

Группа Р3207 К работе допущен _____

Студент Тахватулин М. В. Работа выполнена _____

Преподаватель Хвастунов Н. Н. Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе

№1.01

Исследование распределения случайной величины

1. Цель работы.

1. Провести многократные измерения определенного интервала времени.
2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

Исследование закона распределения случайной величины.

3. Объект исследования.

Распределение случайной величины – времени, которое кот может не моргать.

4. Метод экспериментального исследования.

Замер времени при помощи электронного и стрелочного секундомеров.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} (t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i \quad \sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$$

$$\rho_{\max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \quad \rho(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} \quad \Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$$

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Погрешность прибора
1.	Стрелочный секундомер	Механический	0,1 с
2.	Цифровой секундомер	Цифровой	0,05 с

7. Результаты прямых измерений

№	t_i , с (округлено до целых чисел)	$t_i - \langle t \rangle_N$, с	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2$, с ²
1	3	-4,28	18,32
2	1	-6,28	39,44
3	11	3,72	13,84
4	5	-2,28	5,2
5	10	2,72	7,4
6	4	-3,28	10,76
7	12	4,72	22,28
8	5	-2,28	5,2
9	4	-3,28	10,76
10	7	-0,28	0,08
11	12	4,72	22,28
12	9	1,72	2,96
13	12	4,72	22,28
14	3	-4,28	18,32
15	8	0,72	0,52
16	11	3,72	13,84
17	10	2,72	7,4
18	6	-1,28	1,64
19	11	3,72	13,84
20	1	-6,28	39,44
21	11	3,72	13,84
22	2	-5,28	27,88
23	10	2,72	7,4
24	6	-1,28	1,64
25	2	-5,28	27,88
26	13	5,72	32,72

27	7	-0,28	0,08
28	11	3,72	13,84
29	7	-0,28	0,08
30	6	-1,28	1,64
31	12	4,72	22,28
32	7	-0,28	0,08
33	4	-3,28	10,76
34	5	-2,28	5,2
35	2	-5,28	27,88
36	12	4,72	22,28
37	7	-0,28	0,08
38	9	1,72	2,96
39	4	-3,28	10,76
40	7	-0,28	0,08
41	4	-3,28	10,76
42	5	-2,28	5,2
43	8	0,72	0,52
44	12	4,72	22,28
45	11	3,72	13,84
46	3	-4,28	18,32
47	7	-0,28	0,08
48	9	1,72	2,96
49	12	4,72	22,28
50	4	-3,28	10,76
	$\langle t \rangle_N = 7,28 \text{ с}$	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2 = 2780,42 \text{ с}$	$\sigma_N = 3,53 \text{ с}$ $\rho_{max} = 0,11 \text{ с}^{-1}$

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = 7,28$$

$$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2 = 2780,42$$

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} = 3,53$$

$$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} = 0,05$$

$$t_{max} - t_{min} = 12$$

Разобьём $t_{max} - t_{min}$ на 7 равных промежутков с шагом $\Delta t = 1,71 \text{ с}$

8. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Границы интервалов, с	ΔN	$\frac{\Delta N}{N\Delta t}, \text{с}^{-1}$	t, с	$\rho, \text{с}^{-1}$
1	5	0,06	1,855	0,03
2,71				
2,71	9	0,11	3,565	0,07
4,42				
4,42	7	0,08	5,275	0,1
6,13				
6,13	7	0,08	6,985	0,11
7,84				
7,84	5	0,06	8,695	0,1
9,55				
9,55	9	0,11	10,405	0,08
11,26				
13	8	0,09	12,13	0,05

Найдём значения функции $\rho(t)$ при различных значениях t при помощи функции Гаусса:

$$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi i}} \exp\left(-\frac{(t-\langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$$

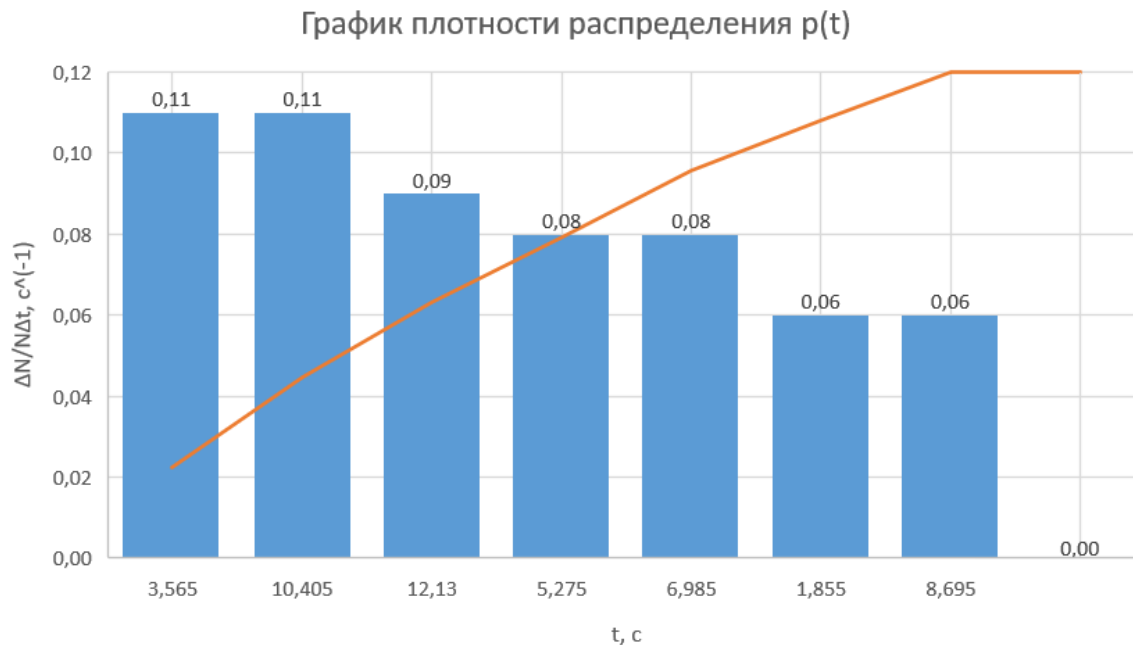
9. Расчет погрешностей косвенных измерений.

	Интервал, с		ΔN	$\frac{\Delta N}{N}$	P
	от	до			
$\langle t \rangle_N \pm \sigma_N$	3,75	10,81	28	0,56	0,56
$\langle t \rangle_N \pm 2\sigma_N$	0,22	14,34	50	1,00	1,00
$\langle t \rangle_N \pm 3\sigma_N$	-3,31	17,87	50	1,00	1,00

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} = 0,5$$

$$\Delta t = t_{\alpha, N\sigma_{\langle t \rangle}} = 1,75$$

10. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).



11. Окончательные результаты.

- Среднеквадратичное отклонение среднего значения $\sigma_{\langle t \rangle} = 0,5 \text{ c}$
- Табличное значение коэффициента Стьюдента $t_{\alpha, N}$ для доверительной вероятности $\alpha = 0,999$: $t_{\alpha, N} = 3,50$
- Доверительный интервал $\Delta t = 1,75 \text{ c}$
- Среднее арифметическое всех результатов измерений $\langle t \rangle_N = 7,28 \text{ c}$
- Выборочное среднеквадратичное отклонение: $\sigma_N = 3,53 \text{ c}$
- Максимальное значение плотности распределения $\rho_{max} = 0,11 \text{ c}^{-1}$

12. Выводы и анализ результатов работы.

Вывод: Таким образом, мы исследовали распределение случайной величины на примере многократных замеров временного отрезка. Результаты прямых измерений, данные для построения гистограммы, стандартные доверительные интервалы были занесены в соответствующие таблицы. После заполнения таблиц построили гистограмму и функцию Гаусса.