Experimental Physik II Kapitel 15

author
email

May 14, 2016

Contents

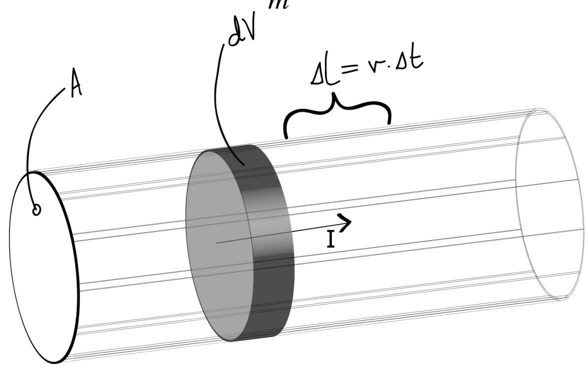
15 Stationäre El. Ströme

15.1

Definition: Elektrischer Strom := Bewegung von el. Ladung

Stromstärke $\mathbf{I} = \frac{dQ}{dt}$ [I] =$[\frac{Ladung}{Zeit}] = \dfrac{C}{s} = A$
Stationäre Ströme: Keine explizite Zeitabhängigkeit.

Definition: El. Stromdichte **j**
$j := \frac{Ladung}{Zeit \cdot Flaeche}$ $[j] = \dfrac{A}{m^2}$



$N = n \cdot \Delta V$ Ladungsträger mit der Ladung q treten im Zeitintervall Δt durch ∅-Fläche A. (n ist die Ladungsträgerdichte)

Annahme: Alle Ladungen haben die gleiche Geschwindigkeit v, dann ist die transportierte Ladung:

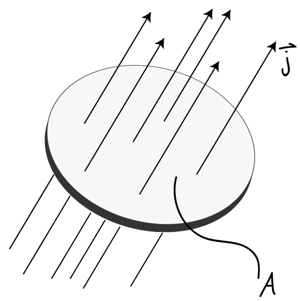
$$\Delta Q = N \cdot q = n \cdot \Delta V \cdot q = n \cdot q \cdot A \cdot \Delta l = n \cdot q \cdot A \cdot v \cdot \Delta t$$

$$j = \frac{\Delta Q}{\Delta t \cdot A} = n \cdot q \cdot v = \rho \cdot v$$

$\rho :=$ Ladungsdichte $[C/m^3]$

Allgemein: $\boxed{\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}}$

Stromdichte $\longrightarrow$ Stromstärke: $I = \int\limits_A \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$

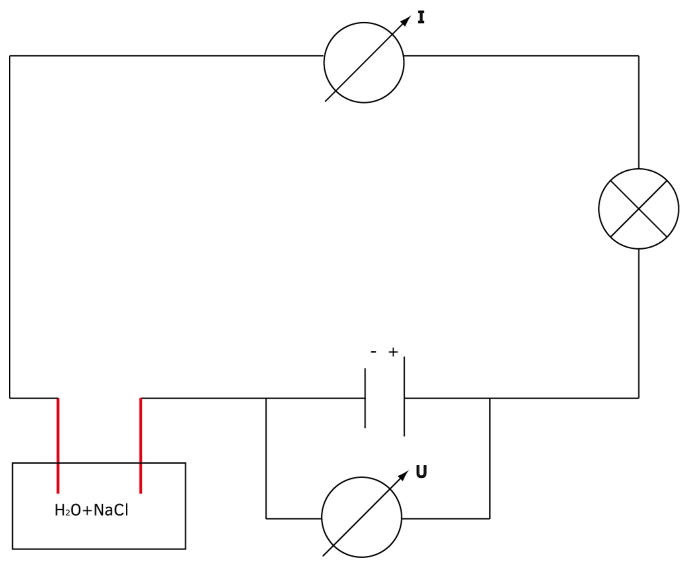


<u>**Kontinuitätsgleichung:**</u> Geschlossene Fläche A umschließt Volumen V.

$$\underline{I = \oint\limits_A \vec{j} d\vec{A} = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{d}{dt} \overbrace{\int\limits_V \rho \, dV}^{=Q}}$$

Differenz zwischen ein. und ausgeströmter Ladung entspricht der negativen Änder der Gesamtladung im Volumen!
($\Rightarrow$ Ladungserhaltung)

15.2 Das Ohmsche Gesetz



$\Rightarrow$ freie Ladungsträger (Ionen) notwendig, damit Strom fließt.
$\Rightarrow$ Dissoziation von $NaCl$ in Na^{+} und Cl^{-}
Coulombkraft $|\vec{F_c}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{1}{\epsilon}$
$\epsilon_{H_2O} \approx 80 \Rightarrow$ Reduktion von F_c in H_2o

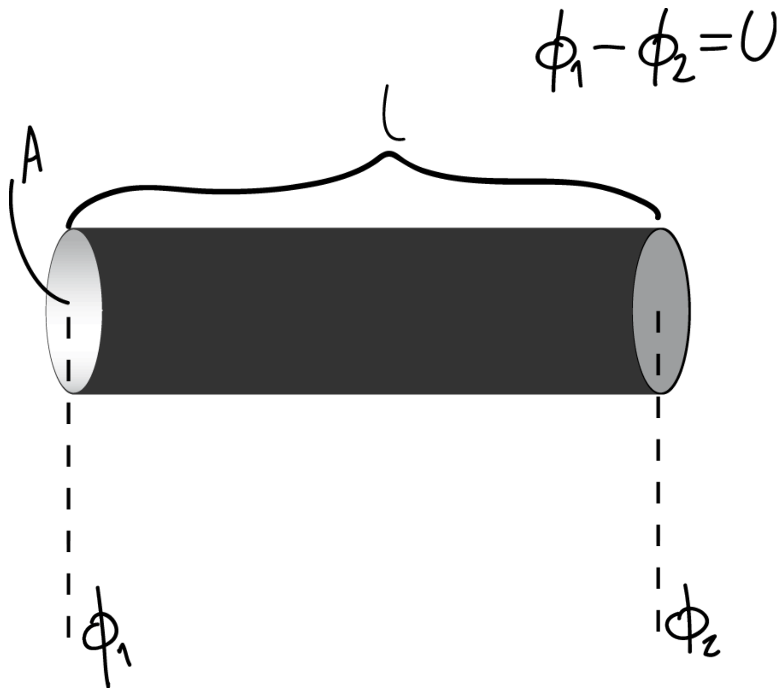
$$\Rightarrow \underline{\text{Dissoziation möglich!}}$$

qualtitatv: $I \sim U$
Ersetze Elektrolyt durch Metallwiederstand!

$$I \propto U$$

Ohmsches Gesetz: Wird eine Potenzialdifferenz U and das Ende eines el. Leiters appliziert, so fließt ein el. Strom I, dessen Stromstärke proportional zu U ist.

$$\boxed{I = \frac{1}{R} \cdot U}$$



Empirischer Befund:

$$
\begin{aligned}
I &\sim (\phi_2 - \phi_1) \\
I &= \frac{1}{R}(\phi_2 - \phi_1) \\
&= \frac{A}{l} \cdot \frac{1}{\rho}(\phi_2 - \phi_1)
\end{aligned}
$$

Definition: $\boxed{R := \rho \cdot \frac{l}{A}}$ el. Widerstand $[R] = \frac{V}{A} = \Omega = 1$ Ohm

ρ: Materialkonstante: spezifischer el. Widerstand $[\rho] = \Omega m$
$\frac{l}{A}$: Geometrieparameter

Ohmsches Gesetz: $\boxed{I = \frac{U}{R}}$

$\frac{I}{A} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{l}$

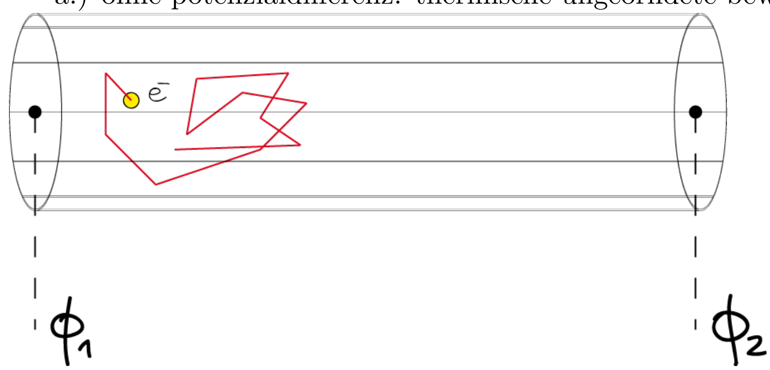
$\left|\vec{j}\right| = \frac{1}{\rho} \cdot \left|\vec{E}\right|$ $\qquad \frac{1}{\rho} = \sigma :=$ el. Leitfähigkeit $[\sigma] = Ohm^{-1}m^{-1} = \frac{A}{Vm}$

$|\vec{j}| = \sigma \cdot |\vec{E}|$

Empirischer Befund: $\boxed{\vec{j_m} = \sigma_{mn}\vec{E_n}}$ Allegemeines Ohmsches Gesetz

Mikroskopische betrachtung - Drende Modell
Metall: positiv geladene Atomrümpfe; Elektronen dazwischen beweglich.

a.) ohne potenzialdifferenz: thermische ungeorndete bewegung.

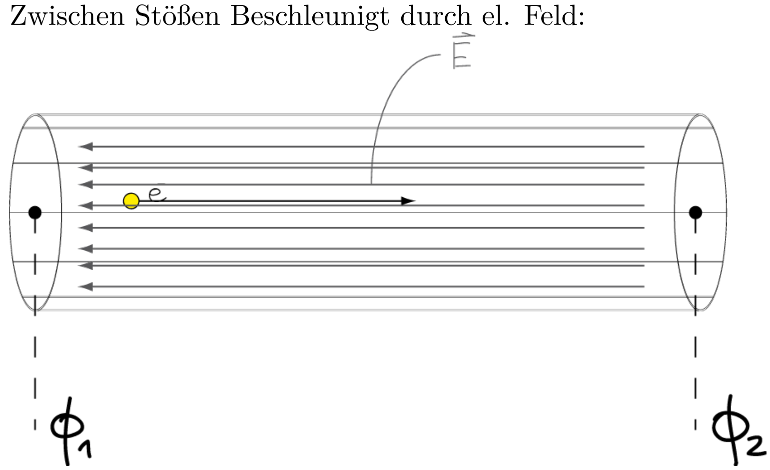


$< \vec{v} >= 0 \Rightarrow$ Im Mittel kein Transport

$$\text{obwohl: } \sqrt{< v^2 >} = \frac{\sqrt{3K_BT}}{m_e} \approx 10^5 \frac{m}{s}$$

bei $(T = RT)$

b.) $\phi_2 - \phi_1 \neq 0 \Rightarrow$ El. Feld im Leiter
Zwischen Stößen Beschleunigt durch el. Feld:



$\Rightarrow$ *"Drift"* mit Geschwindigkeit v_D, die der thermischen Bewegung überlagert ist.

Kraft auf Elektron: $\vec{F} = q_{el} \cdot \vec{E}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{q_{el}}{m} \cdot \vec{E}$$

$$\Rightarrow \vec{v_D} = \frac{q_{el}}{m} \cdot \vec{E} \cdot \Delta t$$

Betrachte Ohmsches Gesetz.

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}; \vec{j} = q_{el} \cdot n \cdot \vec{v_D}$$

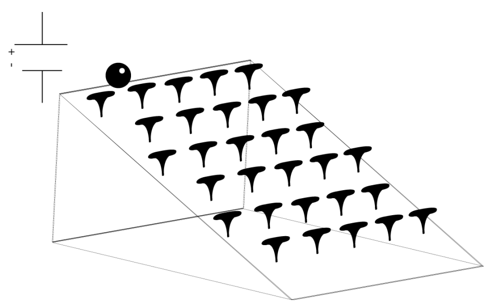
Beträge: $j = \frac{q_{el} \cdot n \cdot v_D}{E} \cdot E = \sigma \cdot E$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{n \cdot q_{el} \cdot v_D}{E} = const.$$

$$\Rightarrow \frac{|\vec{v_D}|}{|\vec{E}|} = const.$$

$|\vec{v_D}| = \mu \cdot |\vec{E}|$ μ: Beweglichkeit (unabh. von $\vec{E}$)!

$$\boxed{\sigma = n \cdot q_{el} \cdot \mu}$$



Damit sich im el. Feld ein Konstates v_D einstellt, muss es etwas geben wie geschwindigkeitsabhängige Reibung!
$\Rightarrow$ Makroskopisch: (1-dim)

$\Rightarrow$Exp.Phy.I: Stokes-Reibung

$$m\ddot{x} + \frac{m}{\tau}\dot{x} = q_{el}E$$

$$\boxed{\dot{x} = \frac{q_{el}}{m} \cdot E \cdot \tau \cdot (1 - exp(-t/t))}$$

τ; Relaxationszeit: Gibt an, nach welcher Zeit v auf v/e abgenommen hat.
$\Rightarrow$ Mikroskopisch:
τ: Zeit zwischen zwei Stößen ("Stößzeit")

$$\Rightarrow m \cdot \vec{v_D} = q_{el} \cdot \vec{E} \cdot \tau$$

$$\Rightarrow \vec{j} = n \cdot q_{el} \cdot \vec{v_D} = \underbrace{\frac{n \cdot q_{el}^2 \cdot \tau}{m}}_{\boxed{\sigma = \frac{n \cdot q_{el}^2 \cdot \tau}{m} \text{ Drude-Leitfähigkeit}}} \cdot \vec{E}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu = \frac{q_{el} \cdot \tau}{m}} \qquad [\mu] = \frac{m^2}{Vs}$$

$\Rightarrow$ Voraussetzung für Gültigkeit des Ohmschen Gesetz:

1. Transport durch Stöße dominiert
2. n unabhängig von $\vec{E}$
3. τ unabhängig von $\vec{E}$

τ klein $\Rightarrow$ v_D klein (und beobachtbar!)

15.3

(i) Leitung in Elektrolyten

- Stofftransport (Ionen) und Ablagerung an Kontakten (Elektroden)
- geringe Beweglichkeit
- geringe Ladunsträgerkonzentration

(i) Leitung in Metallen

- Ladungstransport nur durch Elektronen
- Jedes Atom gibt 1 Elektron ab $\Rightarrow$ hohe Ladungsträgerdichte (LT)
- Beispiel:

$$\begin{aligned} \text{Cu,} \qquad n &= 8,4 \cdot 10^{28} Ladungen/m^3 \\ &= 8,4 \cdot 10^{22} Ladungen/cm^3 \end{aligned}$$

- Beweglichkeit:

$$\begin{aligned} \mu = \frac{\sigma}{n \cdot q} &= \frac{5 \cdot 10^7 (\Omega m)^{-1}}{8,4 \cdot 10^{28} m^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C} \\ &= 4 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{Vs} = 40 \frac{cm^2}{Vs} \end{aligned}$$

$|\vec{E}|$?

$$|\vec{j_{max}}| \approx \frac{5A}{mm^2} = 5 \cdot 0^6 A/m^2$$
$$|\vec{E_{max}}| = \frac{|\vec{j_{max}}|}{\sigma} = 0,1V/m$$
$$< v_D >= \mu|\vec{E}| = 4 \cdot 10^{-4} m/s \approx 0,4\frac{mm}{s}$$

$$< v_D >\ll v_{therm} (\text{ähnlich wie Elektrolyt})$$
$$\tau = \mu \cdot \frac{m}{q} = \underline{2,3 \cdot 10^{-14} s}$$

Hauptunterschied Metall/Elektrolyt: μ, n !

Mittlere freie Weglänge: $\lambda = v_{therm} \cdot \tau = 10^5 m/s \cdot \tau$
$= 20 \cdot 10^{-10} m$
$= 20\text{Å}$

$\Rightarrow$ca. 20 Atomdistanzen zw. zwei Stößen!

Temperaturabhängigkeit:
In el. Leitern gilt: $R = R(T)$
Fe-Widerstand:
Abkühlen auf LN_2-Temp: $I \longrightarrow I \times 2$
Aufheizen mit Brenner : $I \longrightarrow I/2$
Konstantandraht (Legierung): nahezu keine Änderung
n sei temperaturunabhängig! $\Rightarrow T\uparrow \Rightarrow \tau\downarrow, \sigma\downarrow$:
Durch thermische Anregung mehr Gitterschwingungen; mehr Stöße! ($\Rightarrow$Kürzere Stoßzeit)
Konstantan-Legierung: Streuung vornehmlich an Fremdatomen deren Dichte ist T-unabhängig!

(iii) Leitung in Halbleitern

$T\uparrow \quad : \quad \sigma\uparrow$
Grund:

Starke Temp.-abhängigkeit von n durch thermische Anregung von Ladunsträgern über eine Energielücke

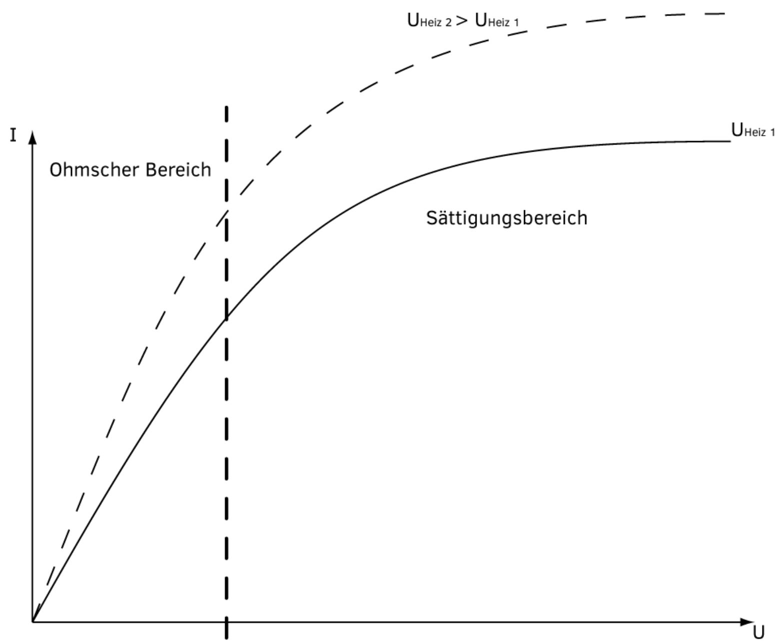
Erhöhung und Kontrolle von σ durch Einbringen von Fremdatomen in Konzentration von $10^{15}cm^{-3}...10^{20}cm^{-3}$: Dotierung
$\Rightarrow \tau$ nimmt auch mit zunehmender T ab, aber Zunahme von n überwiegt!

(iv) Leitung im Vakuum

Leitung im wesentlichen durch freie Elektronen.
El- Feld zur Beschleunigung $\Rightarrow$ Ladungstransport

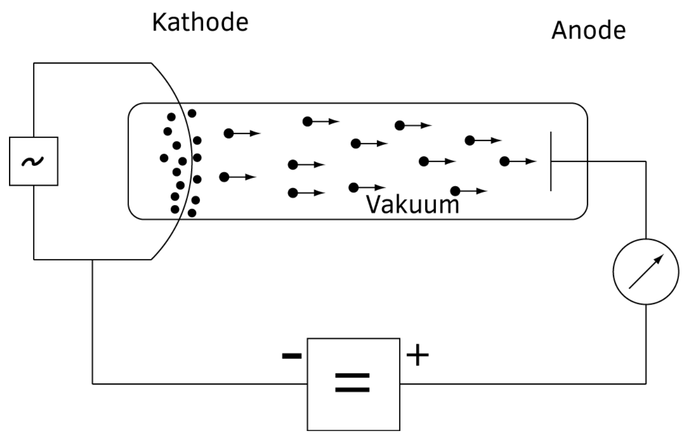
Erzeugung von freien Elektronen:

U [V]	I [mA]
20	0,25
40	0,5
60	0,75
80	1,05
100	1,3
120	1,6
140	1,9
160	2,15
180	2,35
200	2,5
220	2,6
240	2,65
260	2,7
280	2,75
300	2,7

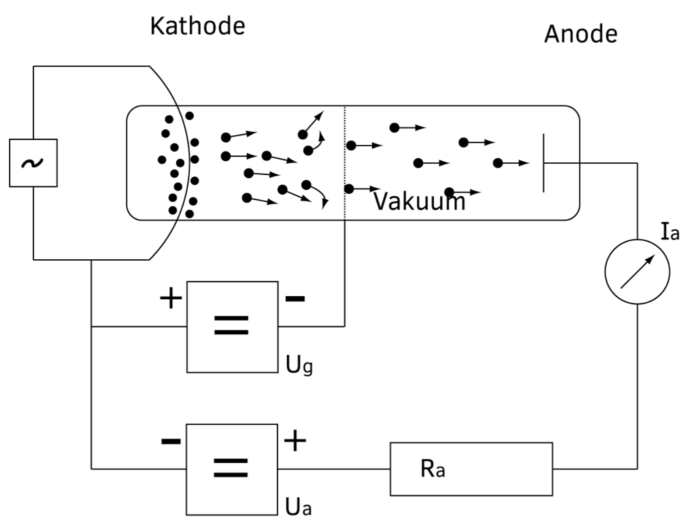


$\Rightarrow$ Umkehrung der Beschleunigungsspannung: Kein Strom!

Diode:



Triode:

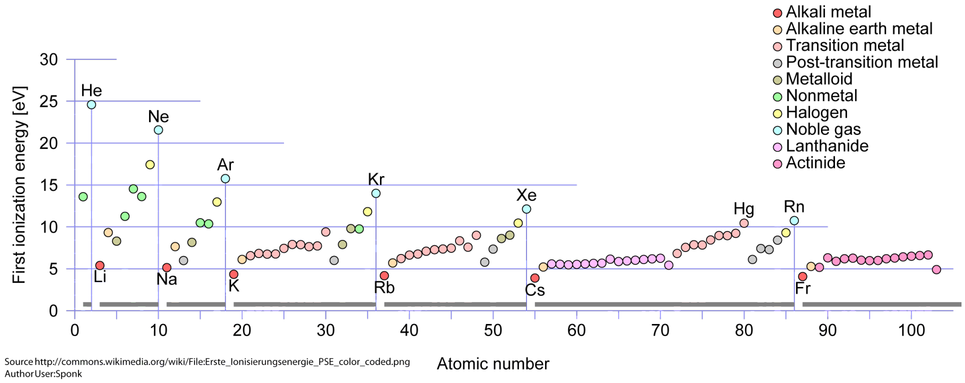


⇒ Verstärkerschaltung möglich!

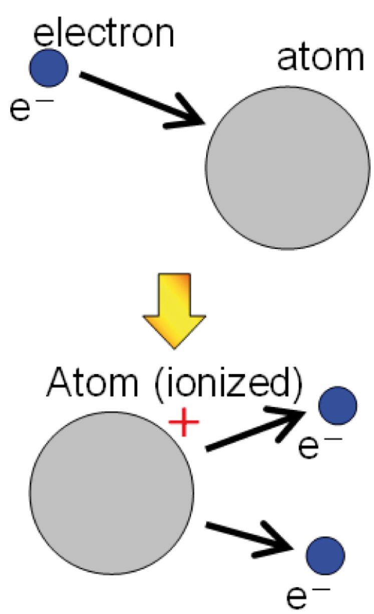
(v) Leitung in Gasen

- Alle Gase haben sehr kleine Leitfähigkeit
  (⟶Entladung des Kondesators an Atmosphäre)
  (⟶Gasentladung)

- Ladungsträger müssen erzeugt werden: Elektronen, Ionen
  Ionisation ist mäglich druch:
  Ionisierende Strahlung; Stoßionisation

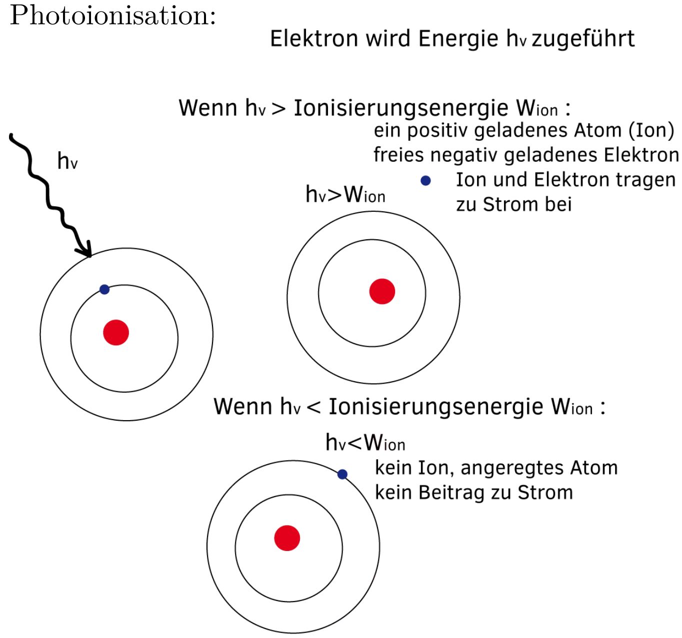


Ionisation braucht Energie!
Stoßionisation:



Source: https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:ImpactIonization.PNG

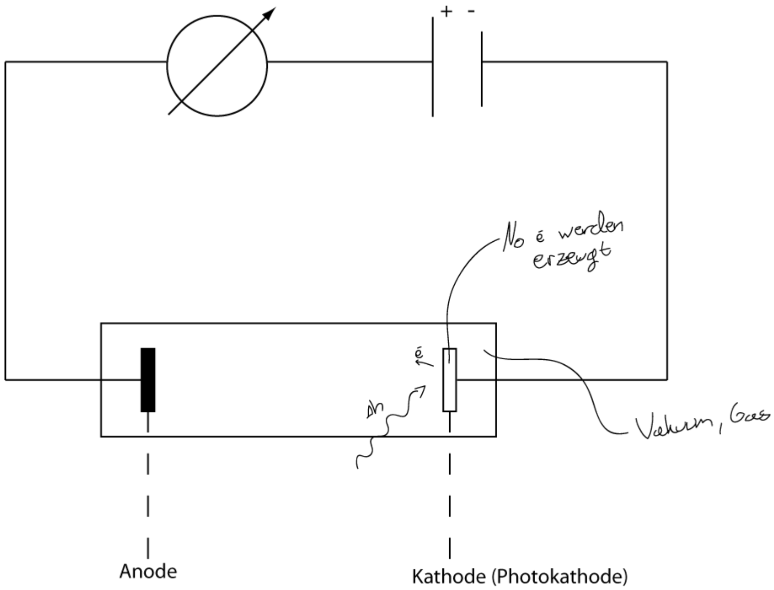
Photoionisation:



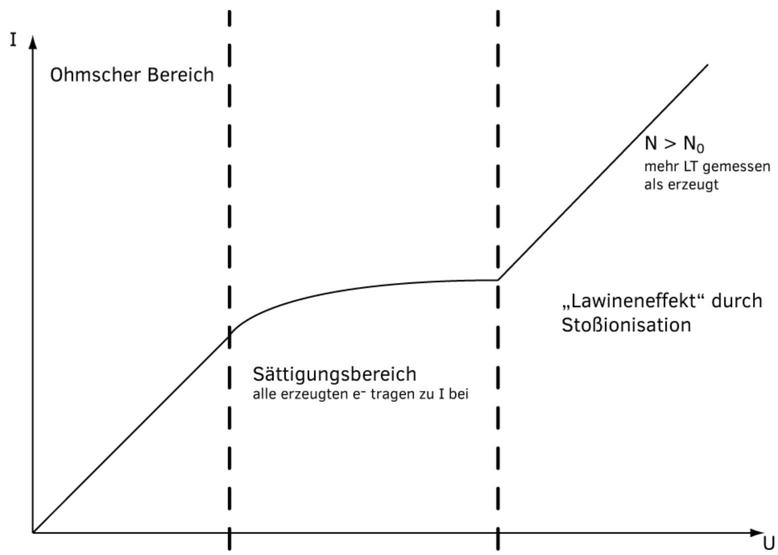
- Thermische Ionisation ist möglich.
- Glüemission ist auch möglich; Radioaktivität ⇒ ionisierende Strahlung
- Rekombination von Ionen und Elektronen ist möglich

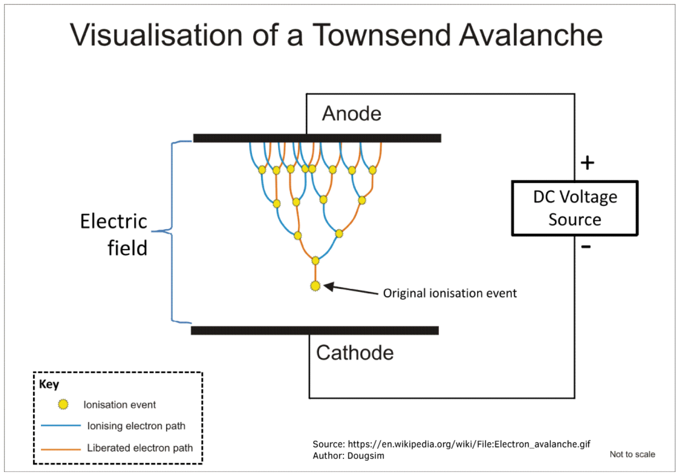
Strom: $$\boxed{I = \underbrace{N}_{\#\text{LT (sehr klein)}} \cdot \overbrace{z \cdot e}^{\text{Ladung: } z\in\mathbb{N}} \cdot \underbrace{\mu}_{\mu_{\text{Flüssigkeit}}<\mu<\mu_{\text{Metalle}}} \cdot |\vec{E}|}$$

Prinzipieller Aufbau:



(i) Unselbstständige Gasentladung





Spannung ist sehr groß, Elektronen werden start beschleunigt, hohe Elektronenenergie Stoßionisation: **Lawineneffekt**

Strom wird unabhängig von Zahl der Ionisation generierten Ladungsträger.

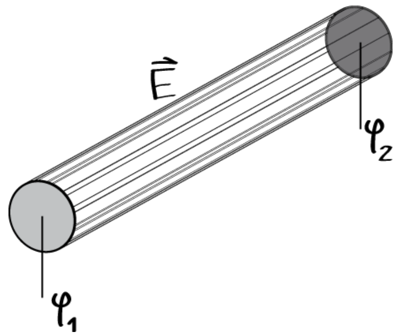
$\Rightarrow$ 1 Strompuls pro Ionisierungsereignis oder pro asgelöstem e^- !
$\Rightarrow$ Selbstständige Gasentladung

- Aufrechterhaltung der Entladung ohne äußeren Einsatz!
- Voraussetzung: Hohe kinetische Energie ($\longrightarrow$ hohe Spannung!)
- Häufig auch Lichtemission (Rekombination von e^- und Ion oder Relaxation angeregter Zustände)
- UV-Emission in Plasmen und in Leuchtstoffröhren genutzt

15.4 Leistungsumsetzung beim Ladungstransport

- Elektrolyte: Ladungstransport durch Ionen.
- Ladungstransport durch Elektronen: Stöße mit Gitterionen

Elektrische Energie $\longrightarrow E_{kin}$ + Wärmeenergie.
Leistung im Ohmschen Widerstand R :



$$U = \varphi_2 - \varphi_1, \qquad W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = q \int \vec{E} d\vec{r} = \int q dU = U \cdot q$$

Bei N Ladungen: $W = NUq = UQ$

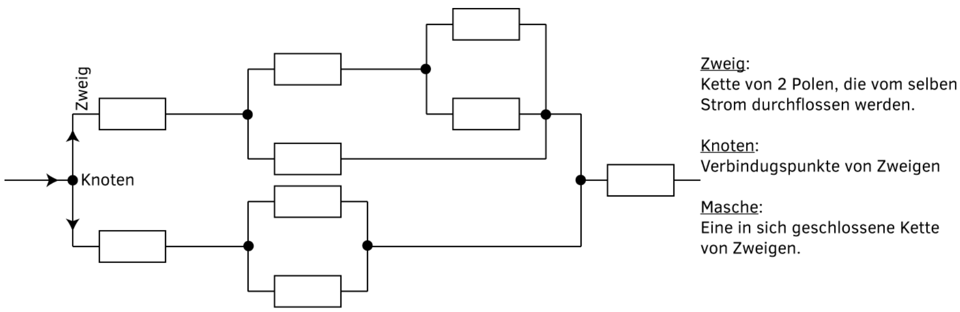
$$\text{Leistung} \quad P = \frac{dW}{dt} = \frac{dQ}{dt} U = I \cdot U \qquad |(U = R \cdot I)$$

$$\Rightarrow \boxed{P = I^2 R = \frac{1}{R} U^2} \quad [P] = \mathrm{W} = \mathrm{V\,A}$$

Anwendung: - Elektrisch Betriebene Heizung
Exp: $\longrightarrow$ Hitzdrahtmesswerk

15.5 Widerstandnetzwerke und Kirchhoffsche Regeln

- Netzwerk: Leitsystem, in das Bauelemente eingefügt sind
- Hier nur Verbindungen von Widerständen und Stromquellen
- Alle Elemente: 2 Pole $\longrightarrow$ 2 Anschlüsse
  Widerstände: passive 2 Pole, Stromquellen: aktive 2 Pole
- Richtungen/Vorzeichen: Strompfeile: geben formal Richtung positiver Ladungsträger an.
  passiv: $+ \longrightarrow -$ aktiv: $- \longrightarrow +$
  Spannungspfeile: $+ \longrightarrow -$



$\longrightarrow$ Ersetzen durch 1 Ersatzwiderstand

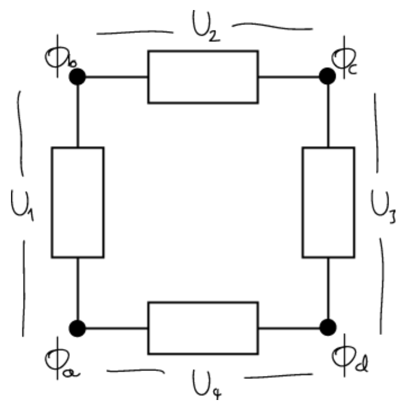
15.5.1 Kirchhoffsche Regeln

$\longrightarrow$ Verallgemeinerung des Ohmschen Gesetzes, dass zu Gleichungssystem führt, mit dem immer alle unbekannten Ströme und Spannungen berechnet werden können. (G.R. Kirchhoff: 1845 (1824-1887))

1. Kontenregeln
   In einem Knoten kann keine Ladung gespeichert werden.
   $\sum$Zufließende Ströme $=$ $\sum$Abfließende Ströme
   $\sum_j I_j = 0$ $\qquad$ ($\forall$Knoten und "folgt" aus der Ladungserhaltung)

2. Maschenregel
   Spannungen sind Potenzialdifferenzen. Für Maschen ohne elektromotorische Kraft gilt:
   In Masche: $0 = \sum_j uj = \sum_j R_j U_j$ (Umlaufspannung $= 0$!)

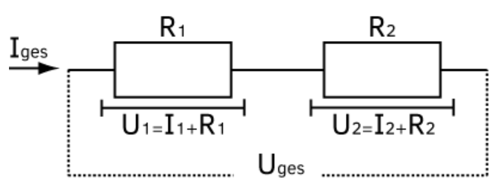
Beispiel:



$$U_1 = \phi_b - \phi_a \qquad U_3 = \phi_d - \phi_c$$
$$U_2 = \phi_c - \phi_d \qquad U_4 = \phi_a - \phi_d$$
$$\sum_{j=1}^{4} Uj = 0$$

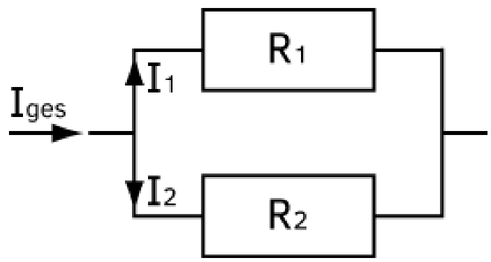
Mit diesen Regeln lassen sich die Ströme I Spannungen in einem beliebigen Netzwerk durch ein Gleichungssystem berechnen.

15.5.2 Serien-(Reihen)schaltung von Widerständen



$$U_{ges} = U_1 + U_2$$
$$I_1R_1 + I_2R_2 = I_{ges}R_{ges}$$
$$I_1 = I_2 = I_{ges} \Rightarrow \boxed{R_1 + R_2 = R_{ges}}$$

15.5.3 Parallelschaltung



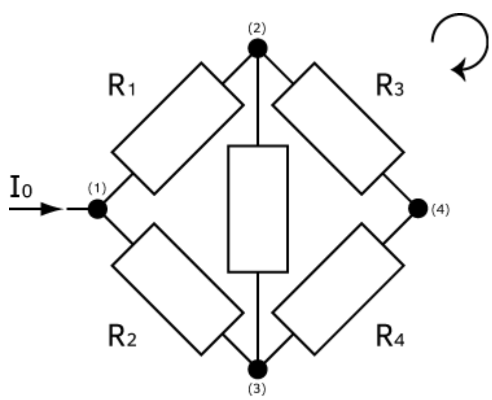
$$U_{ges} = U_1 = U_2$$

$$I_{ges} = I_1 + I_2 \qquad \Rightarrow \frac{U_{ges}}{R_{ges}} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} \quad | \cdot U_{ges}^{-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

15.5.4 Beispiel

Wheatstonesche Messbrücke



KR:
(1): $I_0 = I_1 + I_2$ (3): $I_4 = I_2 + I_5$
(2): $I_1 = I_3 + I_5$

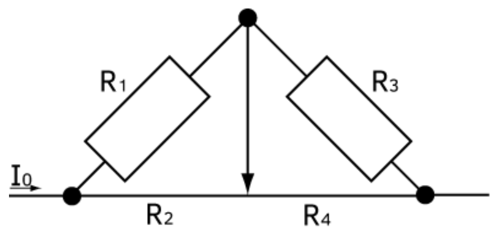
MR:
l: $I_1R_1 + I_5R_5 - I_2R_2 = 0$
r: $I_3R_3 + I_4R_4 - I_5R_5 = 0 \Rightarrow$ 5 Bestimmungsgleichungen für $I_1, ..., I_5$
Bei Vorgabe von I_0 ist dieses Problem lösbar

"$\Rightarrow$" Durch Veränderung von R_2 und R_4 kann erreicht werden, dass $I_5 = 0$. Dies kann genutzt werden um Widerstände zu Messen.

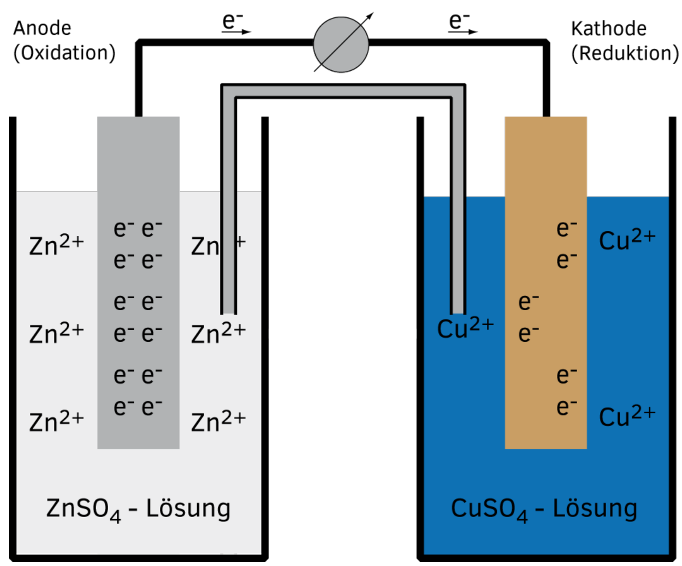
$I_5 \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow I_1 = I_3,\ \ I_2 = I_4$

$\stackrel{MR}{\Rightarrow} I_1R_1 = I_2R_2,\ \ I_3R_3 = I_4R_4 \Rightarrow I_1R_3 = I_2R_4$

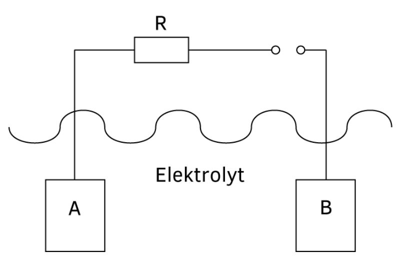
$\Rightarrow \frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \Rightarrow$ ermittel R_1



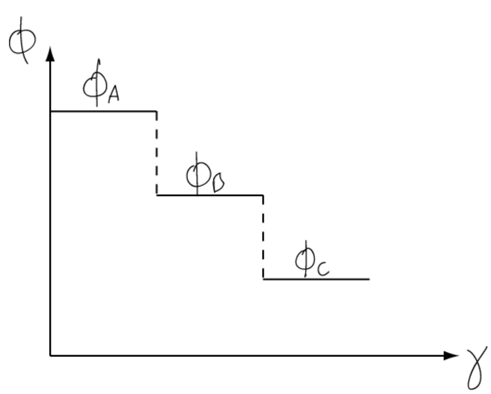
15.6 Stromquellen, elektromotorische Kraft, Urspannung, Klemmspannung



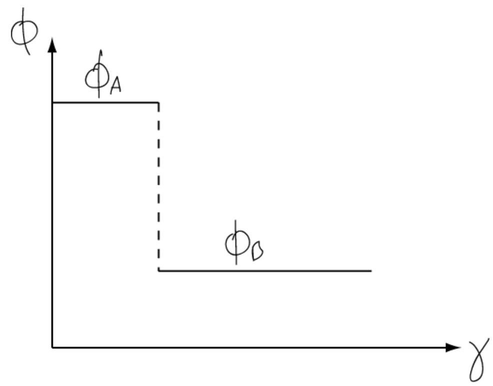
offenes galvanisches Element



innen



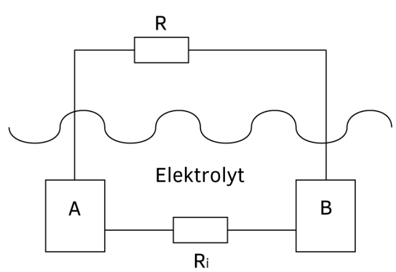
<u>außen</u>



$$U_R = \phi_A - \phi_B = \underbrace{(\phi_A - \phi_{el}) + (\phi_{el} - \phi_B)}_{U_0\text{: Urspannung (Elektromotorische Kraft)}} = U_0$$

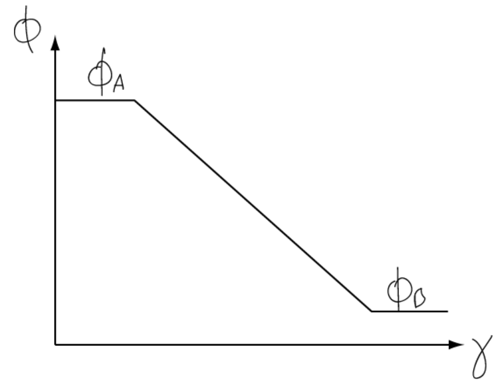
offenes galvanisches Element $U_R = U_0$

Belastet

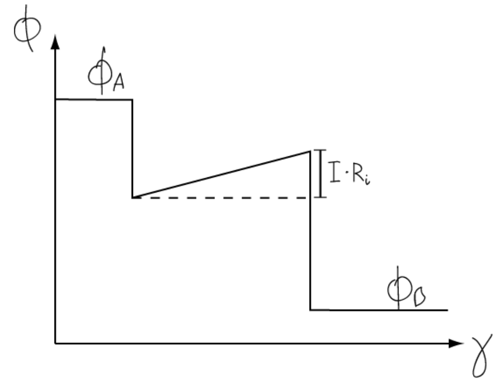


R_i: Innenwiderstand

<u>innen</u>

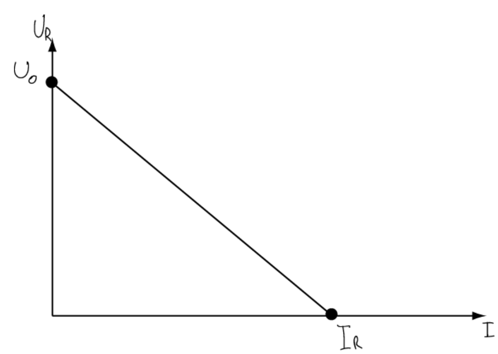


<u>außen</u>



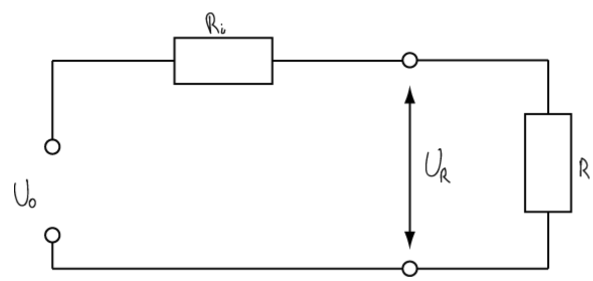
$$U_R = \phi_A - \phi_B = (\phi_A - \phi_{el}) - I \cdot R_i + (\phi_{el} - \phi_B)$$

$$\boxed{U_R = U_0 - I \cdot R_i}$$



$$\text{Kurzschlussstromstärke } I_R = \frac{U_0}{R_I}$$

Im Schaltbild:



Hilfe:

- Elektromotorische Kraft $\equiv$ Urspannung
  Diese ist die Differenz $E_{Kathode} - E_{Anode} = \Delta E$
  Die Formale Definition ist $\mathcal{E} = -\int_A^B \vec{E}_{CS} \cdot d\vec{\ell}$, wobei $\vec{E}_{CS}$ das Elektrostatische Feld von/zwischen A und B ist.
- Stromquellen werden häufig als Spannungsquelle bezeichnet bzw. diese ist gemeint
- An einer realen Spannungsquelle greift man die Klemmspannung (U_K) ab. Diese ist *nicht* gleich der Quellenspannung (*)
- Quellspannung wird hier als U_0 bezeichnet, häufiger aber U_Q
- Klemmspannung wird hier als U_R bezeichnet, häufiger aber U_K

15.7 Langsam zeitlich veränderliche Ströme

Auf- und Entladen eines Kondensators

a.) Aufladen

$I(t)? \,:\, U_C(t)?$
BILD
S schließen bei $t = 0$

Maschenregel:

$$\begin{aligned} U_0 = U_R + U_C = I(t) \cdot R + C^{-1} \cdot Q(t) \quad & | \cdot \frac{d}{dt} \\ \frac{d}{dt} U_0 = R \cdot \dot{I}(t) + C^{-1} \frac{dQ(t)}{dt} & \\ \iff 0 = C^{-1} \cdot I(t) + R \cdot \dot{I}(t) & \end{aligned}$$

DGL für I(t): $\boxed{\dot{I}(t) + \frac{1}{RC} I(t) = 0}$

Lösung der DGL durch Separation der Variabeln:

$$\begin{aligned} \frac{dI(t)}{dt} &= -\frac{1}{RC} I(t) \\ \frac{dI(t)}{I(t)} &= -\frac{1}{RC} \cdot dt \\ \Rightarrow \int \frac{dI(t)}{I} &= -\frac{1}{RC} \int dt \\ \ln I(t) &= -\frac{1}{RC} \cdot t + \underline{const} \\ &= -\frac{t}{RC} + \underline{\ln I_0} \end{aligned}$$

$$\ln \frac{I(t)}{I_0} = -\frac{t}{RC}$$

$$\underline{\underline{\Rightarrow I(t) = I_0 \cdot \exp(-\frac{t}{RC})}}$$

Anfangsbedingungen: $t = 0 : U_C = 0 \; ; \; U_0 = I_0 \cdot R$

$$I(t=0) = I_0 = \frac{U_0}{R}$$

außerdem $I(t \to \infty) = 0$ (Kondensator aufgeladen)
$\tau = RC$: Relaxationszeit: $[\tau] = \frac{V}{A} \cdot \frac{As}{V} = s$
("*RC-Konstante*")

Spannung am Kondensator:

$$\begin{aligned} U_C(t) &= U_0 - U_R = U_0 - R \cdot I(t) = I_0 \cdot R - R \cdot I(t) \\ &= U_0(1 - \exp(-t/RC)) \quad \text{mit } U_0 = I_0 \cdot R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t = 0 &: U_C = 0 \\ t = \tau &: U_C(t) = (1 - e^{-1}) \cdot U_0 \\ t \to \infty &: U_C \to U_0 \end{aligned}$$

BILD
BILD
$C = \underset{100\mu\text{F}}{200\mu\text{F}} \; ; \; R = 2{,}6\text{k}\Omega \; ; \; \tau \approx \underset{0{,}25\text{s}}{0{,}5\text{s}}$

b.) Entladen
$I(t)? \; : \; U_C(t)?$
BILD 2.KG:
$U_R + U_C = 0$ (Keine EMK!)
$\underbrace{I(t)}_{\frac{dQ}{dt}} \cdot R = -\frac{Q(t)}{C}$
$\frac{dQ(t)}{Q(t)} = -\frac{1}{RC} dt$
Lösung:
$\Rightarrow Q(t) = Q_0 \cdot \exp(-t(RC)^{-1})$
$\Rightarrow I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{Q_0}{RC} \cdot \exp(-t(RC)^{-1})$
$U_C(t) = -U_R(t) = \frac{Q_0}{C} \cdot \exp(-t(RC)^{-1})$
BILD