

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФИЗТЕХ-ШКОЛА АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Отчет о выполнении лабораторной работы 1.2.2

**Алгоритмы сортировок с различной
асимптотикой**

Ефремова Татьяна, Б03-503

Цели работы: посмотреть на алгоритмы с различной асимптотикой, научиться анализировать время работы алгоритмов и включать разные степени оптимизации.

1 Простые сортировки

Сортировка пузырьком

```
void bubbleSort(int *arr){  
  
    int i, j;  
    for (i = 0; i < ARR_LEN; i++){  
  
        for (j = 0; j < ARR_LEN - 1; j++){  
            if (arr[j] > arr[j+1]){  
                swap(arr, j, j+1);  
            }  
        }  
    }  
}
```

Сортировка шейкером

```
void shakerSort(int *arr){  
  
    int i, j;  
    bool changes = 0;  
    for (i = 0; i < (ARR_LEN+1)/2; i++){  
  
        changes = 0;  
        for (j = i; j < ARR_LEN-1-i; j++){  
            if (arr[j] > arr[j+1]){  
                swap(arr, j, j+1);  
                changes = 1;  
            }  
        }  
        for (j = ARR_LEN-2-i; j >= i; j--){  
            if (arr[j] > arr[j+1]){  
                swap(arr, j, j+1);  
                changes = 1;  
            }  
        }  
        if (not changes){  
            break;  
        }  
    }  
}
```

Сортировка вставкой

```
void insertionSort(int *arr){  
  
    int el, i, j;  
    for (i = 1; i < ARR_LEN; i++){  
        j = i-1;  
        el = arr[i];  
  
        while ((j >= 0) && (el < arr[j])){  
            arr[j+1] = arr[j];  
            j--;  
        }  
        arr[j+1] = el;  
    }  
}
```

Каждая из вышеперечисленных сортировок содержит по одному вложенному циклу, т. е. при исполнении программы производится n^2 итераций, где n – число элементов массива.

Тогда зависимость времени работы сортировки от количества элементов массива квадратичная, $O(n^2)$:

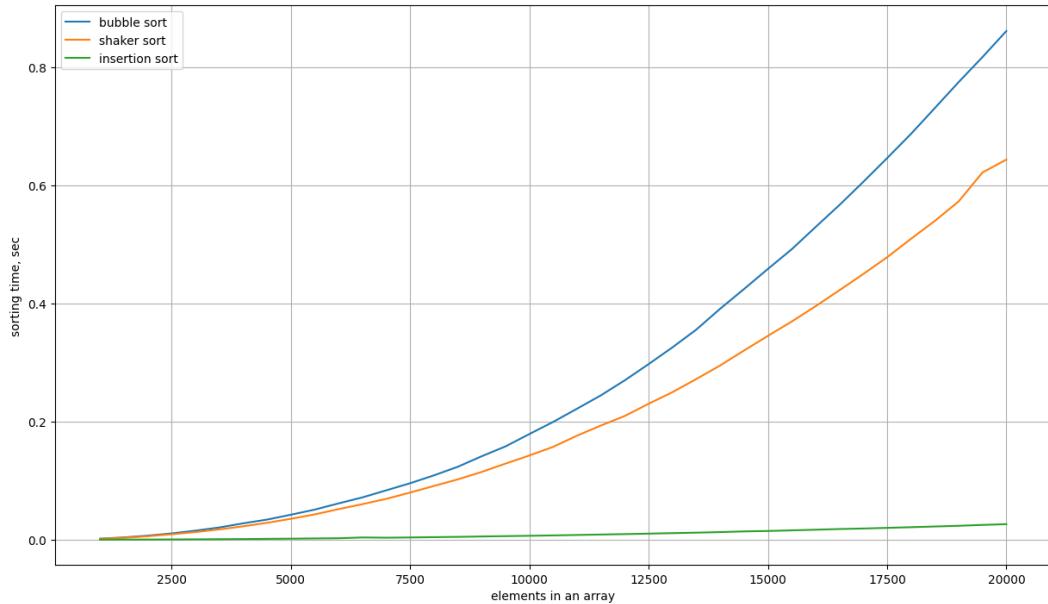


Рис. 1: График зависимости t от n простых сортировок

Зависимость логарифма времени от логарифма количества элементов массива – линейная:

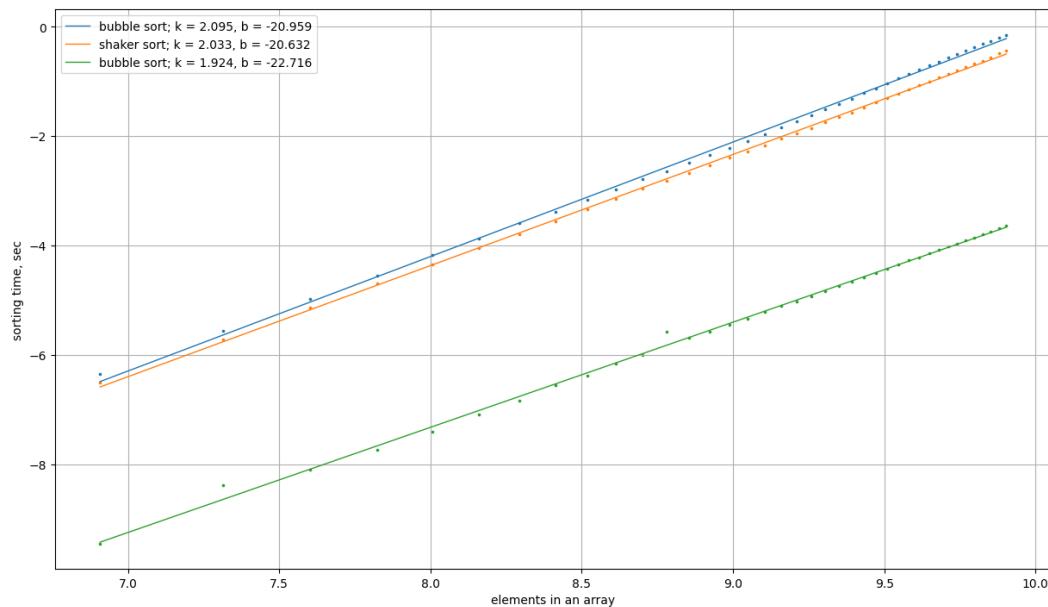


Рис. 2: График зависимости $\log(t)$ от $\log(n)$

Оптимизация сортировки пузырьком

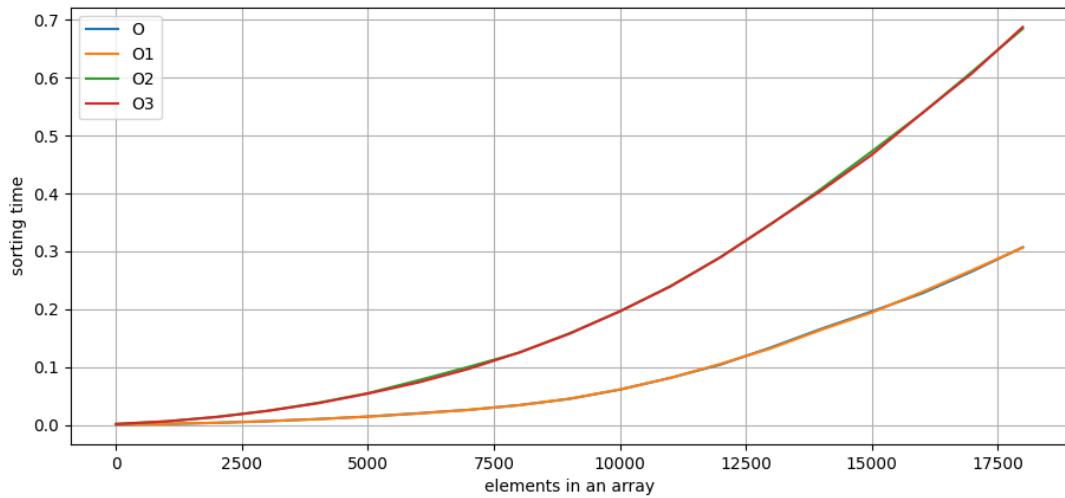


Рис. 3: Enter Caption

2 Быстрые сортировки

Сортировка кучей

```
void insert(int *heap, int N, int x){  
  
    heap[N] = x;  
    int cur = N;  
    N += 1;  
    while ((cur > 0) && (x > heap[(cur-1)/2])){  
        heap[cur] = heap[(cur-1)/2];  
        cur = (cur-1)/2;  
    }  
    heap[cur] = x;  
}  
  
void deleteMax(int *heap, int N){  
  
    int phldr = heap[0];  
    heap[0] = heap[N-1];  
    heap[N-1] = phldr;  
    N--;  
  
    int x = heap[0];  
    int cur = 0;  
    int left, right;  
    while (true) {  
        left = x-1;  
        if ((cur*2 + 1) < N){  
            left = heap[cur*2 + 1];  
        }  
        right = x -1;  
        if ((cur*2 + 2) < N){  
            right = heap[2*cur + 2];  
        }  
        int m = std::max(left, right);  
        if (x > m){  
            break;  
        }  
        heap[cur] = m;  
        cur = (cur*2 + 1);  
    }  
}
```

```

        }
    else if (m == left){
        heap[cur] = left;
        cur = cur*2 + 1;
    }
    else{
        heap[cur] = right;
        cur = cur*2 + 2;
    }
    heap[cur] = x;
}
}

```

```

void heapSort(int *heap, int *arr){

    int i, j;
    for (i = 0; i < ARR_LEN; i++){
        insert(heap, i, arr[i]);
    }
    for (i = 0; i < ARR_LEN-1; i++){
        deleteMax(heap, ARR_LEN-i);
    }
}

```

Сортировка слиянием

```

void merge(int *arr, int *tarr, int beg, int mid, int en){

    int i1 = beg;
    int i2 = mid;
    int k = beg;

    while ((i1 < mid) && (i2 < en)){
        if (arr[i1] < arr[i2]){
            tarr[k] = arr[i1];
            i1++;
        }
        else{
            tarr[k] = arr[i2];
            i2++;
        }
        k++;
    }
    while (i1 < mid){
        tarr[k] = arr[i1];
        i1++;
        k++;
    }
    while (i2 < en){
        tarr[k] = arr[i2];
        i2++;
        k++;
    }
    for (int k = beg; k < en; k++){
        arr[k] = tarr[k];
    }
}

void mergeSort(int *arr, int *tarr, int beg, int en){

    if (en > beg + 1){
        int mid = (en + beg)/2;
        mergeSort(arr, tarr, beg, mid);
        mergeSort(arr, tarr, mid, en);
    }
}

```

```

        mergeSort(arr, tarr, mid, en);
        merge(arr, tarr, beg, mid, en);
    }
}

```

Сортировка Хоара

```

int partition(int *arr, int low, int high){

    int pivot = arr[high];
    int i = (low - 1);

    for (int j = low; j <= high - 1; j++){
        if (arr[j] <= pivot){
            i++;
            swap(arr, i, j);
        }
    }
    swap(arr, i + 1, high);
    return (i + 1);
}

void quickSort(int *arr, int low, int high){

    if (low < high){
        int pivot = partition(arr, low, high);

        quickSort(arr, low, pivot - 1);
        quickSort(arr, pivot + 1, high);
    }
}

```

Каждая из вышеперечисленных сортировок производит $\log(n)$ разбиений массива и проходит по каждому полученному куску n раз т. е. при исполнении программы производится $n \cdot \log(n)$ итераций:

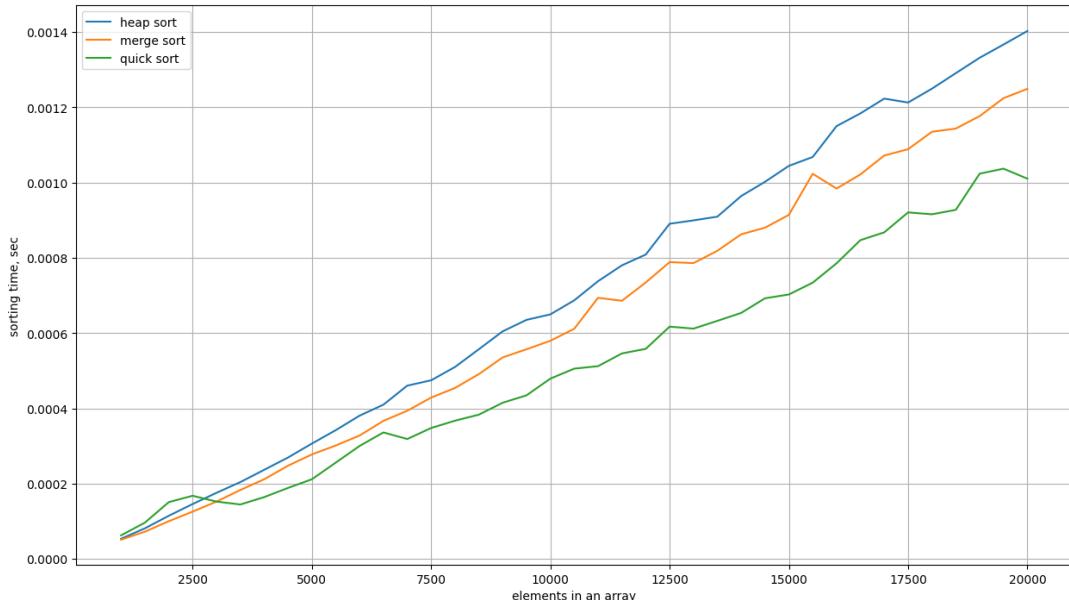


Рис. 4: График зависимости t от n быстрых сортировок

Тогда зависимость времени работы сортировки, деленного на $n \cdot \log(n)$ от количества элементов массива должна быть близка к константе:

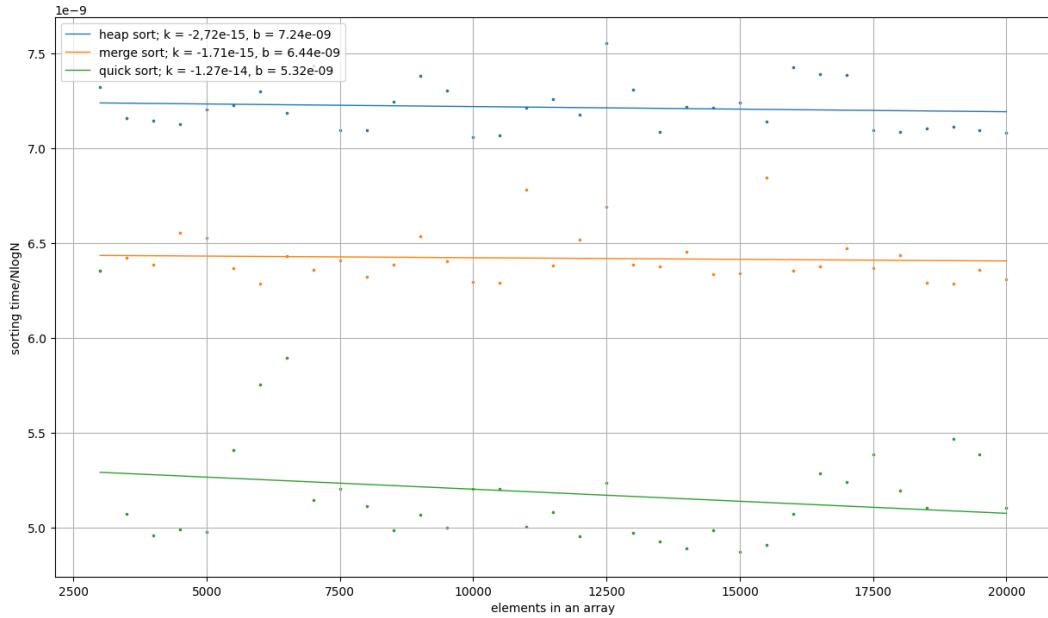


Рис. 5: График зависимости $\frac{t}{n \cdot \log(n)}$ от n

3 Сравнение быстрых и медленных сортировок

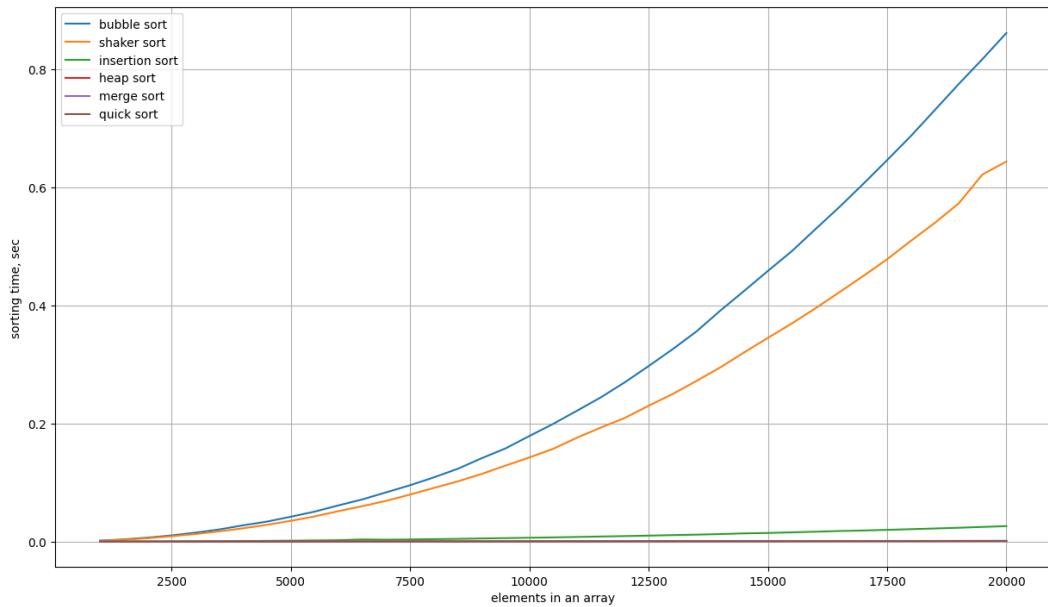


Рис. 6: График зависимостей t от n всех сортировок

4 Зависимость от начальных данных

Bubble Sort

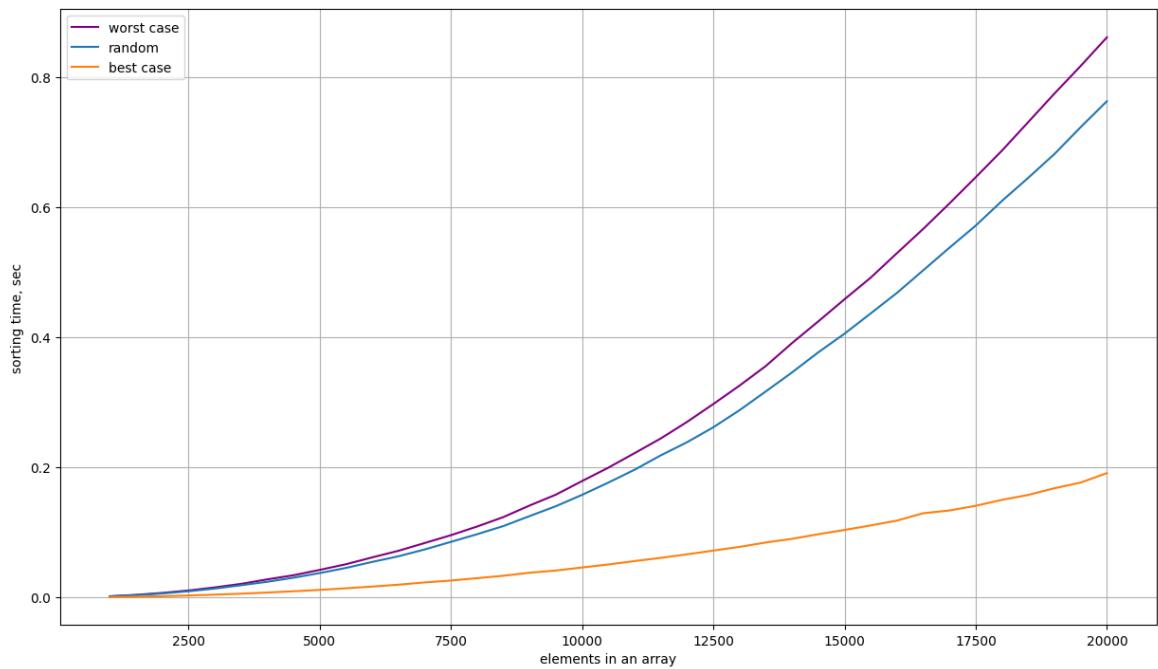


Рис. 7: Сравнение случаев сортировки пузырьком

Insertion Sort

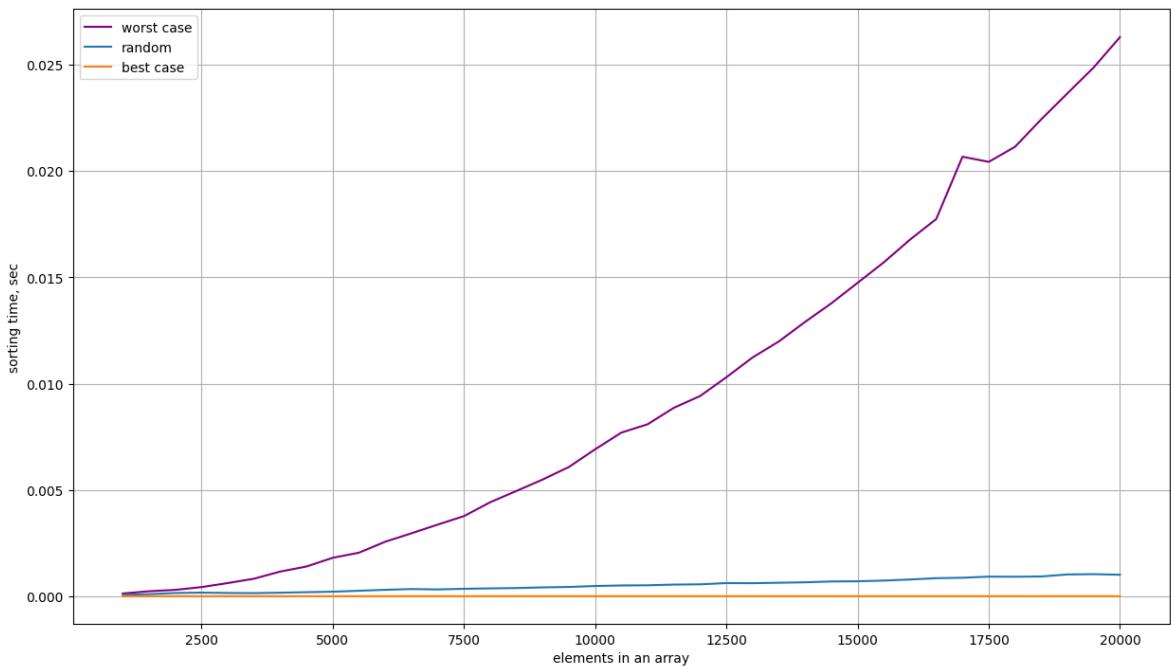


Рис. 8: Сравнение случаев сортировки вставкой

Quick Sort

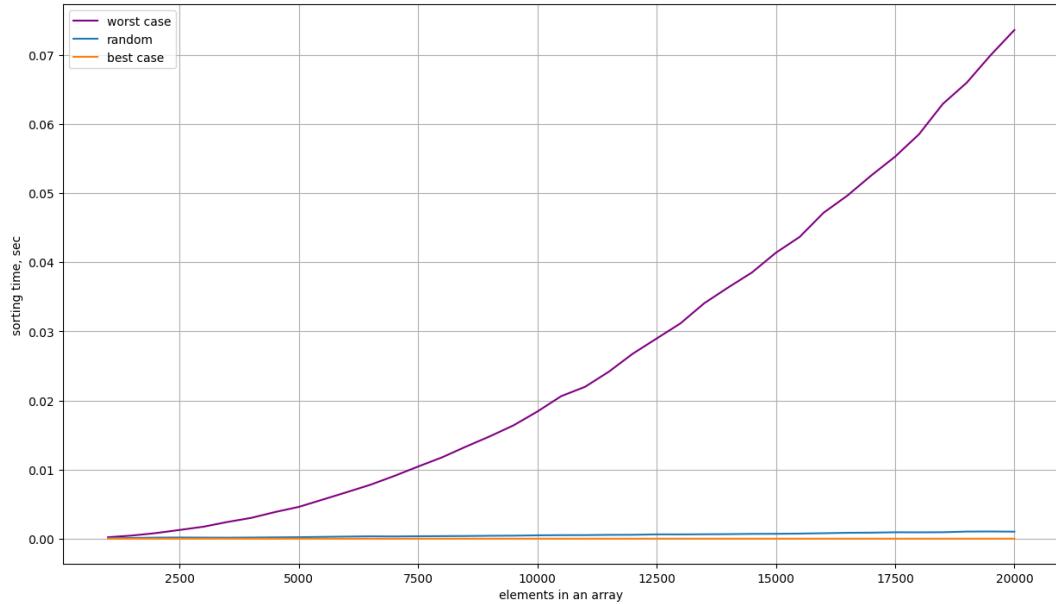


Рис. 9: Сравнение случаев сортировки Хоара

Merge Sort и Heap Sort

У сортировок кучей и слиянием как плохих случаев, так и хороших. Они всегда совершают \approx одинаковое количество итераций.

5 Сравнение сортировок для C++ и Python

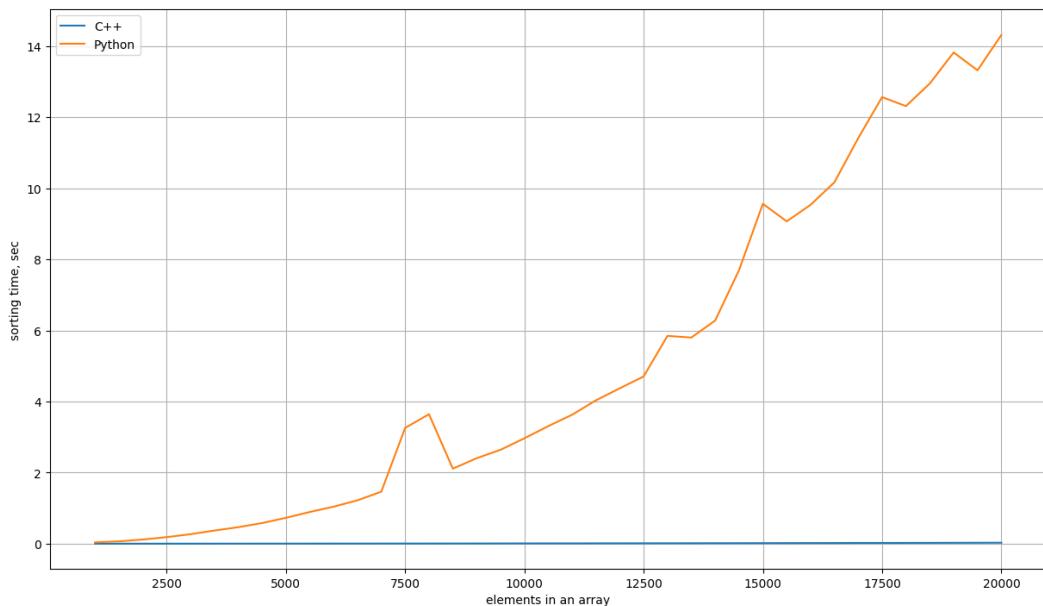


Рис. 10: сравнение графиков сортировки вставкой

6 Выводы

Были продемонстрированы зависимости времени работы различных сортировок от длины массивов, а также как различные оптимизации компилятора ускоряют процесс сортировок. Было изучено время работы сортировок в зависимости от начальных данных. Было показано, насколько язык C++ быстрее Python.