

Experimental Physik II Kapitel 15

author

email

May 8, 2016

Contents

15 Stationäre El. Ströme	2
15.1	2
Definition: Elektrischer Strom	2
Definition: El. Stromdichte	2
Kontinuitätsgleichung	3
15.2 Das Ohmsche Gesetz	4
15.3	9
(i) Leitung in Elektrolyten	9
(ii) Leitung in Metallen	9
(iii) Leitung in Halbleitern	10
(iv) Leitung im Vakuum	11
(v) Leitung in Gasen	13
15.4	17

15 Stationäre El. Ströme

15.1

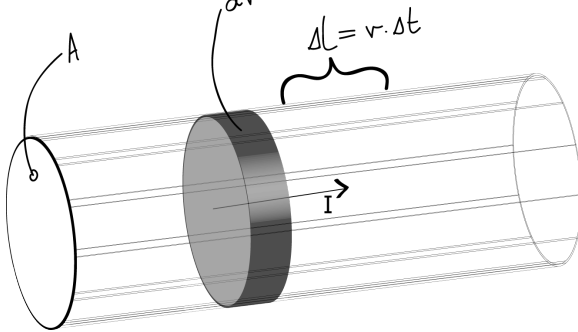
Definition: Elektrischer Strom := Bewegung von el. Ladung

$$\text{Stromstärke } \mathbf{I} = \frac{dQ}{dt} [\text{I}] = \left[\frac{\text{Ladung}}{\text{Zeit}} \right] = \frac{\text{C}}{\text{s}} = \text{A}$$

Stationäre Ströme: Keine explizite Zeitabhängigkeit.

Definition: El. Stromdichte \mathbf{j}

$$j := \frac{\text{Ladung}}{\text{Zeit} \cdot \text{Fläche}} [j] = \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$



$N = n \cdot \Delta V$ Ladungsträger mit der Ladung q treten im Zeitintervall Δt durch (n ist die Ladungsträgerdichte)
Ø-Fläche A .

Annahme: Alle Ladungen haben die gleiche Geschwindigkeit v , dann ist die transportierte Ladung:

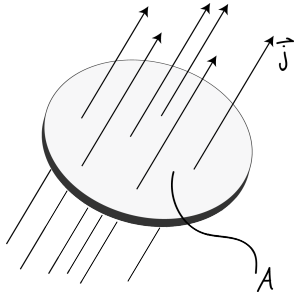
$$\Delta Q = N \cdot q = n \cdot \Delta V \cdot q = n \cdot q \cdot A \cdot \Delta l = n \cdot q \cdot A \cdot v \cdot \Delta t$$

$$j = \frac{\Delta Q}{\Delta t \cdot A} = n \cdot q \cdot v = \rho \cdot v$$

$\rho :=$ Ladungsdichte $[\text{C}/\text{m}^3]$

Allgemein: $\boxed{\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}}$

Stromdichte \longrightarrow Stromstärke: $I = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A}$

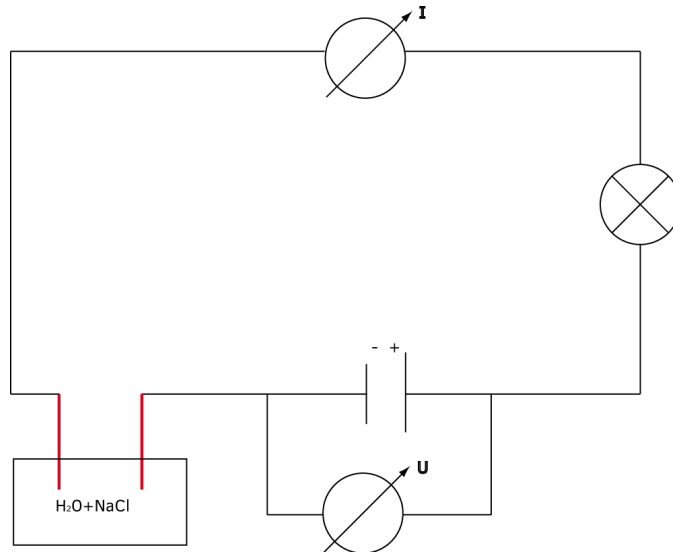


Kontinuitätsgleichung: Geschlossene Fläche A umschließt Volumen V .

$$I = \oint_A \vec{J} d\vec{A} = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{d}{dt} \overbrace{\int_V \rho dV}^{=Q}$$

Differenz zwischen ein- und ausgeströmter Ladung entspricht der negativen Änderung der Gesamtladung im Volumen!
 (\Rightarrow Ladungserhaltung)

15.2 Das Ohmsche Gesetz



⇒ freie Ladungsträger (Ionen) notwendig, damit Strom fließt.

⇒ Dissoziation von $NaCl$ in Na^+ und Cl^-

Coulombkraft $|\vec{F}_c| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{1}{\epsilon}$

$\epsilon_{H_2O} \approx 80 \Rightarrow$ Reduktion von F_c in H_2O

⇒ Dissoziation möglich!

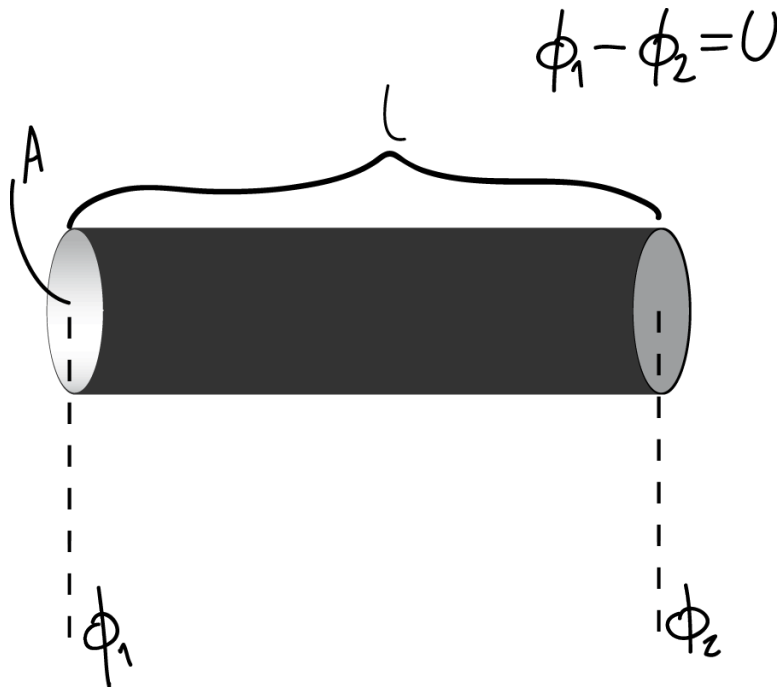
quantitativ: $I \sim U$

Ersetze Elektrolyt durch Metallwiderstand!

$$I \propto U$$

Ohmsches Gesetz: Wird eine Potenzialdifferenz U an das Ende eines el. Leiters appliziert, so fließt ein el. Strom I , dessen Stromstärke proportional zu U ist.

$$I = \frac{1}{R} \cdot U$$



Empirischer Befund:

$$\begin{aligned}
 I &\sim (\phi_2 - \phi_1) \\
 I &= \frac{1}{R}(\phi_2 - \phi_1) \\
 &= \frac{A}{l} \cdot \frac{1}{\rho}(\phi_2 - \phi_1)
 \end{aligned}$$

Definition: $R := \rho \cdot \frac{l}{A}$ el. Widerstand $[R] = \frac{V}{A} = \Omega = 1 \text{ Ohm}$

ρ : Materialkonstante: spezifischer el. Widerstand $[\rho] = \Omega m$

$\frac{l}{A}$: Geometrieparameter

Ohmsches Gesetz: $I = \frac{U}{R}$

$$\frac{I}{A} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\phi_2 - \phi_1}{l}$$

$$|\vec{j}| = \frac{1}{\rho} \cdot |\vec{E}|$$

$$|\vec{j}| = \sigma \cdot |\vec{E}|$$

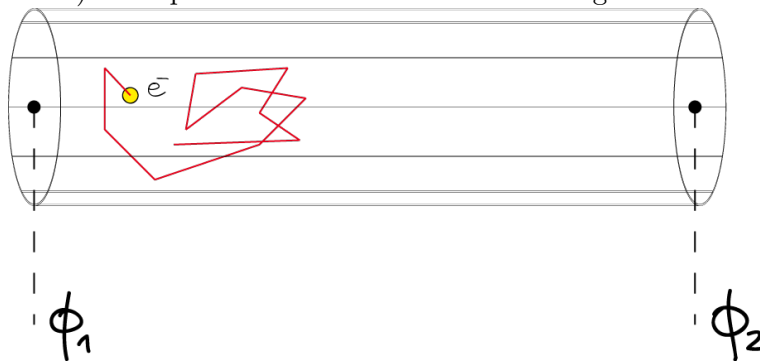
$\frac{1}{\rho} = \sigma :=$ el. Leitfähigkeit $[\sigma] = \text{Ohm}^{-1} m^{-1} = \frac{A}{Vm}$

Empirischer Befund: $\vec{j}_m = \sigma_{mn} \vec{E}_n$ Allgemeines Ohmsches Gesetz

Mikroskopische betrachtung - Drende Modell

Metall: positiv geladene Atomrümpfe; Elektronen dazwischen beweglich.

a.) ohne potenzialdifferenz: thermische ungeordnete bewegung.

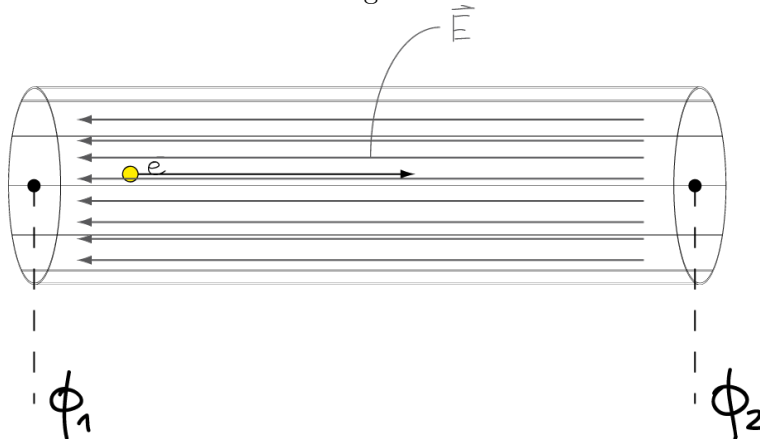


$\langle \vec{v} \rangle = 0 \Rightarrow$ Im Mittel kein Transport

$$\text{obwohl: } \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \frac{\sqrt{3K_B T}}{m_e} \approx 10^5 \frac{m}{s} \quad \text{bei } (T = RT)$$

b.) $\phi_2 - \phi_1 \neq 0 \Rightarrow$ El. Feld im Leiter

Zwischen Stößen Beschleunigt durch el. Feld:



\Rightarrow "Drift" mit Geschwindigkeit v_D , die der thermischen Bewegung überlagert ist.

Kraft auf Elektron: $\vec{F} = q_{el} \cdot \vec{E}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{q_{el}}{m} \cdot \vec{E}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_D = \frac{q_{el}}{m} \cdot \vec{E} \cdot \Delta t$$

Betrachte Ohmsches Gesetz.

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}; \vec{j} = q_{el} \cdot n \cdot \vec{v}_D$$

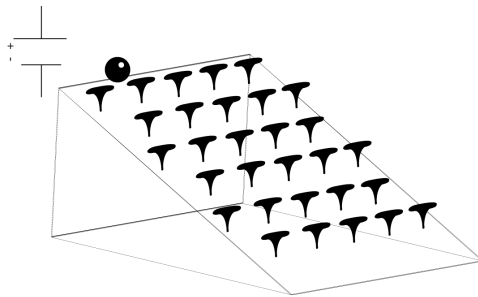
Beträge: $j = \frac{q_{el} \cdot n \cdot v_D}{E} \cdot E = \sigma \cdot E$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{n \cdot q_{el} \cdot v_D}{E} = const.$$

$$\Rightarrow \frac{|\vec{v}_D|}{|\vec{E}|} = const.$$

$$|\vec{v}_D| = \mu \cdot |\vec{E}| \quad \mu: \text{Beweglichkeit (unabh. von } \vec{E}\text{)!}$$

$$\sigma = n \cdot q_{el} \cdot \mu$$



Damit sich im el. Feld ein Konstantes v_D einstellt, muss es etwas geben wie \Rightarrow Exp.Phy.I:
geschwindigkeitsabhängige Reibung! Stokes-
 \Rightarrow Makroskopisch: (1-dim) Reibung

$$m\ddot{x} + \frac{m}{\tau}\dot{x} = q_{el}E$$

$$\dot{x} = \frac{q_{el}}{m} \cdot E \cdot \tau \cdot (1 - \exp(-t/\tau))$$

τ ; Relaxationszeit: Gibt an, nach welcher Zeit v auf v/e abgenommen hat.

\Rightarrow Mikroskopisch:

τ : Zeit zwischen zwei Stößen ("Stößzeit")

$$\begin{aligned} &\Rightarrow m \cdot \vec{v}_D = q_{el} \cdot \vec{E} \cdot \tau \\ \Rightarrow \vec{j} = n \cdot q_{el} \cdot \vec{v}_D &= \frac{n \cdot q_{el}^2 \cdot \tau}{m} \cdot \vec{E} \\ &\boxed{\sigma = \frac{n \cdot q_{el}^2 \cdot \tau}{m}} \\ &\text{Drude-Leitfähigkeit} \\ \Rightarrow \boxed{\mu = \frac{q_{el} \cdot \tau}{m}} &\quad [\mu] = \frac{m^2}{Vs} \end{aligned}$$

\Rightarrow Voraussetzung für Gültigkeit des Ohmschen Gesetz:

1. Transport durch Stöße dominiert
2. n unabhängig von \vec{E}
3. τ unabhängig von \vec{E}

τ klein $\Rightarrow v_D$ klein (und beobachtbar!)

15.3

(i) Leitung in Elektrolyten

- Stofftransport (Ionen) und Ablagerung an Kontakten (Elektroden)
- geringe Beweglichkeit
- geringe Ladusträgerkonzentration

(i) Leitung in Metallen

- Ladungstransport nur durch Elektronen
- Jedes Atom gibt 1 Elektron ab \Rightarrow hohe Ladungsträgerdichte (LT)
- Beispiel:

$$\begin{aligned}\text{Cu,} \quad n &= 8,4 \cdot 10^{28} \text{Ladungen}/m^3 \\ &= 8,4 \cdot 10^{22} \text{Ladungen}/cm^3\end{aligned}$$

- Beweglichkeit:

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{\sigma}{n \cdot q} = \frac{5 \cdot 10^7 (\Omega m)^{-1}}{8,4 \cdot 10^{28} m^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C} \\ &= 4 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{Vs} = 40 \frac{cm^2}{Vs}\end{aligned}$$

$|\vec{E}|$?

$$\begin{aligned} |j_{\max}^{\rightarrow}| &\approx \frac{5A}{mm^2} = 5 \cdot 10^6 A/m^2 \\ |E_{\max}^{\rightarrow}| &= \frac{|j_{\max}^{\rightarrow}|}{\sigma} = 0,1 V/m \\ \langle v_D \rangle &= \mu |\vec{E}| = 4 \cdot 10^{-4} m/s \approx 0,4 \frac{mm}{s} \\ \langle v_D \rangle &\ll v_{therm} \text{ (ähnlich wie Elektrolyt)} \\ \tau &= \mu \cdot \frac{m}{q} = \underline{2,3 \cdot 10^{-14} s} \end{aligned}$$

Hauptunterschied Metall/Elektrolyt: μ, n !

$$\begin{aligned} \text{Mittlere freie Weglänge: } \lambda &= v_{therm} \cdot \tau = 10^5 m/s \cdot \tau \\ &= 20 \cdot 10^{-10} m \\ &= 20 \text{ \AA} \end{aligned}$$

\Rightarrow ca. 20 Atomdistanzen zw. zwei Stößen!

Temperaturabhängigkeit:

In el. Leitern gilt: $R = R(T)$

Fe-Widerstand:

Abkühlen auf LN_2 -Temp: $I \longrightarrow I \times 2$

Aufheizen mit Brenner: $I \longrightarrow I/2$

Konstantandraht (Legierung): nahezu keine Änderung

n sei temperaturunabhängig! $\Rightarrow T \uparrow \Rightarrow \tau \downarrow, \sigma \downarrow$:

Durch thermische Anregung mehr Gitterschwingungen; mehr Stöße! (\Rightarrow Kürzere Stoßzeit)

Konstantan-Legierung: Streuung vornehmlich an Fremdatomen deren Dichte ist T-unabhängig!

(iii) Leitung in Halbleitern

$$T \uparrow \quad : \quad \sigma \uparrow$$

Grund:

Starke Temp.-abhängigkeit von n durch thermische Anregung von Ladungsträgern über eine Energielücke

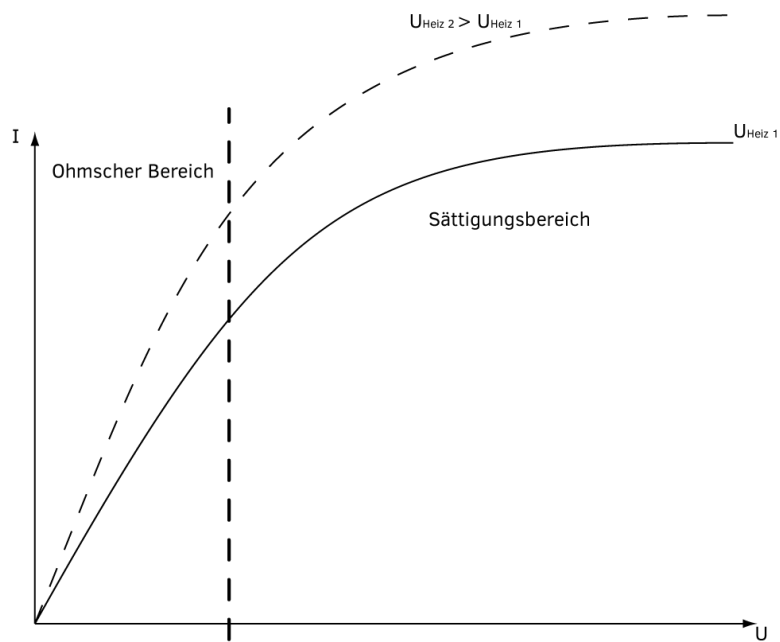
Erhöhung und Kontrolle von σ durch Einbringen von Fremdatomen in Konzentration von $10^{15} \text{ cm}^{-3} \dots 10^{20} \text{ cm}^{-3}$: Dotierung
 $\Rightarrow \tau$ nimmt auch mit zunehmender T ab, aber Zunahme von n überwiegt!

(iv) Leitung im Vakuum

Leitung im wesentlichen durch freie Elektronen.
El- Feld zur Beschleunigung \Rightarrow Ladungstransport

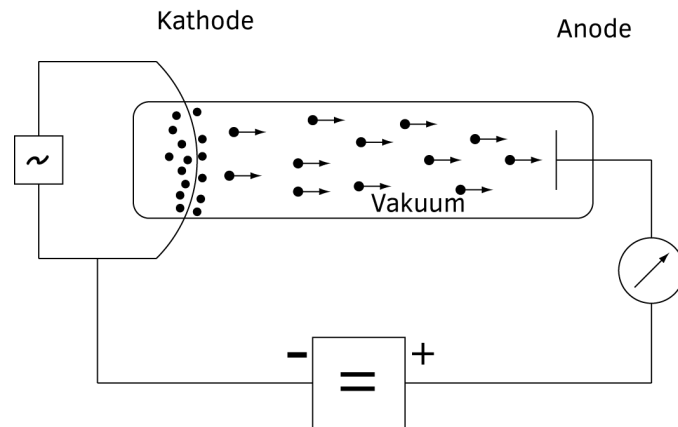
Erzeugung von freien Elektronen:

U [V]	I [mA]
20	0,25
40	0,5
60	0,75
80	1,05
100	1,3
120	1,6
140	1,9
160	2,15
180	2,35
200	2,5
220	2,6
240	2,65
260	2,7
280	2,75
300	2,7

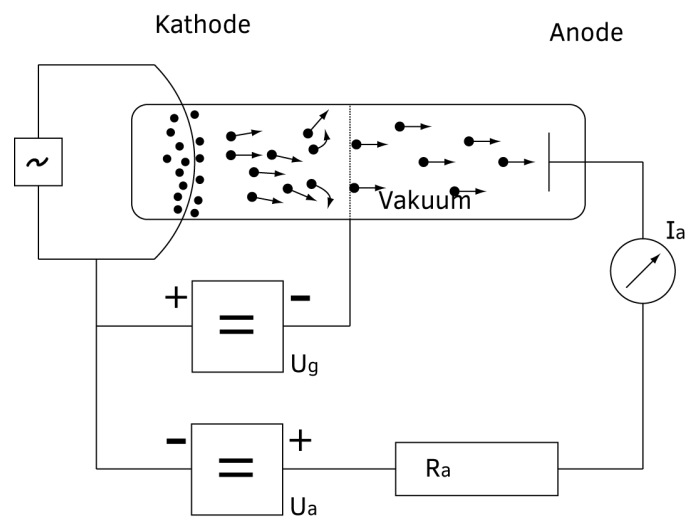


⇒ Umkehrung der Beschleunigungsspannung: Kein Strom!

Diode:



Triode:

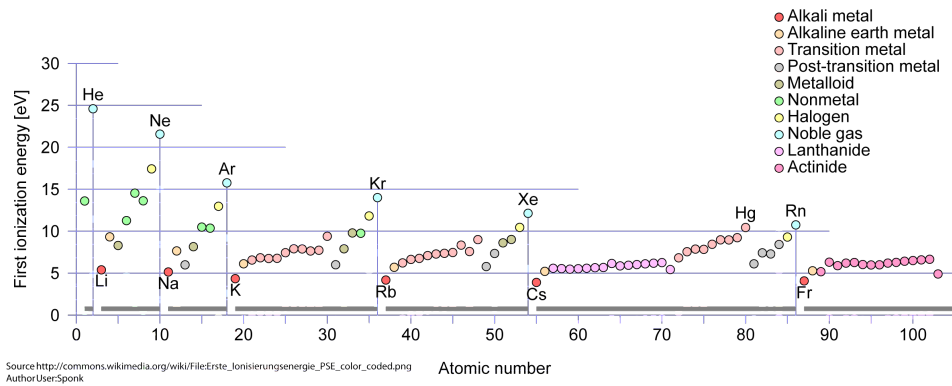


⇒ Verstärkerschaltung möglich!

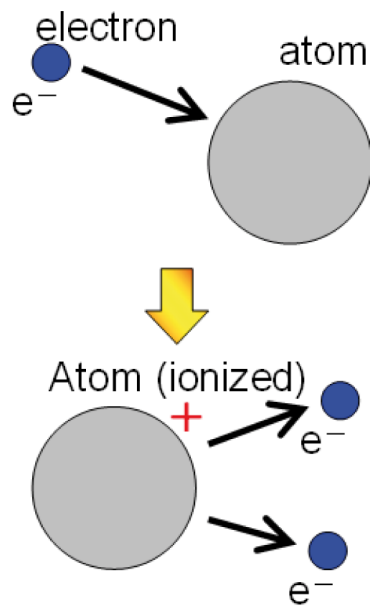
(v) Leitung in Gasen

- Alle Gase haben sehr kleine Leitfähigkeit
 (→ Entladung des Kondensators an Atmosphäre)
 (→ Gasentladung)

- Ladungsträger müssen erzeugt werden: Elektronen, Ionen
Ionisation ist möglich durch:
Ionisierende Strahlung; Stoßionisation



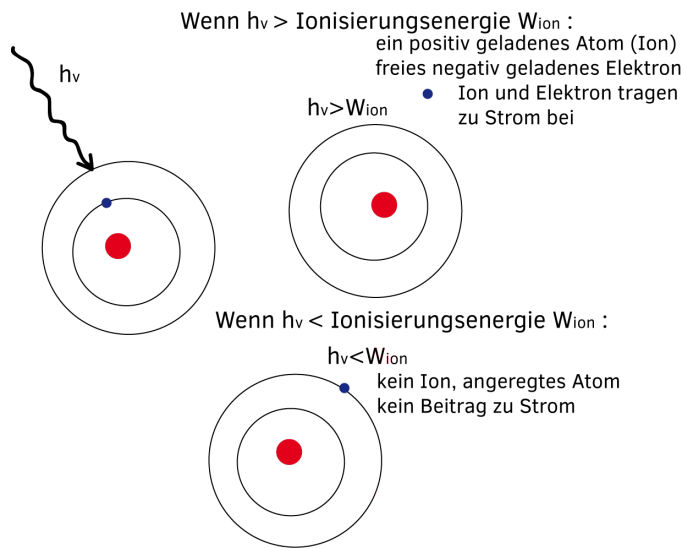
Ionisation braucht Energie!
Stoßionisation:



Source: <https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:ImpactIonization.PNG>

Photoionisation:

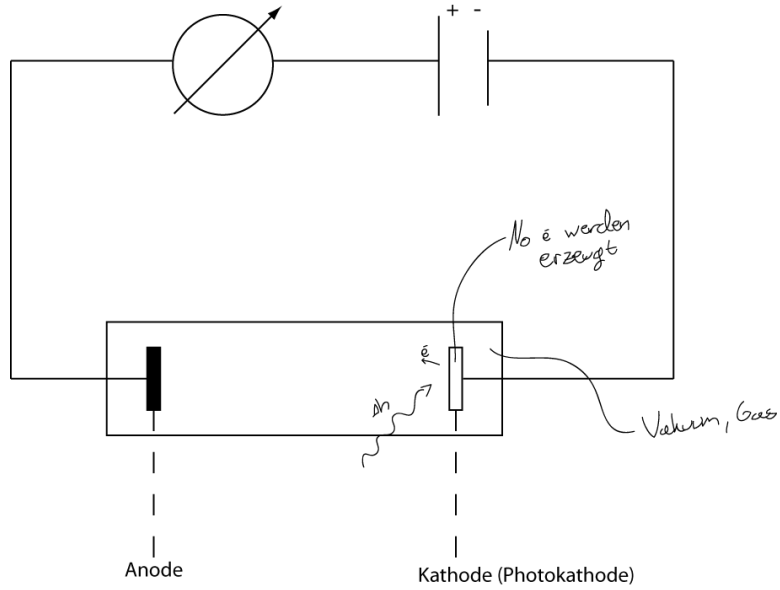
Elektron wird Energie $h\nu$ zugeführt



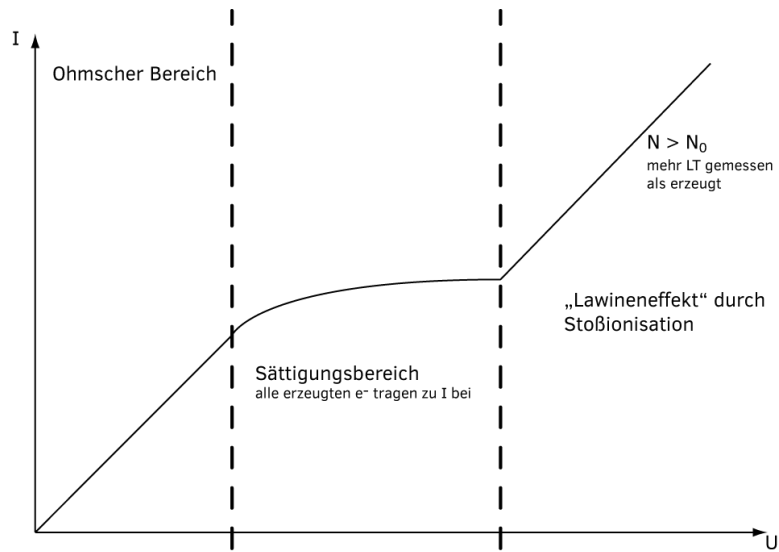
- Thermische Ionisation ist möglich.
- Glüemission ist auch möglich; Radioaktivität \Rightarrow ionisierende Strahlung
- Rekombination von Ionen und Elektronen ist möglich

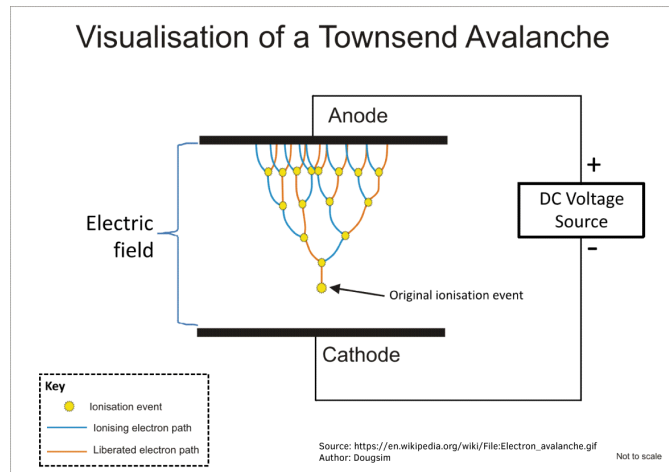
Strom:
$$I = \underbrace{N}_{\# \text{LT (sehr klein)}} \cdot \underbrace{z \cdot e}_{\text{Ladung: } z \in \mathbb{N}} \cdot \underbrace{\mu}_{\mu_{\text{Flüssigkeit}} < \mu < \mu_{\text{Metalle}}} \cdot |\vec{E}|$$

Prinzipieller Aufbau:



(i) Unselbstständige Gasentladung





Spannung ist sehr groß, Elektronen werden start beschleunigt, hohe Elektronenenergie Stoßionisation: **Lawineneffekt**

Strom wird unabhängig von Zahl der Ionisation generierten Ladungsträger.

⇒ 1 Strompuls pro Ionisierungsereignis oder pro ausgelöstem e^- !

⇒ Selbstständige Gasentladung

- Aufrechterhaltung der Entladung ohne äußeren Einsatz!
- Voraussetzung: Hohe kinetische Energie (→ hohe Spannung!)
- Häufig auch Lichtemission (Rekombination von e^- und Ion oder Relaxation angeregter Zustände)
- UV-Emission in Plasmen und in Leuchtstoffröhren genutzt

15.4