

Experimental Physik II Kapitel 16

author

email

May 21, 2016

Contents

16 Statische magnetische Felder	2
16.1 Kräfte auf bewegte Ladungen	4
16.1.1 Lorentzkraft \vec{F}_L	4
16.1.2 Bewegungsgleichung:	5
16.1.3 Zyklonen:	6
16.1.4 Kräfte auf stromdurchflossene Leiter	10
16.1.5 Stromdurchflossene Leiterschleife	13

16 Statische magnetische Felder

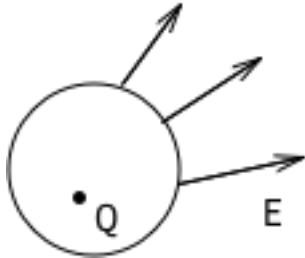
Experimente:

- gleichnamige Pole stoßen sich ab
- ungleichnamige Pole ziehen sich an
- Kraftwirkung $\propto \frac{1}{r^2}$ (1750; Coulomb)
- ähnliche Abstandsabhängigkeit für elektrische und für magnetische Kräfte
- zunächst kein Zusammenhang zwischen beiden Kräften erkennbar
- Experiment: Magnetische Pole treten nur paarweise auf.
(\Rightarrow keine "magnetische Ladung")

Feldlinien sichtbarmachen durch Eisenfeilspitzen:

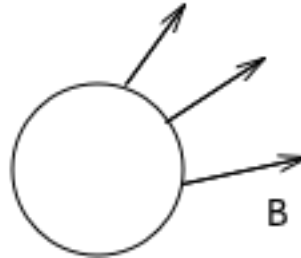
Magnetische Feldlinien sind stets geschlossen; es gibt keine isolierbaren Quellen oder Senken des magnetischen Feldes.

Erinnerung: Satz von Gauß:



\vec{E} : elektrische Feldstärke:

Gesamtfluss: $\phi_{el} = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$



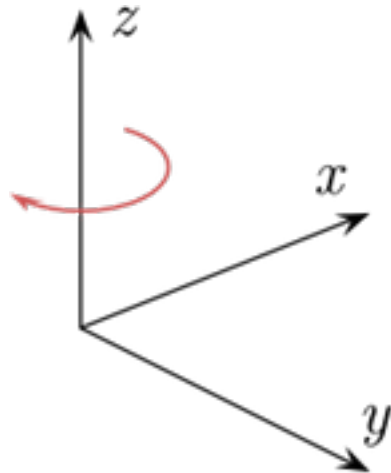
Magnetische Felder:

Gesamtfluss: $\phi_{mag} = \oint \underbrace{\vec{B} \cdot d\vec{A}}_{\text{magnetischer Fluss}} = 0$: magnetische Flussdichte

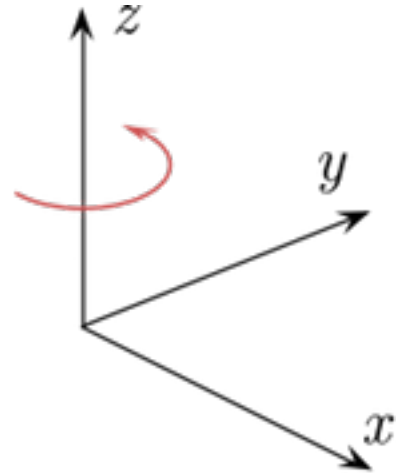
16.1 Kräfte auf bewegte Ladungen

16.1.1 Lorentzkraft \vec{F}_L

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$
$$(\vec{F}_L \perp \vec{v}, \vec{F}_L \perp \vec{B})$$



Linkshändiges System



Rechtshändiges System

UVW-Regel: Ursache \rightarrow Vermittler \rightarrow Wirkung
Vorsicht!: Elektrische Ladung ist negativ!

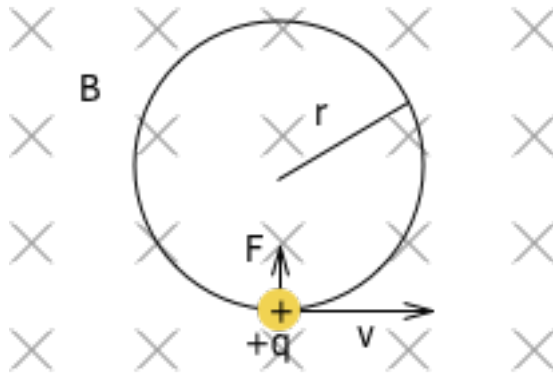
$$[|\vec{B}|] = \frac{N}{As \cdot \frac{m}{s}} = \frac{Vs}{m^2} = 1T(Tesla)$$

Kreisbahn: $\vec{F}_L \perp \vec{v}$

$\Rightarrow \vec{F}_L$ beeinflusst die Richtung von \vec{v} , aber nicht den Betrag!

$\Rightarrow \vec{F}_L$ leistet keine Arbeit

Konventionen:



$\otimes \vec{B}$ zeigt in die Papierebene hinein

$\odot \vec{B}$ zeigt aus der Papierebene heraus

16.1.2 Bewegungsgleichung:

$$m\ddot{\vec{r}} = \dot{\vec{r}} = \vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \frac{\vec{p}}{m} = \frac{q}{m} \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$d\vec{v} \perp \vec{v}; d\vec{v} \perp \vec{B}$$

\implies Kreisbahn: \vec{F}_L ist Zentripetalkraft

$$\implies q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r}; v = \omega \cdot r$$

$$\boxed{\omega = \frac{q}{m} \cdot B}$$

$$\boxed{v = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{q}{m} \cdot B}$$

ω Zyklotronfrequenz (1930, Lawrence)

\implies unabhängig von Impuls und Energie; nur von $\frac{q}{m}$ und \vec{B} bestimmt!

Radius:

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{p}{q \cdot B} = \frac{\sqrt{2mqV}}{q \cdot B}$$

$$E_{kin} = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2}m \cdot v^2 = q \cdot V$$

Experiment:

$$r_1 : V_1 = 200V \implies 2S\,KT$$

$$r; V_1 = 300V \implies 2,5S\,KT$$

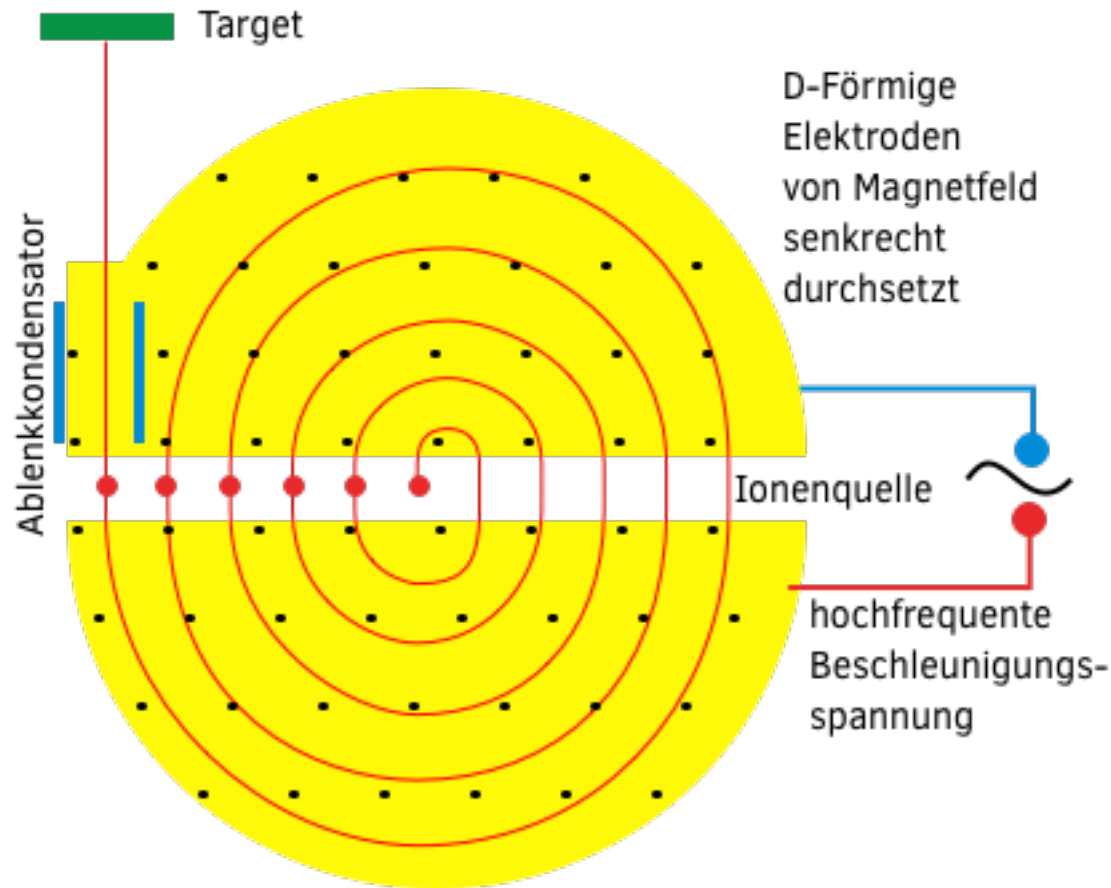
$$\frac{r_1}{r_2} \stackrel{!}{=} \sqrt{\frac{V_1}{V_2}}$$

$$\frac{4}{5} \stackrel{!}{=} \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{16}{25} \stackrel{!}{=} \frac{2}{3} \quad \checkmark \text{im Rahmen der Messungenauigkeit!}$$

16.1.3 Zyklotron:

Ziel: H- oder D-Kerne auf hohe Geschwindigkeit zubeschleunigen.



Beispiele:

(i) Protonenbeschleunigung: $r = 0,5m$; $B = 1,5T$

Zyklonenfrequenz: $\nu \frac{e \cdot B}{2\pi m_0} = 23MHz$

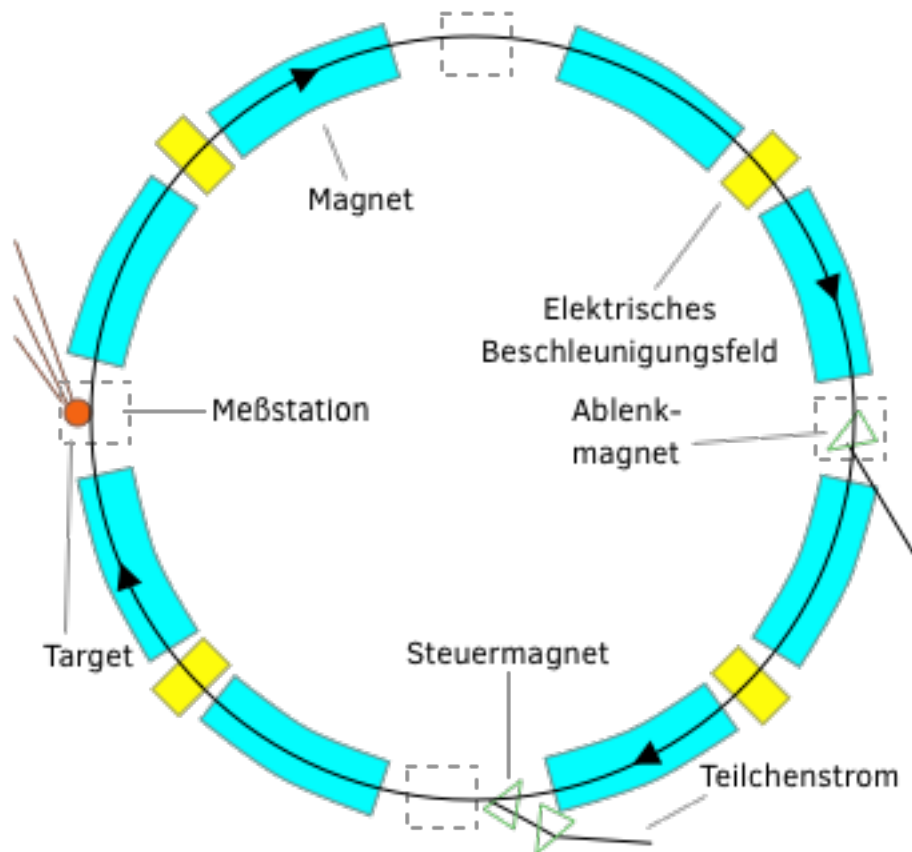
$$E_{kin} = \frac{1}{2} \frac{q^2 B^2}{m_0} \cdot \nu^2 = 4,3 \cdot 10^{-1} J$$

Angabe in Elektronenvolt

$$[eV] : 1eV = 1,602 \cdot 10^{-19} As \cdot 1V \quad (1)$$

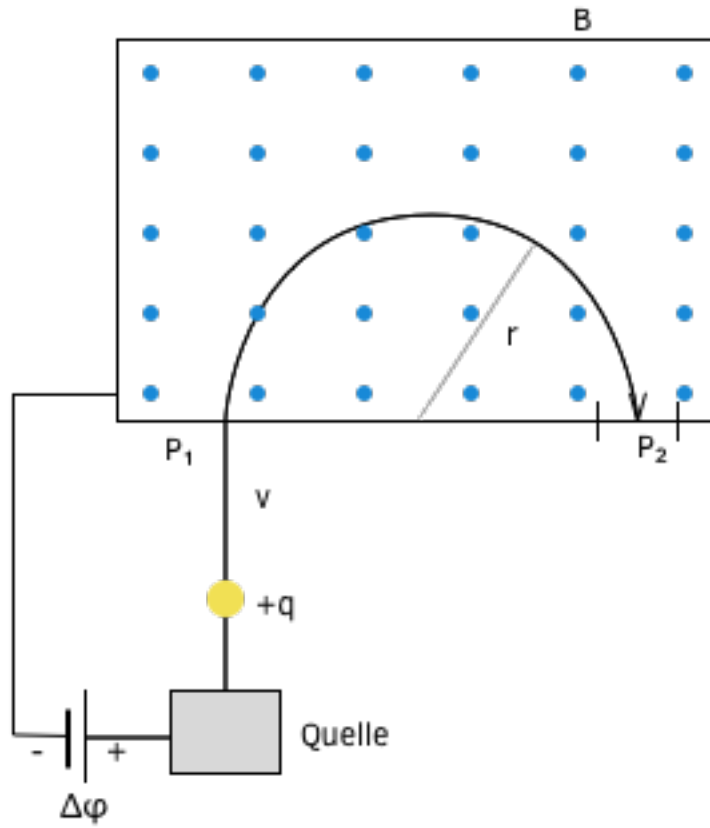
$$= 1,602 \cdot 10^{-19} J \quad (2)$$

$$\Rightarrow \underline{26,9 MeV}$$



(ii) Massenspektrometer: Trennung von Isotopenmassen und Messung natürlicher Isotopenverhältnis:

Beschleunigung (auf höhere E_{kin}) ist nur im elektrischen Feld möglich!
 (\Rightarrow Design von Beschleunigung!)



(Ashton 1919; $\frac{\Delta m}{m} = 10^{-4}$)

Beispiel: Mg-Isotop:

^{24}Mg : 78,7 %

^{25}Mg : 10,1 %

^{26}Mg : 11,2 %

Massenverhältnis: 24:25:26

$\frac{q}{m}$ von Ionen bei bekannter Ladung: U

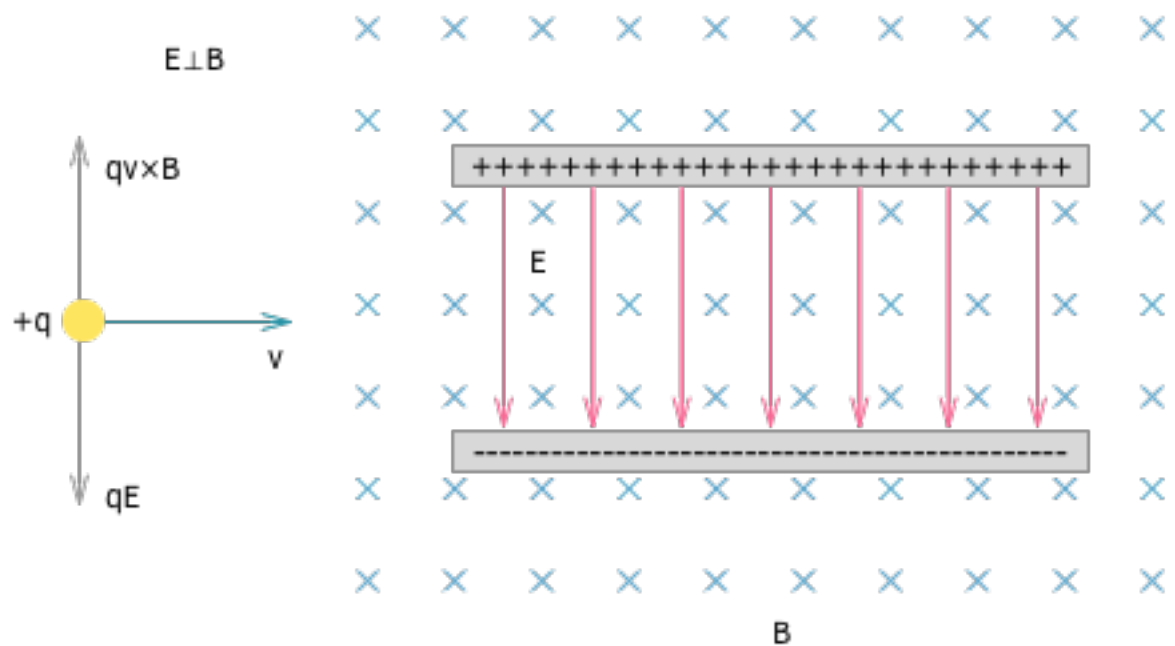
- Beschleunigung: $q \cdot \Delta\varphi \implies E_{kin} = q \cdot U = \frac{1}{2}mv^2$

- Kreisbahn: $r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$

$$\implies q \cdot U = \frac{1}{2} v^2 \cdot B^2 \cdot q^2 \cdot \frac{1}{m}$$

$$\boxed{\frac{m}{q} = \frac{B^2 \cdot v^2}{2U}}$$

(iii) Geschwindigkeits...: Gekreuzte elektrische und magnetische Felder
(Wien-Filter)



Kompensation der Felder ("Kräftegleichgewicht") für:

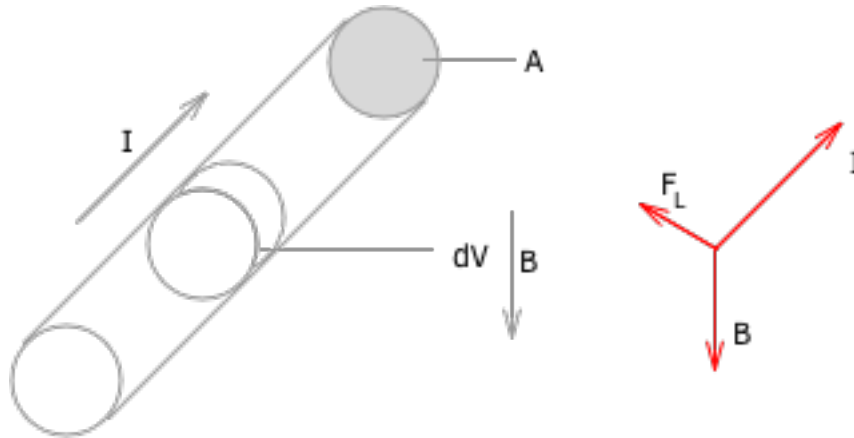
$$q \cdot E = q \cdot v \cdot B$$

$$v = \frac{E}{B}$$

Ionen mit $v = \frac{E}{B}$ passieren die Anordnung ohne Ablenkung! (\rightarrow Lochblende)

Anwendungsbeispiel: SIMS

16.1.4 Kräfte auf stromdurchflossene Leiter



Kraft auf eine Ladung:

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Kraft auf N Ladungen in dV:

$$d\vec{F} = \underbrace{dV \cdot n}_N \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (3)$$

$$dV \cdot \vec{j} \times \vec{B} \quad (4)$$

$$\vec{F}_L = \int_V (\vec{j} \times \vec{B}) dV \quad (5)$$

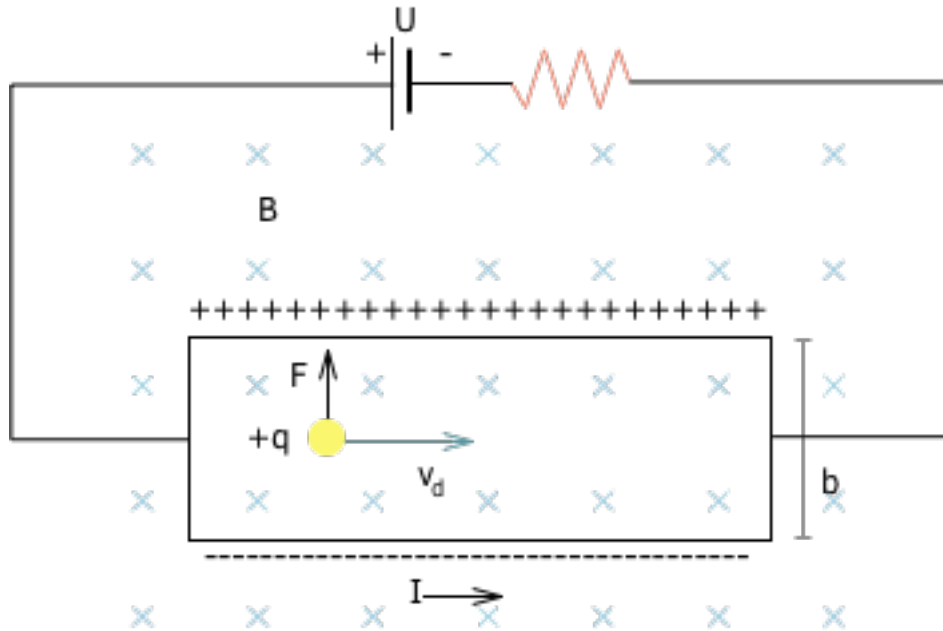
Geradliniger Leiter: Länge L

$$\vec{F}_L = \int_0^L (\vec{j} \times \vec{B}) \underbrace{A \cdot dl}_{=dV} = \int_0^L (\vec{I} \times \vec{B}) dl = \underline{\underline{(L \cdot (\vec{I} \times \vec{B}))}}$$

Leitersch...

Problem: Ladungsträgertyp nicht identifizierbar!

⇒ Edwin Hall (1879): Hall-Effekt - Typ und Konzentration der Ladungsträger messbar!



Annahme: positive Ladungsträger; Bewegung mit $|\vec{v}| = \vec{v}_D$

Gleichgewicht bei: $q \cdot \vec{v}_0 \times \vec{B} + q \cdot \vec{E}_H = 0$

$$\vec{E}_H = -\vec{v}_0 \times \vec{B}$$

Zugehörige Potentialdifferenz: U_H (Hall-Spannung): \Rightarrow Polarität erlaubt Bestimmung des Ladungsträger-Typs

\Rightarrow Dadurch konnte gezeigt werden, dass Ladungstransport in Metallen durch Elektronen erfolgt!

$$|\vec{E}_H| = \frac{U_H}{b} = D \cdot B = \frac{n \cdot q \cdot v_D}{n \cdot q} \cdot B = \frac{j \cdot B}{n \cdot B}$$

$$\text{Streifen der Dicke } d: j = \frac{I}{b \cdot d}$$

$$U_H = \frac{I \cdot B}{n \cdot q \cdot d} = K_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}$$

K_H : Hallkonstante (Materialspezifisch):

$$K_H = \frac{1}{n \cdot q} = \frac{\mu}{\nu}$$

\Rightarrow Bei Kenntnis von ν ist μ zu bestimmen!

Cu-Streifen:

$$I = 4A; B = 0,28T; d = 2,0\mu m; U_H = 50\mu V$$

$$n_e = \frac{I \cdot B}{U_H \cdot q \cdot d} = \frac{4 \cdot 0,28A \cdot \frac{Vs}{m}}{50 \cdot 10^{-4}V \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}As \cdot 2 \cdot 10^{-6}m}$$

$$= \frac{1}{1,6} 10^{29} m^{-3}$$

$$= \dots$$

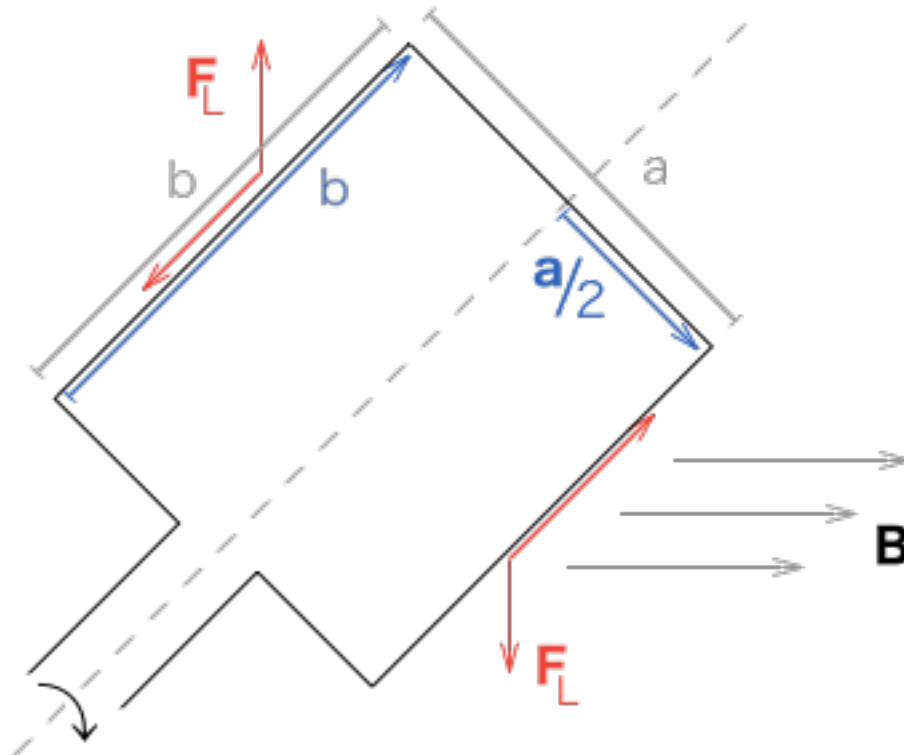
Dichte der Cu-Atome: $n_{Cu} = 8,4 \cdot 10^{22} cm^{-3}$

... im Mittel $1 \frac{e^-}{Atom}$!

Weitere Anwendungen: Hall-Sonde zur MEssung von B!

\Rightarrow Quanten-Hall-Effekt!

16.1.5 Stromdurchflossene Leiterschleife



Kräfte auf Teilstücke:

- Entlang der Seite "a": $\vec{I} \parallel \vec{B} \rightarrow \vec{I} \times \vec{B} = 0$

- Entlang der Seite "b": \Rightarrow Kräftepaar \Rightarrow Drehmoment!

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F} + \left(\frac{-\vec{d}}{2}\right) \times (-\vec{F}) = \vec{d} \times \vec{F}$$

$$|\vec{F}| = |\vec{b}| \cdot (\vec{I} \times \vec{B}); \quad |\vec{M}|_{\max} = a \cdot b \cdot I \cdot B$$

$$\text{Allgemein: } \vec{M} = I \cdot (\vec{A} \times \vec{B}); \quad \vec{A} = (\vec{d} \times \vec{b})$$

Definition: Magnetisches Moment einer Leiterschleife:

$$\boxed{\vec{\mu}_{\text{mag}} = I \cdot \vec{A}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{M} = \vec{\mu}_{\text{mag}} \times \vec{B}}$$

\Rightarrow Messung von I im Dreh...mometer!