

1. Задание

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x1 x2 x3 x4 x5 | x1 x2 1 | (x1 x2 1)10 | x3 x4 x5 | (x3 x4 x5)10 | x1 x3 x4 | (x1 x3 x4)10 | + | f |
| 0 | 0 0 0 0 0 | 0 0 1 | 1 | 0 0 0 | 0 | 0 0 0 | 0 | 1 | d |
| 1 | 0 0 0 0 1 | 0 0 1 | 1 | 0 0 1 | 1 | 0 0 0 | 0 | 2 | d |
| 2 | 0 0 0 1 0 | 0 0 1 | 1 | 0 1 0 | 2 | 0 0 1 | 1 | 3 | 0 |
| 3 | 0 0 0 1 1 | 0 0 1 | 1 | 0 1 1 | 3 | 0 0 1 | 1 | 4 | 0 |
| 4 | 0 0 1 0 0 | 0 0 1 | 1 | 1 0 0 | 4 | 0 1 0 | 2 | 5 | 0 |
| 5 | 0 0 1 0 1 | 0 0 1 | 1 | 1 0 1 | 5 | 0 1 0 | 2 | 6 | 0 |
| 6 | 0 0 1 1 0 | 0 0 1 | 1 | 1 1 0 | 6 | 0 1 1 | 3 | 7 | 0 |
| 7 | 0 0 1 1 1 | 0 0 1 | 1 | 1 1 1 | 7 | 0 1 1 | 3 | 8 | 0 |
| 8 | 0 1 0 0 0 | 0 1 1 | 3 | 0 0 0 | 0 | 0 0 0 | 0 | 3 | d |
| 9 | 0 1 0 0 1 | 0 1 1 | 3 | 0 0 1 | 1 | 0 0 0 | 0 | 4 | d |
| 10 | 0 1 0 1 0 | 0 1 1 | 3 | 0 1 0 | 2 | 0 0 1 | 1 | 5 | 1 |
| 11 | 0 1 0 1 1 | 0 1 1 | 3 | 0 1 1 | 3 | 0 0 1 | 1 | 6 | 0 |
| 12 | 0 1 1 0 0 | 0 1 1 | 3 | 1 0 0 | 4 | 0 1 0 | 2 | 7 | 0 |
| 13 | 0 1 1 0 1 | 0 1 1 | 3 | 1 0 1 | 5 | 0 1 0 | 2 | 8 | 1 |
| 14 | 0 1 1 1 0 | 0 1 1 | 3 | 1 1 0 | 6 | 0 1 1 | 3 | 9 | 0 |
| 15 | 0 1 1 1 1 | 0 1 1 | 3 | 1 1 1 | 7 | 0 1 1 | 3 | 10 | 1 |
| 16 | 1 0 0 0 0 | 1 0 1 | 5 | 0 0 0 | 0 | 1 0 0 | 4 | 5 | 1 |
| 17 | 1 0 0 0 1 | 1 0 1 | 5 | 0 0 1 | 1 | 1 0 0 | 4 | 6 | 0 |
| 18 | 1 0 0 1 0 | 1 0 1 | 5 | 0 1 0 | 2 | 1 0 1 | 5 | 7 | 0 |
| 19 | 1 0 0 1 1 | 1 0 1 | 5 | 0 1 1 | 3 | 1 0 1 | 5 | 8 | 1 |
| 20 | 1 0 1 0 0 | 1 0 1 | 5 | 1 0 0 | 4 | 1 1 0 | 6 | 9 | 0 |
| 21 | 1 0 1 0 1 | 1 0 1 | 5 | 1 0 1 | 5 | 1 1 0 | 6 | 10 | 1 |
| 22 | 1 0 1 1 0 | 1 0 1 | 5 | 1 1 0 | 6 | 1 1 1 | 7 | 11 | 1 |
| 23 | 1 0 1 1 1 | 1 0 1 | 5 | 1 1 1 | 7 | 1 1 1 | 7 | 12 | 1 |
| 24 | 1 1 0 0 0 | 1 1 1 | 7 | 0 0 0 | 0 | 1 0 0 | 4 | 7 | 0 |
| 25 | 1 1 0 0 1 | 1 1 1 | 7 | 0 0 1 | 1 | 1 0 0 | 4 | 8 | 1 |
| 26 | 1 1 0 1 0 | 1 1 1 | 7 | 0 1 0 | 2 | 1 0 1 | 5 | 9 | 0 |
| 27 | 1 1 0 1 1 | 1 1 1 | 7 | 0 1 1 | 3 | 1 0 1 | 5 | 10 | 1 |
| 28 | 1 1 1 0 0 | 1 1 1 | 7 | 1 0 0 | 4 | 1 1 0 | 6 | 11 | 1 |
| 29 | 1 1 1 0 1 | 1 1 1 | 7 | 1 0 1 | 5 | 1 1 0 | 6 | 12 | 1 |
| 30 | 1 1 1 1 0 | 1 1 1 | 7 | 1 1 0 | 6 | 1 1 1 | 7 | 13 | 0 |
| 31 | 1 1 1 1 1 | 1 1 1 | 7 | 1 1 1 | 7 | 1 1 1 | 7 | 14 | 0 |

1. Представление булевой функции в аналитическом виде

КДНФ: x1x2x3!x4x5 + x1x2x3!x4!x5 + x1x2!x3x4x5 + x1x2!x3!x4x5 + x1!x2x3!x4x5 + x1!x2x3x4!x5 + x1!x2x3x4x5 + x1!x2!x3x4x5 + x1!x2!x3!x4!x5 + !x1x2x3x4x5 + !x1x2x3!x4x5 + !x1x2!x3x4!x5

ККНФ: (x1 x2 x3 !x4 x5) (x1 x2 x3 !x4 !x5) (x1 x2 !x3 x4 x5) (x1 x2 !x3 x4 !x5) (x1 x2 !x3 !x4 x5) (x1 x2 !x3 !x4 !x5) (x1 !x2 x3 !x4 !x5) (x1 !x2 !x3 x4 x5) (x1 !x2 !x3 !x4 x5) (!x1 x2 x3 x4 !x5) (!x1 x2 x3 !x4 x5) (!x1 x2 !x3 x4 x5) (!x1 !x2 x3 x4 x5) (!x1 !x2 x3 !x4 x5) (!x1 !x2 !x3 !x4 x5) (!x1 !x2 !x3 !x4 !x5)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| K0(f) | K1(f) | | K2(f) | | Z(f) |
| 1. 00000 | 1. 0000X | 1-2 | **1. 0X00X** | 1-5 2-4 | 0X00X |
| 2. 00001 | 2. 0X000 | 1-3 | **2. X1X01** | 7-16 8-10 | X1X01 |
| 3. 01000 | **3. X0000** | 1-4 |  |  | X0000 |
| 4. 10000 | 4. 0X001 | 2-5 |  |  | 010X0 |
| 5. 01001 | 5. 0100X | 3-5 |  |  | 011X1 |
| 6. 01010 | **6. 010X0** | 3-6 |  |  | 10X11 |
| 7. 01101 | 7. 01X01 | 5-7 |  |  | 1X011 |
| 8. 10011 | 8. X1001 | 5-11 |  |  | 1X101 |
| 9. 10101 | **9. 011X1** | 7-13 |  |  | 101X1 |
| 10. 10110 | 10. X1101 | 7-16 |  |  | 1011X |
| 11. 11001 | **11. 10X11** | 8-14 |  |  | 110X1 |
| 12. 11100 | **12. 1X011** | 8-15 |  |  | 1110X |
| 13. 01111 | **13. 1X101** | 9-16 |  |  |  |
| 14. 10111 | **14. 101X1** | 9-14 |  |  |  |
| 15. 11011 | **15. 1011X** | 10-14 |  |  |  |
| 16. 11101 | 16. 11X01 | 11-16 |  |  |  |
|  | **17. 110X1** | 11-15 |  |  |  |
|  | **18. 1110X** | 12-16 |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Простые импликанты | 0-кубы | | | | | | | | | | | |
| 0  1  0  1  0 | 0  1  1  0  1 | 0  1  1  1  1 | 1  0  0  0  0 | 1  0  0  1  1 | 1  0  1  0  1 | 1  0  1  1  0 | 1  0  1  1  1 | 1  1  0  0  1 | 1  1  0  1  1 | 1  1  1  0  0 | 1  1  1  0  1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1. 0X00X | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 2. X1X01 | - | \* | - | - | - | - | - | - | \* | - | - | \* |
| 3. X0000 | - | - | - | \* | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 4. 010X0 | \* | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 5. 011X1 | - | \* | \* | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 6. 10X11 | - | - | - | - | \* | - | - | \* | - | - | - | - |
| 7. 1X011 | - | - | - | - | \* | - | - | - | - | \* | - | - |
| 8. 1X101 | - | - | - | - | - | \* | - | - | - | - | - | \* |
| 9. 101X1 | - | - | - | - | - | \* | - | \* | - | - | - | - |
| 10. 1011X | - | - | - | - | - | - | \* | \* | - | - | - | - |
| 11. 110X1 | - | - | - | - | - | - | - | - | \* | \* | - | - |
| 12. 1110X | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | \* | \* |

Импликанты 3, 4, 5, 10 и 12 – существенные, так как они покрывают вершины 1, 3, 4, 7 и 11 соответственно, не покрытые другими импликантами. Вычеркнем из таблицы строки, соответствующие этим импликантам, а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Это вершины 1, 3, 4, 7 и 11. Импликанта 1, не покрывающая ни одной вершины, также вычеркивается из таблицы.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Простые импликанты | | 0-кубы | | | | | | |
| 0  1  1  0  1 | 1  0  0  1  1 | 1  0  1  0  1 | 1  0  1  1  1 | 1  1  0  0  1 | 1  1  0  1  1 | 1  1  1  0  1 |
| a | b | c | d | e | f | g |
| 1. X1X01 | A | \* |  |  |  | \* |  | \* |
| 2. 10X11 | B |  | \* |  | \* |  |  |  |
| 3. 1X011 | C |  | \* |  |  |  | \* |  |
| 4. 1X101 | D |  |  | \* |  |  |  | \* |
| 5. 101X1 | E |  |  | \* | \* |  |  |  |
| 6. 110X1 | F |  |  |  |  | \* | \* |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  | X0000 |
| 010X0 |
| 011X1 |
| 1011X |
| 1110X |

T =

Метод Петрика. Выпишем булево выражение Y, определяющее условие покрытия всех 0-кубов (существенных вершин), не покрываемых существенными импликантами:

Y = A\*(B ∨ C)\*(D ∨ E)\*(B ∨ E)\*(A ∨ F)\*(C ∨ F)\*(A ∨ D)

Y = A\*(B ∨ C)\*(D ∨ E)\*(B ∨ E)\* (C ∨ F)

Y = (AB ∨ AC) \*(D ∨ E)\*(B ∨ E)\* (C ∨ F) = (AB ∨ AC) \* (DB ∨ DE ∨ BE ∨ EE) \* (C ∨ F) =

= (ABC ∨ ABF ∨ ACC ∨ ACF)\*(BD ∨ DE ∨ BE ∨ EE) = ABCBD ∨ ABCDE ∨ ABCBE ∨ ABCEE ∨ ABFBD ∨ ABFDE ∨ ABFBE ∨ ABFEE ∨ ACCBD ∨ ACCDE ∨ ACCBE ∨ ACCEE ∨ ACFBD ∨ ACFDE ∨ ACFBE ∨ ACFEE = ABCD ∨ ABCDE ∨ ABCE ∨ ABCE ∨ ABFD ∨ ABFDE ∨ ABFE ∨ ABFE ∨ ABCD ∨ ACDE ∨ ABCE ∨ ACE ∨ ABCDF ∨ ACDEF ∨ ABCEF ∨ ACEF = ABCD ∨ ABCDE ∨ ABCE ∨ ABDF ∨ ABDEF ∨ ABEF ∨ ACDE ∨ ACE ∨ ABCDF ∨ ACDEF ∨ ABCEF ∨ ACEF = ABCD ∨ ABDF ∨ ABEF ∨ ACE

Y = ABCD ∨ ABDF ∨ ABEF ∨ ACE

C1 = {T A B C D}

Sa = 35; Sb = 35+9 = 44

C2 = {T A B D F}

Sa = 35; Sb = 44

C3 = {T A B E F}

Sa = 35; Sb = 44

C4 = {T A C E}

Sa = 31; Sb = 39

|  |
| --- |
| X0000 |
| 010X0 |
| 011X1 |
| 1011X |
| 1110X |
| X1X01 |
| 1X011 |
| 101X1 |

Минимальное покрытие функции

Cmin (f) =

Этому покрытию соответствует МДНФ следующего вида:

f = !x2!x3!x4!x5 ∨ !x1x2!x3!x5 ∨ !x1x2x3x5 ∨ x1!x2x3x4 ∨ x1x2x3!x4 ∨ x2!x4x5 ∨ x1!x3x4x5 ∨ x1!x2x3x5

Можно отметить, что число букв (аргументов булевой функции и их отрицаний) в МДНФ совпадает с ценой покрытия S a , а суммарное число букв и число термов совпадает с ценой покрытия S b .

Дальнейшее упрощение импликантной таблицы К упрощенной импликантной таблице (табл. 5) применим операцию удаления “лишних” столбцов (существенных вершин). В отношении “множество-подмножество“ находятся отметки следующих пар столбцов:

Таким образом из табл. 5 можно удалить столбцы g, k и l, после чего получим табл. 6. Дальнейшие упрощения табл. 6 невозможны. Для определения минимального покрытия можно использовать метод Петрика.