二次元格子型無線ネットワークにおける
エネルギー最小ブロードキャストに関する研究

Minimal Energy Broadcast on Two Dimensional Grid Wireless Networks

電子情報工学専攻　村田敦史

1. はじめに

近年，無線アドホックネットワークは戦場や災害時における情報共有手段などの用途のため注目されている．無線アドホックネットワークでは通信インフラ設備は設置されず，各無線ノードに送信電力を割り当てることで自律的に通信が確立される．最も一般的な無線通信モデルにおいて，送信ノード s が受信ノード t に正しくデータを送信するために必要な電力 P_s は，$P_s \geq d(s,t)^\alpha$ を満たすことが知られている．ここで，$d(s,t)$ は s と t の間のユークリッド距離，α は通信環境に依存する 1 以上 6 以下の実定数である．

ネットワークにおいて典型的な通信パターンであるブロードキャストを，無線アドホックネットワークにおいて最小のエネルギー消費で実現することは重要な問題である．ここで問題となるのは，どのようにしてエネルギー消費最小のブロードキャスト経路を得るかということである．このような問題は**エネルギー最小ブロードキャスト (MEB) 問題**と呼ばれ，盛んに研究されている．

1.1 過去の結果と本研究の結果

d 次元ユークリッド空間上で定義される点集合に対して，辺の重みが端点の距離の α 乗で与えられるような完全なグラフのクラスを N_d^α で表す．入力を N_d^α に属するグラフに制限した MEB 問題は **MEB$\left[N_d^\alpha\right]$ 問題**と呼ばれる．表 1 に MEB$\left[N_d^\alpha\right]$ 問題についての結果を示す．Calamoneri，Clementi，Ianni，Lauria，Monti，Silvestri [1] は入力を N_2^2 に属する n 点正方格子型ネットワークに制限することで，最適解のコストの下界が $\frac{n}{\pi} - O(\sqrt{n})$，上界が $1.01013\frac{n}{\pi} + O(\sqrt{n})$ であることを示した．

本研究では，入力を N_2^2 に属する n 点正方格子型ネットワークに制限した MEB 問題に対して，コストが $\frac{n}{\pi} + O(n^{0.83})$ である解を出力する多項式時間アルゴリズムを示し，Calamoneri ら [1] が示した最適解のコストの下界と上界の開きを埋めた．また，入力を $N_2^\alpha(\alpha \geq 2)$ に属する (k,l)-格子型ネットワークに制限した MEB 問題に対して，グラフの点数を $n = kl$ とすると，最適解のコストの上界が $\frac{n}{3} + k + \frac{l}{3} - 1$ であること，また $\alpha = 2$，$k \leq 10 (k \ll n)$ である時，下界が $\frac{n}{3} - O(\sqrt{n})$ であることを示した．

表 1: d と α に基づく MEB$[N_d^\alpha]$ 問題の計算複雑度

	$d = 1$	$d = 2$
$\alpha = 1$	$\in$ P (folklore)	$\in$ P (folklore)
$\alpha \geq 2$	$\in$ P ([2])	NP-hard ([3]) 6-APX ([4][5])

2. 準備

2.1 ネットワーク

$$\{ (i,j) \in \mathbb{N}^2 \mid i \leq k \wedge j \leq l \}$$

$$\omega\left((i_0, j_0), (i_1, j_1)\right) = \left\{(i_0 - i_1)^2 + (j_0 - j_1)^2\right\}^{\frac{\alpha}{2}}$$

2.2 MEB 問題

$$E' = \cup_{u \in V} \{ (u,v) \in E \mid w(u,v) \leq r(u) \}$$

3. n 点正方格子型ネットワークにおける MEB 問題

$$\begin{aligned}
\texttt{cost}(r_{\mathrm{ACP}}) &\le \sum_c \left(r + 1 + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \sum_c (2r + 3\sqrt{2}) + \sqrt{n} + 1 \\
&\le \sum_c r^2 + \left(\frac{19}{2} + 9\sqrt{2}\right) \sum_c r + \sqrt{n} + 1 \\
&\le \frac{n}{\pi} + \left(\frac{19}{2} + 9\sqrt{2}\right) \sum_c r + \sqrt{n} + 1.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_c r &= r_1 + 4\sum_{i\ge 2} r_i + 8\sum_{j\ge i}\sum_{r\in S_j} r \\
&\le 4\sum_{i\ge 1} r_i + 8\sum_{j\ge i}\sum_{r\in S_j} r \\
&\le 4\sqrt{2}\left\lceil\frac{m-1}{2}\right\rceil + 8\sum_{j\ge i}\sum_{r\in S_j} r \\
&\le 8\cdot\frac{\sum_{r\in S_j} r}{1-(\sqrt{2}-1)^2} + 4\sqrt{2}\left\lceil\frac{m-1}{2}\right\rceil \\
&\le 4(\sqrt{2}+1)\sum_{r\in S_i} r + 2\sqrt{2}\,(\sqrt{n}+1).
\end{aligned}$$

$$\frac{\sum_{r\in S_1} r}{n^\beta} = \frac{\sum_{r\in S_1, r\ge n^\alpha} r}{n^\beta} + \frac{\sum_{r\in S_1, r<n^\alpha} r}{n^\beta}.$$

$$\begin{aligned}
\frac{\sum_{r\in S_1, r\ge n^\alpha} r}{n^\beta} &= \frac{\sum_{r\in S_1, r\ge n^\alpha} r}{n\cdot n^{\beta-1}} \\
&\le \frac{\sum_{r\in S_1, r\ge n^\alpha} r}{n\cdot n^{\beta-1}\sum_C r^2} \\
&\le \frac{\sum_{r\in S_1, r\ge n^\alpha} r}{n^{\beta-1}\cdot n^\alpha \sum_{r\in S_1, r\ge n^\alpha} r} \\
&= \frac{1}{n^{\alpha+\beta-1}} \\
&= \frac{1}{n0.0013665}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\sum_{r\in S_1, r<n^\alpha} r}{n^\beta} &\le \frac{n^\alpha \sum_{r\in S_1, r<n^\alpha} 1}{n^\beta} \\
&\le n^{\alpha-\beta}|S_1|.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{n\to\infty} n^{\alpha-\beta}|S_1| &< \lim_{m\to\infty} m^{2\alpha-2\beta}\cdot m^{S+o(1)} \\
&= \lim_{m\to\infty} m^{2\alpha-2\beta+S+o(1)} \\
&= \lim_{m\to\infty} m^{-0.002733+o(1)} \\
&= 0.
\end{aligned}$$

定理 1　任意の s に対して，コストが $\frac{n}{\pi} + o(n^{0.83})$ である $MEB[\mathcal{G}^2_{m,m}]$ 問題の解が存在する．ここで，$n = m^2$ である．

4. (k,l)-格子型ネットワークにおける MEB 問題

4.1 最適解のコストの上界

$$\begin{aligned}
\texttt{cost}(r_{\mathrm{ACP}}) &= l + (k-2)\left(\left\lfloor\frac{l}{3}\right\rfloor + 1\right) + 1 \\
&= l + (k-2)\left(\frac{l}{3} + 1\right) + 1 \\
&= \frac{n}{3} + k + \frac{l}{3} - 1
\end{aligned}$$

定理 2　任意の s に対して，コストが $\frac{n}{3} + k + \frac{l}{3} - 1$ である $MEB[\mathcal{G}^\alpha_{k,l}]$ 問題の解が存在する．ここで，$n = kl$ である．

4.2 最適解のコストの下界

補題 1　$k \le 10$ に対して，$\mathcal{G}^2_{(k,j)}$ 上の 1 点を中心する任意の半径 $r \ge 1$ の円に含まれる格子点の数を $N(r)$ とする．この時，$N(r) \le 2kr + k$. また，$r > 7$ に対して $N(r) \le 3r^2 + 2\sqrt{2}r - 5$.

定理 3　$k \le 10$ に対して，任意の $MEB[\mathcal{G}^\alpha_{k,l}]$ 問題の解のコストは少なくとも $\frac{n}{3} - O(\sqrt{n})$ である．ここで，$n = kl$ である．

参考文献

[1] Tiziana Calamoneri, Andrea E. F. Clementi, Miriam Di Ianni, Massimo Lauria, Angelo Monti, and Riccardo Silvestri. Minimum energy broadcast and disk cover in grid wireless networks. *Theoretical Computer Science*, Vol. 399, pp. 38–53, 2008.

[2] Andrea E. F. Clementi, Miriam Di Ianni, and Riccardo Silvestri. The minimum broadcast range assignment problem on linear multi-hop wireless networks. *Theoretical Computer Science*, Vol. 299, No. 1–3, pp. 751–761, 2003.

[3] Andrea E. F. Clementi, Pilu Crescenzi, Paolo Penna, Gianluca Rossi, and Paola Vocca. On the complexity of computing minimum energy consumption broadcast subgraphs, pp. 121–131, 2001.

[4] Michele Flammini, Alfredo Navarra, and Stephane Perennes. The real approximation factor of the MST

heuristic for the minimum energy broadcasting. *Journal of Experimental Algorithmics*, Vol. 11, pp. 1–13, 2006.

[5] Peng-Jun Wan, Gruia Calinescu, Xiangyang Li, and Ophir Frieder. Minimum-energy broadcast routing in static ad hoc wireless networks. *ACM Wireless Networks*, Vol. 8, No. 6, pp. 607–617, 2002.