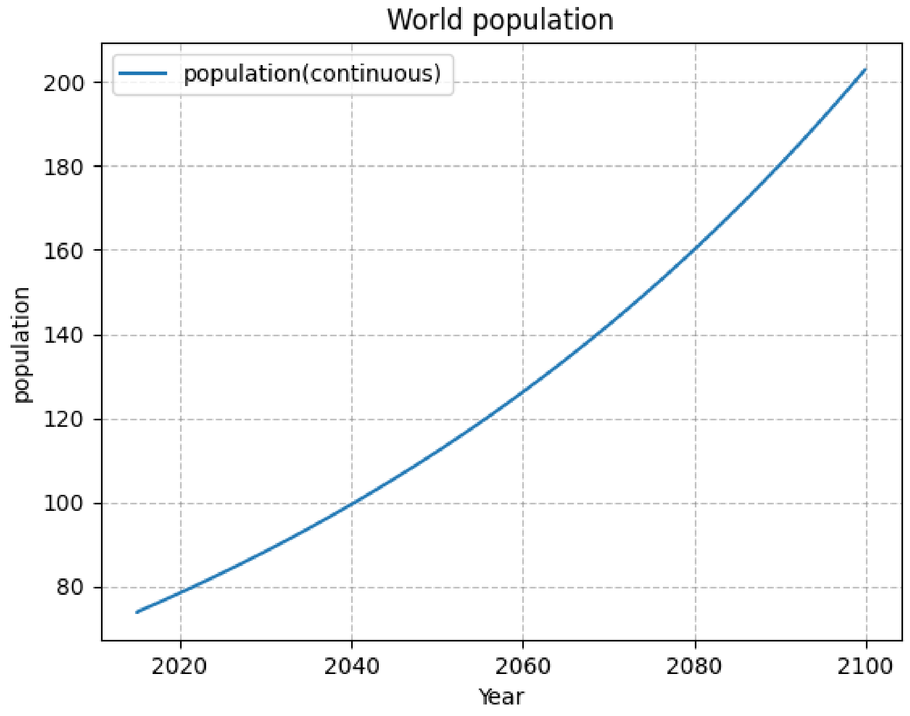
人口増加のシミュレーション(連続版)

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def calc_population_diff(x0, year_start, year_end, growth_rate, dt): # 人口増加モデル（連続版）
    gyear,gx = [year_start], [x0]
    x = x0
    for i in range(int((year_end-year_start)/dt)):
      t = year_start+dt * i     # 時刻 (year)
      x += growth_rate * x * dt # 人口増加
      gyear.append(t)
      gx.append(x)
    return gyear,gx

year1,x1 = calc_population_diff(x0=73.8, year_start=2015, year_end=2100, growth_rate=0.0119,dt=0.1)

plt.plot(year1, x1,label="population(continuous)")
plt.xlabel('Year')
plt.ylabel('population')
plt.title('World population')
plt.grid(which='both', linestyle='--', color='gray', alpha=0.5)
plt.legend()
plt.show()
```

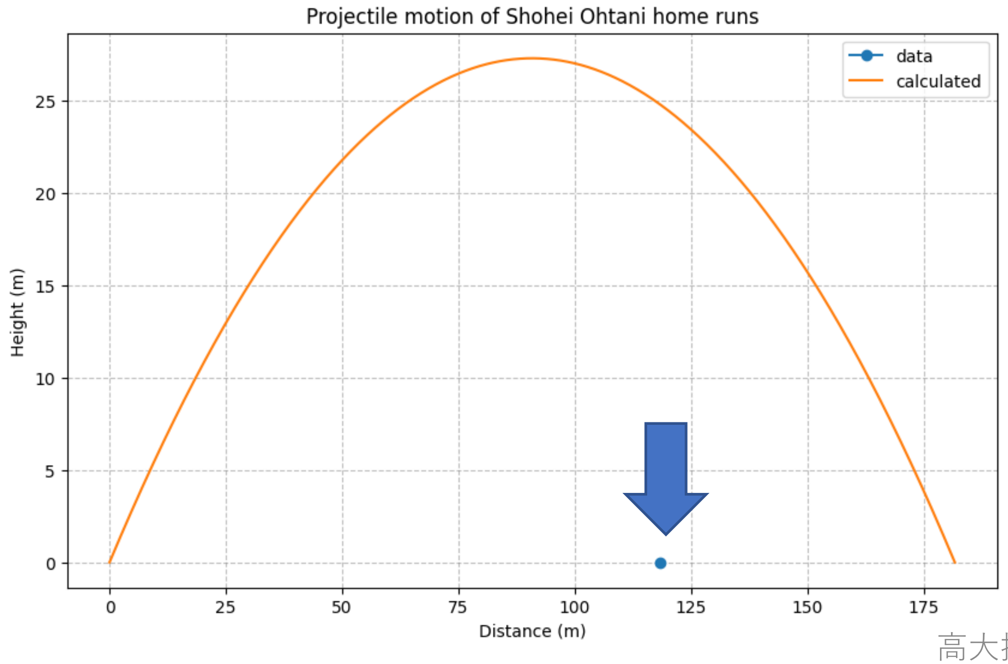


打球は放物線だったのか？

角度 31°、初速44.927m/s

＞計算した距離は 181.67 m

＞実際の距離は 118.26 m



運動方程式から解いてみる

$$\frac{dx}{dt} = u$$

$$\frac{dy}{dt} = v$$

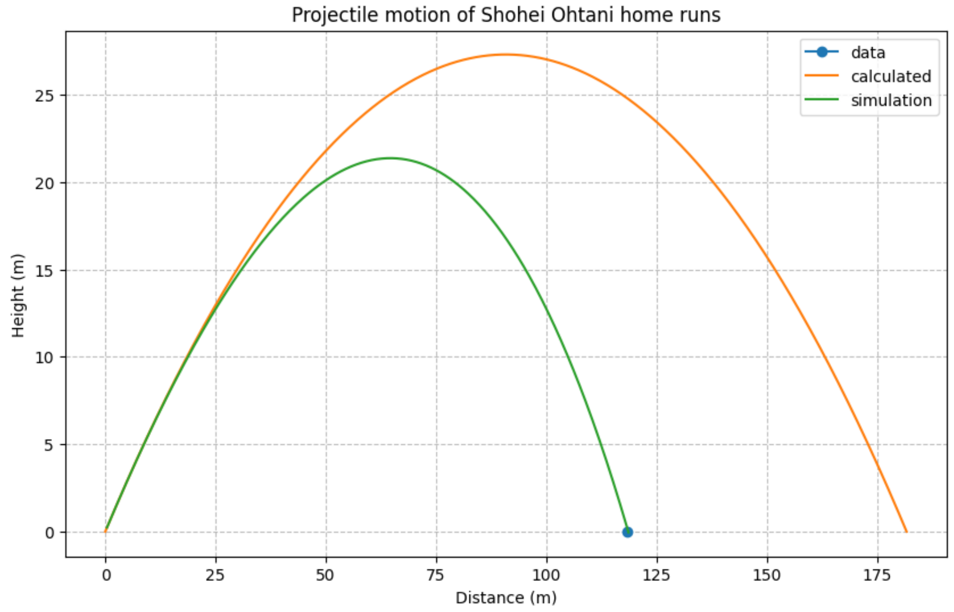
$$\frac{du}{dt} = 0$$

$$\frac{dv}{dt} = -g$$

空気抵抗を入れたモデル

仮定：空気抵抗は進行方向逆向きで、
大きさは速度の2乗に比例
k: 空気抵抗係数

$$\frac{dx}{dt} = u$$
$$\frac{dy}{dt} = v$$
$$\frac{du}{dt} = -k\sqrt{u^2 + v^2}u$$
$$\frac{dv}{dt} = -k\sqrt{u^2 + v^2}v - g$$



現実にあったモデルを作る必要