

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФИЗТЕХ-ШКОЛА АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Отчет о выполнении лабораторной работы 1.4.8

**Определение модуля Юнга методом
акустического резонанса**

Ефремова Татьяна, Б03-503

22 октября 2025 г.

1 Аннотация

Цели работы: исследовать явление акустического резонанса в тонком стержне; измерить скорость распространения продольных звуковых колебаний в тонких стержнях из различных материалов и различных размеров; измерить модули Юнга различных материалов.

2 Теоретические сведения

Основной характеристикой упругих свойств твёрдого тела является его модуль Юнга E . Согласно закону Гука, если к элементу среды приложено некоторое механическое напряжение σ , действующее вдоль некоторой оси x (напряжения по другим осям при этом отсутствуют), то в этом элементе возникнет относительная деформация вдоль этой же оси $E = \Delta x/x_0$, определяемая соотношением

$$\sigma = \varepsilon E \quad (1)$$

Если с помощью кратковременного воздействия в некотором элементе твёрдого тела создать малую деформацию, она будет далее распространяться в среде в форме акустической волны. Волны, распространяющиеся вдоль оси, по которой происходит деформация, называются продольными. Скорость u распространения такой волны в простейшем случае длинного тонкого стержня определяется соотношением

$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (2)$$

где ρ — плотность среды.

В общем случае звуковые волны в твёрдых телах могут быть не только продольными, но и поперечными (деформация сдвига перпендикулярна распространению волны), однако в данной работе будет исследован наиболее простой случай упругих волн, распространяющихся в длинных тонких стержнях. Если длины волны λ и стержня L много больше его радиуса R , то такая волна может свободно распространяться лишь вдоль стержня, и его упругие свойства описываются только модулем Юнга.

Акустическая волна, распространяющаяся в стержне конечной длины L , отражается от торцов стержня. Если при этом на длине стержня укладывается целое число полуволн, то отражённые волны будут складываться в фазе с падающими, что приведёт к резкому усилению амплитуды их колебаний и возникновению акустического резонанса в стержне. Измеряя соответствующие резонансные частоты, можно определить скорость звуковой волны в стержне и, таким образом, измерить модуль Юнга его материала:

$$E = \rho \cdot u^2, \quad (3)$$

3 Оборудование

3.1 Используемое оборудование

Генератор звуковых частот, частотомер, осциллограф, электромагнитные излучатель и приёмник колебаний, набор стержней из различных материалов.

3.2 Инструментальные погрешности

линейка: $\Delta_{\text{лин}} = \pm 0,5$ мм (маркировка производителя). При определении положений контактов имеется дополнительная погрешность, которая может быть оценена как $\Delta_{\text{лин}} \approx \pm 2$ мм.

штангенциркуль: $\Delta_{\text{шт}} = \pm 0,1$ мм (маркировка производителя).

микрометр: $\Delta_{\text{мкм}} = \pm 0,01$ мм (маркировка производителя).

амперметр: абсолютная погрешность в диапазоне 80 – 150 мА: $\Delta_A = \pm 0.01$ мА.

вольтметр: шкала линейная, 150 делений; класс точности – 0.5; предел измерений – 0.75 В.

Абсолютная погрешность по цене деления: $\Delta_B = \pm \frac{0.75}{150 \cdot 2} = \pm 2.50$ мВ;

Абсолютная погрешность по классу точности: $\Delta_B = \pm \frac{0.75 \cdot 0.5}{2} = \pm 1.875$ мВ.

мост постоянного тока Р4833: разрядность магазина сопротивлений – 5 ед; класс точности – 0,1;

Используемый диапазон измерений: 10^{-4} – 10 Ом (для множителя $N = 10^{-2}$).

Погрешность измерений в используемом диапазоне: $\Delta_{\text{мшт}} = \pm 0,010$ Ом.

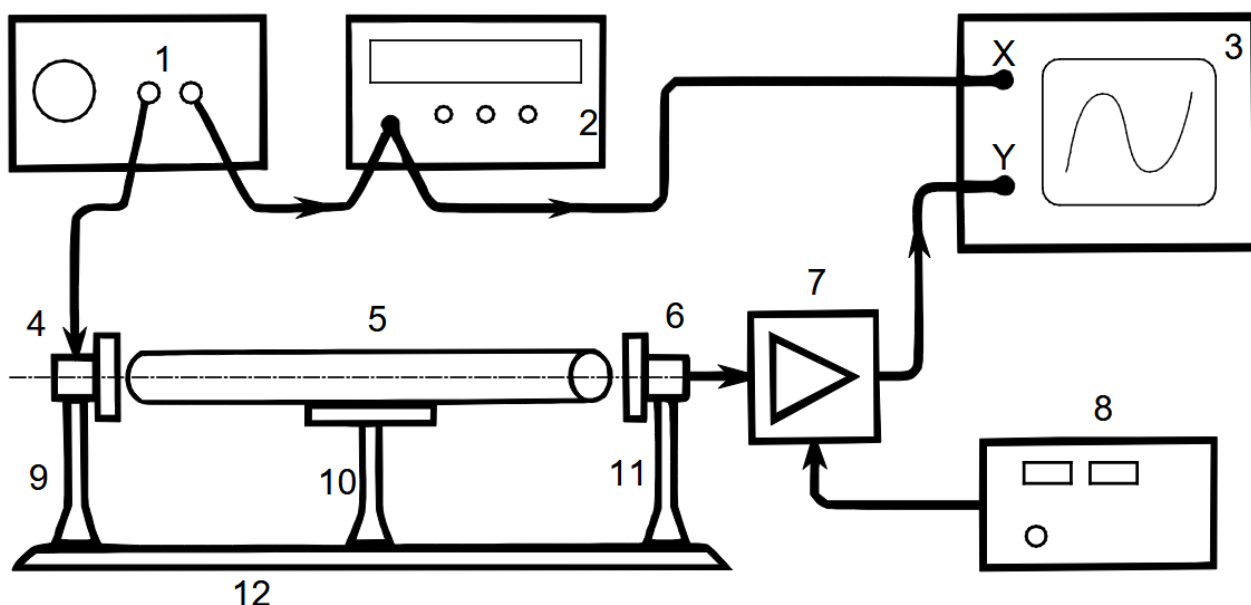


Рис. 1: Схема цепи

4 Результаты измерений и обработка данных

4.1 Измерение диаметра d проволоки

Таблица 1: Измерения диаметра проволоки штангенциркулем и микрометром

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d_{\text{шт}}, \text{ мм}$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
$d_{\text{мкм}}, \text{ мм}$	0,36	0,37	0,36	0,36	0,37	0,36	0,35	0,36	0,36	0,36

$$\bar{d}_{\text{шт}} = 0,4 \text{ мм}; \bar{d}_{\text{мкм}} = 0,361 \text{ мм}$$

При измерении диаметра проволоки штангенциркулем отсутствует случайная погрешность, т.е. результат измерений определяет лишь точность прибора: $d_{\text{шт}} = 0,4 \pm 0,1 \text{ мм}$.

При измерении диаметра проволоки присутствуют как случайная, так и систематическая погрешности:

$$\sigma_{\text{отд}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (d_i - \bar{d})^2} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ мм}; \sigma_{\text{ср}} = \frac{\sigma_{\text{отд}}}{\sqrt{N}} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ мм}; \sigma_{\text{полн}} = \sqrt{\sigma_{\text{ср}}^2 + \Delta_{\text{мкм}}^2} \approx 0,01 \text{ мм};$$

Т. к. $\sigma_{\text{ср}} \ll \sigma_{\text{мкм}}$, можно считать, что проволока однородная, а погрешность при измерении ее диаметра определяется лишь точностью микрометра: $d_{\text{мкм}} = 0,361 \pm 0,010 \text{ мм}$.

4.2 Измерение сопротивления $R_{\text{пр}}$ проволоки

Результаты измерений зависимостей показаний вольтметра V от показаний амперметра I в схеме рис. 1 при разных длинах l проволоки представлены в табл. 2. Соответствующие графики зависимостей изображены на рис. 2.

Внутреннее сопротивление вольтметра $R_B = \frac{0,75 \text{ В}}{0,135 \text{ мА}} = 5 \text{ кОм}$.

Т.к. поправка измерения $\frac{R_{\text{пр}}}{R_B} = 0,1\%$ дает изменение не более, чем $\delta R = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}$, нет смысла пересчитывать значения сопротивления. Будем работать с данными, представленными в табл. 2.

Итак,

$$R_{l=50} = 4,977 \pm 0,208 \text{ Ом},$$

$$R_{l=30} = 2,981 \pm 0,325 \text{ Ом},$$

$$R_{l=20} = 2,017 \pm 0,062 \text{ Ом}.$$

4.3 Вычисление удельного сопротивления $\rho_{\text{пр}}$ проволоки

$$\rho = (1,022 \pm 0,070) \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м} (\epsilon_{\rho} = 6,8\%)$$

Таблица 2: Показания приборов и значения сопротивления

$l = 50 \text{ см}$														
$I, \text{ mA}$	30,5	40,6	50,7	60,7	75,2	81,0	85,7	90,8	99,9	110,8	120,5	131,0	140,0	150,3
$U, \text{ mV}$	150	200	250	300	375	402	425	450	500	550	600	650	700	750
$R, \text{ Ом}$	4,918	4,926	4,931	4,942	4,986	4,969	4,959	4,959	5,001	4,964	4,979	4,962	5,0	4,991
$l = 30 \text{ см}$														
$I, \text{ mA}$	35,5	39,3	52,0	59,9	69,6	76,3	85,3	101,4	110,5	119,6	148,0	161,6	205,1	218,7
$U, \text{ mV}$	100	110	150	175	200	225	250	300	325	350	450	500	610	650
$R, \text{ Ом}$	2,817	2,799	2,885	2,922	2,874	2,949	2,931	2,959	2,940	2,926	3,041	3,094	2,974	2,972
$l = 20 \text{ см}$														
$I, \text{ mA}$	69,9	86,6	101	113,3	137,9	149,9	161,6	189	206,2	222,1	240,0	297,0	323,0	350,0
$U, \text{ mV}$	140	175	200	225	275	300	325	375	415	450	490	595	655	710
$R, \text{ Ом}$	2,003	2,021	1,980	1,986	1,994	2,001	2,011	1,984	2,013	2,026	2,042	2,003	2,028	2,029

Таблица 3: Погрешности и результаты измерения сопротивления проволоки

	$l = 50 \text{ см}$	$l = 30 \text{ см}$	$l = 20 \text{ см}$
$R_0, \text{ Ом}$	5,090	3,051	2,093
$R_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^N V \cdot I}{\sum_{i=1}^N I^2}, \text{ Ом}$	4,977	2,981	2,017
$\sigma_{\text{отд}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (R_i - R_{\text{ср}})^2}, \text{ Ом}$	0,779	1,218	0,232
$\sigma_{\text{ср}} = \frac{\sigma_{\text{отд}}}{\sqrt{N}}, \text{ Ом}$	0,208	0,325	0,062
$\sigma_{\text{сист}} = R_{\text{ср}} \sqrt{\left(\frac{\Delta_B}{V_{\text{max}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_A}{I_{\text{max}}}\right)^2}, \text{ Ом}$	0,012	0,008	0,005
$\sigma_{\text{полн}} = \sqrt{\sigma_{\text{ср}}^2 + \Delta_{\text{мкм}}^2}, \text{ Ом}$	0,208	0,325	0,062

5 Выводы

В результате работы было измерено удельное сопротивление образца нихромовой проволоки с точностью $\approx 6,8\%$. Табличные значения для нихрома при 20° лежат в диапазоне от $0,97 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ до $1,12 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ (согласно справочнику "Физические величины. М.: Энергоиздат, 1991. С. 444). Наиболее близкое значение к полученному в работе имеет сплав 70 – 80% Ni, 20% Cr, 0 – 2% Mn.

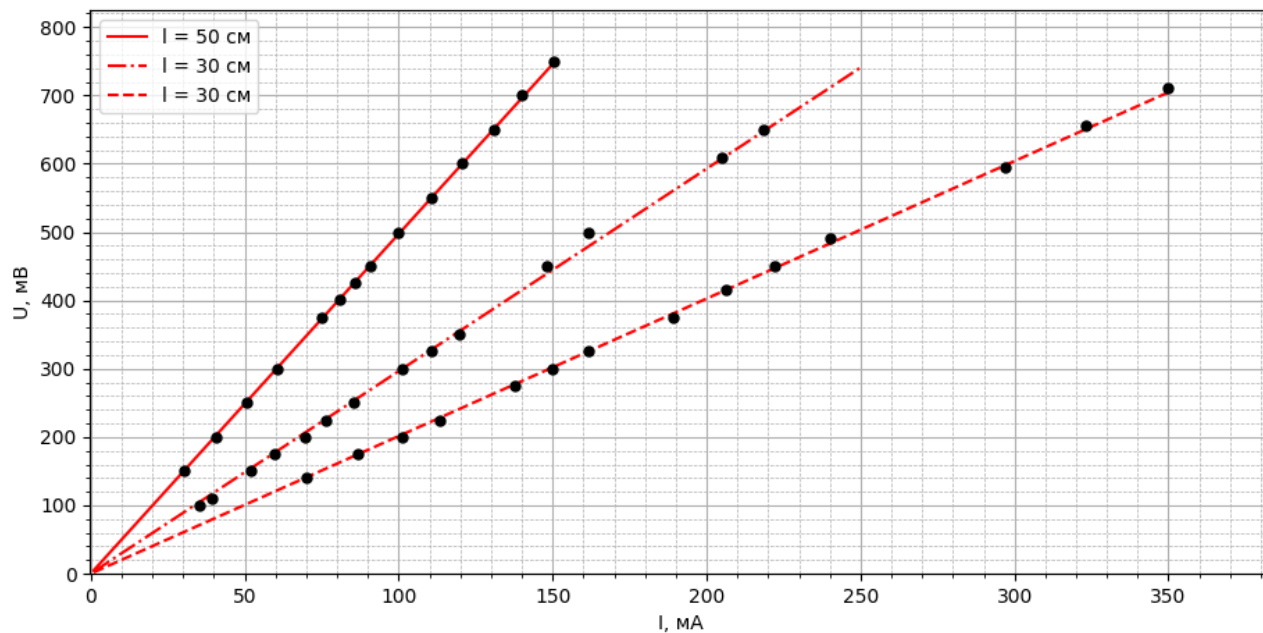


Рис. 2: Линейная аппроксимация результатов измерения напряжения V в зависимости от силы тока I методом наименьших квадратов

Таблица 4: Погрешности и результаты измерения сопротивления проволоки

	$l = 50$ см	$l = 30$ см	$l = 20$ см
$\rho = (1), \text{ Ом} \cdot \text{ м}$	$1,019 \cdot 10^{-6}$	$1,017 \cdot 10^{-6}$	$1,032 \cdot 10^{-6}$
$\sigma_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2}, \text{ Ом} \cdot \text{ м}$	$0,051 \cdot 10^{-6}$	$0,114 \cdot 10^{-6}$	$0,044 \cdot 10^{-6}$