

流体力学

VincentZhang

2019.7.30

前言, 这篇文章是 2007 年 Siggraph 的课程文档 (Course Note), 从头到底很详细的讲解了怎么用计算机模拟流体 (烟和水等等)。原文地址: https://www.cs.ubc.ca/~rbridson/fluidsimulation/fluids_notes.pdf

1 第一章流体力学公式

流体力学中最重要的是 Navier-Stokes 公式:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} + \frac{1}{\rho} \nabla p = \vec{g} + \nu \nabla \cdot \nabla \vec{u} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2)$$

1.1 符号含义

其中 \vec{u} 是流体的速度。

ρ 是流体的密度, 大家都熟悉, 如果是水的话, 其值为 $1000kg/m^3$. 如果是空气的话, 其值为 $1.3kg/m^3$

p 是压力, 流体对内对外的压力。

\vec{g} 是大家都熟悉的重力加速度, 一般性就是中学书上的值 $(0, -9.81, 0)m/s^2$ 。从这个向量表示也行, 我们这里 y 轴像上。x-轴, y-轴是水平的。 \vec{g} 有时候大家也会叫他”体作用力”

ν 是“静态粘度”。顾名思义, 这个参数表达的是流体有多粘稠。像糖浆这样的流体这个值很高, 像酒精这样的流体这个值很低。学术点说, 这个参数反映了流体抗拒形变的程度。一个极端的例子是沥青, 网上不是有个段子, 有个科学家等了一辈子想看一颗沥青掉下来的过程, 最后到死都没有实现。另一个更加极端的例子是玻璃, 玻璃其实也是一种流体, 有很多几百年老教堂的玻璃窗, 下面比上面厚, 这就是流体流动的结果, 但是大家懂的, 要观察玻璃滴下来, 估计这个老教授要等到宇宙尽头了。

1.2 动量方程

Navier-Stokes 里的第一条方程¹, 其实是一条向量方程, 另有一个名字叫做”动量方程”, 所以看这条方程的时候, 千万要注意变量上面的箭头。其实这个方程就是变形的牛二方程 $\vec{F} = m\vec{a}$ 。这个方程告诉了我们流体在各种作用力之下是怎么运动的。显然这条方程比较复杂, 这一节将把这个方程拆开一项项给大家讲解。后一章节, 我们将介绍²