

# Experimental Physik II Kapitel 15

author

email

May 7, 2016

## Contents

<b>15 Stationäre El. Ströme</b>	<b>2</b>
15.1 . . . . .	2
15.2 <a href="#">Das Ohmsche Gesetz</a> . . . . .	4
15.3 . . . . .	9

## 15 Stationäre El. Ströme

### 15.1

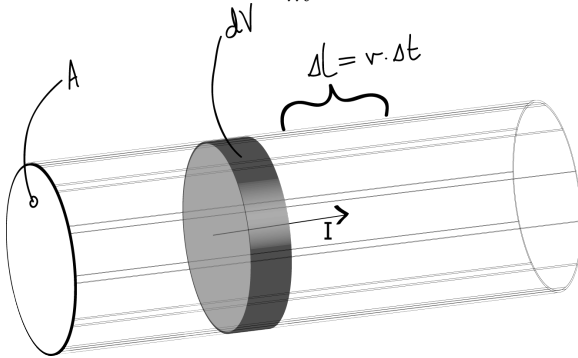
**Definition:** Elektrischer Strom := Bewegung von el. Ladung

$$\text{Stromstärke } \mathbf{I} = \frac{dQ}{dt} \quad [\mathbf{I}] = \left[ \frac{\text{Ladung}}{\text{Zeit}} \right] = \frac{C}{s} = A$$

Stationäre Ströme: Keine explizite Zeitabhängigkeit.

**Definition:** El. Stromdichte  $\mathbf{j}$

$$j := \frac{\text{Ladung}}{\text{Zeit} \cdot \text{Fläche}} \quad [j] = \frac{A}{m^2}$$



$N = n \cdot \Delta V$  Ladungsträger mit der Ladung  $q$  treten im Zeitintervall  $\Delta t$  durch  $\emptyset$ -Fläche  $A$ . ( $n$  ist die Ladungsträgerdichte)

Annahme: Alle Ladungen haben die gleiche Geschwindigkeit  $v$ , dann ist die transportierte Ladung:

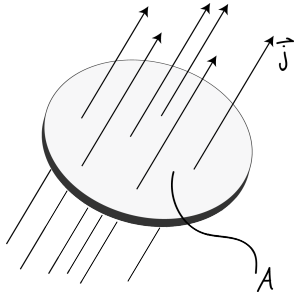
$$\Delta Q = N \cdot q = n \cdot \Delta V \cdot q = n \cdot q \cdot A \cdot \Delta l = n \cdot q \cdot A \cdot v \cdot \Delta t$$

$$j = \frac{\Delta Q}{\Delta t \cdot A} = n \cdot q \cdot v = \rho \cdot v$$

$\rho := \text{Ladungsdichte } [C/m^3]$

**Allgemein:**  $\boxed{\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}}$

Stromdichte  $\longrightarrow$  Stromstärke:  $I = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A}$



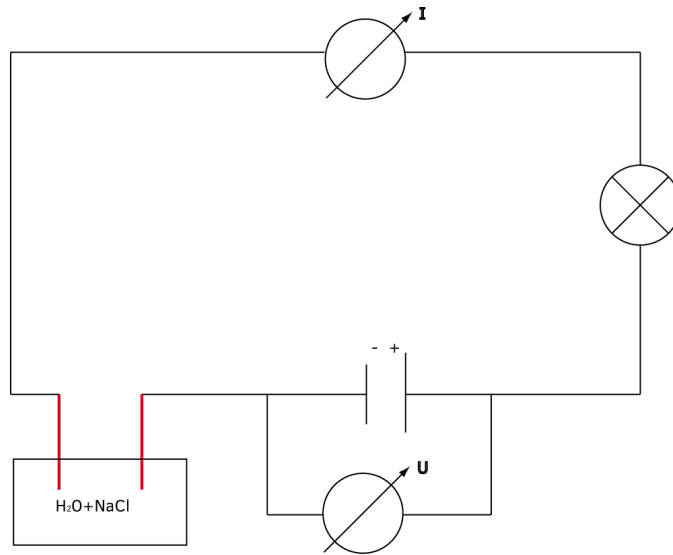
**Kontinuitätsgleichung:** Geschlossene Fläche  $A$  umschließt Volumen  $V$ .

$$I = \oint_A \vec{J} d\vec{A} = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{d}{dt} \overbrace{\int_V \rho dV}^{=Q}$$

Differenz zwischen ein- und ausgeströmter Ladung entspricht der negativen  
Änder der Gesamtladung im Volumen!  
( $\Rightarrow$  Ladungserhaltung)

---

## 15.2 Das Ohmsche Gesetz



⇒ freie Ladungsträger (Ionen) notwendig, damit Strom fließt.

⇒ Dissoziation von  $NaCl$  in  $Na^+$  und  $Cl^-$

Coulombkraft  $|\vec{F}_c| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{1}{\epsilon}$

$\epsilon_{H_2O} \approx 80 \Rightarrow$  Reduktion von  $F_c$  in  $H_2O$

⇒ Dissoziation möglich!

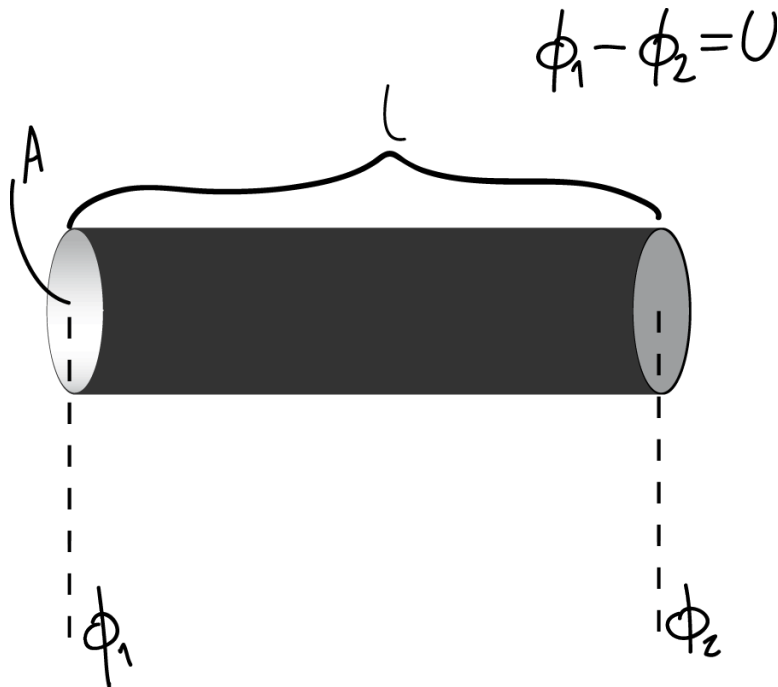
quantitativ:  $I \sim U$

Ersetze Elektrolyt durch Metallwiderstand!

$$I \propto U$$

**Ohmsches Gesetz:** Wird eine Potenzialdifferenz  $U$  an das Ende eines el. Leiters appliziert, so fließt ein el. Strom  $I$ , dessen Stromstärke proportional zu  $U$  ist.

$$I = \frac{1}{R} \cdot U$$



Empirischer Befund:

$$I \sim (\phi_2 - \phi_1)$$

$$I = \frac{1}{R}(\phi_2 - \phi_1)$$

$$= \frac{A}{l} \cdot \frac{1}{\rho}(\phi_2 - \phi_1)$$

**Definition:**  $R := \rho \cdot \frac{l}{A}$  el. Widerstand  $[R] = \frac{V}{A} = \Omega = 1 \text{ Ohm}$

$\rho$ : Materialkonstante: spezifischer el. Widerstand  $[\rho] = \Omega m$

$\frac{l}{A}$ : Geometrieparameter

Ohmsches Gesetz:  $I = \frac{U}{R}$

$$\frac{I}{A} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\phi_2 - \phi_1}{l}$$

$$|\vec{j}| = \frac{1}{\rho} \cdot |\vec{E}|$$

$$|\vec{j}| = \sigma \cdot |\vec{E}|$$

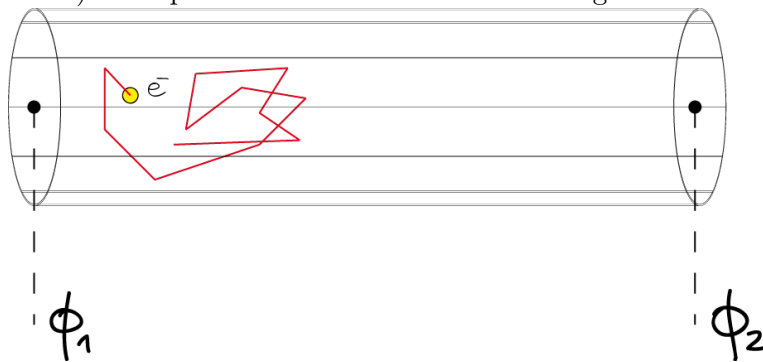
$$\frac{1}{\rho} = \sigma := \text{el. Leitf\u00e4higkeit } [\sigma] = \text{Ohm}^{-1} m^{-1} = \frac{A}{Vm}$$

Empirischer Befund:  $\vec{j}_m = \sigma_{mn} \vec{E}_n$  Allgemeines Ohmsches Gesetz

# Mikroskopische betrachtung - Drende Modell

Metall: positiv geladene Atomrümpfe; Elektronen dazwischen beweglich.

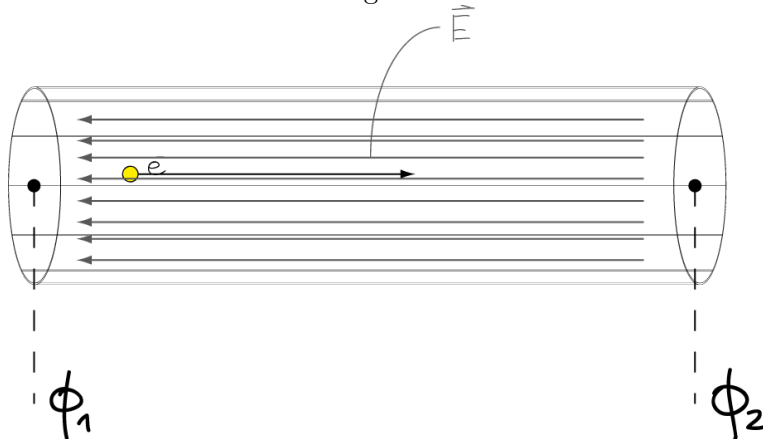
a.) ohne potenzialdifferenz: thermische ungeordnete bewegung.



$\langle \vec{v} \rangle = 0 \Rightarrow$  Im Mittel kein Transport

$$\text{obwohl: } \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \frac{\sqrt{3K_B T}}{m_e} \approx 10^5 \frac{m}{s} \\ \text{bei } (T = RT)$$

b.)  $\phi_2 - \phi_1 \neq 0 \Rightarrow$  El. Feld im Leiter  
Zwischen Stößen Beschleunigt durch el. Feld:



$\Rightarrow$  "Drift" mit Geschwindigkeit  $v_D$ , die der thermischen Bewegung überlagert ist.

Kraft auf Elektron:  $\vec{F} = q_{el} \cdot \vec{E}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{q_{el}}{m} \cdot \vec{E}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_D = \frac{q_{el}}{m} \cdot \vec{E} \cdot \Delta t$$

Betrachte Ohmsches Gesetz.

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}; \vec{j} = q_{el} \cdot n \cdot \vec{v}_D$$

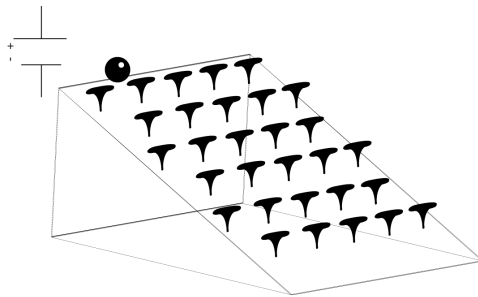
Beträge:  $j = \frac{q_{el} \cdot n \cdot v_D}{E} \cdot E = \sigma \cdot E$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{n \cdot q_{el} \cdot v_D}{E} = const.$$

$$\Rightarrow \frac{|\vec{v}_D|}{|\vec{E}|} = const.$$

$$|\vec{v}_D| = \mu \cdot |\vec{E}| \quad \mu: \text{Beweglichkeit (unabh. von } \vec{E}\text{)!}$$

$$\boxed{\sigma = n \cdot q_{el} \cdot \mu}$$



Damit sich im el. Feld ein Konstantes  $v_D$  einstellt, muss es etwas geben wie  $\Rightarrow$ Exp.Phy.I:  
geschwindigkeitsabhängige Reibung!  $\Rightarrow$  Stokes-  
 $\Rightarrow$  Makroskopisch: (1-dim)  $\Rightarrow$  Reibung

$$m\ddot{x} + \frac{m}{\tau}\dot{x} = q_{el}E$$

$$\boxed{\dot{x} = \frac{q_{el}}{m} \cdot E \cdot \tau \cdot (1 - \exp(-t/\tau))}$$

$\tau$ ; Relaxationszeit: Gibt an, nach welcher Zeit  $v$  auf  $v/e$  abgenommen hat.

$\Rightarrow$  Mikroskopisch:

$\tau$ : Zeit zwischen zwei Stößen ("Stoßzeit")

$$\begin{aligned} \Rightarrow m \cdot \vec{v}_D &= q_{el} \cdot \vec{E} \cdot \tau \\ \Rightarrow \vec{j} = n \cdot q_{el} \cdot \vec{v}_D &= \underbrace{\frac{n \cdot q_{el}^2 \cdot \tau}{m}}_{\substack{\sigma = \frac{n \cdot q_{el}^2 \cdot \tau}{m} \\ \text{Drude-Leitfähigkeit}}} \cdot \vec{E} \\ \Rightarrow \mu &= \frac{q_{el} \cdot \tau}{m} \quad [\mu] = \frac{m^2}{Vs} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  Voraussetzung für Gültigkeit des Ohmschen Gesetz:

1. Transport durch Stöße dominiert
2.  $n$  unabhängig von  $\vec{E}$
3.  $\tau$  unabhängig von  $\vec{E}$

$\tau$  klein  $\Rightarrow v_D$  klein (und beobachtbar!)



## 15.3

### (i) Leitung in Elektrolyten

- Stofftransport (Ionen) und Ablagerung an Kontakten (Elektroden)
- geringe Beweglichkeit
- geringe Ladungsträgerkonzentration

### (i) Leitung in Metallen

- Ladungstransport nur durch Elektronen
- Jedes Atom gibt 1 Elektron ab  $\Rightarrow$  hohe Ladungsträgerdichte (LT)
- Beispiel:

$$\begin{aligned}\text{Cu,} \quad n &= 8,4 \cdot 10^{28} \text{ Ladungen/m}^3 \\ &= 8,4 \cdot 10^{22} \text{ Ladungen/cm}^3\end{aligned}$$

- Beweglichkeit:

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{\sigma}{n \cdot q} = \frac{5 \cdot 10^7 (\Omega m)^{-1}}{8,4 \cdot 10^{28} m^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C} \\ &= 4 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{Vs} = 40 \frac{cm^2}{Vs}\end{aligned}$$

$|\vec{E}|$ ?

$$\begin{aligned} |j_{\vec{max}}| &\approx \frac{5A}{mm^2} = 5 \cdot 10^6 A/m^2 \\ |E_{\vec{max}}| &= \frac{|j_{\vec{max}}|}{\sigma} = 0,1 V/m \\ \langle v_D \rangle &= \mu |\vec{E}| = 4 \cdot 10^{-4} m/s \approx 0,4 \frac{mm}{s} \\ \langle v_D \rangle &\ll v_{therm} \text{ (ähnlich wie Elektrolyt)} \\ \tau &= \mu \cdot \frac{m}{q} = \underline{2,3 \cdot 10^{-14} s} \end{aligned}$$

Hauptunterschied Metall/Elektrolyt:  $\mu, n$  !

$$\begin{aligned} \text{Mittlere freie Weglänge: } \lambda &= v_{therm} \cdot \tau = 10^5 m/s \cdot \tau \\ &= 20 \cdot 10^{-10} m &= 20 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  ca. 20 Atomdistanzen zw. zwei Stößen!

---

Temperaturabhängigkeit:

In el. Leitern gilt:  $R = R(T)$

Fe-Widerstand:

Abkühlen auf  $LN_2$ -Temp:  $I \longrightarrow I \times 2$

Aufheizen mit Brenner :  $I \longrightarrow I/2$

Konstantendraht (Legierung): nahezu keine Änderung

$n$  sei temperaturunabhängig!  $\Rightarrow T \uparrow \Rightarrow \tau \downarrow, \sigma \downarrow$ :

Durch thermische Anregung mehr Gitterschwingungen; mehr Stöße! ( $\Rightarrow$  Kürzere Stoßzeit)

Konstantan-Legierung: Streuung vornehmlich an Fremdatomen deren Dichte ist T-unabhängig!

### (iii) Leitung in Halbleitern

$$T \uparrow \quad : \quad \sigma \uparrow$$

Grund:

Starke Temp.-abhängigkeit von  $n$  durch thermische Anregung von Ladungsträgern über eine Energielücke

Erhöhung und Kontrolle von  $\sigma$  durch Einbringen von Fremdatomen in Konzentration von  $10^{15} cm^{-3} \dots 10^{20} cm^{-3}$ : Dotierung

$\Rightarrow \tau$  nimmt auch mit zunehmender  $T$  ab, aber Zunahme von  $n$  überwiegt!

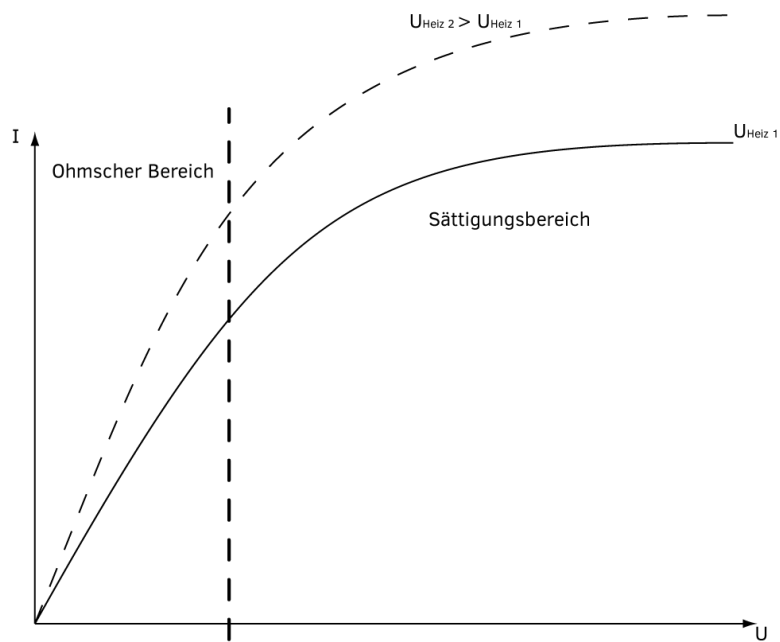
#### (iv) Leitung im Vakuum

Leitung im wesentlichen durch freie Elektronen.

El- Feld zur Beschleunigung  $\Rightarrow$  Ladungstransport

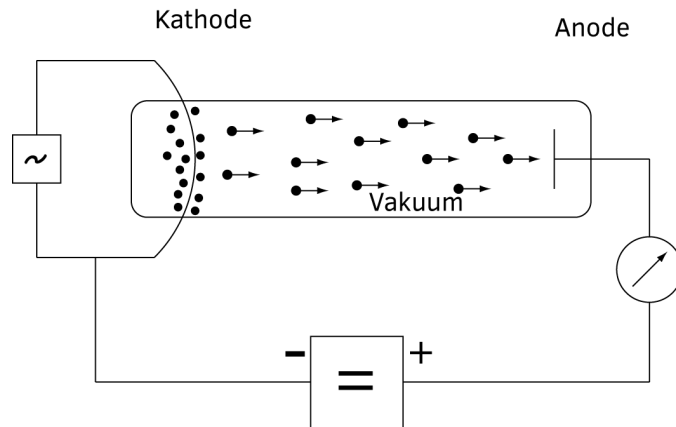
Erzeugung von freien Elektronen:

U [V]	I [mA]
20	0,25
40	0,5
60	0,75
80	1,05
100	1,3
120	1,6
140	1,9
160	2,15
180	2,35
200	2,5
220	2,6
240	2,65
260	2,7
280	2,75
300	2,7

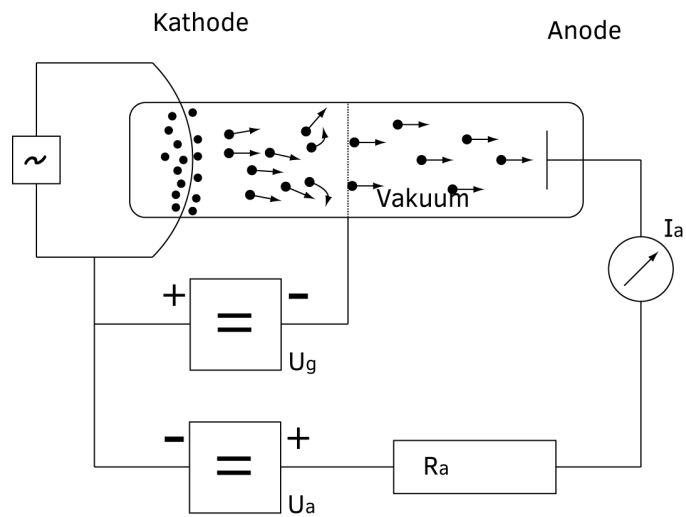


⇒ Umkehrung der Beschleunigungsspannung: Kein Strom!

Diode:



Triode:

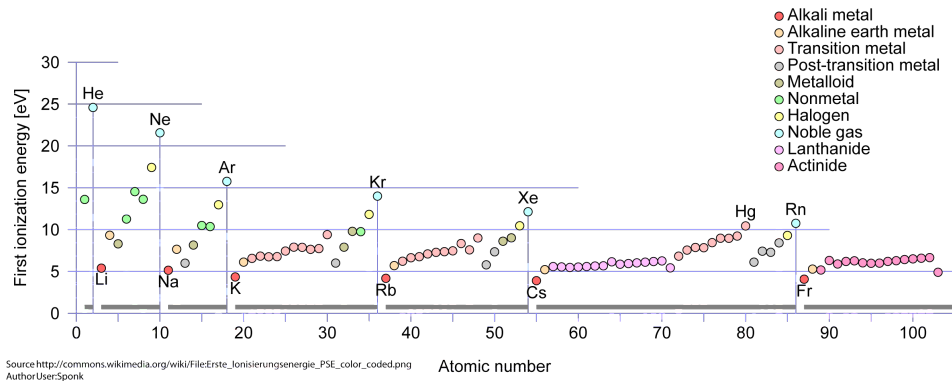


⇒ Verstärkerschaltung möglich!

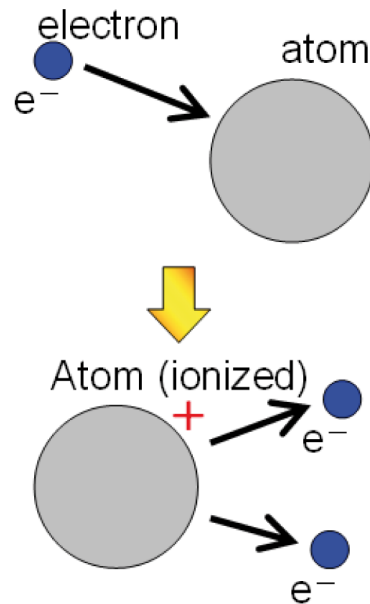
### Leitung in Gasen

- Alle Gase haben sehr kleine Leitfähigkeit  
(→Entladung des Kondensators an Atmosphäre)  
(→Gasentladung)

- Ladungsträger müssen erzeugt werden: Elektronen, Ionen  
Ionisation ist möglich durch:  
Ionisierende Strahlung; Stoßionisation



Ionisation braucht Energie!  
Stoßionisation:

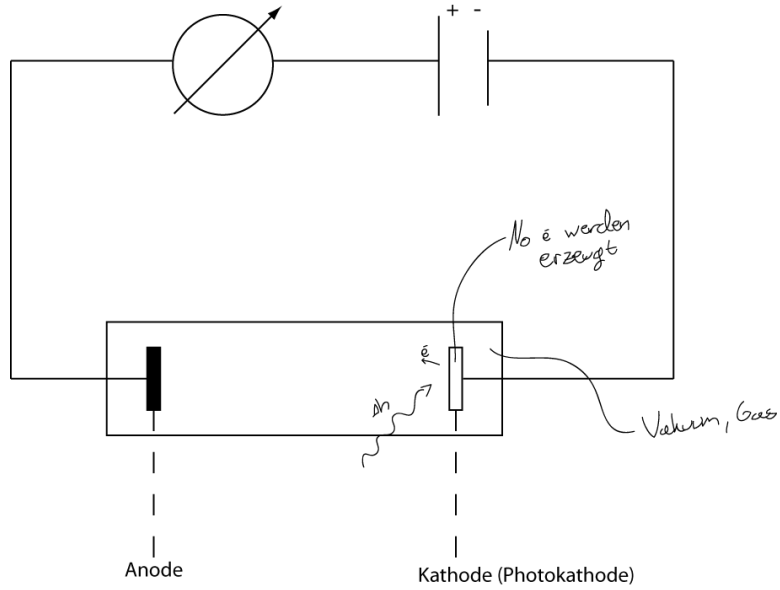


Source: <https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:ImpactIonization.PNG>

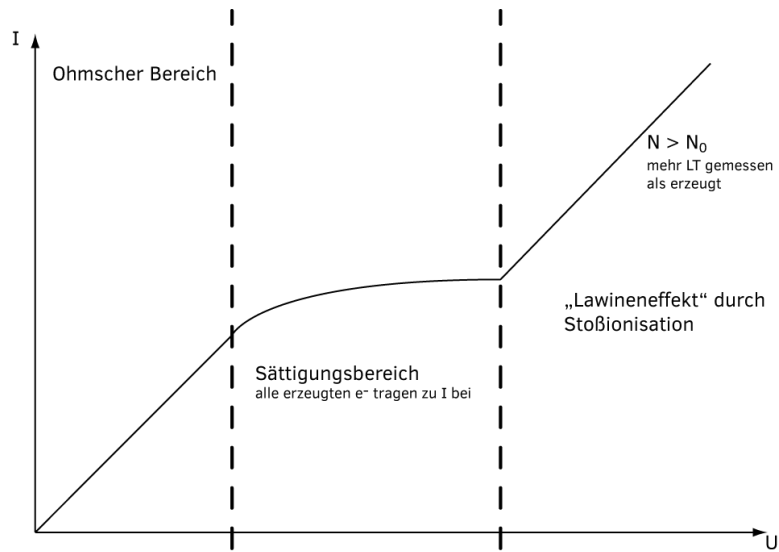
- Glüemission ist auch möglich; Radioaktivität  $\Rightarrow$  ionisierende Strahlung
- Rekombination von Ionen zbd Elektronen ist möglich

Strom:  $I = \underbrace{N}_{\# \text{LT (sehr klein)}} \cdot \underbrace{z \cdot e}_{\text{Ladung: } z \in \mathbb{N}} \cdot \underbrace{\mu}_{\mu_{\text{Flüssigkeit}} < \mu < \mu_{\text{Metalle}}} \cdot |\vec{E}|$

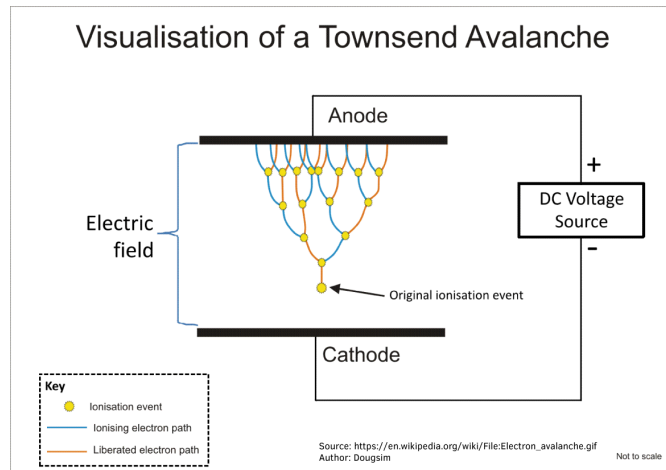
Prinzipieller Aufbau:



(i) Unselbstständige Gasentladung







Spannung ist sehr groß, Elektronen werden start beschleunigt, hohe Elektronenenergie Stoßionisation: **Lawineneffekt**

Strom wird unabhängig von Zahl der Ionisation generierten Ladungsträger.

⇒ 1 Strompuls pro Ionisierungsereignis oder pro ausgelöstem  $e^-$  !

⇒ Selbstständige Gasentladung

- Aufrechterhaltung der Entladung ohne äußeren Einsatz!
- Voraussetzung: Hohe kinetische Energie (→ hohe Spannung!)
- Häufig auch Lichtemission (Rekombination von  $e^-$  und Ion oder Relaxation angeregter Zustände)
- UV-Emission in Plasmen und in Leuchtstoffröhren genutzt