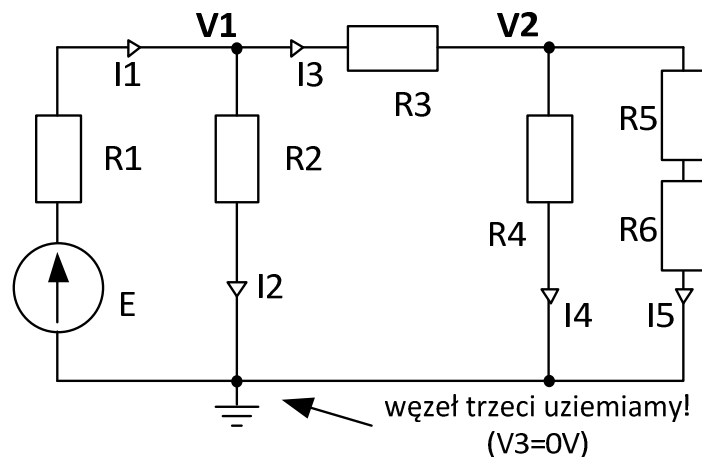


Zadanie

Metodą potencjałów węzłowych obliczyć rozpływ prądów, w obwodzie przedstawionym na poniższym schemacie. Dane obwodu: $E = 240V$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 24\Omega$, $R_3 = 6\Omega$, $R_4 = 9\Omega$, $R_5 = 10\Omega$, $R_6 = 8\Omega$.



Równania potencjałów dla węzłów V_1 i V_2

$$V_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - V_2 \left(\frac{1}{R_3} \right) = \frac{E}{R_1}$$

$$V_2 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5 + R_6} \right) - V_1 \left(\frac{1}{R_3} \right) = 0$$

Podstawiając dane liczbowe

$$V_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{24} + \frac{1}{6} \right) - V_2 \left(\frac{1}{6} \right) = \frac{240}{2}$$

$$V_2 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} \right) - V_1 \left(\frac{1}{6} \right) = 0$$

Dowolną metodą matematyczną rozwiązujemy układ dwóch równań z dwoma niewiadomymi. Np. z drugiego równania wyznaczamy $V_1 = 2V_2$ i po podstawieniu do pierwszego wyznaczamy wartość drugiego potencjału. Po rozwiązaniu układu dwóch równań otrzymujemy:

$$V_1 = 192V, \quad V_2 = 96V$$

Wykorzystując prawo Ohma określamy wartości natężeń prądów płynących poszczególnymi gałęziami:

$$I_5 = \frac{V_2 - V_3}{R_5 + R_6} = \frac{96 - 0}{18} = 5,333 A$$

$$I_4 = \frac{V_2 - V_3}{R_4} = \frac{96 - 0}{9} = 10,666 A$$

$$I_3 = \frac{V_1 - V_2}{R_3} = \frac{192 - 96}{6} = 16 A$$

$$I_2 = \frac{V_1 - V_3}{R_2} = \frac{192}{24} = 8 A$$

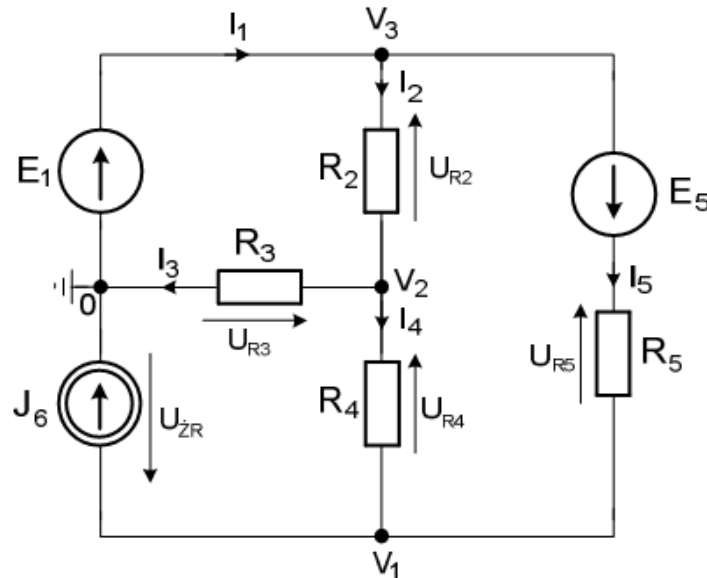
$$I_1 = \frac{E - V_1}{R_1} = \frac{240 - 192}{2} = 24 A$$

Poprawność obliczeń można sprawdzić z pierwszego prawa Kirchhoffa sumując prądy w węzłach.

Zadanie 2

Dla obwodu przedstawionego na schemacie obliczyć prądy metodą potencjałów węzłowych.

Dane: $E_1=10V$, $E_5=5V$, $I_6=0,5A$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$, $R_4 = 5 \Omega$, $R_5 = 5 \Omega$.



Zakładamy potencjał jednego z węzłów tego obwodu za równy zero, $V_0 = 0$. Węzeł zerowy jest węzłem odniesienia.

Równania potencjałów węzłowych.

Pomiędzy węzeł zerowy a węzeł trzeci jest włączone idealne źródło napięciowe E_1 co powoduje, że potencjał $V_3 = E_1 = 10V$. Należy wyznaczyć potencjały V_2 i V_3 , do czego wypiszemy dwa równania.

$$\text{dla węzła 1} \quad V_1 \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - V_2 \frac{1}{R_4} - E_1 \frac{1}{R_5} = -J_6 + \frac{E_5}{R_5}$$

$$\text{dla węzła 2} \quad V_2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) - V_1 \frac{1}{R_4} - E_1 \frac{1}{R_2} = 0$$

podstawiając dane liczbowe

$$V_1 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right) - V_2 \frac{1}{5} = -\frac{1}{2} + \frac{5}{5} + 10 \cdot \frac{1}{5}$$

$$V_2 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} \right) - V_1 \frac{1}{5} = 10 \cdot \frac{1}{10}$$

Stąd po rozwiązaniu układu równań

$V_1=10V$, $V_2=7,5V$

Znając potencjały możemy obliczyć prądy gałęziowe

$$I_2 = \frac{V_3 - V_2}{R_2} = \frac{1}{4} \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_2}{R_3} = \frac{3}{4} \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{V_2 - V_1}{R_4} = -\frac{1}{2} \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{V_3 - V_1 + E_5}{R_5} = 1 \text{ A}$$

$$I_1 = I_2 + I_5 = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4} \text{ A}$$