Experimental Physik II Kapitel 19

author
`email`

June 19, 2016

Contents

19 Wellen **2**
19.1 2 Arten von Wellenausbreitung 4
19.2 Die Wellengleichung 7
19.3 Überlagerung von Wellen 9

19 Wellen

$t = t_0$:

BILD fehlt hier noch

Räumliche Periodizität

$\vec{r} = \vec{r}_0$

BILD fehlt hier noch

zeitliche Periodizität

Welle: Zeitlich und räumlich periodische Auslenkung einer Zustandsänderung.
⇒ Energie- und Impulstransport ohne Materialtransport!

Experiment
Einmalige Störung

BILD fehlt hier noch

⇒ Kein periodischer Vorgang!

Experiment: WWW
Periodische Erregung, Ausbreitung ohne Materialtransport!

- punktförmiger Erreger: Kreiswellen
- linienförmiger Erreger: Ebene Welle

Heutz'sche Dipol
Emission mit charakteristischer Abschallgeometrie

Verdichtungswelle (⇒ "Wellenmaschine")
⇒ Unterschied: Transversalwelle, Longitudinalwelle

19.1 2 Arten von Wellenausbreitung

- Transversalwellen (Transversal Polarisiert)
  Schwingungsrichtung $\perp$ Ausbreitungsrichtung
  z.B. Seilwelle:

  BILD fehlt hier noch

  2 Möglichkeitden der Polarisierung:

  BILD fehlt hier noch

  Transversalwellen sind polarisierbar

- Longitudinalwellen (longitudinal Polarisiert)
  z.B. Schallwellen

  BILD fehlt hier noch

Mathematische Beschreibung der Wellenausbreitung

"Störung" wandert mit Ausbreitungsgeschwindigkeit v_{Ph}

BILD fehlt hier noch

BILD fehlt hier noch

Für mit-bewegten Beobachter bleibt Störung ortsfest (in *S'*)

$$f(x') = f(x - v_{Ph} \cdot t)$$

$\Rightarrow$ 1-dim Welle kann man beschreiben durch, $\Psi(x,t) = \underline{\underline{f(x - v_{Ph} \cdot t)}}$ Jeder Punkt der Störung wandert mit v_{Ph} nach rechts.

v_{Ph}: Phasengeschwindigkeit

(Ausbreitung der Störung ohne Verformung!)
$\Phi(x,t)$: Auslenkung, Druck, Dichte, $\vec{E}$,$\vec{B}$-Feld Amplitude, ...

Sonderfall: Harmonische Wellen

$$\Psi(x,t) = \Psi_0 \cdot \overbrace{\sin(K \cdot x - \omega t)}^{f(x,t)}$$
$$\varphi = K \cdot x = \omega t : \text{ Phase}$$
$$K : \text{Wellenzahl}$$
$$\omega : \text{Kreisfrequenz}$$

(a)

BILD fehlt hier noch

(b)

BILD fehlt hier noch

(a)

$$\begin{aligned}
\Psi(x,t) = \Psi &= \Psi_0 \cdot \sin(Kx - \omega t) \\
&= \Psi_0 \cdot \sin(K(x+\lambda) - \omega t) \\
&= \Psi_0 \cdot \sin((Kx - \omega t) + K \cdot \lambda) \\
&\Rightarrow K \cdot \lambda = 2\pi \qquad\qquad \lambda\text{:Wellenlänge} \\
&\quad \Rightarrow K = \frac{2\pi}{\lambda}
\end{aligned}$$

(a)

$$\begin{aligned}
\Psi &= \Psi_0 \cdot (Kx - \omega t) \\
&= \Psi_0 \cdot \sin(Kx - \omega(t+T)) \\
&\Rightarrow \omega \cdot T = 2\pi \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad\qquad \underline{T\text{: Periodendauer}}
\end{aligned}$$

Wellen darstellbar:

$$\begin{aligned}
\Psi(x,t) &= \Psi_0 \cdot \sin(Kx - \omega t) \\
&= \underline{\Psi_0 \cdot \sin(2\pi(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}))}
\end{aligned}$$

In der Zeit T (Periodendauer) breitet sich die Welle um eine Wellenlänge (λ) aus.

$\Rightarrow$ Ausbreitungsgeschwindigketi $\boxed{v_{Ph} = c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \underbrace{\nu}_{\text{Frequenz}}}$

$$\Psi^{\pm}(x,t) = \Psi_0 \cdot \sin(Kx \pm \omega t)$$

Ψ^{+}: läuft im Ortsraum nach links

Ψ^{-}: läuft im Ortsraum nach rechts

19.2 Die Wellengleichung

Erinnerung: Schwingungsgleichung: $\ddot{\Psi} + \omega^2 \cdot \Psi = 0$
Lösung: Harmonische Schwingung: $\Psi = \Psi_0 \cdot \sin(\omega t)$
Wellen: Periodisch /bisher: auch harmonisch) in Ort und Zeit
$\Rightarrow$ Vermutung: Wellengleichung muss 2. Ableitung enthalten
Ansatz für Ψ: $\Psi(x,t) = \Psi_0 \cdot f(Kx - \omega t)$
f ist beliebig (aber periodische) Funktion der Phase φ

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = K \quad ; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\omega$$

2. Ableitung berechnen:
Ort:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial x} &= \Psi_0 \cdot \frac{\partial f}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} && \text{(Kettenregel)} \\ &= \Psi_0 \cdot K \cdot \frac{\partial f}{\partial \varphi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} &= \Psi_0 \cdot K \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \Psi_0 \cdot K^2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} \\ &\Leftrightarrow \underline{\Psi_0 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} = K^{-2} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}} \end{aligned}$$

Zeit:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \Psi_0 \cdot \frac{\partial f}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\omega \cdot \Psi_0 \frac{\partial f}{\partial \varphi}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \omega^2 \cdot \Psi_0 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} \Rightarrow \underline{\Psi_0 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} = \omega^{-2} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}}$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow K^{-2} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \omega^{-2} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \\ &\underline{\underline{\frac{\omega^2}{K^2} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}}} && \text{2. Ableitung nach Ort und Zeit verknüpft!!} \end{aligned}$$

mit $v_{Ph} = \frac{\omega}{K}$ $\boxed{v_{Ph}^2 \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}}$ ist die Wellengleichung in 1 Dimension!

$f(x - v_{Ph} \cdot t)$ ist Lösung und beschreibt Ausbreitung in positiver x-Richtung!

Dann ist auch $g(x + v_{Ph} \cdot t)$ Lösung, Ausbreitung in negativer x-Richtung!

$\Rightarrow$ Allgemeine Lösung der Wellengleichung:

$$\Psi(x,t) = f(x - v \cdot t) + g(x + v \cdot t)$$

BILD fehlt hier noch

19.3 Überlagerung von Wellen

(in einer Dimension)
Superpositionsprinzip: Ungestörte Überlagerung mehrerer Wellen

$$\Psi(\vec{r},t) = \sum_{i=1}^{N} \Psi_1(\vec{r},t)$$

Reflexion von Wellen → stehende Wellen
Experiment: Reflexion der Welle einer Pendelkette

- Festes Ende: Phasensprung von π bei Reflexion

BILD fehlt hier noch

- Freies Ende: Kein Phasensprung

BILD fehlt hier noch

Überlegung von links- und rechts-laufender Welle
Gleiche Amplitude, gleiche Frequenz, Phasenverschiebung φ

$$\Psi(x,t) = \Psi_0 \cdot \cos(Kx - \omega t) \pm \Psi \cdot \cos(Kx + \omega t + \varphi)$$
$$\text{Additionstheroeme} \rightarrow = \underline{\underline{2 \cdot \Psi_0 \cdot \cos(\omega t + \frac{\varphi}{2}) \cdot \cos(Kx + \frac{\varphi}{2})}}$$

Faktorisieren der Orts- und Zeitabhängigkeit:
Für alle t gibt es Punkte x; bei denen $\Psi(x,t) = 0$: "Knoten"
Betrachte Orts-Teil: Festes Ende: $\varphi = \pi$

Knoten: $\underbrace{\cos(Kx + \frac{\varphi}{z})}_{\Rightarrow\text{Knoten bei } x_0, x_0 + \frac{\pi}{2}, x_0 + \frac{3\pi}{2} \ldots} = 0 \Rightarrow Kx + \overbrace{\frac{\varphi}{2}}^{\pi/2} = \frac{(2\mathbb{N}+1)}{2} \cdot \pi$

Resonanz-Situation: $\underset{K=\frac{2\pi}{2}}{K} \cdot x = \frac{(2\mathbb{N}+1)}{2} \cdot \pi$

$$\text{Resonanz: } \underset{\text{Länge}}{L} = \frac{\mathbb{N}}{2} \cdot \lambda$$
$$\underline{\Rightarrow \lambda = \frac{2}{\mathbb{N}} \cdot L}$$
$$\underline{\mathbb{N} \cdot \frac{\lambda}{2} = L}$$

BILD fehlt hier noch

Loses Ende: $\varphi = 0$!

$$\Rightarrow \text{Resonanz: } \frac{2\mathbb{N}+1}{2} \cdot \lambda = L$$
$$\lambda = \frac{4 \cdot L}{(2\mathbb{N}-1)}$$

BILD fehlt hier noch

Mikrowelle:

$$d_{Knoten} = \frac{\lambda}{2} \approx 10\,\mathrm{cm}$$
$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{0.2\,\mathrm{m}} = 1.5 \times 10^9\,\mathrm{s^{-1}}$$
$$= \underline{1.5\,\mathrm{GHz}}$$

BILD fehlt hier noch

BILD fehlt hier noch