# Experimental Physik II Kapitel 15

author
email

May 7, 2016

## Contents

**15 Stationäre El. Ströme** **2**
15.1 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2
15.2 Das Ohmsche Gesetz . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4

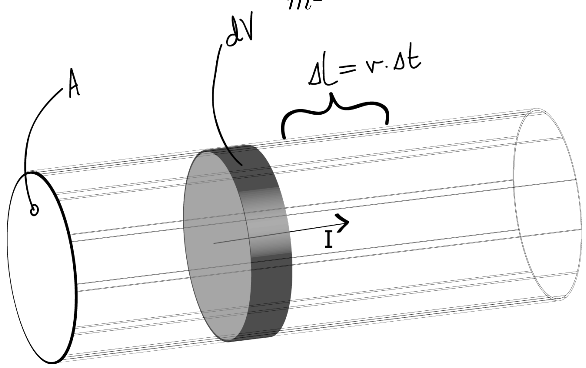
# 15 Stationäre El. Ströme

## 15.1

**Definition:** Elektrischer Strom := Bewegung von el. Ladung

Stromstärke $\mathbf{I} = \frac{dQ}{dt}$ $[\mathrm{I}] = [\frac{Ladung}{Zeit}] = \frac{C}{s} = A$
Stationäre Ströme: Keine explizite Zeitabhängigkeit.

**Definition:** El. Stromdichte **j**
$j := \frac{Ladung}{Zeit \cdot Flaeche}$ $[j] = \frac{A}{m^2}$




$N = n \cdot \Delta V$ Ladungsträger mit der Ladung q treten im Zeitintervall $\Delta t$ durch ∅-Fläche A. ($n$ ist die Ladungsträgerdichte)

Annahme: Alle Ladungen haben die gleiche Geschwindigkeit $v$, dann ist die transportierte Ladung:

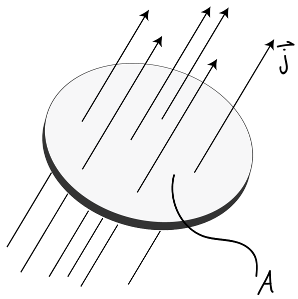
$$\Delta Q = N \cdot q = n \cdot \Delta V \cdot q = n \cdot q \cdot A \cdot \Delta l = n \cdot q \cdot A \cdot v \cdot \Delta t$$

$$j = \frac{\Delta Q}{\Delta t \cdot A} = n \cdot q \cdot v = \rho \cdot v$$

$\rho :=$ Ladungsdichte $[C/m^3]$

**Allgemein:** $\boxed{\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}}$

Stromdichte $\longrightarrow$ Stromstärke: $I = \int\limits_A \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$



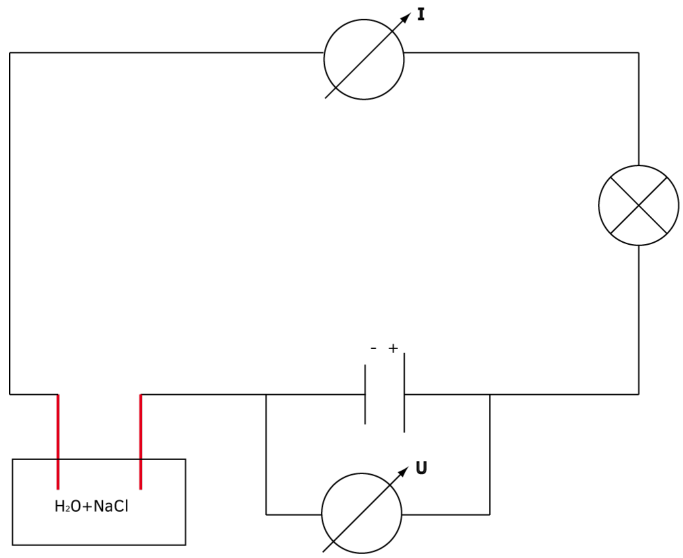

**Kontinuitätsgleichung:** Geschlossene Fläche $A$ umschließt Volumen $V$.

$$\underline{I = \oint\limits_A \vec{j} d\vec{A} = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{d}{dt} \overbrace{\int\limits_V \rho \, dV}^{=Q}}$$

Differenz zwischen ein. und ausgeströmter Ladung entspricht der negativen Änder der Gesamtladung im Volumen!
($\Rightarrow$ Ladungserhaltung)

---

### 15.2 Das Ohmsche Gesetz




$\Rightarrow$ freie Ladungsträger (Ionen) notwendig, damit Strom fließt.
$\Rightarrow$ Dissoziation von $NaCl$ in $Na^+$ und $Cl^-$
Coulombkraft $|\vec{F_c}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{1}{\epsilon}$
$\epsilon_{H_2O} \approx 80 \Rightarrow$ Reduktion von $F_c$ in $H_2o$

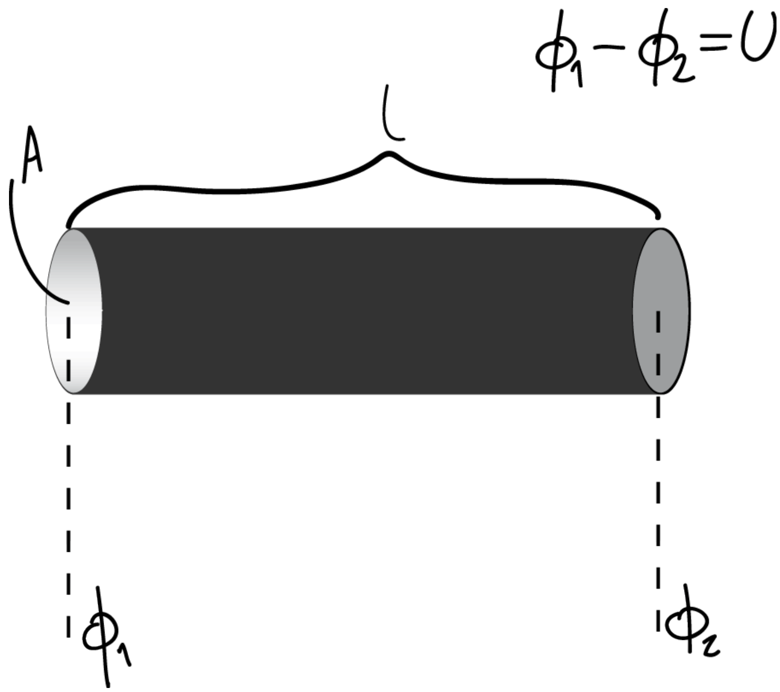
$$\Rightarrow \underline{\text{Dissoziation möglich!}}$$

qualtitatv: $I \sim U$
Ersetze Elektrolyt durch Metallwiederstand!

$$I \propto U$$

**Ohmsches Gesetz:** Wird eine Potenzialdifferenz U and das Ende eines el. Leiters appliziert, so fließt ein el. Strom $I$, dessen Stromstärke proportional zu $U$ ist.

$$\boxed{I = \frac{1}{R} \cdot U}$$




Empirischer Befund:

$$
\begin{aligned}
I &\sim (\phi_2 - \phi_1) \\
I &= \frac{1}{R}(\phi_2 - \phi_1) \\
&= \frac{A}{l} \cdot \frac{1}{\rho}(\phi_2 - \phi_1)
\end{aligned}
$$

**Definition:** $\boxed{R := \rho \cdot \frac{l}{A}}$ el. Widerstand $[R] = \frac{V}{A} = \Omega = 1$ Ohm

$\rho$: Materialkonstante: spezifischer el. Widerstand $[\rho] = \Omega m$

$\frac{l}{A}$: Geometrieparameter

Ohmsches Gesetz: $\boxed{I = \frac{U}{R}}$

$\frac{I}{A} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{l}$

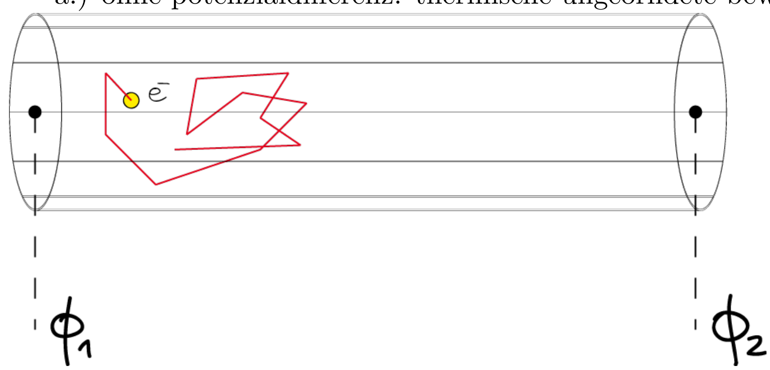
$\left|\vec{j}\right| = \frac{1}{\rho} \cdot \left|\vec{E}\right|$ $\qquad \frac{1}{\rho} = \sigma :=$ el. Leitfähigkeit $[\sigma] = Ohm^{-1}m^{-1} = \frac{A}{Vm}$

$|\vec{j}| = \sigma \cdot |\vec{E}|$

Empirischer Befund: $\boxed{\vec{j_m} = \sigma_{mn}\vec{E_n}}$ Allegemeines Ohmsches Gesetz

Mikroskopische betrachtung - Drende Modell
Metall: positiv geladene Atomrümpfe; Elektronen dazwischen beweglich.

a.) ohne potenzialdifferenz: thermische ungeorndete bewegung.

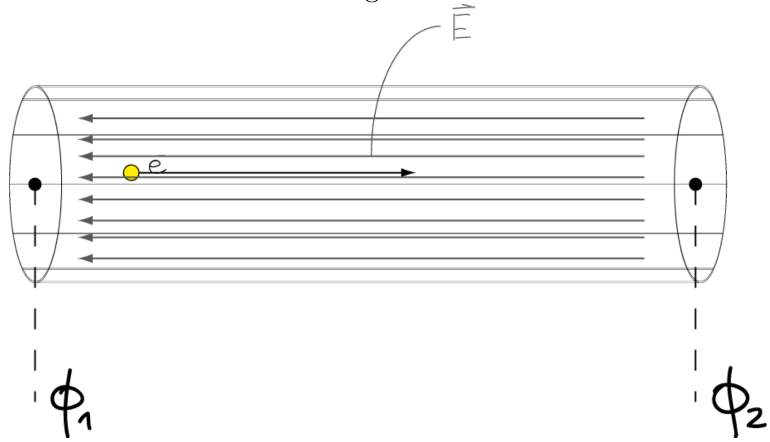



$<\vec{v}>= 9 \Rightarrow$ Im Mittel kein Transport

$$\text{obwohl: } \sqrt{< v^2 >} = \frac{\sqrt{3K_BT}}{m_e} \approx 10^5 \frac{m}{s}$$

bei $(T = RT)$

b.) $\phi_2 - \phi_1 \neq 0 \Rightarrow$ El. Feld im Leiter
Zwischen Stößen Beschleunigt durch el. Feld:




$\Rightarrow$ *"Drift"* mit Geschwindigkeit $v_D$, die der thermischen Bewegung überlagert ist.

Kraft auf Elektron: $\vec{F} = q_{el} \cdot \vec{E}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{q_{el}}{m} \cdot \vec{E}$$

$$\Rightarrow \vec{v_D} = \frac{q_{el}}{m} \cdot \vec{E} \cdot \Delta t$$

Betrachte Ohmsches Gesetz.

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}; \vec{j} = q_{el} \cdot n \cdot \vec{v_D}$$

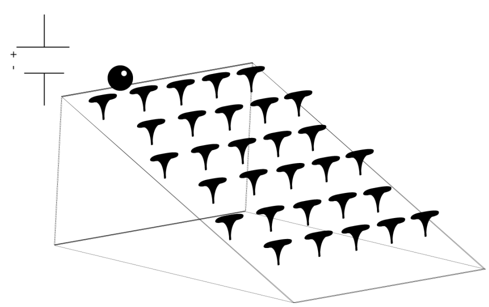
Beträge: $j = \frac{q_{el} \cdot n \cdot v_D}{E} \cdot E = \sigma \cdot E$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{n \cdot q_{el} \cdot v_D}{E} = const.$$

$$\Rightarrow \frac{|\vec{v_D}|}{|\vec{E}|} = const.$$

$|\vec{v_D}| = \mu \cdot |\vec{E}|$ $\qquad$ $\mu$: Beweglichkeit (unabh. von $\vec{E}$)!

$$\boxed{\sigma = n \cdot q_{el} \cdot \mu}$$



Damit sich im el. Feld ein Konstates $v_D$ einstellt, muss es etwas geben wie geschwindigkeitsabhängige Reibung!
$\Rightarrow$ Makroskopisch: (1-dim)

$\Rightarrow$Exp.Phy.I: Stokes-Reibung

$$m\ddot{x} + \frac{m}{\tau}\dot{x} = q_{el}E$$

$$\boxed{\dot{x} = \frac{q_{el}}{m} \cdot E \cdot \tau \cdot (1 - exp(-t/t))}$$

$\tau$; Relaxationszeit: Gibt an, nach welcher Zeit $v$ auf $v/e$ abgenommen hat.
$\Rightarrow$ Mikroskopisch:
$\tau$: Zeit zwischen zwei Stößen ("Stößzeit")

$$\Rightarrow m \cdot \vec{v_D} = q_{el} \cdot \vec{E} \cdot \tau$$

$$\Rightarrow \vec{j} = n \cdot q_{el} \cdot \vec{v_D} = \underbrace{\frac{n \cdot q_{el}^2 \cdot \tau}{m}}_{\boxed{\sigma = \frac{n \cdot q_{el}^2 \cdot \tau}{m} \text{ Drude-Leitfähigkeit}}} \cdot \vec{E}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu = \frac{q_{el} \cdot \tau}{m}} \qquad [\mu] = \frac{m^2}{Vs}$$

$\Rightarrow$ Voraussetzung für Gültigkeit des Ohmschen Gesetz:

1. Transport durch Stöße dominiert
2. $n$ unabhängig von $\vec{E}$
3. $\tau$ unabhängig von $\vec{E}$

$\tau$ klein $\Rightarrow$ $v_D$ klein (und beobachtbar!)